Тоон аргууд

X-Scientist

June 2019

1 Нейроны сүлжээ

Тооцон бодох математикийн хувьд математик тэгшитгэлийг буюу функцыг тоон арга ашиглан тооцохын тулд хамгийн эхэлж тасралтгүй функцыг дискрет функц болгон хувиргаж, үүний дараа дискрет функцыг компьютерийн програмд бичдэг. Цаашибал математик тэгшитгэл бодох дүрмийг компьютерийн хэл үрүү хувиргаж, компьютер зөвхөн тэрхүү дүрмийн дагуу л бидний өгсөн датанд тооцоо хийдэг. Дата нь ихэнх тохиолдолд маш бага гадны шуугиантай үед л компьютерийн тооцоолол бодит үнэн байдаг. Гэвч бодит амьдралд дата нь гадны шуугиан болон хүрээлэн буй орчны нөлөөлөл ихтэй мөн энгийн нүдээр ялган, ангилхад төвөгтэй байдаг. Энэхүү асуудлыг шийдэхийн тулд судлаачид машин сургалтын алгоритмыг хөгжүүлсэн. Машин сургалтын алгоритм нь датаг бүлэглэх, ялгах болон ангилал хийх үйлдэлд маш сайн (жишээ нь: царай таних, обьект илруулэх гэх мэт).

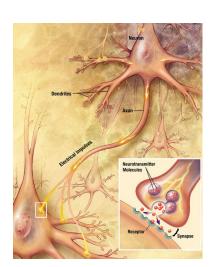


Рис. 1: Нейроны бүтэц

Машин сургалтын алгоритмын ундсэн философийг нь ойлгохын тулд хүний тархинд мэдээлэл боловсруулах процесс хэрхэн явдагийг сонирхоё. Насанд хүрсэн хүний тархинд хийгдэж байдаг мэдээлэл боловсруулах процесс нь хүүхэд байх үеээс эхэлдэг. Хүүхэд зурагт ном үзэж хүрээлэн буй орчинтойгоо танилцдаг буюу объектүүдийг хооронд нь ялгаж сурдаг (нохой, муур, хүн, машин гэх мэт). Албан ёсны хэлээр, тэд маш их өгөгдөл цуглуулж, тэрхүү өгөгдөлд суурилж ямар нэгэн оролтын өгөгдөлийг ялган таньдаг. Энэхүү мэдээлэл боловсруулах болон хадгалах процессийг хүний тархи гүйцэтгэдэг. Хүний тархи нь хэдэн тэр бум Нейронуудаас бурддэг бөгөөд нейрон бүр нь хэдэн мянган бусад нейронуудтай холбогдсон байдаг. Нейрон нь Дендритүүд, сигнал хүлээн авагч, ба нэг аксоноос, сигнал илгээгч, бүрддэг. Нейроны сүлжээг графикаар илэрхийлбэл: Дендрит

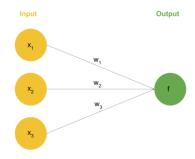


Рис. 2: Нейроны бүтэц: Дендрит ба аксон

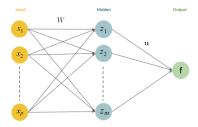


Рис. 3: Нейроны бүтэц: нуугдсан давхаргатай

нь оролтын датаг x_i илэрхийлдэг бөгөөд аксон нь гаралтын $f(x) = y_j$ утгыг илэрхийлдэг. Оролтын утга бүрд тодорхой жин харгалздаг w_{ij} . Жишээ зурагны хувьд $\{i=1,2,3\},\ j=1,$ мөн $f(x)=y_1$ байна. Тэгвэл гаралтын утгыг $y_1=\phi(\sum_{i=1}^3 w_{ij}x_i)$ - идэвхижүүлэх функц- гэж тэмдэглэдэг. Нейрон бүр логистик регресстэй ижилхэн таамаглалыг илэрхийлдэг буюу шугаман шийдвэрийн муруйтай. Нейрон бүр гурван алхамыг гүйцэтгэдэг:

- 1. Жинтэй нийлбэрийг тооцох, $\sum_{i=1}^{3} w_{ij} x_{i}$.
- 2. Идэвхижүүлэх функцыг (activation function) нийлбэрт үйлчилэх, $\phi(\sum_{i=1}^3 w_{ij} x_i)$.
- 3. Гаралтын нейроны үр дүнг тооцох идэвхижүүлэх функцыг сонгох, $\phi(x)$. Идэвхижүүлэх функцын төрлүүд нь,

