

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №4**  
**по дисциплине «Статистические методы обработки экспериментальных**  
**данных»**

**Тема: Элементы корреляционного анализа. Проверка статистической гипотезы о равенстве коэффициента корреляции нулю.**

Студент гр. 5381

Преподаватель

Лянгузов А. А.

Середа В. И.

Санкт-Петербург

2019

### **Цель работы.**

Освоение основных понятий, связанных с корреляционной зависимостью между случайными величинами, статистическими гипотезами и проверкой их «справедливости».

### Основные теоретические положения.

*Генеральная совокупность* – совокупность всех объектов (единиц), относительно которых предполагается делать выводы при изучении конкретной задачи.

*Репрезентативная выборка* – выборка конечного объёма, обладающая всеми свойствами исходной популяции, значимыми с точки зрения задач исследования.

*Ранжированный ряд* – это распределение отдельных единиц совокупности в порядке возрастания или убывания исследуемого признака. Ранжирование позволяет легко разделить количественные данные по группам, сразу обнаружить наименьшее и наибольшее значения признака, выделить значения, которые чаще всего повторяются.

*Вариационный ряд* – ряд, в котором сопоставлены (по степени возрастания или убывания) варианты и соответствующие им частоты.

*Интервальный ряд* – это вариационный ряд, варианты которого представлены в виде интервалов.

*Математическое ожидание* – среднее значение случайной величины при стремлении количества измерений к бесконечности.

*Дисперсия* – мера разброса случайной величины, то есть её отклонения от математического ожидания.

*Среднеквадратическое отклонение* – как и дисперсия является мерой разброса случайной величины, то есть её отклонения от математического ожидания.

*Коэффициент асимметрии* – величина, характеризующая асимметрию распределения случайной величины.

*Коэффициент эксцесса* – величина, характеризующая остроту пика распределения случайной величины.

Начальный момент  $k$ -го порядка рассчитывается по формуле (1):

$$M_k = \sum_{i=1}^m x_i^k \bar{n}_i, \quad (1)$$

где  $m$  – количество интервалов,  $x_i$  – середина  $i$ -го интервала,  $\bar{n}_i$  – относительная частота  $i$ -го интервала. Момент первого порядка является точечной оценкой математического ожидания  $\bar{x}_B$ .

Центральный момент  $k$ -го порядка рассчитывается по формуле (2):

$$m_k = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}_B)^k \bar{n}_i, \quad (2)$$

где  $m$  – количество интервалов,  $x_i$  – середина  $i$ -го интервала,  $\bar{n}_i$  – относительная частота  $i$ -го интервала,  $\bar{x}_B$  – математическое ожидание. Момент второго порядка является точечной оценкой дисперсии  $D_B$ .

Несмещенная оценка дисперсии рассчитывается по формуле (3):

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_B, \quad (3)$$

где  $n$  – объем выборки,  $D_B$  – точечная оценка дисперсии.

Точечная оценка среднеквадратического отклонения вычисляется по формуле (4):

$$S = \sqrt{S^2}. \quad (4)$$

Точечная статистическая оценка асимметрии рассчитывается по формуле (5):

$$A = \frac{m_3}{S^3}, \quad (5)$$

где  $m_3$  – третий центральный момент,  $S$  – среднеквадратическое отклонение.

Точечная статистическая оценка эксцесса рассчитывается по формуле (6):

$$E = \frac{m_4}{S^4} - 3,$$

(6)

где  $m_4$  – четвертый центральный момент,  $S$  – среднеквадратическое отклонение.

$r_b$  – значение выборочного коэффициента корреляции. Для расчета  $r_b$  используются формулы:

$$r_b = \frac{\sum_{i=1}^{K_x} \sum_{j=1}^{K_y} n_{ij} x_i y_j - N \bar{x}_b \bar{y}_b}{N S_x S_y} \quad (7)$$

и

$$r_b = \frac{\sum_{i=1}^{K_x} \sum_{j=1}^{K_y} n_{ij} u_i v_j - N \bar{u}_b \bar{v}_b}{N S_u S_v}, \quad (8)$$

где:  $K_x, K_y$  – количество интервалов в интервальных рядах для выборок значений случайных величин  $X$  и  $Y$  соответственно;  $u, v$  – условные варианты, значения которых соответствуют выборочным (интервальным) значениям случайных величин  $X$  и  $Y$  соответственно;  $N$  – общий объем выборки.

Доверительный интервал для коэффициента корреляции (9)

$$(\bar{z}_B - \lambda(\gamma) \bar{\sigma}_z; \bar{z}_B + \lambda(\gamma) \bar{\sigma}_z), \text{ где} \quad (9)$$

$\gamma$  – доверительная вероятность,  $\bar{z}_B = 0,5 \ln \frac{1 - r_\theta}{1 + r_\theta}$ ,  $\bar{\sigma}_z = \frac{1}{\sqrt{n - 3}}$ , переход у к  $r_\theta$ :

$$\left( \frac{e^{2z_1} - 1}{e^{2z_1} + 1}; \frac{e^{2z_2} - 1}{e^{2z_2} + 1} \right)$$

Проверка статистической гипотезы о равенстве коэффициента корреляции нулю.

