

文章编号: 1000-6893(2010)06-1225-05

复合制导空空导弹截获目标概率研究

樊会涛

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

Study on Target Acquisition Probability of Air-to-air Missiles with Combined Guidance

Fan Huitao

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

摘 要: 中远程空空导弹普遍采用中制导加末制导的复合制导体制,在中末制导交接段,导弹截获目标的概率(TAP)是一个重要的设计指标。建立了一种工程上实用的截获概率计算数学模型,研究了影响截获概率的5种主要误差源及其计算公式,并给出了一条典型弹道的截获概率计算结果。该方法特别适用于研究不同误差源对截获概率的影响,可以在一次弹道计算中得到该条弹道的截获概率。

关键词: 复合制导; 空空导弹; 截获概率; 数学模型; 误差源

中图分类号: V448; TJ765

文献标识码: A

Abstract: Medium/long range air-to-air missiles usually adopt a combined guidance of midcourse and terminal. The target acquisition probability (TAP) for a missile in the takeover stage from midcourse to terminal phase is a key design parameter. In this article, a practical mathematical model for calculation of the target acquisition probability is built up, five main error sources which may have an impact on the TAP and their calculating formulas are studied, and the TAP calculation result for a typical missile trajectory is given. This method, by which the TAP can be obtained from a single trajectory calculation, is especially suitable to estimate impacts of various error sources on the TAP.

Key words: combined guidance; air-to-air missile; acquisition probability; mathematical models; error source

中远程空空导弹普遍采用中制导加末制导的复合制导体制,中制导为数据链加捷联惯导导引,末制导为主动雷达导引。在中末制导交接段,导弹截获目标的概率(TAP)是一个重要的设计指标^[1-2]。

截获概率的计算,可以根据制导控制系统详细仿真的数学模型,用蒙特卡罗法进行^[3-4]。但这种方法要对每条弹道进行大量的计算,才能得到统计结果,费时、费力,而且必须在建立制导控制系统详细仿真数学模型的基础上才能进行,在导弹总体方案设计阶段通常不具备这些条件。

本文针对蒙特卡罗法的这些弱点,另辟蹊径对导弹截获目标概率的算法进行了研究,分析了影响截获概率的5种主要误差源,建立了在一次弹道计算中完成截获概率计算的数学模型。

1 计算截获概率的数学模型

在中末制导交接段,导弹飞行控制系统根据

导弹目标的距离、相对速度和目标的方向给出目标回波的多普勒频率和方位指示,主动雷达导引头根据目标指示参数设置多普勒频率,并使导引头天线指向目标,由于各种随机误差因素的影响,导引头天线不能准确地指向目标,而是指向目标附近的一个区域内,这称为目标指示误差。目标指示误差是一个服从正态分布的随机变量,设其均值为 m ,均方差为 σ 。如图1所示, T 为目标中心,目标指示的散布中心为 O , OT 之间的距离为目标指示误差的均值 m 。根据正态分布的特性,目标指示的绝大多数应该落在以 O 为圆心、 3σ 为半径的圆内。由于导引头有一定的视场角,设为以 T 为圆心、 d 为直径的圆。当目标位于视场内回波能量达到规定值时,如果此时回波的多普勒频率又落入滤波器的带宽内,导引头就能截获目标(即使进行频率搜索,所需时间也很短,忽略其影响)。导引头天线指向形成图1中两个圆相交的阴影区内,表示目标落入导引头波束内,此时目标有可能被导弹截获,该阴影区的大小即为导弹截获目标的概率。

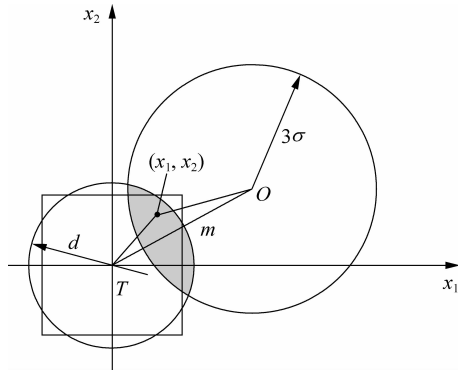


图 1 截获概率示意图

Fig. 1 Diagram of acquisition probability

描述目标指示误差的两个量值 m 和 σ 的大小与武器系统许多因素有关,这将在第 2 节中专门介绍。描述目标附近区域的 d 值大小主要与目标有效反射面积、导弹目标之间的距离和导引头的特性有关,计算式为

