

«Применение систем алгебраических уравнений в профессиональной деятельности»

Системы линейных алгебраических уравнений являются очень полезным инструментом, который применяется для решения задач в различных областях деятельности.

Они широко используются в задачах экономики, физики, химии и других науках.

Примеры решения простейших задач в различных областях:

1. Математика и физика

Задача 1

Катер за 3 ч движения против течения реки и 2 часа по течению проходит 73 км. Найдите собственную скорость катера и скорость течения, если за 4 ч движения по течению катер проходит на 29 км больше, чем за 3 ч движения против течения.

Решение:

Пусть v - скорость катера (км/ч), u - скорость течения (км/ч).

Тогда, составив систему линейных уравнений, получаем:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3(v - u) + 2(v + u) = 73 \\ 4(v + u) - 3(v - u) = 29 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3v - 3u + 2v + 2u = 73 \\ 4v + 4u - 3v + 3u = 29 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} 5v - u = 73 \\ v + 7u = 29 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 5(29 - 7u) - u = 73 \\ v = 29 - 7u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 145 - 35u - u = 73 \\ v = 29 - 7u \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} -36u = -72 \\ v = 29 - 7u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 15 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: скорость катера 15 км/ч и скорость течения 2 км/ч.

Задача 2

Велосипедист планирует добраться из пункта А в пункт В. Если он будет ехать на 3 км/ч быстрее, чем обычно, он доберётся на 1 час раньше. А если он будет ехать на 2 км/ч медленней, чем обычно, то – на 1 час позже. Найдите обычную скорость велосипедиста и время поездки при этой скорости.

Решение:

Пусть v – обычная скорость велосипедиста (км/ч), t – обычное время (ч).

Расстояние между А и В неизменно, и по условию равно:

$$s_{AB} = vt = (v + 3)(t - 1) = (v - 2)(t + 1)$$

Тогда, составив систему линейных уравнений, получаем:

$$\begin{aligned} \begin{cases} vt = (v + 3)(t - 1) \\ vt = (v - 2)(t + 1) \end{cases} &\Rightarrow (-) \begin{cases} vt = vt - v + 3t - 3 \\ vt = vt + v - 2t - 2 \end{cases} \Rightarrow (+) \begin{cases} v - 3t = -3 \\ -v + 2t = -2 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} -t = -5 \\ v = 2t + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 5 \\ v = 12 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: обычная скорость 12 км/ч, время 5 ч.

2. Химия

Задача

5 г хлорида магния получено при обработке 6,5 граммов смеси оксида и бромида магния соляной кислотой. Определить состав смеси.

Дано:

$$m(\text{MgO} + \text{MgBr}_2) = 6,5 \text{ г}$$

$$m(\text{MgCl}_2) = 5 \text{ г}$$

$$M(\text{MgO}) = 40 \text{ г/моль}$$

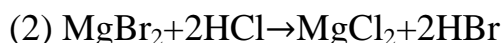
$$M(\text{MgBr}_2) = 184 \text{ г/моль}$$

$$M(\text{MgCl}_2) = 95 \text{ г}$$

$$m(\text{MgO}) - ?$$

$$m(\text{MgBr}_2) - ?$$

Решение:



$$(1) 40 \text{ г/моль} \rightarrow 95 \text{ г/моль}$$

$$(2) 184 \text{ г/моль} \rightarrow 95 \text{ г/моль}$$

Тогда составим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{95}{40} * x + \frac{95}{184} * y = 6.5 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{721}{342} \\ y = \frac{989}{342} \end{cases}$$

Ответ: MgO – 2.108г, MgBr₂ – 2.892г.

3. Экономика

Задача

С двух заводов поставляются автомобили для двух автохозяйств, потребности которых соответственно 180 и 260 машин. Первый завод выпустил 240 машин, а второй – 200 машин. Известны затраты на перевозку машин с завода на каждое автохозяйство:

Завод	Затраты на перевозку в автохозяйство, ден. ед.	
	1	2
1	8	10
2	12	10

Минимальные затраты на перевозку равны 4360 ден. ед. Найти оптимальный план перевозок машин.

Решение:

Составим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} X_{11} + X_{21} = 180 \\ X_{12} + X_{22} = 260 \\ X_{11} + X_{12} = 240 \\ X_{21} + X_{22} = 200 \\ 8 * X_{11} + 10 * X_{12} + 12 * X_{21} + 10 * X_{22} = 4360 \end{cases}$$

Решая данную систему любым из известных способов, получаем, что:

$$\begin{cases} X_{11} = 100 \\ X_{12} = 140 \\ X_{21} = 80 \\ X_{22} = 120 \end{cases}$$

Ответ: оптимальный план перевозок машин предполагает перевозку из завода 1 в автохозяйство 1 100 машин и в автохозяйство 2 – 140 машин; из завода 2 в автохозяйство 1 – 80 машин и в автохозяйство 2 – 120 машин.