Гипотеза принимается если  $|T_{набл}| < t_{кр}$ , где  $T_{набл}$  вычисляется по формуле (10):

$$T_{набл} = \frac{r_B \sqrt{n - 2}}{\sqrt{1 - r_B^2}}, \text{ где} \quad (10)$$

$r_\theta$  – коэффициент корреляции,  $n$  – количество интервалов.  $t_{кр}$  – табличное значение для заданной доверительной вероятности  $\alpha$  и  $(n - 2)$  степенями свободы.

### Постановка задачи.

1. Из заданной генеральной совокупности сформировать выборку по второму признаку. Провести статистическую обработку второй выборки в объеме лабораторных работ №1 и №2, с целью определения точечных статистических оценок параметров распределения исследуемого признака (математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения, асимметрии и эксцесса).
2. Для системы двух случайных величин  $X$  (первый признак) и  $Y$  (второй признак):

- сформировать двумерную выборку, построить корреляционную таблицу и найти  $r_v$  - значение выборочного коэффициента корреляции. Для расчета  $r_v$  использовать формулы:

$$r_e = \frac{\sum_{i=1}^{K_x} \sum_{j=1}^{K_y} n_{ij} x_i y_j - N \bar{x}_e \bar{y}_e}{N S_x S_y} \quad (*)$$

и

$$r_e = \frac{\sum_{i=1}^{K_x} \sum_{j=1}^{K_y} n_{ij} u_i v_j - N \bar{u}_e \bar{v}_e}{N S_u S_v}, \quad (**)$$

где:  $K_x, K_y$  – количество интервалов в интервальных рядах для выборок значений случайных величин  $X$  и  $Y$  соответственно;  $u, v$  – условные варианты, значения которых соответствуют выборочным (интервальным) значениям случайных величин  $X$  и  $Y$  соответственно;  $N$  – общий объем выборки.

- построить доверительный интервал для коэффициента корреляции;

- и осуществить проверку статистической гипотезы о равенстве коэффициента корреляции нулю.

Полученные результаты содержательно проинтерпретировать.

## Экспериментальные результаты.

Имеющаяся генеральная совокупность экспериментальных данных представлена в виде изображений таблиц:

Данные приведены относительно объема веса  $\rho$  (г/см<sup>3</sup>) при влажности 10% и модуля упругости  $E$  (кг/см<sup>2</sup>) при скатии вдоль волокон древесины резанной ели

$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$
480	153,3	510	129,4	426	119,0	482	139,9	393	103,2	510	162,3	403	123,9	506	158,4
393	122,8	442	115,4	411	112,9	514	153,6	525	156,5	543	155,4	412	116,3	449	124,5
482	136,4	559	137,4	494	147,5	472	134,2	453	124,2	422	117,9	320	64,5	547	164,4
409	110,0	331	74,1	467	113,0	545	145,3	396	83,8	351	102,9	503	148,5	402	120,8
542	146,1	437	124,3	453	119,5	386	106,8	434	122,3	418	118,4	391	107,5	399	100,0
486	139,4	421	124,2	496	143,1	463	121,2	508	159,0	419	105,8	434	108,7	440	126,7
405	103,6	484	140,4	344	86,8	415	119,7	463	136,7	475	143,6	468	144,3	392	82,7
452	140,5	504	143,8	443	122,9	461	138,6	340	85,1	438	134,9	523	148,7	416	120,5
483	143,4	440	128,5	423	131,1	386	95,5	321	86,1	433	131,5	351	89,0	481	148,3
465	127,7	390	108,1	463	129,2	468	128,9	488	134,1	443	137,4	505	155,8	395	109,1
474	132,5	490	139,9	396	90,1	362	97,9	566	175,7	418	109,8	502	132,5	500	155,5
359	71,9	443	135,7	421	119,0	433	128,2	514	174,6	320	72,6	406	113,8	465	140,9
487	146,0	532	158,7	330	71,1	438	134,1	593	187,4	445	124,7	518	154,0	496	141,7
473	136,4	522	154,5	547	154,7	560	169,8	412	127,8	444	130,0	437	121,8	462	138,8
438	122,2	406	110,1	413	106,7	458	121,7	408	117,0	480	153,9	573	156,5	518	144,4
394	112,1	440	106,7	443	121,9	452	131,0	452	116,1	541	146,8	446	130,3	510	140,6
429	120,9	440	126,7	441	140,8	422	109,6	397	106,8	424	119,0	437	129,2	397	108,6
483	147,0	428	131,6	442	126,2	426	129,1	458	128,0	463	125,0	418	118,6	407	118,5
499	144,5	422	122,9	399	95,8	436	114,3	468	128,6	503	149,9	421	115,1	515	155,8
512	169,9	473	137,9	518	151,3	576	166,4	448	125,9	521	154,9	471	143,9	398	109,0
446	144,0	400	114,6	487	126,4	446	128,4	440	133,1	497	147,3	513	159,3	480	117,7
497	103,6	458	133,5	514	161,8	472	146,3	372	81,7	536	181,0	498	144,5	376	112,8
470	124,0	377	97,8	427	120,1	382	98,8	371	91,9	466	130,3	471	119,7	439	119,2
362	111,7	480	114,0	469	131,5	410	110,5	438	120,7	498	145,5	429	112,9	523	195,7
422	115,7	448	125,6	448	121,9	481	135,2	568	168,5	376	103,1	418	125,7	498	164,0
576	170,1	507	142,4	437	145,1	462	135,7	414	113,5	431	125,0	424	94,3	513	163,6
428	130,3	541	162,3	423	130,8	516	132,6	460	140,7	458	130,7	481	137,3	544	169,6
391	98,2	440	113,0	441	126,1	522	143,8	448	137,7	366	93,6	383	109,7	502	122,6
430	104,3	382	98,1	490	134,4	345	95,9	525	148,3	451	124,3	430	95,3	477	139,7
511	149,5	474	122,6	432	123,0	434	118,6	523	152,6	421	126,9	467	140,5	369	84,3
464	131,3	477	135,8	462	125,2	525	165,9	478	126,6	581	178,5	447	117,5	470	146,7
582	175,9	475	155,7	434	110,5	523	156,8	482	150,1	436	117,9	540	156,7	436	116,7
392	106,6	495	150,9	394	117,7	441	122,8	447	106,2	521	139,6	426	128,2	496	155,3
401	100,1	501	130,4	353	62,6	468	141,2	525	162,1	493	154,5	352	84,9	481	132,7
411	120,7	493	129,7	378	105,8	377	96,1	433	130,0	400	106,3	503	134,7	510	153,9

