一种空空导弹可攻击区快速算法[20]

杜昌平[1], 周德云[1], 江爱伟[2]

(1.西北工业大学 电子信息学院, 陕西 西安 710072; 2.成都飞机设计研究所, 成都 610041)

摘 要: 提出一种空空导弹可攻击区快速算法。该算法将空空导弹可攻击区的快速积分计算和可攻击区多项式拟合相结合,用可攻击区多项式拟合结果作为积分计算的初始值,进行可攻击区计算。计算结果表明: 该方法大大提高了积分计算的速度和空空导弹可攻击区的精度。文中成果已成功应用于某重点型号火控系统空空导弹可攻击区计算中。

关 键 词: 导弹可攻击区,快速计算,多项式拟合
中图分类号: E927 文献标识码: A 文章编号: 1000-2758(2006)06-0682-04

现代航空火力控制系统,不论是单目标攻击还是多目标攻击系统,空空导弹的可攻击区计算是一项重要内容。传统的空空导弹可攻击区的计算采用多项式拟合或简化计算。前者计算速度快,但需要机载计算机存储多项式系数;后者计算速度低于前者,但不需要存储大量模型数据。一般在给定的典型条件下多项式拟合模型的面积概率精度较高,但是多项式拟合模型由于其自身原因某些条件下计算结果不连续,在大范围攻击条件下多项式拟合模型的面积概率精度不高;简化计算模型没有攻击条件限制,理论上可在所有攻击条件下计算导弹可攻击区,且不易出现计算结果不连续的现象。

本文提出的算法是将空空导弹可攻击区的快速积分计算和可攻击区多项式拟合相结合,用多项式拟合结果作为积分计算初始值,进行快速积分计算。该方法与快速积分计算方法相比,其初始值已经接近于可攻击区最大最小允许发射距离值,减少了积分计算搜索次数,因此提高了积分计算求解空空导弹可攻击区的速度。与多项式拟合方法相比,该方法进一步提高了计算精度,并且不易出现计算结果不连续的现象。本文提出的算法中多项式拟合结果只作为积分初值,拟合精度不需要很高,拟合模型的系数较少,所需存储的拟合系数少。计算结果表明: 该方法大大提高了积分计算的速度和空空导弹可攻击区的精度,克服了多项式拟合方法中计算结果不连续和存储拟合系数量大的不足,克服了积分计算搜索次数大即计算速度慢的不足。本文成果已成功应用于某重点型号火控系统空空导弹可攻击区计算中。

1 算法的多项式拟合模型

本文采用的空空导弹可攻击区多项式拟合模型可表示如下

$$R_{\max} = \sum_{i=0}^{n} a_i \cdot f_i(H_a, V_a, H_t, V_t, N_{th}, O_{bh})$$

$$R_{\min} = \sum_{i=0}^{n} b_i \cdot g_i(H_a, V_a, H_t, V_t, N_{th}, O_{bh})$$

式中, $R_{\max}$ 为导弹的最大允许发射距离, $R_{\min}$ 为导弹最小允许发射距离, H_a 为本机高度, V_a 为本机速度, H_t 为目标高度, V_t 为目标速度, N_{th} 为目标水平面过载, O_{bh} 为导弹水平面离轴角, $f_i(\cdot)$, $g_i(\cdot)$ 为非线性函数 ($i = 1, \cdots, n$)。

上述两式可用下式统一表达

$$Y = A \cdot \theta \tag{1}$$

式中, $Y = \begin{bmatrix} R_{\max 1} \\ \vdots \\ R_{\max N} \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N1} & \cdots & f_{Nn} \end{bmatrix}$