$$d = \begin{cases} 0 & \sqrt{E/A} \geq 1 \\ \Delta\varphi_0 \sqrt{\ln[(\sqrt{E/A} - \mu)/(1 - \mu)] / \ln F_0} & \mu \leq \sqrt{E/A} < 1 \\ \Delta\varphi_{\max} & \sqrt{E/A} < \mu \end{cases} \quad (1)$$

式中: E 为导引头接收机目标信号能量阈值; A 为当导引头天线精确指向目标时,接收机的目标输入信号能量; $\Delta\varphi_0$ 为天线方向图主瓣波束的宽度(功率电平 0.5); μ 为天线方向图旁瓣的平均电平; F_0 为功率电平 0.5; $\Delta\varphi_{\max}$ 为天线方向图主瓣波束最大宽度。

式(1)是在天线标准方向图的近似表达式下得到的,其含义是当导弹离目标比较远时,即使导引头天线精确指向目标,由于目标反射信号能量小于阈值,导引头也不能截获目标,即 $d=0$ 。随着导弹与目标越来越近,目标反射信号能量越来越强,则 d 值变得越来越大,直到在导引头最大视场内均能截获目标, $d=\Delta\varphi_{\max}$ 。

根据图 1,如果知道 d 、 m 和 σ 这 3 个值的大小,计算导引头天线指向落入阴影区的概率就是一个纯数学问题。为了简化计算得到解析表达式,可以利用一个等面积(边长为 $0.5\sqrt{\pi}d$)的正方形来代替直径为 d 的圆,则落入概率可以表示为

$$P_0 = (2F(U_1) - 1)(F(U_2) - F(U_3))P_{DL} \quad (2)$$

式中: $F(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^U e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 为服从标准正态分

布函数的随机变量落入 $(-\infty, U)$ 区间上的概率;

$U_1 = 0.5\sqrt{\pi}d/\sigma$; $U_2 = (0.5\sqrt{\pi}d - m)/\sigma$; $U_3 = (-0.5\sqrt{\pi}d - m)/\sigma$; P_{DL} 用来表示导弹接收到数据链的概率,当数据链接收机的输入信号能量大于或等于阈值时, $P_{DL} = 1$,若小于阈值,则 $P_{DL} = 0$ 。

式(2)是导引头一次截获目标的概率。为了防止虚警,导引头在信号处理时,一般需要连续 N 次截获才认为是对目标的成功截获,因此一次成功截获目标的概率为

$$P_{r1}^j(t) = P_0^N \quad (3)$$

在弹道上,不同点上的 $P_{r1}^j(t)$ 值是不同的,这也是 $P_{r1}^j(t)$ 中含有时间 t 的原因。 $P_{r1}^j(t)$ 中的 j 表示对目标的第 j 次成功截获。随着导弹接近目标,目标反射信号能量越来越强,但目标指示误差越来越大,对导引头截获目标来说,这是两个相反的过程。导引头截获目标是一个连续的过程,因此累积截获概率为

$$P_r^H(t) = 1 - \prod_{j=1}^{N_T} (1 - P_{r1}^j(t)) \quad (4)$$

式中: N_T 为从导弹截获开始时刻(0 时刻)到 t 时刻导引头成功截获目标的次数。

式(4)中,认为每次截获都是相互独立的。若每次截获都是绝对相关的,则累积截获概率为

$$P_r^K(t) = \max_{j=1}^{N_T} P_{r1}^j(t) \quad (5)$$

实际上,每次截获之间既不是相互独立的,也不是绝对相关的,因此

$$P_r(t) = P_r^K(t)\rho + P_r^H(t)(1 - \rho) \quad (6)$$

式中: ρ 为每次截获之间的相关系数,常取 $\rho=0.9$ 。

在上面计算中,假设截获目标时导引头不搜索,导引头搜索情况下对目标的截获概率另文介绍。

2 影响截获概率的 5 种主要误差源及其计算公式

第 1 节讲到,描述目标指示误差的两个量值 m 和 σ 的大小与武器系统的许多因素有关。从工程设计的角度考虑,主要有以下 5 种误差源:

- ① 机载主惯导与弹载子惯导的对准误差。
- ② 弹载加速度计的测量误差。
- ③ 弹载陀螺的测量误差。
- ④ 机载雷达的测量误差。
- ⑤ 目标机动引起的误差。

前4项误差被认为是服从零均值正态分布的随机变量,且互不相关。目标机动引起的误差确定了目标指示误差的均值 m ,下面研究这5种误差源和描述目标指示误差的量值 m 和 σ 的关系。

设目标指示总误差为 \mathbf{F} ,可近似表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_M \quad (7)$$

式中: \mathbf{F}_B 为由对准误差引起的目标指示误差矢量; \mathbf{F}_A 为由加速度计测量误差引起的目标指示误差矢量; \mathbf{F}_G 为由陀螺测量误差引起的目标指示误差矢量; \mathbf{F}_R 为由机载雷达测量误差引起的目标指示误差矢量; \mathbf{F}_M 为由目标机动引起的目标指示误差矢量。

式(7)中的前4个矢量均为服从正态分布的随机变量,而且均值为零,第5个矢量是 \mathbf{F} 矢量的均值,其目标指示误差的方差为

$$D_S = D_B + D_A + D_G + D_R \quad (8)$$

则其均方差为 $\sigma = \sqrt{D_S}$ 。

D_B 的值由对准误差和导弹与目标的相互位置来确定,其计算式为

$$D_B = E\{ \|\ [\boldsymbol{\varphi} \times (\mathbf{R} + \mathbf{R}_n)] \times \mathbf{R} \|^2 / \|\mathbf{R}\|^4 \} \quad (9)$$

式中: $\boldsymbol{\varphi}$ 为对准误差矢量; \mathbf{R} 为目标相对于导弹的位置矢量; \mathbf{R}_n 为导弹视在加速度在导引轨迹上的二重积分。

由加速度计测量误差引起的目标指示误差方差计算式为

$$D_A = E\left[\left\| \left(\int_0^t \int_0^Z \mathbf{A} dy dz \mathbf{W}_0 + \int_0^t \int_0^Z \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{W} dy dz \right) \times \mathbf{R} \right\|^2 / \|\mathbf{R}\|^4 \right] \quad (10)$$

式中: \mathbf{A} 为从导弹固连坐标系到惯性坐标系的转换矩阵; \mathbf{B} 为加速度计交叉耦合矩阵; \mathbf{W}_0 为导弹加速度计零位漂移矢量; \mathbf{W} 为导弹加速度矢量。

由陀螺测量误差引起的目标指示误差方差计算式为

$$D_G = E\left\{ \left\| \phi(t)\mathbf{R} + \left[\int_0^t \int_0^Z (\phi(y)\mathbf{W}(y)) dy dz \times \mathbf{R} \right] \right\|^2 / \|\mathbf{R}\|^4 \right\} \quad (11)$$

式中: $\phi(t)$ 为导弹转弯角测量的总误差,是 t 的函数; $\mathbf{W}(y)$ 为导弹在 y 时刻的加速度。

由机载雷达测量误差引起的目标指示误差方差计算式为

$$D_R = [0.5(S_{YY} + 2S_{YC}T + S_{CC}T^2)(1 + \cos^2 \alpha) \|\mathbf{R}_H\|^2 + (S_{dd} + 2S_{dv}T + S_{vv}T^2)\sin^2 \alpha] / D^2 \quad (12)$$

式中: S_{YY} 为载机测量目标角位置时的误差方差; S_{CC} 为载机测量目标视线角速度时的误差方差; S_{YC} 为角位置误差与角速度误差的相关函数; T 为从接收到最后一个数据链时刻起计算所用的时间; α 为载机-目标连线与导弹-目标连线之间的夹角; \mathbf{R}_H 为目标相对载机的位置矢量; S_{dd} 为载机测量目标距离时的误差方差; S_{vv} 为载机测量接近速度时的误差方差; S_{dv} 为距离误差与接近速度误差的相关函数; D 为导弹与目标之间的距离。

式(7)中 \mathbf{F}_M 的均值即为目标指示误差的均值,主要由目标机动引起,计算式为

$$m = [(E_Y + E_C T) \|\mathbf{R}_H\| \cos \alpha + (E_d + E_V T) \sin \alpha] / D + W_H T^2 / (2D) \quad (13)$$

式中: E_Y 为载机测量机动目标角位置时的误差均值; E_C 为载机测量机动目标视线角速度时的误差均值; E_d 为载机测量机动目标距离时的误差均值; E_V 为载机测量机动目标速度时的误差均值; W_H 为在垂直于载机-目标视线平面内的目标加速度值。

式(9)~式(13)的推导可利用空间的几何关系完成,但过程十分复杂,篇幅所限本文从略。

3 截获概率数学模型的使用方法

该截获概率计算数学模型可以嵌入到弹道计算的数学模型中,在中末制导交接段开始时(发射机加高压)启动截获概率计算,而后在弹道计算的每一步都进行截获概率的计算,得到单调增的截获概率值,最大值就是这条弹道的截获概率。

计算步骤是:

① 读入式(1)以及式(9)~式(13)所需的原始数据。

② 按式(1)计算导引头截获区的直径 d 。

③ 在进行截获概率计算前,先按式(9)~式(13)进行目标指示各项方差和目标指示均值的计算。

④ 按式(8)计算目标指示的均方差。

⑤ 按式(13)计算目标指示的均值。

⑥ 按式(2)计算落入概率 P_0 。

⑦ 按式(3)~式(6)计算截获概率 P_r 。

在攻击区的计算中,把给定的截获概率要求作为搜索攻击区边界的约束条件之一。当截获概率满足不了要求时,缩小攻击区的远界,反之扩大

攻击区的远界,这样可得到满足截获概率要求的攻击区。

4 典型弹道的截获概率计算结果

计算截获概率需要大量的原始数据,其中很多是统计数据。原始数据主要有两类:一类与载机和导弹的本身特性有关,当导弹武器系统确立以后,这类参数即固定不变;另一类与发射条件和目标特性有关,即与导弹的弹道特性有关,不同弹道上导引头对目标的截获概率是不一样的。图 2 举例给出了典型弹道的截获概率计算结果,发射条件为:发射距离 $D_0 = 52$ km,发射高度 $H = 15$ km,载机速度 $V_H = 450$ m/s,目标速度 $V_T = 450$ m/s,进入角为 0° (正迎头),目标过载 $n_T = 2$ 。图 2 中, P_{r1} 为一次成功截获概率随时间的变化曲线, P_r 为累计截获概率随时间的变化曲线。

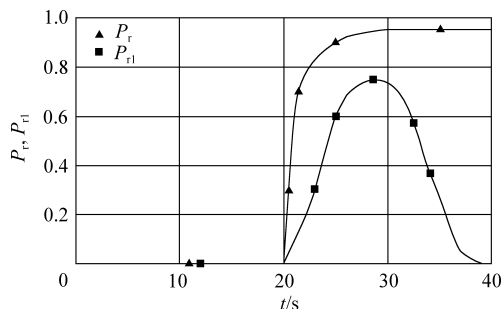


图 2 典型弹道截获概率计算结果

Fig. 2 Calculation result of acquisition probability of typical trajectory

从图 2 中可以看出,每步计算的 P_{r1} 随着时间的增加由小变大,再由大变小。这是两个相反过程相互作用的结果,因为随着导弹接近目标,接收机中收到的目标反射信号越来越强,而目标指示误差越来越大。从图 2 中还可看出,这条典型弹道的累积截获概率为 0.95。

另外,对于复合制导的空空导弹的攻击区,必须对攻击区内截获目标概率提出明确的要求,如要求不小于 0.95。不同截获概率下的攻击区有比较大的差别,图 3 举例给出了以目标为中心的 3 种不同截获概率下的攻击区比较。发射条件为:发射高度 $H = 15$ km,载机速度 $V_H = 450$ m/s,目标速度 $V_T = 450$ m/s。从图 3 中可以看出,后半球攻击时,由于发射距离比较近,因而攻击区差别不大,迎头攻击时,截获概率为 0.70 时的最大发射