Рисунок 1 – Генеральная совокупность часть 1.

$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$	$\rho$	$E$
353	98,0	504	145,3	477	146,0	421	107,9	452	128,2	382	113,9	448	137,3	503	146,6
417	124,3	528	163,4	475	132,0	483	130,3	452	119,7	525	145,3	523	172,8	408	109,0
547	179,0	404	112,0	437	115,1	502	137,2	340	93,5	572	180,9	443	141,6	409	116,7
459	136,7	437	118,4	492	137,5	442	123,4	331	84,6	506	153,5	388	105,6	352	87,7
421	117,8	438	122,2	465	140,7	517	151,1	478	136,6	428	106,5	379	94,6	482	141,2
453	131,2	466	137,9	548	162,3	409	121,0	407	110,5	453	126,4	383	107,4	448	123,3
428	113,7	423	115,9	438	131,4	435	131,6	480	146,1	413	110,8	468	142,0	453	138,2
482	148,2	399	73,4	371	89,2	500	136,6	451	128,6	532	160,6	438	127,0	412	117,9
423	104,1	458	104,7	427	125,8	460	136,8	364	100,1	470	143,9	437	129,4	510	124,1
538	165,0	467	135,1	485	138,6	461	134,9	405	107,5	460	122,4	498	144,3	406	112,4
493	151,2	471	147,1	424	117,1	458	124,4	426	121,1	460	124,5	438	126,7	358	98,3
415	107,1	550	147,9	479	138,7	362	84,3	489	149,8	377	96,0	459	145,4	457	127,7
437	133,7	472	135,6	472	122,6	418	131,4	465	114,8	498	139,3	585	177,7	407	118,0
505	137,5	390	91,4	557	151,9	591	156,9	450	122,3	546	177,0	454	131,1	553	159,1
544	166,7	463	129,1	411	115,2	464	143,2	444	121,4	493	149,7	476	143,0	448	125,0

Рисунок 2 – Генеральная совокупность часть 2.

### Обработка результатов эксперимента.

Формирование репрезентативной выборки осуществляется путем случайного отбора 107 экспериментальных результатов из генеральной совокупности (см. табл. 1):

v	501.00	369.00	344.00	473.00	426.00	528.00	497.00	467.00	506.00	431.00	454.00
E	130.40	84.30	86.80	137.90	121.10	163.40	147.30	140.50	158.40	125.00	131.10
v	371.00	482.00	393.00	441.00	463.00	440.00	481.00	340.00	468.00	397.00	496.00
E	89.20	139.90	103.20	122.80	129.10	128.50	135.20	85.10	142.00	108.60	143.10
v	434.00	541.00	352.00	438.00	453.00	423.00	351.00	525.00	409.00	469.00	386.00
E	122.30	146.80	87.70	134.90	119.50	131.10	89.00	165.90	121.00	131.50	95.50
v	505.00	436.00	488.00	449.00	493.00	512.00	472.00	423.00	465.00	351.00	359.00
E	137.50	114.30	134.10	124.50	129.70	169.90	134.20	130.80	140.70	102.90	71.90
v	457.00	467.00	400.00	418.00	492.00	434.00	510.00	392.00	463.00	459.00	397.00
E	126.40	135.10	114.60	118.60	137.50	110.50	140.60	82.70	125.00	145.40	106.80
v	424.00	436.00	429.00	398.00	493.00	522.00	518.00	463.00	437.00	386.00	493.00
E	119.00	116.70	112.90	109.00	154.50	154.50	144.40	121.20	121.80	105.80	151.20
v	414.00	480.00	585.00	562.00	508.00	421.00	463.00	422.00	406.00	544.00	345.00
E	113.50	153.90	177.70	175.90	159.00	117.80	136.70	122.90	110.10	166.70	95.90
v	478.00	393.00	437.00	448.00	458.00	422.00	468.00	430.00	371.00	543.00	471.00
E	126.60	122.80	115.10	121.90	121.70	115.70	144.90	104.30	91.90	155.40	143.90
v	475.00	521.00	353.00	437.00	362.00	490.00	484.00	459.00	480.00	482.00	522.00
E	132.00	139.60	98.00	118.40	111.70	139.90	140.40	136.70	153.30	148.20	143.80
v	576.00	390.00	514.00	442.00	421.00	443.00	438.00	429.00			
E	166.40	91.40	153.60	115.40	107.90	121.90	126.70	120.90			

Таблица 1 – Репрезентативная выборка.