[20] 收稿日期: 2005-10-13

作者简介: 杜昌平 (1978-),西北工业大学博士后,主要从事航空火力控制的研究。

$\theta=\begin{bmatrix}a_0\\ \vdots\\ a_n\end{bmatrix}$ 时,为最大允许发射距离计算模型,

$Y=\begin{bmatrix}R_{\min 1}\\ \vdots\\ R_{\min N}\end{bmatrix}$, $A=\begin{bmatrix}g_{11} & \cdots & g_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ g_{N1} & \cdots & g_{Nn}\end{bmatrix}$, $\theta=\begin{bmatrix}b_0\\ \vdots\\ b_n\end{bmatrix}$ 时,为最小允许发射距离计算模型。

f_{ij} 为最大允许发射距离中第 i 条包线的多项式第 j 项 $f_j(H_a, V_a, H_t, V_t, N_{th}, Q_{oh})$ 值; g_{ij} 为最小允许发射距离中第 i 条包线的多项式第 j 项 $g_j(H_a, V_a, H_t, V_t, N_{th}, Q_{oh})$ 值。n 为模型多项式的项数,N 为样本的弹道数。

本文提出的空空导弹可攻击区计算方法中,多项式拟合结果是快速积分计算的初始值,希望多项式拟合结果的误差在某范围内而不要求拟合结果精度相当高。这样可以适当减少拟合模型的系数个数,减少存储数据量。因此对于(1)式可以取指标函数为

$$\dot{J}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\{(y_i-\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\cdot\theta_j)^2+d\cdot\exp[-(y_i-\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\cdot\theta_j)^2/d]\} \quad (2)$$

式中,d 为正实常数。

由(2)式指标函数可以证明参数 θ 的递推计算式[2-4]为

$$\begin{cases}\hat{\theta}_{N+1}=\hat{\theta}_N+\boldsymbol{K}_{N+1}\cdot(y_{N+1}-\boldsymbol{X}_{N+1}\cdot\hat{\theta}_N)\\ \boldsymbol{K}_{N+1}=u_{N+1}\cdot\boldsymbol{P}_N\cdot\boldsymbol{X}_{N+1}^{\mathrm{T}}\cdot(1+u_{N+1}\cdot\boldsymbol{X}_{N+1}\cdot\boldsymbol{P}_N\cdot\boldsymbol{X}_{N+1}^{\mathrm{T}})^{-1}\\ \boldsymbol{P}_{N+1}=\boldsymbol{P}_N-\boldsymbol{K}_{N+1}\boldsymbol{X}_{N+1}\cdot\boldsymbol{P}_N\\ u_{N+1}=1-\exp[-(y_{N+1}-\boldsymbol{X}_{N+1}\cdot\hat{\theta}_N)^2/D]\end{cases} \quad (3)$$

式中,下标 N 和 $N+1$ 表示弹道计算所用的弹道条数。$\hat{\theta}_{N+1}$、$\hat{\theta}_N$ 是 n 维列向量,由被辨识的 n 个系数组成。y_{N+1} 为导弹的第 $N+1$ 条弹道最大(小)允许发射距离的测量值。$\boldsymbol{X}_{N+1}$ 是由计算多项式中导弹发射条件所构成的 n 维行向量,D 为正的实常数。

根据给定的弹道表由(3)式可以计算得到拟合模型的系数 a_i、$b_i(i=1,\cdots,n)$,即得到多项式拟合模型。所得到的多项式拟合模型可为导弹可攻击区积分计算提供初值。

2 可攻击区快速计算方法

本文提出的快速算法是将空空导弹可攻击区的快速积分计算和可攻击区多项式拟合相结合,以空空导弹可攻击区的快速积分计算为基础,为提高计算速度用可攻击区的多项式拟合结果作为积分计算初始值。引入了多项式拟合值作为积分初值,使得初值接近于可攻击区值,可以减少弹道积分计算搜索次数,提高了计算速度。同时,该方法是以弹道快速积分计算为基础,不易出现计算结果不连续现象。并且,该方法中多项式拟合结果只作为积分初值,拟合精度不需要很高,拟合模型的系数较少,减少了机载计算机存储容量。

本文提出的方法计算空空导弹可攻击区的具体步骤如下:

