**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**
**Кафедра МО ЭВМ**

# ОТЧЕТ

**по лабораторной работе №2**
**по дисциплине «СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ»**
**Тема: Обработка выборочных данных. Нахождение точечных оценок параметров распределения**

| | | |
|---|---|---|
| Студент гр. 5381 | | Лянгузов А. А. |
| Преподаватель | | Середа В.И. |

Санкт-Петербург
2019

**Цель работы.**

Получение практических навыков нахождения точечных статистических оценок параметров распределения.

**Задание.**

Для заданных выборочных данных вычислить с использованием метода моментов и условных вариант точечные статистические оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения, асимметрии и эксцесса исследуемой случайной величины. Полученные результаты содержательно проинтерпретировать.

**Основные теоретические положения.**

*Математическим ожиданием* дискретной случайной величины называется сумма произведений ее возможных значений на соответствующие им вероятности:

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i n_i$$

*Дисперсией* случайной величины называется математическое ожидание квадрата ее отклонения от ее математического ожидания:

$$D(X) = M\left(X - M(X)\right)^2$$

*Среднеквадратическим отклонением* случайной величины X (стандартом) называется квадратный корень из ее дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{D(X)}$$

*Асимметрией, или коэффициентом асимметрии*, называется числовая характеристика, определяемая выражением:

$$As = \frac{m_3}{S^3} \text{ ,где}$$

$m_3$- центральный эмпирический момент третьего порядка;

$S$-исправленная выборочная дисперсия.

*Центральным моментом* порядка K случайной величины X называется математическое ожидание величины:

$$M\left(X-M(X)\right)^{k}=m_k$$

*Исправленная выборочная дисперсия* определяется по формуле:

$$S^2=\frac{N}{N-1}D_B,$$

$D_B=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}\left(x_i-\bar{x}\right)^2 n_i$ -выборочная дисперсия.

*Эксцессом* называется численная характеристика случайной величины, которая определяется выражением:

$Ex=\frac{m_4}{S^4}-3$

Для нормального закона $\frac{m_4}{S^4}=3$. Отсюда следует, что для нормального закона E=0. Смысл термина «эксцесс» состоит в том, что он показывает, как быстро уменьшается плотность распределения вблизи её максимального значения.

*Мода* дискретной случайной величины – это наиболее вероятное значение этой случайной величины. Модой непрерывной случайной величины называется ее значение, при котором плотность вероятности максимальна.

$$M_o(X)=x_{M_o}+h\frac{(m_2-m_1)}{(m_2-m_1)+(m_2-m_3)}$$

где

$x_{M_o}$ - начало модального интервала;

$h$ - длина частичного интервала (шаг);

$m_1$ - частота предмодального интервала;

$m_2$ - частота модального интервала;

$m_3$ - частота послемодального интервала.

*Медиана* случайной величины X – это такое ее значение Me , для которого выполнено равенство

P(X < Me) = P(X > Me)

$$M_e(X) = x_{M_e} + h\frac{0{,}5n - S_{M_e-1}}{n_{M_e}}$$

где

$x_{M_e}$ - начало медианного интервала;

$h$ - длина частичного интервала (шаг);

$n$ - объем совокупности;

$S_{M_e-1}$ - накопленная частота интервала, предшествующая медианному;

$n_{M_e}$ - частота медианного интервала.

**Экспериментальные результаты.**

В ходе выполнения лабораторной работы №1 был получен интервальный ряд представленный в таблице 1.

Ширина интервала: 35.

| Интервалы | Частоты | Середины |
|---|---|---|
| [340; 375) | 12 | 357,5 |
| [375; 410) | 12 | 392,5 |
| [410; 445) | 27 | 427,5 |
| [445; 480) | 23 | 462,5 |
| [480; 515) | 21 | 497,5 |
| [515; 550) | 9 | 532,5 |
| [550; 585) | 3 | 567,5 |

*Таблица 1. Для величины v.*

Количество интервалов определено по формуле Стерджесса:

N = 1 + 3.31 * log(107) ≈ 7

Ширина интервала: 35.

Размер выборки: 107.

**Обработка результатов эксперимента.**

Найдем условные моменты по формуле:

$$\tilde{M}_l = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} \tilde{x}_i^l n_i$$

$$\tilde{x}_i = \frac{1}{h}(x_i - C),$$

где h-длина интервала;

C = $x_4$ - ложный ноль.

Результаты вычислений представлены в таблице 2.

| $x_i$ | $n_i$ | $\tilde{n}_i$ | $u_i$ | $u_i * \tilde{n}_i$ | $u_i^2 * \tilde{n}_i$ | $u_i^3 * \tilde{n}_i$ | $u_i^4 * \tilde{n}_i$ | $(u_i+1)^4 * \tilde{n}_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 357.5 | 12 | 0.11214 | -3 | -0.336448 | 1.009345 | -3.02803 | 9.08411 | 1.7943925 |
| 392.5 | 12 | 0.11214 | -2 | -0.224299 | 0.448598 | -0.89719 | 1.79439 | 0.1121495 |
| 427.5 | 27 | 0.25233 | -1 | -0.252336 | 0.252336 | -0.25233 | 0.25233 | 0.0000000 |
| 462.5 | 23 | 0.21495 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.2149533 |
| 497.5 | 21 | 0.19626 | 1 | 0.196261 | 0.196261 | 0.196261 | 0.19626 | 3.1401869 |
| 532.5 | 9 | 0.08411 | 2 | 0.168224 | 0.336449 | 0.672897 | 1.34579 | 6.8130841 |
| 567.5 | 3 | 0.02803 | 3 | 0.084112 | 0.252336 | 0.757009 | 2.27102 | 7.1775701 |

*Таблица 2. Для величины v.*

Таким образом, условные моменты будут равны:

| $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ | $\sum (u_i+1)^4 * \tilde{n}_i$ |
|---|---|---|---|---|
| -0.36448598 | 2.49532710 | -2.55140187 | 14.94392523 | 19.25233643 |

Проверим правильность вычислений:

$$M4 + 4 * M3 + 6 * M2 + 4 * M1 + 1 = 19.25233643$$

Таким образом, можно сделать вывод, что вычисления проведены верно.

1) Вычислим статистическую оценку математического ожидания:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = 449.74299065$$

2) Вычислим статистическую оценку несмещённой дисперсии:

$$D_B = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} \left(x_i - \bar{x}\right)^2 n_i = 2894.03441349$$

3) Найдем исправленную выборочную дисперсию:

$$S^2 = \frac{N}{N-1} * D_B = 2921.33662493$$

$$S = \sqrt{S^2} = 54.04939061$$

4) Отсюда следует, что несмещённое среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma = S = 54.04939061$$

5)Вычислим ассиметрию:

$$As = \frac{m_3}{S^3} = 0.02180169$$

6) Вычислим эксцесс:

$$Ex = \frac{m_4}{S^4} = -0.68595634$$

**Выводы.**

В работе были найдены точечные статистические оценки параметров распределения. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение характеризуют разброс значений относительно математического ожидания. Из полученного значения асимметрии можно сделать вывод, что мода смещена влево относительно середины распределения, так как $A_s > 0$. Коэффициент эксцесса отрицательный, следовательно пик распределения около математического ожидания очень гладкий.

**Литература.**

1. Середа В.И. Курс лекций по статическим методам обработки экспериментальных данных. Лекция 2, 03.03.2019
2. Егоров В.А. и др. Анализ однородных статистических данных: учеб. пособие: – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2005