Далее в работе будет производиться обработка только для значений относительного второго признака, таким образом, интересующая выборка имеет следующий вид (см. табл. 2):

E	130.40	84.30	86.80	137.90	121.10	163.40	147.30	140.50	158.40	125.00	131.10
E	89.20	139.90	103.20	122.80	129.10	128.50	135.20	85.10	142.00	108.60	143.10
E	122.30	146.80	87.70	134.90	119.50	131.10	89.00	165.90	121.00	131.50	95.50
E	137.50	114.30	134.10	124.50	129.70	169.90	134.20	130.80	140.70	102.90	71.90
E	126.40	135.10	114.60	118.60	137.50	110.50	140.60	82.70	125.00	145.40	106.80
E	119.00	116.70	112.90	109.00	154.50	154.50	144.40	121.20	121.80	105.80	151.20
E	113.50	153.90	177.70	175.90	159.00	117.80	136.70	122.90	110.10	166.70	95.90
E	126.60	122.80	115.10	121.90	121.70	115.70	144.90	104.30	91.90	155.40	143.90
E	132.00	139.60	98.00	118.40	111.70	139.90	140.40	136.70	153.30	148.20	143.80
E	166.40	91.40	153.60	115.40	107.90	121.90	126.70	120.90			

Таблица 2 – Репрезентативная выборка по второму признаку.

Преобразование выборки в ранжированный ряд осуществляется путем сортировки результатов эксперимента (например, по возрастанию) ранжированный ряд для выборки, представленной в таблице 2, имеет следующий вид (см. табл. 3):

71.9	82.7	84.3	85.1	86.8	87.7	89.0	89.2	91.4	91.9
95.5	95.9	98.0	102.9	103.2	104.3	105.8	106.8	107.9	108.6
109.0	110.1	110.5	111.7	112.9	113.5	114.3	114.6	115.1	115.4
115.7	116.7	117.8	118.4	118.6	119.0	119.5	120.9	121.0	121.1
121.2	121.7	121.8	121.9	121.9	122.3	122.8	122.8	122.9	124.5
125.0	125.0	126.4	126.6	126.7	128.5	129.1	129.7	130.4	130.8
131.1	131.1	131.5	132.0	134.1	134.2	134.9	135.1	135.2	136.7
136.7	137.5	137.5	137.9	139.6	139.9	139.9	140.4	140.5	140.6
140.7	142.0	143.1	143.8	143.9	144.4	144.9	145.4	146.8	147.3
148.2	151.2	153.3	153.6	153.9	154.5	154.5	155.4	158.4	159.0
163.4	165.9	166.4	166.7	169.9	175.9	177.7			

Таблица 3 – Ранжированный ряд.

На основе ранжированного ряда можно построить вариационный ряд, сопоставив значениям вариант значения частот (см. табл. 4):

E	count	E	count	E	count	E	count	E	count
71.9	1	109.0	1	121.2	1	134.1	1	145.4	1
82.7	1	110.1	1	121.7	1	134.2	1	146.8	1
84.3	1	110.5	1	121.8	1	134.9	1	147.3	1
85.1	1	111.7	1	121.9	2	135.1	1	148.2	1
86.8	1	112.9	1	122.3	1	135.2	1	151.2	1
87.7	1	113.5	1	122.8	2	136.7	2	153.3	1
89.0	1	114.3	1	122.9	1	137.5	2	153.6	1
89.2	1	114.6	1	124.5	1	137.9	1	153.9	1
91.4	1	115.1	1	125.0	2	139.6	1	154.5	2
91.9	1	115.4	1	126.4	1	139.9	2	155.4	1
95.5	1	115.7	1	126.6	1	140.4	1	158.4	1
95.9	1	116.7	1	126.7	1	140.5	1	159.0	1
98.0	1	117.8	1	128.5	1	140.6	1	163.4	1
102.9	1	118.4	1	129.1	1	140.7	1	165.9	1
103.2	1	118.6	1	129.7	1	142.0	1	166.4	1
104.3	1	119.0	1	130.4	1	143.1	1	166.7	1
105.8	1	119.5	1	130.8	1	143.8	1	169.9	1
106.8	1	120.9	1	131.1	2	143.9	1	175.9	1
107.9	1	121.0	1	131.5	1	144.4	1	177.7	1
108.6	1	121.1	1	132.0	1	144.9	1		

Таблица 4 – Вариационный ряд.

Для построения интервального ряда необходимо определить количество интервалов. Одним из способов является расчет по формуле Стерджесса (11):

$$k = 1 + 3,322 \lg N, \quad (11)$$

где  $N$  – объем выборки. Количество интервалов  $k = 7$ . Следовательно, длина интервала равна 14,5625. Интервальный ряд абсолютных и относительных частот имеет следующий вид (см. табл. 5):

Интервалы	Частоты абс.	Частоты отн.	Середины
[71.9,87)	5	0.04672897	79.5
[87,102)	8	0.07476636	94.6
[102,117)	19	0.17757009	110
[117,132)	32	0.29906542	125
[132,147)	26	0.24299065	140
[147,163)	10	0.09345794	155
[163,178]	7	0.06542056	170

Таблица 5 – Интервальный ряд.