(1) 取搜索次数 $n=1$,为控制软件流程设置标志量 $F=1$,取发射距离搜索步长 R_D 为定值,给定导弹最小安全命中时间 $t_{\min}$ 及最大循环计算次数 $n_{\max}$。

(2) 运用多项式模型计算空空导弹允许发射距离 R_0。

(3) 取 $R=R_0$, $R_1=R_0$。

(4) 进行目标运动及导弹弹道快速解算。

(5) 判断导弹是否命中目标且飞行时间 $t>t_{\min}$,若不满足则转步骤(9)。

(6) 取 $R_1=R$,置 $F=0$。

(7) 重新计算 $R=R-R_D$。

(8) 若 $n\le n_{\max}$ 则取 $n=n+1$ 转步骤(4),否则转步骤(11)。

(9) 判断 F 的值,若 $F=1$ 则取 $R=R+R_D$,否则转步骤(11)。

(10) 若 $n\le n_{\max}$ 则取 $n=n+1$ 转步骤(4)。

(11) 由计算得到的 R 及 R_1 值综合得到最终结果。

该算法中第(4)步为目标及导弹运动的快速计算[5,6]。在本文的算法中为了提高积分计算的速度采取了 2个主要的措施。第 1个措施是采用大步长积分,积分步长范围为秒,同时积分过程中运用变步长方法,这样就明显提高了计算速度。第 2个措施是采用三阶龙格库塔计算公式。同标准的四阶龙格库塔方法相比,三阶方法计算每积分一步均少计算一次微分方程组的值,即减少了计算量、提高了计算速度。另外可以证明三阶龙格库塔方法的计算公式有很多形式,本文所采用的三阶龙格库塔方法计算公式形式相对简单,利于软件实现。

设微分方程组为 $\boldsymbol{Y}'=f(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})$,则本文采用的三阶龙格库塔法计算公式为

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{Y}(n+1)=\boldsymbol{Y}(n)+(2\times \boldsymbol{K}_1+ \\
\qquad 3\times \boldsymbol{K}_2+4\times \boldsymbol{K}_3)/9 \\
\boldsymbol{K}_1=h\times f(\boldsymbol{X}(n),\boldsymbol{Y}(n)) \\
\boldsymbol{K}_2=h\times f(\boldsymbol{X}(n)+h/2,\boldsymbol{Y}(n)+\boldsymbol{K}_1/2) \\
\boldsymbol{K}_3=h\times f(\boldsymbol{X}(n)+3\times h/4,\boldsymbol{Y}(n)+3\times \boldsymbol{K}_2/4)
\end{cases} \tag{4}
$$

式中,h为积分步长,$\boldsymbol{Y}(n)$、$\boldsymbol{X}(n)$为第n步积分变量向量,$\boldsymbol{K}_1$、$\boldsymbol{K}_3$、$\boldsymbol{K}_3$为中间结果。

3 结果分析

运用本文提出的空空导弹可攻击区快速计算方法对某型导弹的可攻击区进行计算。取$D=32\,500$,a_i、b_i $(i=1,\cdots,n)$的初值均为0,$\boldsymbol{P}_0$为对角阵且对角线元素为10^6则可以得到多项式拟合模型,模型的拟合系数为18个。取$R_D=250$,$n_{max}=15$,t_{min}由发射条件估算得到。

将本文提出的方法、快速积分方法和多项式拟合方法相比较,多项式模型的系数为28个,面积概率精度比较结果如表1所示。

表 1 面积概率精度比较结果

方法名称	超界概率/%	失机概率/%	成功概率/%
多项式拟合方法	13.96	11.48	74.56
快速积分方法	2.36	1.61	96.03
本文提出的方法	2.36	1.61	96.03

从表1可以看出,本文提出的方法面积概率精度和快速积分方法相同,两者的精度明显高于多项式拟合方法精度。

比较本文提出的方法和快速积分方法的循环计算次数,结果表明前者循环计算次数不大于后者,特别是当后者循环计算次数大于5时,本文方法的次数为后者次数的0.5倍,也就是说本文算法比快速积分方法计算速度快1倍。部分循环计算次数比较结果如表2所示。

表 2 部分循环计算次数比较结果

本机高度/m	本机速度/m·s⁻¹	目标高度/m	目标速度/m·s⁻¹	目标过载	目标水平进入角/(°)	快速积分方法循环次数	本文方法循环次数
4 500	330	5 150	310	4.00	30	3	3
3 500	350	3 240	400	4.47	60	3	2
2 500	330	2 060	310	2.00	120	5	2
2 500	330	2 060	310	2.0	270	6	3
3 500	350	3 240	400	4.47	240	7	3
4 500	300	5 790	350	4.00	210	8	3
4 000	350	6 600	300	3.61	150	9	4

4 结 论

本文提出的空空导弹可攻击区快速算法是将空空导弹可攻击区的快速积分计算和可攻击区多项式拟合相结合,用多项式拟合结果作为积分计算的初始值,进行快速积分计算。计算结果分析表明:该方法大大提高了积分计算的速度和空空导弹可攻击区的精度,克服了多项式拟合方法中计算结果不连续和存储拟合系数量大的不足,克服了积分计算搜索次数大即计算速度慢的不足。本文成果已成功应用于某重点型号火控系统空空导弹可攻击区计算中。

参考文献:

[1] 杜昌平,周德云,阳治平. 基于遗传算法的空空导弹弹道拟合方法. 西北工业大学学报, 2003, 21(2): 172~175

[2] 张承德. 一种工业过程时变参数估计新算法. 中国工程科学, 2001, 3(11): 54~59

[3] Zhu Yunmin. Efficient Recursive State Estimator for Dynamic Systems without Knowledge of Noise Covariance. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(1): 102~ 114

[4] Ding Feng, Yang Jiaben. Comments on Martingale Hyperconvergence Theorem and the Convergence of Forgetting Factor Least Square Algorithm. Control Theory and Applications, 1999, 16(4): 569~ 572

[5] 钱杏芳,林瑞雄,赵亚男. 导弹飞行力学. 北京: 北京理工大学出版社, 2003

[6] 杜昌平. 远距多机空战仿真研究. [硕士学位论文]. 西安: 西北工业大学, 2002

[7] 封建湖,车刚明,聂玉峰. 数值分析原理. 北京: 科学出版社, 2001

A Better Method for Computing Air-to-Air Missile Trajectory

Du Changping[1], Zhou Deyun[1], Jiang Aiwei[2]

1. Department of Electronic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China
2. Chengdu Aircraft Design Institute, Chengdu 610041, China

Abstract Aim. Polynomial fitting method has been generally employed for computing the trajectory of air-to-air missile. It suffers from the following three shortcomings: (1) air-borne computer must store a large number of polynomial coefficients; (2) under certain conditions, its precision is not sufficiently high; (3) under certain conditions, the calculated results are not continuous. We now present what we believe to be a better method that can suppress these three shortcomings. In the full paper, we explain our method in detail; in this abstract, we just add some pertinent remarks to listing the two topics of explanation: (A) the polynomial fitting model of our algorithm; (B) our fast algorithm for calculating the trajectory of air-to-air missile; under topic A, we derive eqs. (1), (2) and (3) in the full paper; under topic B, we give 11 steps for implementing our fast algorithm; also under topic B, step 2 is particularly important because it enables our algorithm to start with an approximate initial value based on polynomial fitting that requires only a limited storage of polynomial fitting coefficients and is the basic reason why our algorithm is fast; still under topic B, we give eq. (4) needed by 3rd order Runge-Kutta numerical method. Finally we take as example the firing control system of the air-to-air missile of a certain fighter aircraft. Table 1 in the full paper gives the numerical results obtained with our method as compared with those obtained with traditional polynomial method. These results indicate preliminarily that the probability of success is 96.03% for our method and only 74.56% by the traditional polynomial fitting method.

Key words missile trajectory, fast algorithm, polynomial fitting