距离为 88 km,而截获概率为 0.95 时的最大发射距离仅有 48 km。

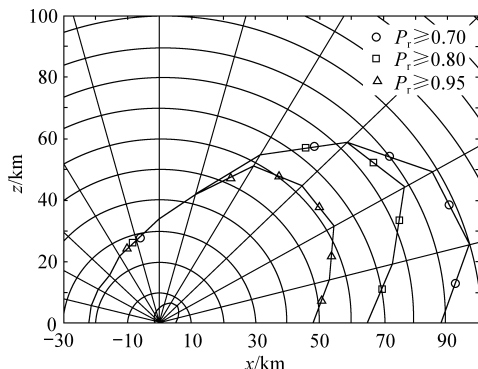


图 3 不同截获概率下的攻击区

Fig. 3 Launch envelopes with different acquisition probability

5 影响截获概率的因素分析

利用所提方法,可以方便地研究各主要误差源对截获概率的影响,通过大量仿真计算,找出最大误差源,根据工程可实现程度对各项误差给出合理的精度分配,并重点控制最大误差源,以满足截获概率的要求。

(1) 由式(9)知,提高对准精度、减小 ϕ 可以缩小总误差的分布区域,提高截获概率。对准精度对目标指示误差影响较大,并随中制导距离的增加而成比例增加。

(2) 式(10)和式(11)表明提高加速度计和陀螺的精度,即提高导航精度,同样可缩小总误差的分布区域,提高截获概率。这项误差随着导弹飞行时间的增加而增大,即随中制导距离的增加而增加。目前捷联惯导的精度已比较高,这项影响较小。

(3) 提高机载雷达或其他获取目标运动参数的精度,减小式(12)中的载机测量目标角位置时的误差方差 S_{YY} ,可提高目标指示的精度。目前这项误差是所有误差源中影响最大的。

6 结 论

研究了惯导对准误差、弹上加速度计误差和陀螺误差、机载雷达测量误差、目标机动引起的误差产生的目标指示误差的计算方法,给出了标准雷达方向图近似的截获区的算法和截获概率的算法。这些算法嵌入到弹道计算程序中,可以在一次弹道计算中得到该条弹道的截获概率,避免了蒙特卡罗法的大量计算和详细建模,也可以利用

该方法完成给定截获概率下的攻击区计算。该方法还特别适用于研究不同误差源对截获概率的影响,确定每个误差源在目标指示误差中占的比例。工程上根据可实现程度和影响大小对每项误差给出合理的精度分配,以满足截获概率的要求。

致 谢

感谢吕长起研究员对本文工作的帮助。

参 考 文 献

- [1] 樊会涛,吕长起,林忠贤,等.空空导弹系统总体设计[M].北京:国防工业出版社,2007.
Fan Huitao, Lu Changqi, Lin Zhongxian, et al. Overall design of air-to-air missile system [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007. (in Chinese)
- [2] Vathsal S, Sarkar A K. Current trends in tactical missile guidance[J]. Defence Science Journal, 2005, 55(2): 265-280.

- [3] 秦荣华. 远程攻击末制导目标截获概率数字仿真[J]. 上海航天, 2005(3): 26-28.
Qin Ronghua. Simulation of target air capture probability of aircraft terminal guidance for long-distance attack[J]. Aerospace Shanghai, 2005(3): 26-28. (in Chinese)
- [4] 赵晓睿,高晓光,张建东. 主动雷达型空空导弹截获概率分析[J]. 飞行力学, 2002, 20(3): 59-62.
Zhao Xiaorui, Gao Xiaoguang, Zhang Jiandong. Target acquisition probability analysis for active radar-guided air-to-air missile[J]. Flight Dynamics, 2002, 20(3): 59-62. (in Chinese)

作者简介:

樊会涛(1962—) 男,研究员。主要研究方向:飞行器设计。

Tel: 0379-63383868

E-mail: fht101541@npc.gov.cn

(编辑:孔琪颖)