Построенный по интервальному ряду полигон для абсолютных частот имеет следующий вид (см. рис. 3):

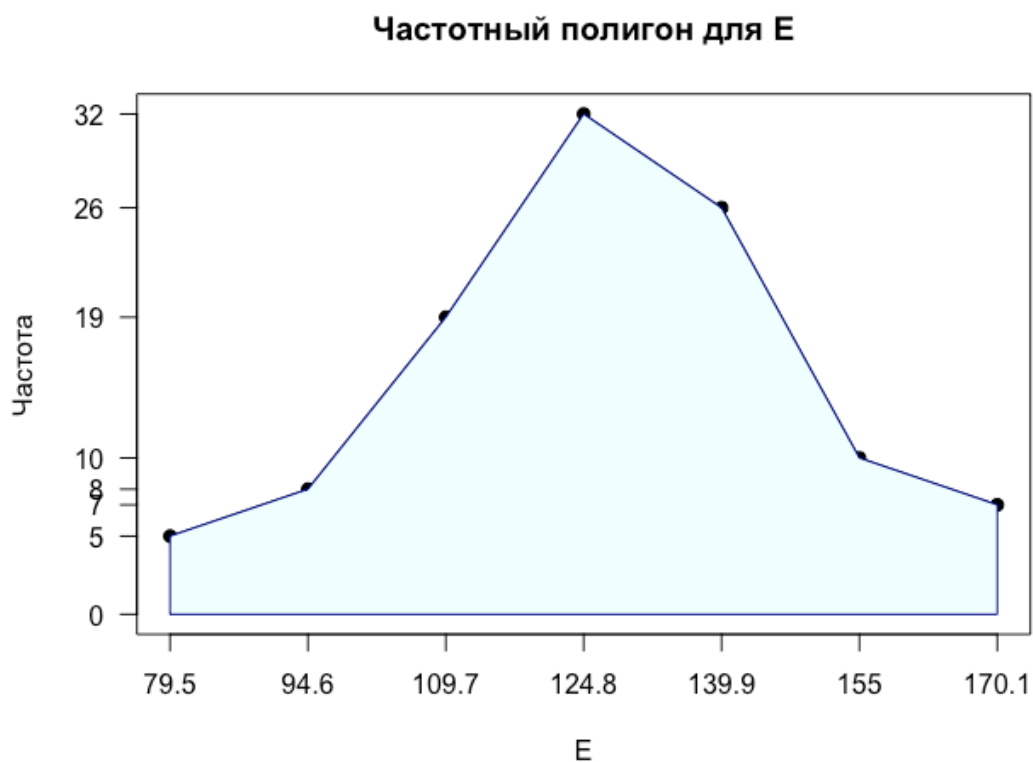


Рисунок 3 – Полигон для абсолютных частот.

Построенный по интервальному ряду полигон для относительных частот имеет следующий вид (см. рис. 4):

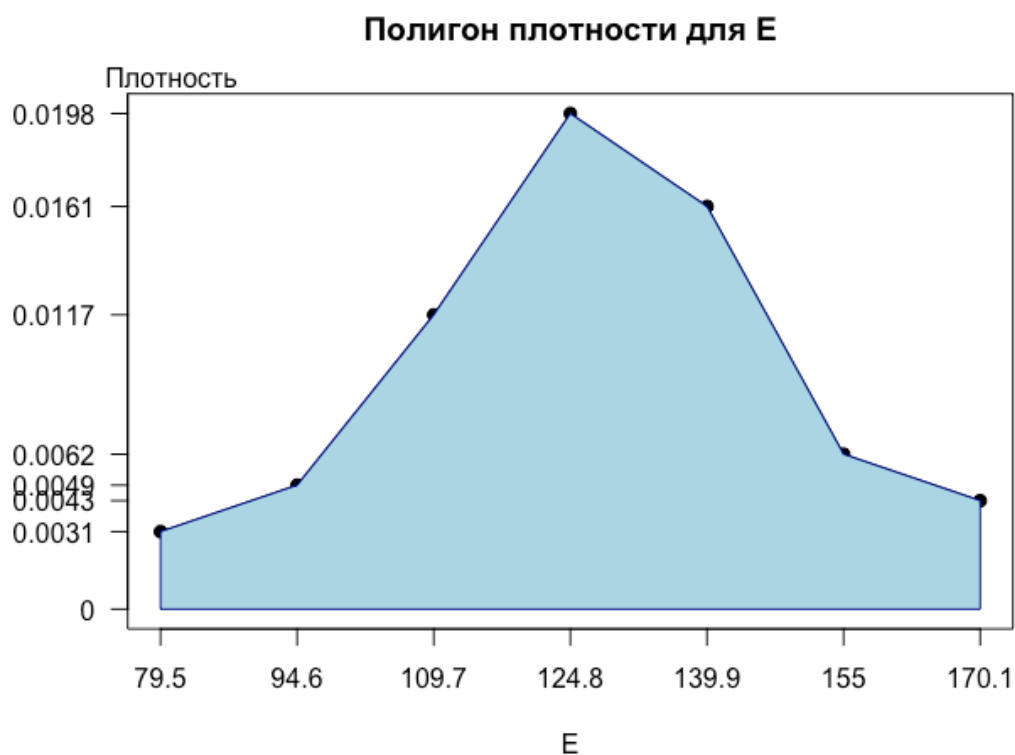


Рисунок 4 – Полигон для относительных частот.

