

# 计算物理第2题

PB18000039 徐祺云

## 一 作业题目

用16807产生器测试随机数序列中满足关系 $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$ 的比重。讨论Fibonacci延迟产生器中出现这种关系的比重。

## 二 算法及主要公式

对于连续产生的三个相互独立的随机数，根据概率论的知识，他们之间满足 $X_{n-1} < X_{n+1} < X_n$ 关系的概率对应三维空间内一四棱锥的体积，即为 $\frac{1}{6} \approx 0.166667$ ;

使用作业1里的16807随机数产生器，取 $N$ 分别为 $10^4, 10^6, 10^8$ ，将产生的随机数计入数组 $A[i]$ 中，再遍历 $A[i]$ ，若满足上述关系式，则计数器加一，最后得到比重 $pro_1$ ;

然后使用Fibonacci延迟产生器，这里采用整数对 $[p, q] = [250, 103]$ 表示延迟( $R250$ 既满足条件 $p^2 + q^2 + 1 = prime$ ,又相对比较大,产生的随机数较好)，先使用同余法得到前250个数据作为初始值表，再递推：

$$I_n = I_{n-p} \otimes I_{n-q} \text{ mod } m$$

其中 $\otimes$ 可以是：加、减、乘、XOR.

这里我取 $\otimes = +$ 的随机数计入数组 $B[i]$ ， $\otimes = \wedge$ 的随机数计入数组 $C[i]$ ，分别遍历，若满足上述关系式，则计数器加一，最后得到比重 $pro_2, pro_3$ 。

### 三 计算结果与分析

取 $N = 10^4, 10^6, 10^8$ ，得到数据如下：

表 1: 16807产生器

$N$	实测比重	偏差
$10^4$	0.158032	-0.008635
$10^6$	0.166769	0.000102
$10^8$	0.166684	0.000017

表 2: *Fibonacci*延迟产生器(+)

$N$	实测比重	偏差
$10^4$	0.163833	-0.002834
$10^6$	0.167046	0.000379
$10^8$	0.166652	-0.000015

表 3: *Fibonacci*延迟产生器(XOR)

$N$	实测比重	偏差
$10^4$	0.165133	-0.001534
$10^6$	0.166784	0.000117
$10^8$	0.166706	0.000039

可见， $N$ 较小时，16807产生器的偏差比*Fibonacci*延迟产生器的偏差更大； $N$ 较大时，两种产生器的差异不大，在重复多次随机数产生后，认为*fibonacci*延迟产生器(+)偏差稍大于16807产生器，而*fibonacci*延迟产生器(XOR)偏差的方差较大，得到的随机数比重时好时坏。

### 四 结论

- $N$ 较小时，16807产生器的偏差比*Fibonacci*延迟产生器的偏差大
- $N$ 较大时，16807产生器的偏差与*Fibonacci*延迟产生器的偏差差别不大，重复多次实验后，得到的结果是*fibonacci*延迟产生器(XOR)偏差的方差较大，不稳定；*fibonacci*延迟产生器(+)偏差稍大于16807产生器。