**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра МОЭВМ**

**отчет**

**по лабораторной работе №3**

**по дисциплине «Методы статистической обработки данных»**

**Тема: Обработка выборочных данных. Нахождение интервальных оценок параметров распределения. Проверка статистической гипотезы о нормальном законе распределения.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 5381 |  | Лянгузов А. А. |
| Преподаватель |  | Середа В.И. |

Санкт-Петербург

2019

**Цель работы.**

Получение практических навыков вычисления интервальных статистических оценок параметров распределения выборочных данных и проверки «справедливости» статистических гипотез.

**Основные теоретические положения.**

*Доверительный интервал* – интервал, который с заданной надежностью *γ* покрывает заданный параметр.

Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестном СКО *σ* вычисляется по формуле (1):

, где (1)

– оцениваемый параметр (математическое ожидание), – выборочное среднее, – исправленное СКО, – объем выборки, – табличное значение.

Точность оценки вычисляется по формуле (2):

(2)

Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения вычисляется по формуле (3):

, где (3)

– интервальная оценка среднеквадратического отклонения, – исправленное СКО, – табличное значение.

Критерий согласия Пирсона (χ2) применяют для проверки гипотезы о соответствии эмпирического распределения предполагаемому теоретическому распределению.

Критерий Пирсона представлен в формуле (4):

,где (4)

– номер интервала, – интервальные частоты, - теоритические частоты для нормального распределения.

Если , где – табличное значение, то гипотеза отвергнута.

*Примечание: при выполнении работы, некоторые из вышеприведенных формул не были использованы. Вместо них использовались альтернативные подходы, ввиду особенностей (или личного опыта) работы с языком R.*

**Задание.**

Для заданной надежности определить (на основании выборочных данных и результатов выполнения лабораторной работы №2) границы доверительных интервалов для математического ожидания и среднеквадратического отклонения случайной величины. Проверить гипотезу о нормальном распределении исследуемой случайной величины с помощью критерия Пирсона χ2. Дать содержательную интерпретацию полученным результатам.

**Ход выполнения.**

1. Интервальные оценки для мат.ожидания.

Зададим надежность оценки *γ = 0.95*.

Далее вычислим значение *tγ* (точность) как квантиль распределения Стьюдента с N-1 степенью свободы, где N – объем выборки:

Поскольку распределение Стьюдента симметричное и оценка двусторонняя, вычисляем *(1+y)/2 (или –(1-y)/2)* квантиль.

При объеме выборки в 107 измерений, *tγ = 1.983.*

Далее доверительные интервалы строятся по формулам:

1. Для величины v.

В ходе предыдущей лабораторной работы были получены точечные оценки мат.ожидания и СКВО *S* для величины v:

Тогда доверительный интервал:

1. Для величины E.

Аналогично.

Тогда доверительный интервал:

1. Интервальные оценки для среднеквадратического отклонения.

Определим надежность оценки *γ = 0.95*.

Формулы для вычисления доверительного интервала для СКВО:

– это *r-квантиль* распределения хи-квадрат со степенью свободы N-1;

– исправленная выборочная дисперсия;

N – объем выборки.

(Замечание: сделано так, потому что это в языке R есть поддержка автоматизации вычисления *r-квантили*)

1. Для величины v.

В ходе предыдущей лабораторной работы была получена точечная оценка исправленной дисперсии для величины v:

Тогда доверительный интервал:

1. Для величины E.

Аналогично для величины E:

Тогда доверительный интервал:

*Примечание*: доверительные интервалы представляют собой *замкнутые* интервалы так как использовалось определение функции вероятности с нестрогим неравенством: .

1. Проверка простой гипотезы о нормальном распределении с помощью критерия Пирсона χ2.

Нулевая гипотеза *H0: v1, v2, …, vN ~* 𝒩*(x̄в, Dв)* – для величины v.

Нулевая гипотеза *H0: e1, e2, …, eN ~* 𝒩*(x̄в, Dв) -* для величины E*.*

Необходимо вычислить значение хи-квадрат для имеющегося интервального ряда и сравнить его с критическим значением. Критическое значение полагается равным квантили распределения хи-квадрат с (K-3) степенями свободы, где K – количество интервалов в интервальном ряду.

Если вычисленное по интервальному ряду значение превосходит критическое, то гипотеза отклоняется на данном уровне значимости.

Выберем уровень значимости α = 0.05.

Тогда критическое значение:

Для вычисления интервального хи-квадрат составим таблицу.

1. Для величины v.

Fth – функция распределения для нормального закона с мат. ожиданием и исправленной дисперсией .

Пятый и шестой столбец в таблице содержат соответствующие значения функции распределения в точках левой (leftB) и правой (rightB) границ интервалов (значения были получены с помощью встроенной функции pnorm в языке R).

Седьмой столбец таблицы содержит разницу между значениями шестой и пятой столбцов, а именно вероятность попадания в данный интервал.

Последний столбец вычисляется по формуле

где *N* – объем выборки, *i* – номер интервала.

Данный столбец содержит искомые теоретические частоты, то есть показывает, сколько «попаданий» (абсолютная частота) элементов выборки объема N должно быть в данном интервале, если элементы выборки действительно распределены по нормальному закону с заданными параметрами.

| Интервалы | Середины | Частоты абс. | Частоты отн. | FthLB | FthRB | FthRB - FthLB | Теор. частоты |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| [340; 375) | 357,5 | 12 | 0.11214953 | 0.00000000 | 0.08335319 | 0.08335319 | 8.918791 |
| [375; 410) | 392,5 | 12 | 0.11214953 | 0.08335319 | 0.23107574 | 0.14772255 | 15.806313 |
| [410; 445) | 427,5 | 27 | 0.25233645 | 0.23107574 | 0.46503654 | 0.23396080 | 25.033806 |
| [445; 480) | 462,5 | 23 | 0.21495327 | 0.46503654 | 0.71219308 | 0.24715654 | 26.445750 |
| [480; 515) | 497,5 | 21 | 0.19626168 | 0.71219308 | 0.88635301 | 0.17415993 | 18.635112 |
| [515; 550) | 532,5 | 9 | 0.08411215 | 0.88635301 | 0.96819580 | 0.08184279 | 8.757178 |
| [550; 585) | 567,5 | 3 | 0.02803738 | 0.96819580 | 1.00000000 | 0.03180420 | 3.403050 |

Тогда значение хи-квадрат:

*Полученное значение хи-квадрат меньше критического ( ), следовательно нулевая гипотеза принимается при уровне значимости* α = 0.05.

1. Для величины E.

| Интервалы | Середины | Частоты абс. | Частоты отн. | FthLB | FthRB | FthRB - FthLB | Теор. частоты |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| [71.9,87) | 79.45714 | 5 | 0.04672897 | 0.00000000 | 0.03317572 | 0.03317572 | 3.549802 |
| [87,102) | 94.57143 | 8 | 0.07476636 | 0.03317572 | 0.12599908 | 0.09282336 | 9.932099 |
| [102,117) | 109.68571 | 19 | 0.17757009 | 0.12599908 | 0.32456289 | 0.19856381 | 21.246327 |
| [117,132) | 124.80000 | 32 | 0.29906542 | 0.32456289 | 0.59311119 | 0.26854830 | 28.734668 |
| [132,147) | 139.91429 | 26 | 0.24299065 | 0.59311119 | 0.82279986 | 0.22968868 | 24.576689 |
| [147,163) | 155.02857 | 10 | 0.09345794 | 0.82279986 | 0.94701988 | 0.12422002 | 13.291542 |
| [163,178] | 170.14286 | 7 | 0.06542056 | 0.94701988 | 1.00000000 | 0.05298012 | 5.668873 |

Тогда значение хи-квадрат:

*Полученное значение хи-квадрат меньше критического ( ), следовательно нулевая гипотеза принимается при уровне значимости* α = 0.05.

**Выводы.**

В работе были найдены границы доверительных интервалов для математического ожидания и среднеквадратического отклонения случайной величины для надежности γ = 0,95. Доверительный интервал для математического ожидания и покрывает значение математического ожидания и соответсвенно, те же выводы можно сделать и для доверительного интервала СКО. Проведенная оценка статистической гипотезы посредством критерия Пирсона принята для обеих исследуемых величин при уровне значимости