Построенная по интервальному ряду гистограмма для абсолютных частот (см. рис. 5):

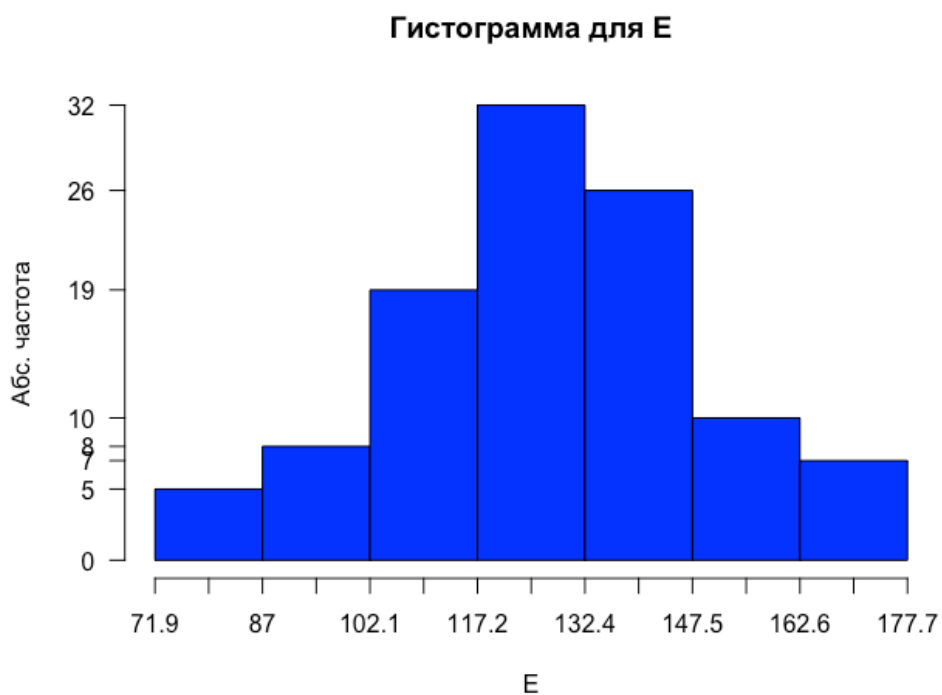


Рисунок 5 – Гистограмма для абсолютных частот.

Построенная по интервальному ряду гистограмма для относительных частот (см. рис. 6):

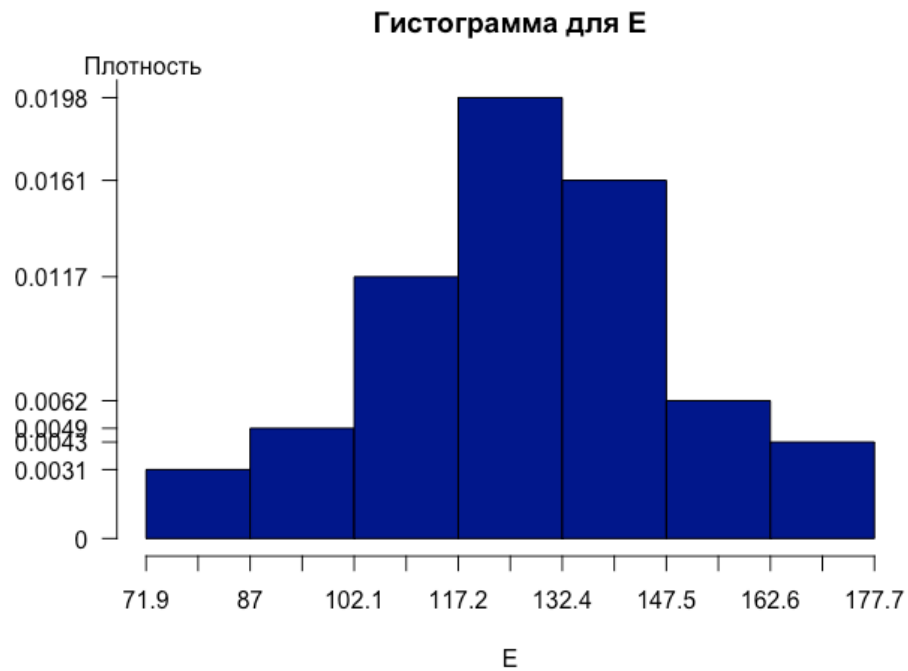


Рисунок 6 – Гистограмма для относительных частот.

Эмпирическая функция распределения для абсолютных частот (см. рис. 7):

