

文章编号: 1002-0640(2011) 10-0160-05

## 中远程空空导弹目标截获概率仿真计算\*

赵志伟,张 安,夏庆军,邵 帆  
(西北工业大学,西安 710129)

**摘 要:** 分析了影响中远程复合制导空空导弹截获目标的主要因素,建立了捷联惯导误差模型、载机雷达观测误差模型、雷达导引头误差模型等,提出了用蒙特卡洛法的方法计算截获概率,并给出仿真实例。仿真结果表明了模型和算法的有效性和实用性,为分析捷联惯导、载机雷达等对目标截获概率的影响提供了方法和支持。  
**关键词:** 中远程空空导弹,复合制导,目标截获概率,蒙特卡洛法  
**中图分类号:** V 448.23 **文献标识码:** A

## Simulated Computation of Target-acquisition Probability of Intermediate-long-range Air-to-air Missile

ZHAO Zhi-wei, ZHANG An, XIA Qing-jun, SHAO Fan  
(Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

**Abstract** We analyze some major factors influencing long-range integrated guidance air-to-air missiles (AAM) to capture their targets. By establishing error models for SINS, carrier-attacker radar and radar seeker, we put forward using Monte Carlo method to calculate the captive possibility and give an actual simulation example. The results of the simulation will indicate the validity and practicability of the models and calculation, which is also handy for analyzing the influences on the targets captive possibility by SINS and carrier-attacker radar.  
**Key words** intermediate-long-range air-to-air missile, combined guidance, probability of target acquisition, Monte Carlo method

### 引 言

中远程复合制导空空导弹发射后分为 3 个阶段,采用初制导+ 中制导+ 末制导的复合制导体制,初制导多采用程序控制;中制导一般采用无线电指令制导加惯性制导,以便获得较远的拦截距离;末端采用寻的制导,以便提高制导精度。中制导结束时,导弹雷达导引头是否能截获目标是导弹最终能否命中目标的重要前提。因此,计算导弹的目标截获概率并分析目标截获概率的影响因素是一项重要的工作。

### 1 系统模型和目标的截获

对于中远程复合制导空空导弹,在导弹发射前,载机火控系统通过武器接口向导弹装定的参数主要有载机与目标在载机惯性坐标系中的位置、速度和导弹初始段参数,以及捷联惯导对准误差。

在初始段,导弹按预定程序飞行。在中制导阶段,载机通过机载火控雷达测量目标的运动信息,预测目标在载机惯性坐标系下的位置和速度,并将预测信息通过无线修正电指令周期性的发送给导弹。导弹在飞行过程当中,捷联惯导系统利用加速度计测得导弹的加速度,再通过解积分运算得到导弹的实际坐标值<sup>[1]</sup>。导弹根据无线电修正指令以及捷联惯导积分运算得到的导弹坐标位置计算导弹的应飞坐标值。弹载计算机比较导弹的坐标值和应飞坐标值得出制导误差;制导系统用此误差来形成控制信号去操纵导弹的飞行以消除制导误差,从而使导

收稿日期: 2010-06-15 修回日期: 2010-09-18  
\* 基金项目: 航空科学重点基金资助项目 (20075153)  
作者简介: 赵志伟 (1984- ),男,黑龙江哈尔滨人,硕士研究生,研究方向为:复杂系统建模与仿真。

弹按预定的弹道飞向目标。在中制导过程当中,导引头天线根据导弹与目标的相对位置调整指向以跟踪目标视线;导引头截获装置根据计算出的导弹与目标的相对径向速度来确定多普勒滤波器组的中心频率,以使弹载雷达开机搜索目标时,目标回波多普勒频率落在滤波器组中心频率附近。

### 1.1 捷联惯导模型

根据初始姿态角的测量值计算四元数  $q^0, q^1$ ,

$q^2, q^3$  的初始值为:

$$\begin{cases} q^0 = \cos(N_r/2) * \cos(J_r/2) * \cos(V_r/2) - \\ \sin(N_r/2) * \sin(J_r/2) * \sin(V_r/2) \\ q^1 = \sin(N_r/2) * \sin(J_r/2) * \cos(V_r/2) + \\ \cos(N_r/2) * \cos(J_r/2) * \sin(V_r/2) \\ q^2 = \cos(N_r/2) * \sin(J_r/2) * \cos(V_r/2) + \\ \sin(N_r/2) * \cos(J_r/2) * \sin(V_r/2) \\ q^3 = \sin(N_r/2) * \cos(J_r/2) * \cos(V_r/2) - \\ \cos(N_r/2) * \sin(J_r/2) * \sin(V_r/2) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $N_r, J_r, V_r$  为捷联惯导系统测得的导弹初始姿态角。

