

空空导弹攻击区实时解算的新方法

张 平¹, 方洋旺¹, 金 冲², 肖冰松¹

(1. 空军工程大学 工程学院, 西安 710038; 2. 中国人民解放军 61541 部队, 北京 100094)

摘要:为了满足攻击区解算实时性的要求, 准确建立了攻击区解算模型, 充分考虑导弹发动机点火、舵机延时、过载和视线角等实际限制因素; 采用黄金分割的搜索方法得到攻击区近、远距离边界, 详细分析了大高度差发射时攻击区的变化情况, 采用曲线拟合的方法获得导弹攻击区距离函数。大高度差时攻击区远界的大小仍然主要由发射载机的高度决定。检验结果表明实时解算误差较小, 该方法是有用的。

关键词:空空导弹; 攻击区; 实时解算; 黄金分割法; 曲线拟合

中图分类号: TP762.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-499X(2010)04-0011-04

A New Method of Real-time Calculation for Attack Area of Air-to-Air Missile

ZHANG Ping¹, FANG Yang-wang¹, JIN Chong², XIAO Bing-song¹

(1. College of Engineering, AFEU, Xi'an 710038, China; 2. Unit 61541 of PLA, Beijing 100094, China)

Abstract: To obtain the real-time calculation of attack area, considering engine's ignition, driving delay of rudder and other factors, a mathematic model of computing attack area with limited condition was built. The golden section method was used to find out near attack area and far attack area, and the case of large difference of elevation was analyzed in detail. The attack area function was obtained by curve fitting. Far boundary of attack area is mainly decided by the height of fighter under the conditions of large difference of elevation. The test result has little error, and the proposed method is effective.

Key words: air-to-air missile; attack area; real-time calculation; golden section method; curve fitting

空空导弹攻击区的仿真是空战效能计算或空战模拟的重要内容。攻击区的仿真计算综合体现了多种因素对导弹作战使用的影响^[1]。由于导弹价格昂贵及攻击条件复杂多样, 因此用大量靶场试验的方法得出各种攻击条件下导弹真实攻击区是不现实的。基于导弹测试数据, 建立空空导弹攻击区计算模型, 并进行数字仿真计算, 从理论上弄清导弹攻击区的变化规律, 从而为进一步发挥空空导弹作战效能和研制先进火控系统计算机软件提供参考数据^[2]。文献[3, 4]的攻击区计算模型中并没有考虑实际导弹发动机点火和舵机延时性等因素对攻击区的影

响, 而且没有考虑实际空战中载机与目标大高度差对攻击区变化的影响。

本文充分考虑了空空导弹发动机点火和舵机延时、过载和视线角等实际约束的影响, 建立了多约束条件的空空导弹攻击区计算模型, 基于黄金分割法给出了攻击区近、远距离边界计算方法和流程; 详细分析了实际空战中导弹在大高度差发射时攻击区的变化; 最后采用边界拟合的方法获得导弹攻击区距离判断函数以满足工程应用实时解算的要求。所得攻击区距离函数为机载火控系统判断可发射距离条件提供了理论依据。

收稿日期: 2010-02-27

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60874040)

作者简介: 张平 (1983 -), 男, 博士研究生, 研究方向为导弹制导与控制、微分对策控制等。

1 攻击区计算模型

1.1 导弹运动建模

导弹在惯性坐标系下的运动方程为

$$\begin{aligned}\dot{x}_m &= v_m \cos \phi_m \cos \phi_m \\ \dot{y}_m &= v_m \sin \phi_m \\ \dot{z}_m &= -v_m \cos \phi_m \sin \phi_m\end{aligned}\quad (1)$$

式中, (x_m, y_m, z_m) 为导弹在惯性坐标系的坐标; v_m 、 ϕ_m 分别为导弹的速度、航迹倾角和航迹偏转角。

导弹三自由度动力学方程为

$$\begin{aligned}\dot{v}_m &= [F_{pm} - F_{zm}] / m_m - g \sin \phi_m \\ \dot{n}_y &= (n_y - \cos \phi_m) g / v_m \\ \dot{\phi}_m &= -n_z g / (v_m \cos \phi_m)\end{aligned}\quad (2)$$

式中, F_{pm} 、 F_{zm} 为导弹的推力和空气阻力, m_m 为导弹的质量, n_y 、 n_z 为导弹在俯仰方向和偏航方向的转弯控制过载。

F_{pm} 、 F_{zm} 和 m_m 的变化规律为

$$F_{pm} = \begin{cases} \bar{F} & t \leq t_0 \\ 0 & t > t_0 \end{cases}\quad (3)$$

$$F_{zm} = \frac{1}{2} \rho v_m^2 S_m C_{xm}\quad (4)$$

$$m_m = \begin{cases} m_0 - q_m t & t \leq t_0 \\ m_0 - q_m t_0 & t > t_0 \end{cases}\quad (5)$$

式中, q_m 为燃料秒流量, m_0 为导弹发射质量, C_{xm} 为导弹阻力系数, ρ 为大气密度, t_0 为发动机工作时间, S_m 为弹体有效面积。

1.2 目标运动方程

目标在惯性坐标系下的运动方程为

$$\begin{aligned}\dot{x}_t &= v_t \cos \phi_t \cos \phi_t \\ \dot{y}_t &= v_t \sin \phi_t \\ \dot{z}_t &= -v_t \cos \phi_t \sin \phi_t\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned}\dot{v}_t &= n_x g \\ \dot{n}_x &= n_y g / v_t \\ \dot{\phi}_t &= n_z g / (v_t \cos \phi_t)\end{aligned}\quad (7)$$

式中, (x_t, y_t, z_t) 为目标在惯性坐标系的坐标, v_t 、 ϕ_t 为目标的速度、航迹俯仰角和航迹偏转角, n_x 为目标的纵向控制过载, n_y 、 n_z 分别为目标偏航和俯仰方向的转弯控制过载。

1.3 相对运动参数方程

设目标相对导弹的位置矢量为 r , 它在惯性坐标系上可以用 (r, q, q) 表示:

$$\begin{aligned}r &= r_x^2 + r_y^2 + r_z^2 \\ q &= \arctan(-r_z / r_x) \\ q &= \arcsin(r_y / \sqrt{r_x^2 + r_z^2})\end{aligned}\quad (8)$$

式中, $r_x = x_t - x_m$, $r_y = y_t - y_m$, $r_z = z_t - z_m$; q 为视线倾角; q 为视线偏角。

对式(8)关于时间求导:

$$\begin{aligned}\dot{r} &= (r_x \dot{r}_x + r_y \dot{r}_y + r_z \dot{r}_z) / r \\ \dot{q} &= (\dot{r}_x r_z - r_x \dot{r}_z) / (r_x^2 + r_z^2) \\ \dot{q} &= [\dot{r}_y (r^2 - r_y^2) - r_y (r_x \dot{r}_x + r_z \dot{r}_z)] / (r^2 - r_x^2 - r_z^2)\end{aligned}\quad (9)$$

1.4 导引方法、过载限制和舵机延时

本文采用比例导引法, 设视线转率为 \dot{q} , 比例导引法控制导弹速度 v_m 的方向变化, 使其与视线转率成比例, 即

$$\dot{v}_m = K \dot{q}\quad (10)$$

式中, 导引系数 K 应满足弹道收敛条件:

$$K > \frac{2|\dot{r}|}{v_m \cos \phi}\quad (11)$$

式中, \dot{r} 为相对速度, ϕ 为导弹速度矢量前置角^[5]。

考虑弹上导引头视线跟踪最大角速度 \dot{q}_{\max} 的限制, 做以下模型:

$$\dot{q} = \begin{cases} \dot{q}_{\max} \operatorname{sgn}(\dot{q}) & |\dot{q}| \leq \dot{q}_{\max} \\ \text{其它} & \text{其它} \end{cases}\quad (12)$$

弹上舵机在发动机工作之后才开始运作, 在 $t \leq t_0$ 时, 控制过载为 0, 需用过载 n_{xu} 为

$$n_{xu} = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ v_m \dot{q} K / g & t \geq t_0 \end{cases}\quad (13)$$

弹上实际过载 n 要受可用过载 n_k 的限制, 即

$$n = \begin{cases} n_{xu} & |n_{xu}| \leq n_k \\ n_k \operatorname{sgn}(n_{xu}) & |n_{xu}| > n_k \end{cases}\quad (14)$$

考虑舵机延时性, 过载控制变化量为

$$\dot{n} = (n - n_{i-1}) / \tau\quad (15)$$

式中, n_{i-1} 表示前一时刻的过载, 系统反应延时 $\tau = 20 \sim 30$ ms, 则当前时刻过载 n_i 为

$$n_i = n_{i-1} + \dot{n} \tau\quad (16)$$

式中, τ 为控制时间步长。

1.5 弹道仿真结束条件

导弹击中目标可定义为: $r < e$ 且 $t > t_v$, 否则导弹攻击失败。其中, e 为允许的脱靶量, t_v 为导弹引信解除保险时间。

攻击失败的原因主要有以下几种情况:

高度限制。空空导弹的飞行高度一般不得高于 25 km, 同时不能小于 200 m。

导引头动态视场角限度.若动态视场角超过导弹速度前置角就会丢失目标.

被动段最小飞行速度限制.当导弹飞行速度小于一定值时,不够提供导弹的升力,此时导弹失控.

导弹可控飞行时间的限制.当飞行时间大于可控时间时,导弹失控.

引信最小遇靶相对速度限制.

引信解锁时间限制.当弹目接近时,设剩余时间小于引信解锁时间时易脱靶.

战斗部有效起爆区限制,此时的视线角不大于 90° .

2 黄金分割法的距离边界搜索

在一维搜索中黄金分割法^[6]同其他方法相比不需要事先知道计算次数,而且收敛速率较快,本文利用黄金分割法对导弹攻击近距离边界和远距离边界分别进行搜索.以远距搜索为例,首先以目标为中心,选定载机的方向,确定最大初始距离范围 $[a_0, b_0]$,计算黄金分割点 $R_g = a_0 + 0.618(b_0 - a_0)$,然后在分割点位置进行数值积分,根据脱靶量及弹道仿真结束限制条件判断导弹是否命中目标,若击中目标,则令 $a_i = R_g, b_i = b_{i-1}$;否则令 $a_i = a_{i-1}, b_i = R_g$,重新循环计算,直至求出满足约束条件的边界为止.图 1 给出了远距边界搜索的流程图.

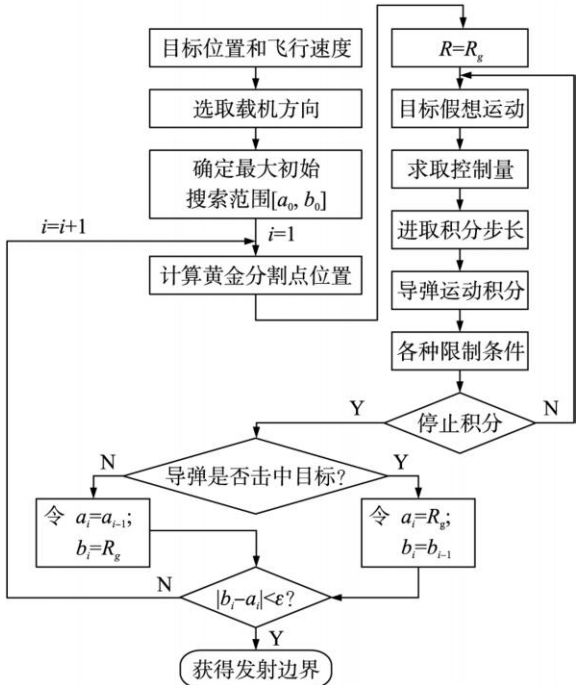


图 1 远距搜索流程图

近界搜索与远界搜索类似,只是在迭代中若导弹击中目标,则令 $a_i = a_{i-1}, b_i = R_g$;否则令 $a_i = R_g, b_i = b_{i-1}$.此外,远距搜索时选取 $= 1\ 000$,近距搜索时选取 $= 10$.搜索次数 k 满足 $0.618^k(b_0 - a_0)$.

3 攻击区仿真

针对空空导弹的类型确定导弹的性能参数,仿真中需要用到导弹、目标、载机及外界环境的参数,这里假设以下条件:

目标与载机大致在同一水平高度,即 $|h - h_k| < 500\text{ m}$;

载机在目标周围各个方向是指向目标飞行的;

目标保持匀速直线飞行;

理想的外界环境.

目标和载机分别同在 11 km 、 14 km 、 17 km 高度飞行,速度均为 450 m/s .导弹攻击区如极坐标图 2~图 4 所示,图中进入角 $\vartheta \in [0^{\circ}, 360^{\circ}]$.

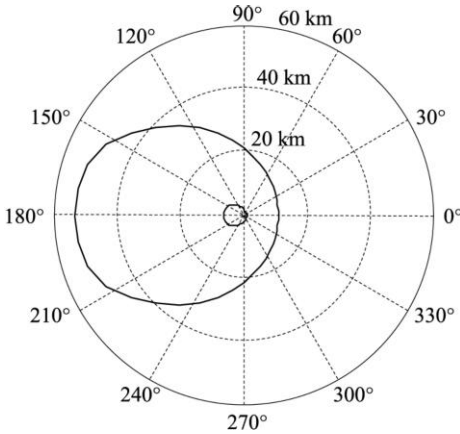


图 2 11 km 高度的近界与远界包络

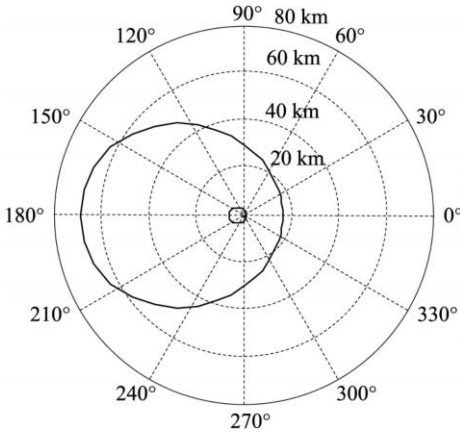


图 3 14 km 高度的近界与远界包络

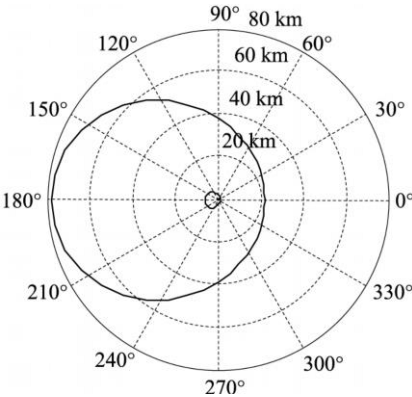


图 4 17 km 高度的近界与远界包络

实际空战中高度差是远大于 500 m 的,由于导弹受重力、空气密度及视场角变化等因素影响,这使得攻击区与上述不同.

对远界进行仿真,得到导弹攻击区如图 5、图 6 所示.

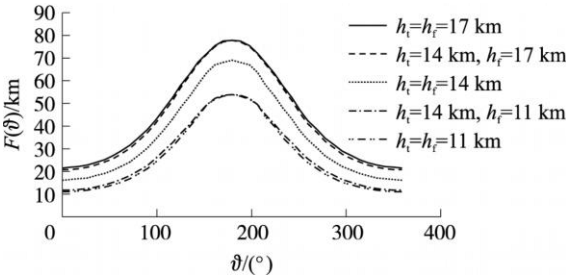


图 5 $|h_t - h_f| = 3$ km 时的攻击区远界

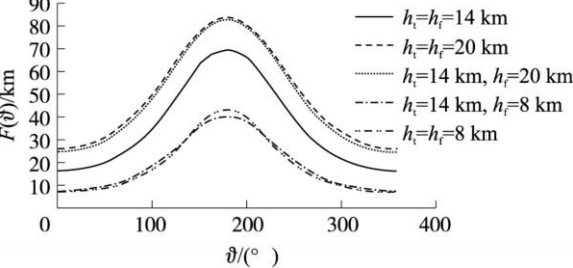


图 6 $|h_t - h_f| = 6$ km 时的攻击区远界

从图 5、图 6 可以看出,大高度差时攻击区远界的大小仍然主要是由发射载机的高度决定的;当载机高度大于目标高度时,虽然导弹俯冲攻击目标,但随着高度的下降空气密度逐渐变大,空气阻力的影响大于重力的影响,这使得攻击远界没有增大而是缩短了,缩短距离大约为下降高度的 32%;当载机高度小于目标高度时,导弹爬升攻击目标,随着爬升高度的增大空气密度逐渐变小,这使得后半球攻击远界稍微增大,如果是迎头攻击目标,弹道倾角较大,受重力影响大于空气密度较小的影响,所以前半球攻击远界缩小.

上述搜索过程所需要的时间较长,在载机和目

标超音速飞行中,这样的解算远远不能满足实时性要求.为了使上述研究结果满足实时性要求,对边界曲线进行拟合并对拟合结果做高度差的修正,得到一个关于进入角的距离判断函数.

现以 $h_t = h_f = 14$ km 高度远界拟合为例,经试验得 8 阶的拟合效果最好,如图 7 所示.

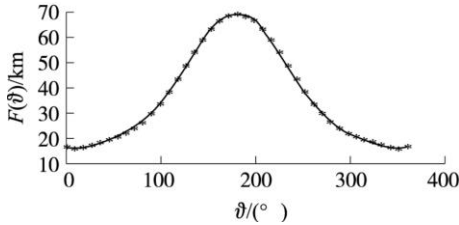


图 7 以进入角为自变量的距离函数 $F(\theta)$ 拟合图

最后得到距离判断函数,现给出 14 km 高度远距 $F(\theta)$ 和近距 $N(\theta)$ 函数的拟合函数:

$$F(\theta) = 2.125 \times 10^{-13} \theta^8 - 3.060 \times 10^{-10} \theta^7 + 1.748 \times 10^{-7} \theta^6 - 4.996 \times 10^{-5} \theta^5 + 7.433 \times 10^{-4} \theta^4 - 0.558 \theta^3 + 21.161 \theta^2 - 258.829 \theta + 16\,642.435$$
$$N(\theta) = 2.017 \times 10^{-14} \theta^8 - 2.906 \times 10^{-11} \theta^7 + 1.644 \times 10^{-8} \theta^6 - 4.565 \times 10^{-6} \theta^5 + 6.347 \times 10^{-4} \theta^4 - 0.041 \theta^3 + 1.178 \theta^2 - 9.491 \theta + 685.6$$

为了验证拟合函数的准确性,以拟合函数作图进行距离校对.仍以 14 km 高度的函数为例进行分析.图 8 给出了直角坐标系下拟合函数值与原数据值的比较.图中实线是仿真所得到的距离边界,星点为由拟合函数所得到的距离点.

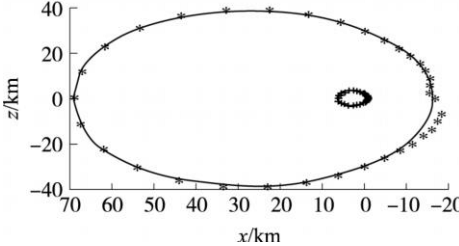


图 8 拟合函数与原数据的对比图

从图 8 中可以看出,在进入角为 0 左右存在不一致连续的现象,其主要原因是自变量在 0 和 360° 两端点时拟合函数值不相等.通过统计对误差进行分析,得出表 1.表中, \max 为最大误差, $\bar{}$ 为平均误差, $\max\%$ 为最大相对误差.

表 1 边界拟合误差分析

	\max/km	$\bar{}/\text{km}$	$\max\%$
远距	3	0.083	18.1
近距	0.094	0.026	10.2

4 结束语

研究单翼末敏弹扫描运动的关键是建立动力学方程,考虑到这是个多刚体耦合的复杂系统,故最终方程组必定比较庞大,只能借助计算机来编程求解.利用四元数法表示欧拉运动学相比传统的欧拉角法有着算法优化,尤其是在大姿态角运动时不会出现奇点的优势.针对某型单翼末敏弹,利用四元数法修改系统的运动微分方程,进行计算仿真,结果也揭示了四元数法的优越性,为今后单翼末敏弹系统的进一步研制提供参考.

参考文献

- [1] 舒敬荣,张邦楚,韩子鹏,等. 单翼末敏弹扫描运动研究[J]. 兵工学报,2004,25(4):415 - 420.
SHU Jing-rong, ZHANG Bang-chu, HAN Zi-peng, et al. A

(上接第 14 页)

4 结论

在充分考虑导弹发动机点火和舵机延时性等条件下对攻击区计算进行准确建模,合理地确定了弹道仿真的约束条件,通过黄金分割法搜索找到了攻击区的近、远包络,并考虑了大高度差态势下的攻击区变化,为了满足实时性要求对包络线进行拟合,得到以进入角为自变量的包络函数.仿真结果表明实时解算误差较小,能够满足工程需要,为载机发射导弹提供了重要的决策依据.

参考文献

- [1] 刘代军. 中远程复合制导空空导弹允许攻击区计算与分析[D]. 西安:西北工业大学,1996.
LIU Dai-jun. Calculation and analysis of long-range complex guidance air-to-air missile allowable launch envelope[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnic University, 1996. (in Chinese)
- [2] 魏暄荪. 导弹控制系统[M]. 北京:国防工业出版社,1993.

- study on the scanning motion of single-fin target-sensitivity-projectile[J]. Acta Armamentarii, 2004, 25(4): 415 - 420. (in Chinese)
- [2] 袁子怀,钱杏芳. 有控飞行力学与计算机仿真[M]. 北京:国防工业出版社,2001.
YUAN Zi-huai, QIAN Xing-fang. Control flight dynam and computer simulation[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2001. (in Chinese)
- [3] 刘忠,梁晓康,曹秉刚,等. 基于四元数的空间全方位算法研究[J]. 西安交通大学学报,2006,40(5):618 - 620.
LIU Zhong, LIANG Xiao-kang, CAO Bing-gang, et al. Space omnidirectional algorithm study based on quaternion[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(5): 618 - 620. (in Chinese)
- [4] 周江华,苗育红,李宏,等. 四元数在刚体姿态仿真中的应用研究[J]. 飞行力学,2000,18(4):28 - 32.
ZHOU Jiang-hua, MIAO Yu-hong, LI Hong, et al. Research of attitude simulation using quaternion[J]. Flight Dynamics, 2000, 18(14): 28 - 32. (in Chinese)
- WEI Xuansun. Missile control system[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1993. (in Chinese)
- [3] 杜昌平,周德云,江爱伟. 一种空空导弹可攻击区快速算法[J]. 西北工业大学学报,2006,24(6):682 - 685.
DU Chang-ping, ZHOU De-yun, JANG Ai-wei. A better method for computing air-to-air missile trajectory[J]. Journal of Northwestern Polytechnic University, 2006, 24(6): 682 - 685. (in Chinese)
- [4] 王宏伦. 空-空导弹攻击区的高精度快速拟合[J]. 航空学报,1997,18(5):631 - 632.
WANG Hong-lun. Accurate and fast approximation of air-to-air missile launch envelopes[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1997, 18(5): 631 - 632. (in Chinese)
- [5] 刘兴堂. 导弹制导控制系统分析、设计与仿真[M]. 西安:西北工业大学出版社,2006.
LIU Xing-tang. System analysis of missile guidance and control[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnic University Press, 2006. (in Chinese)
- [6] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社,2007:256 - 259.
CHEN Bao-lin. Optimal theory and algorithms[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007: 256 - 259. (in Chinese)