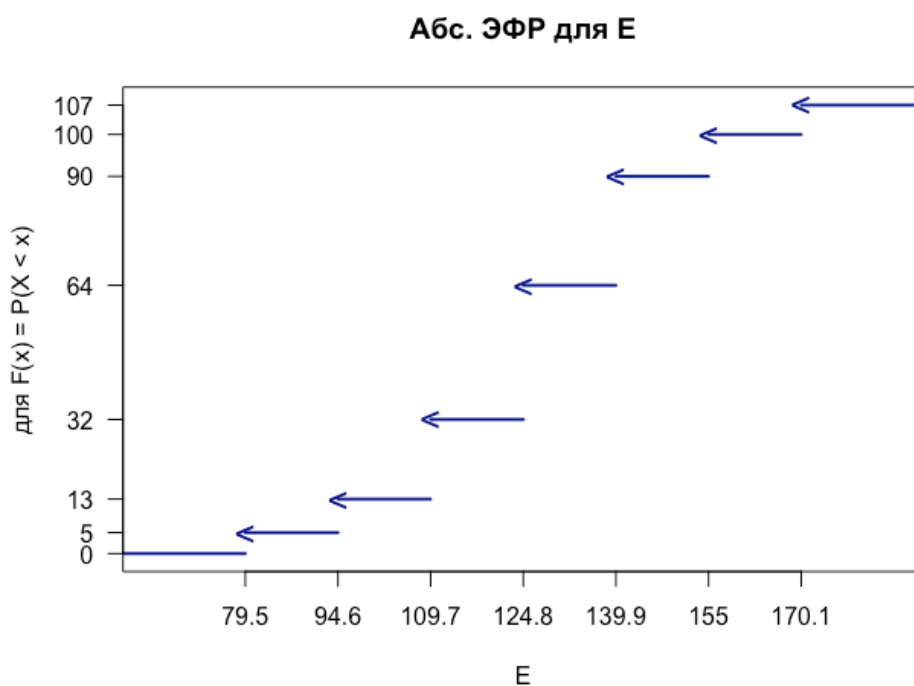


Рисунок 7 – Эмпирическая функция распределения для абсолютных частот.

Эмпирическая функция распределения для относительных частот (см. рис. 8):

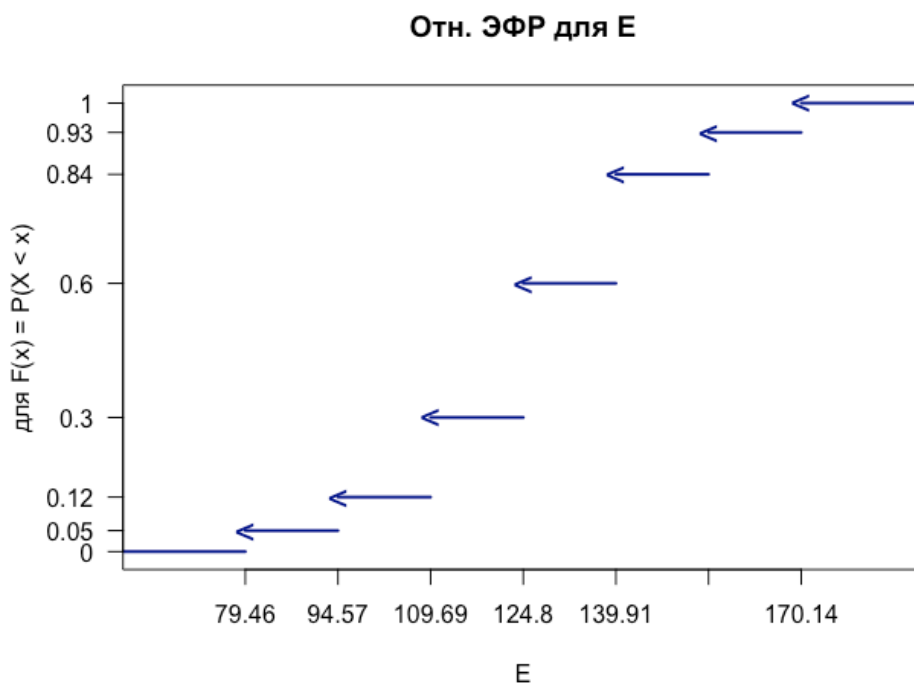


Рисунок 8 – Эмпирическая функция распределения для относительных частот.

Для вычисления точечных статистических оценок заполняется таблица (см. табл. 6):

$x_i$	$n_i$	$\tilde{n}_i$	$u_i$	$u_i * \tilde{n}_i$	$u_i^2 * \tilde{n}_i$	$u_i^3 * \tilde{n}_i$	$u_i^4 * \tilde{n}_i$	$(u_i + 1)^4 * \tilde{n}_i$
79.45714	5	0.04672897	-3	-0.1401869	0.4205607	-1.2616822	3.7850467	7.476636e-01
94.57143	8	0.07476636	-2	-0.1495327	0.2990654	-0.5981308	1.1962617	7.476636e-02
109.68571	19	0.17757009	-1	-0.1775701	0.1775701	-0.1775701	0.1775701	6.477433e-62
124.80000	32	0.29906542	0	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	2.990654e-01
139.91429	26	0.24299065	1	0.2429907	0.2429907	0.2429907	0.2429907	3.887850e+00
155.02857	10	0.09345794	2	0.1869159	0.3738318	0.7476636	1.4953271	7.570093e+00
170.14286	7	0.06542056	3	0.1962617	0.5887850	1.7663551	5.2990654	1.674766e+01
$M_1$		$M_2$		$M_3$		$M_4$		$\sum (u_i + 1)^4 * \tilde{n}_i$
0.15887850		2.10280374		0.71962617		12.19626168		29.3271

Таблица 6 – Таблица вычислений.