Heaviside функц:

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & else \end{cases} \tag{1}$$

ReLU функц:

$$\phi(x) = ReLU(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & else \end{cases}$$
 (2)

Sigmoid, σ , функц:

$$\phi(x) = \sigma(x) = \frac{\exp(x)}{1 + \exp(x)} \tag{3}$$

tanh функц:

$$\phi(x) = \tanh(x). \tag{4}$$

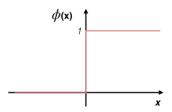


Рис. 4: Heaviside функц.

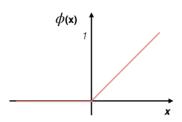


Рис. 5: ReLU функц

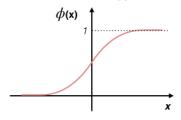


Рис. 6: Sigmoid функц.

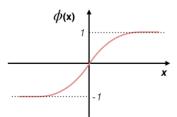


Рис. 7: tanh функц.

Энэхүү зүүнээсээ баруун чиглэлтэй нейроны сүлжээг Урагш Тэжээл Дамжуулалттай Нейроны Сулжээ (Feedforward Neural Network) гэж нэрлэдэг. Зөвхөн нэг оролт, нэг гаралттай нейроны сүлжээнд нэмэлт нейроны давхаргыг нэмж өгөх боломжтой бөгөөд нуугдсан давхарга гэж хэлдэг. Тэгвэл оролтын нейроны тоог $p(x_1,\ldots,x_p)$ харин нуугдсан давхарга дахь нейроны тоог $m(z_1,\ldots,z_m)$ гэж тэмдэглэе. Оролтын нейрон бүр нь нуугдсан давхаргын нейрон бүртэй шууд холбогддог (Рис. 3). Жишээ нь: оролтын давхаргын нейрон x_1 нуугдсан давхаргын бүх нейронтой (z_1,\ldots,z_m) холбогддог. Цаашилбал нейроны сүлжээ нь дурын тооны $(1, \dots, L)$ нуугдсан давхаргатай байж болно. Давхарга бур m_1, \ldots, m_L нейронтой. Зөхвөн нэг нуугдсан давхаргатай уед жин нь (Рис. 3)

$$W = \begin{pmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \dots & w_{1,m} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \dots & w_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{p,1} & w_{p,2} & \dots & w_{p,m} \end{pmatrix}.$$
(5)

Хэрэв z_1 нейроны гаралтын утгыг тодорхойлохыг хүсвэл тэгшитгэт 5-ийн нэгдүгээр баганыг сонгон авч,

$$W_{1} = \begin{pmatrix} w_{1,1} \\ w_{2,1} \\ \vdots \\ w_{p,1} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

тэгшитгэл $z_1 = \phi\left(W_1^Tx\right)$ -ийг тооцно, энд $\phi()$ бол идэвхижүүлэх функц. Цаашилбал нийт гаралтын утгыг,

$$f = \sigma(u^T \phi(W^T x)), \tag{7}$$

 σ нь гаралтын утгын идэвхижүүлэх функц, Рис. 3. Нейроны сулжээ нь

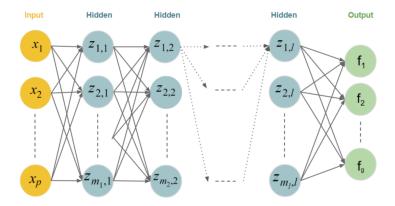


Рис. 8: Нейроны бүтэц

l тооны нуугдсан давхаргатай ба g тооны гаралтын утгатай үед дээрх хэлбэрт орно. Жишээ болгон доорх тохиолдолд гаралтын утга нь ямар байхыг тэгшитгэл 7-г ашиглан сонирхоорой.

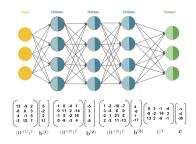


Рис. 9: Нейроны давхарга бүрийн гаралт дах идэвхижүүлэх функц нь $\phi(z)=\max(0,z).$

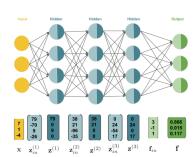


Рис. 10: Нейроны гаралтын идэвхижүүлэх функц нь зигмоид σ .