由四元数微分方程求得  $q^0, q^1, q^2, q^3$  的值为:

$$\begin{cases} \dot{q}^1 = q^0 * \Delta q^1 + q^1 * \Delta q^0 + q^2 * \Delta q^3 - q^3 * \Delta q^2 \\ \dot{q}^2 = q^0 * \Delta q^2 + q^2 * \Delta q^0 + q^3 * \Delta q^1 - q^1 * \Delta q^3 \\ \dot{q}^3 = q^0 * \Delta q^3 + q^3 * \Delta q^0 + q^1 * \Delta q^2 - q^2 * \Delta q^1 \\ \dot{q}^0 = q^0 * \Delta q^0 - q^1 * \Delta q^1 - q^2 * \Delta q^2 - q^3 * \Delta q^3 \end{cases} \quad (2)$$

其中,

$$\begin{cases} \Delta q^1 = k_{x,r} * \Delta t / 2 \\ \Delta q^2 = k_{y,r} * \Delta t / 2 \\ \Delta q^3 = k_{z,r} * \Delta t / 2 \\ \Delta q^0 = 1 - (k_{x,r} * k_{x,r} + k_{y,r} * k_{y,r} + \\ k_{z,r} * k_{z,r}) * \Delta t^2 / 2 \end{cases} \quad (3)$$

其中  $k_{x,r}, k_{y,r}, k_{z,r}$  为捷联惯导传感器角速度读数。

由四元数法,求得捷联矩阵  $T$  为:

$$T = \begin{bmatrix} X_{00} & X_{01} & X_{02} \\ X_{10} & X_{11} & X_{12} \\ X_{20} & X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,

$$\begin{cases} X_{00} = q^x * q_x - q_y * q_y - q_z * q_z + q^0 * q^0 \\ X_{01} = 2 * (q^x * q_y - q^z * q^0) \\ X_{02} = 2 * (q^x * q_z + q^y * q^0) \\ X_{10} = 2 * (q^y * q_x + q^z * q^0) \\ X_{11} = q^y * q_y - q^x * q_x - q^z * q^z + q^0 * q^0 \\ X_{12} = 2 * (q^y * q_z - q^x * q^0) \\ X_{20} = 2 * (q^z * q_x - q^y * q^0) \\ X_{21} = 2 * (q^z * q_y + q^x * q^0) \\ X_{22} = q^z * q_z - q^x * q_x - q^y * q_y + q^0 * q^0 \end{cases} \quad (5)$$

利用方向余弦矩阵将捷联惯导系统的加速度转换到地面坐标系下,经过积分求得导弹在地面坐标系下的速度  $v_i$  和位置。并且利用所求得的方向余弦矩阵与弹体坐标系和地面坐标系转换矩阵的对应关系,求得导弹的角位置,如下:

$$\begin{cases} J_d = \arctan(2 * (X_{00} / X_{00})) \\ N_d = \arcsin(X_{00}) \end{cases} \quad (6)$$

地球坐标系导弹过载:

$$N_d(k) = A_d^* * N_d(k) \quad (7)$$

地球坐标系下导弹测量速度:

$$v_i[k] = N_d(k) * g^*, t, k = 0, 1, 2 \quad (8)$$

地球坐标系下导弹测量坐标:

$$\begin{cases} x_i = x_{i0} + v_i[0] * t \\ y_i = y_{i0} + v_i[1] * t \\ z_i = z_{i0} + v_i[2] * t \end{cases} \quad (9)$$

### 1.2 捷联惯导误差

#### 1.2.1 陀螺误差

陀螺误差非常复杂,它与陀螺线加速度、角加速度、温度、时间等许多参数都有关。采用简化的陀螺误差模型,仅考虑陀螺的随机漂移、常值漂移与比例因子非线性误差。其中随机漂移用随时间变化的马尔可夫过程表示;常值漂移对每发弹为常数,对多发导弹呈正态分布;比例因子误差是指陀螺的刻度误差,在导弹飞行过程中,比例因子呈现一定随机性,假设它满足正态分布<sup>[2]</sup>。

3个通道的陀螺误差模型相同,以1个通道为例:

$$\begin{cases} \Delta k_x = \Delta N_x + \Delta K_k k_x + \Delta K_c \\ \Delta N_x = -f_k \Delta N_x + \frac{1}{2f_k N_r} \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $\Delta k_x$  为绕弹体  $x$  轴陀螺测量误差;  $\Delta N$  为陀螺随机漂移导致的测量误差;  $\Delta K_k$  为比例因子非线性度系数,满足  $N(0, \sigma_{k_k})$  分布的高斯噪声;  $\Delta K_c$  为常值漂移误差;  $k_x$  为绕弹体  $x$  轴旋转角速度;  $N_r$  为满足  $N(0, \sigma_{k_k})$  分布的高斯噪声;  $f_k$  为陀螺随机漂移时间常数,  $f_k = 0.01$  s。

#### 1.2.2 加速度表误差模型

只考虑加速度表随机漂移误差,测速误差模型

$$\begin{cases} \dot{\Delta v} = \Delta K_v v + \Delta v_r \\ \dot{\Delta v}_r = -f_a \Delta v_r + \frac{1}{2f_a N_{ra}} \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $\Delta v$  为加速度表量测误差;  $\Delta K_v$  为比例因子非线性误差,满足  $N(0, \sigma_{k_v})$  分布的高斯噪声;  $\Delta v_r$  为加速度表随机漂移导致的测量误差;  $\dot{v}$  为加速度真值;  $f_a$  为加速度表随机漂移时间常数,取  $f_a = 0.01$  s;  $N_{ra}$  为满足  $N(0, \sigma_{v_r})$  分布的高斯噪声。

### 1. 2. 3 初始对准误差

初始对准误差是指惯导初始装订值的误差,对每发弹为常数,批次时假设满足  $N(0, N_{x(0)})$  分布,在初始化导弹姿态角时加入

### 1. 3 空空导弹模型

作用在导弹的空气动力可分为 3 个相互垂直的分力: 升力  $Y$ , 阻力  $X$  和侧力  $Z$  作用在速度坐标系各轴上的力分别为:

$$\begin{cases} X = C_X^* S^* q \\ Y = C_Y^* S^* q \\ Z = C_Z^* S^* q \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $C_X$  为阻力系数,  $C_Y$  升力系数,  $C_Z$  侧力系数,  $S$  为导弹表面积,  $q$  为速度动压头。计算公式分别为:

$$\begin{cases} C_X = C_{X0} + C_X^T T_+ C_Z^U U \\ C_Y = C_Y^T T_+ S^* q \\ C_Z = -C_Z^U S^* q \end{cases} \quad (13)$$

$$q = 1/2 \rho V_p^2$$

$$\rho = \begin{cases} d_1 (1 - H/44332)^{4.2562} & H \leq 11000 \\ d_2 e^{-(H-11000)/6241.6} & H > 11000 \end{cases} \quad (14)$$

$\rho$  为空气密度,  $H$  为导弹飞行高度,  $d_1$ ,  $d_2$  为确定常数。

空气动力引起的力矩在弹体坐标系上可分为滚转力矩  $M_x$ , 偏航力矩  $M_y$  和俯仰力矩  $M_z$ 。滚转力矩  $M_x$  的作用是使导弹绕弹体坐标系  $OIX1$  轴作转动运动(不考虑导弹转动), 偏航力矩  $M_y$  的作用是使导弹绕  $OIY1$  轴作转动运动, 俯仰力矩  $M_z$  的作用是使导弹绕横轴  $OIZ1$  作抬头或者低头运动

$$\begin{cases} M_y = (m_y^U U + m_y^W W + m_y^k k_y + l_y) S^* q \\ M_z = (m_z^T T + m_z^W W + m_z^k k_z + l_z) S^* q \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos Y \cos J & \sin Y & -\cos Y \sin J \\ -\sin Y \cos J \cos V \sin V & \cos Y \cos V & \cos V \cos J \sin V \\ \sin Y \cos J \sin V & -\cos Y \sin V \sin Y \sin J & -\sin Y \sin J \sin V \cos J \cos V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ v_{z1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

为确定导弹每一瞬时相对于地面坐标系  $OXYZ$  的姿态, 需要建立导弹绕质心转动的运动学方程:

$$\begin{cases} \dot{Y} = k_{y1} \sin V + k_{x1} \sin V \\ \dot{Z} = k_{x1} - \tan Y (k_{y1} \cos V - k_{x1} \sin V) \\ \dot{J} = \frac{1}{\cos Y (k_{y1} \cos V - k_{x1} \sin V)} \end{cases} \quad (21)$$

### 1. 4 机雷达观测误差

在雷达与目标距离较远时, 测量误差一般被认为是符合高斯分布的白噪声。用卡尔曼滤波器来平

其中,  $m_y^U$  为偏航力矩系数,  $m_z^T$  为俯仰力矩系数,  $m_y^W$  为水平面偏航角引起的偏航力矩系数,  $m_z^W$  为垂直面偏航角引起的俯仰力矩系数,  $m_z^k$  为阻尼力矩系数,  $m_y^k$  为偏航阻尼力矩系数,  $l$  为导弹长度,  $S$  为特征面积,  $q$  为动压头。

以下为  $m_y^U, m_z^T, m_y^W, m_z^W, m_z^k, m_y^k$  的推导:

$$\begin{cases} m_y^U = - (3.2^* J_r^* J_{r+} 2) \\ m_z^T = - (3.2^* Y^* Y_{+} 2) \\ m_y^W = m_z^W = - (0.6^* 0.15^* M) \\ m_z^k = m_y^k = 0.8^* M - 5.3 \end{cases} \quad (16)$$

弹体坐标系下绕质心转动的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{k}_{x1} = (k_x^* V_{+} k_x) / T_x \\ \dot{k}_{y1} = M_{y1} / J_{y1} \\ \dot{k}_{z1} = M_{z1} / J_{z1} \end{cases} \quad (17)$$

$V_r$  为导弹滚转角,  $J_{y1}, J_{z1}$  为导弹转动惯量

弹体坐标系下质心运动的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{v}_{x1} = g^* (n_{x1} - X_{21}) - v_{z1}^* k_{y1} + v_{y1}^* k_{z1} \\ \dot{v}_{y1} = g^* (n_{y1} - X_{22}) - v_{x1}^* k_{z1} + v_{z1}^* k_{x1} \\ \dot{v}_{z1} = g^* (n_{z1} - X_{23}) - v_{y1}^* k_{x1} + v_{x1}^* k_{y1} \end{cases} \quad (18)$$

其中,  $X_{21}, X_{22}, X_{23}$  为地球坐标系到弹体坐标系的转换矩阵元素,  $Z_{x1}, Z_{y1}, Z_{z1}$  为导弹在弹体坐标系中的过载。

$Z_{x1}, Z_{y1}, Z_{z1}$  的推导如下:

$$\begin{cases} n_{x1} = (P - X \cos T^* \cos U + V^* \sin T^* \cos T^* \sin U) / (m^* g) \\ n_{y1} = (Y^* \cos T^* X^* \sin T^* \cos U + 2^* \sin T^* \sin U) / (m^* g) \\ n_{z1} = (Z^* \cos U - X^* \sin U) / (m^* g) \end{cases} \quad (19)$$

为确定导弹质心每一瞬时的坐标位置, 需要建立导弹质心平动的运动学方程。由矢量投影和坐标变换矩阵变换, 可得到导弹质心运动学方程在地面坐标系  $OXYZ$  中的矢量式:

滑噪声, 以得到更精确的目标位置信息和速度信息。为了避免非线性滤波的困难, 在观测误差较小的条件下, 直角坐标系误差与雷达坐标系误差的关系是线性的<sup>[3]</sup>。此时, 直角坐标系中的观测误差均值为零, 协方差为:

$$\begin{cases} x = R \cos T \cos U \\ y = R \sin T \cos U \\ z = R \sin U \end{cases} \quad (22)$$



表 2 捷联惯导误差源	
误差源	数值
陀螺随机漂移	0. 000 $^{\circ}$ /s
陀螺常值漂移	0. 000 $^{\circ}$ /s
陀螺比例因子误差	0. 003
初始对准误差	0. 094 $^{\circ}$
加速度表比例因子均方差	0. 000 3
加速度表随机漂移均方差	0. 000 3 g

表 3 载机火控雷达误差	
载机火控雷达测角精度	0. 1 $^{\circ}$
载机火控雷达测速精度	20 m /s
载机火控雷达测距精度	20 m

经过仿真计算 ,导弹在中末制导转换时的目标截获概率为 96. 7%。

表 4 各精度下的截获概率				
精度放大倍数	测角精度	测速精度	测距精度	陀螺常值漂移
0	99. 9%	98. 9%	97. 7%	96. 8%
1	96. 8%	96. 8%	96. 8%	96. 8%
2	87. 3%	94. 9%	95. 8%	96. 8%
3	71. 1%	93. 1%	94. 9	96. 8%
4	48. 2%	91%	93. 9	96. 8%
5	19. 3%	88. 9%	93%	96. 8%

在保持其他数据不变的情况 ,把表 3中载机火控雷达测角精度放大 0倍~ 5倍 ,即分别取其为 0 0. 1 0. 2 0. 3 0. 4 0. 5,再次计算截获概率 ,然后对其结果进行曲线拟合 ,同理对测速精度、测距精度以及表 2中的陀螺常值漂移进行相同操作 ,得到结果如图 2所示

表 5 仿真初始条件	
载机速度	300 m /s
载机高度	6 km
载机纬度	30 $^{\circ}$
目标与载机距离	70 km
目标高度	8 km
目标速度	300 m /s

改变仿真的初始条件 (如表 5所示 )其他条件不变 ,仿照上次计算进行相同操作得到在表 5初始条件下的各精度下的截获概率如表 6所示 ,拟合图如图 3所示

由仿真结果可以看出 ,载机火控雷达的测角精

表 6 各精度下的截获概率				
精度放大倍数	测角精度	测速精度	测距精度	陀螺常值漂移
0	99. 9%	98. 6%	97. 3%	96. 3%
1	96. 5%	96. 3%	96. 3%	96. 3%
2	86. 6%	94. 7%	95. 3%	96. 3%
3	69. 5%	92. 8%	94. 6	96. 3%
4	45. 4%	91. 8%	93. 7	96. 3%
5	15. 2%	88. 5%	92. 7%	96. 3%

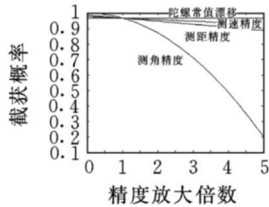


图 2 表 1初始条件下各精度对截获概率的影响

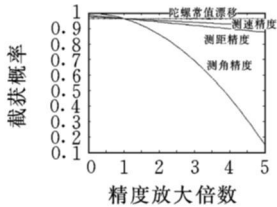


图 3 表 5初始条件下各精度对截获概率的影响

度对截获概率的影响远大于测速精度、测距精度。在初始对准误差比较小的情况下 ,对中末制导交接而言 ,载机火控雷达观测误差比捷联惯导的误差影响大的多 ,在陀螺仪漂移可得到准确补偿且初始平台对准误差较小的情况下 ,惯性误差几乎可以忽略不计 ,这与也与工程实践得到的结论相一致 ,也与文献 [5 的分析结果相一致

#### 4 结束语

本文详细描述了中远程空空导弹目标截获概率的仿真计算方法 ,分析了影响中远程空空导弹截获目标的因素 ,为定量分析载机雷达、弹载惯导性能对目标截获概率的影响提供了工具

#### 参考文献:

[1] Broch R, Lestage R. 3DOF Missile Trajectory Simulation Model and Comparative Study with a High Fidelity 6DOF Model [ R ]. Defense R&D Canada-Valecartier Technical Memorandum DRDC Valecartier TM 2003-56,2003.

[2] Lee J G, Park C G, Park H W. Multiposition Alignment of Strapdown Inertial Navigation System [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29( 4): 1323-1328.

[3] Farina A. Radar Data Processing [ M ]. Boston: Research Studies Press LTD, 1985.

[4] 蓝伟华 .火控系统误差与雷达型空空导弹截获目标概率计算 [J]. 电光与控制, 2004, 11(3): 14-16.

[5] 赵晓睿,高晓光,张建东 .主动雷达型空空导弹截获概率分析 .飞行力学, 2002, 20( 3): 59-62.