$N$  – номер интервала,  $x_i$  – среднее значение интервала,  $n_i$  – абсолютная частота,  $\tilde{n}_i$  – относительная частота,  $u_i$  – условный вариант. В последней строке записана сумма элементов соответствующего столбца. В качестве ложного нуля  $C$  выбрана середина четвертого интервала. В последней строке 6-9 столбцах записаны выборочные условные начальные моменты 1-4 соответственно. Последний столбец является проверочным:

$$\sum_{i=1}^7 (u_i + 1)^4 * \tilde{n}_i = M_4^* + 4M_3^* + 6M_2^* + 4M_1^* + 1 = 29.3271.$$

Сумма в таблице совпадает с рассчитанной выше, таким образом, вычисления произведены верно.

Шаг  $h = 15.11429$ ,

$C = 124.8$ .

Вычисление математического ожидания:

$$\bar{x}_B = M_1^* h + C = 127.20133511$$

Вычисление выборочной дисперсии:

$$D_B = (M_2^* - M_1^{*2}) * h^2 = 474.60150880$$

Несмещенная оценка дисперсии рассчитывается по формуле (3):

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_B = 479.07888153.$$

Среднеквадратичное отклонение рассчитывается по формуле (4):

$$S = \sqrt{S^2} = 21.88787065.$$

Точечная статистическая оценка асимметрии рассчитывается по формуле (5):

$$A = \frac{m_3}{S^3} = \frac{(M_3^* - 3M_1^* M_2^* + 2M_1^{*3}) * h^3}{S^3} = -0.09042543.$$

Точечная статистическая оценка эксцесса рассчитывается по формуле (6):

$$E = \frac{m_4}{S^4} - 3 = \frac{(M_4^* - 4M_3^* M_1^* + 6M_2^{*2} M_1^{*2} - 3M_1^{*4}) * h^4}{S^4} - 3 = -0.25892102$$



Двумерная выборка представлена в таблице 1.

Корреляционная таблица имеет следующий вид:

$x_i y_i$	[71,9,87)	[87,102)	[102,117)	[117,132)	[132,147)	[147,163)	[163,178]	
[340,375)	4	6	2	0	0	0	0	12
[375,410)	1	2	7	2	0	0	0	12
[410,445)	0	0	10	16	1	0	0	27
[445,480)	0	0	0	12	11	0	0	23
[480,515)	0	0	0	2	10	8	1	21
[515,550)	0	0	0	0	4	2	3	9
[550,585]	0	0	0	0	0	0	3	3
	5	8	19	32	26	10	7	107

Таблица 7 – Корреляционная таблица.

Расчет  $r_B$  по формуле (\*):

$$r_B = 0.8825998$$

Составим корреляционную таблицу в условных вариантах:

$u \backslash v$	-3	-2	-1	0	1	2	3	
-3	4	6	2	0	0	0	0	12
-2	1	2	7	2	0	0	0	12
-1	0	0	10	16	1	0	0	27
0	0	0	0	12	11	0	0	23
1	0	0	0	2	10	8	1	21
2	0	0	0	0	4	2	3	9
3	0	0	0	0	0	0	3	3
	5	8	19	32	26	10	7	107

$$\bar{u} = \frac{\bar{x}_B - C_x}{h_x}, \bar{v} = \frac{\bar{y}_B - C_y}{h_y}, S_u = \frac{S_x}{h_x}, S_v = \frac{S_y}{h_y}$$

Расчет  $r_B$  по формуле (\*\*):

$$r_B = 0.8825998$$

Доверительный интервал для коэффициента корреляции :

$$\bar{z}_B = 0,5 \ln \frac{1 - r_\theta}{1 + r_\theta} = 1.38741$$

$$\bar{\sigma}_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}} = 0.006148905$$

$$(1.19522; 1.57960)$$

Переход к  $r_\theta$ :

$$(0.8321907; 0.9185394)$$

Проверка статистической гипотезы о равенстве коэффициента корреляции 0:

$$T_{набл} = \frac{r_B \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}} = 8.929391$$

При  $\alpha = 0,05$ ,  $t_{кр} = 2.570582$ . Следовательно гипотезу следует отвергнуть.

### **Выводы.**

В работе была сформирована вторая выборка и проведена ее первичная обработка. Сформирован ранжированный ряд, на основе которого можно сделать вывод, что значения экспериментальных данных колеблются от 71.9 до 177.7, вариационный ряд, демонстрирующий, что частоты вариант имеют небольшое значение. Выведен интервальный ряд для абсолютных и относительных частот, на основе которого построены полигоны, гистограммы и эмпирические функции. Исходя из графиков полигонов можно сделать вывод, что данные приблизительно подходят под нормальное распределение.

Также были найдены точечные статистические оценки параметров распределения.

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение характеризуют разброс значений относительно математического ожидания.

Коэффициент асимметрии отрицателен, следовательно распределение асимметрично, и левый хвост распределения длиннее правого.

Коэффициент эксцесса отрицательный, следовательно пик распределения около математического ожидания гладкий.

В работе была найдена статистическая оценка коэффициента корреляции двумя способами (значения коэффициента рассчитанные обоими способами совпадают).  $r_B = 0.8825998$ . Границы доверительных интервалов для надежности  $\gamma = 0,95$ : (0.8321907; 0.9185394) покрывает значение коэффициента корреляции.

Проведенная оценка статистической гипотезы посредством критерия Пирсона была принята при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ . Значение коэффициента корреляции близко к единице, следовательно связь близка к линейной.

Проведенная оценка статистической гипотезы о равенстве коэффициента корреляции 0 была отвергнута при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .