

Лабораторная работа № 5
Вычислительный эксперимент
«Исследование колебаний механической системы»

Работу выполнили:

Стецук Максим

Сафин Рамаз

Оглавление:

- Отчёт Стецук Максима: стр. 3-7;
- Отчёт Сафина Рамаза: стр. 8-12;
- Ссылка на скринкаст: стр. 13.

Отчет по Лабораторной работе №5 Стецук Максима

Цель работы

Организовать и провести вычислительный эксперимент для исследования колебаний механической системы.

Используемое оборудование

ПК, Microsoft Excel, Microsoft Word

Задание 1

Построить график зависимости смещения x от времени t ($x = x(t)$).

Математическая модель:

$$x(t) = \frac{mg}{k} * (1 - \cos(\omega_0 t)) \quad (1)$$

где

x – смещение;

m – масса груза;

g – ускорение свободного падения;

k – жёсткость пружины;

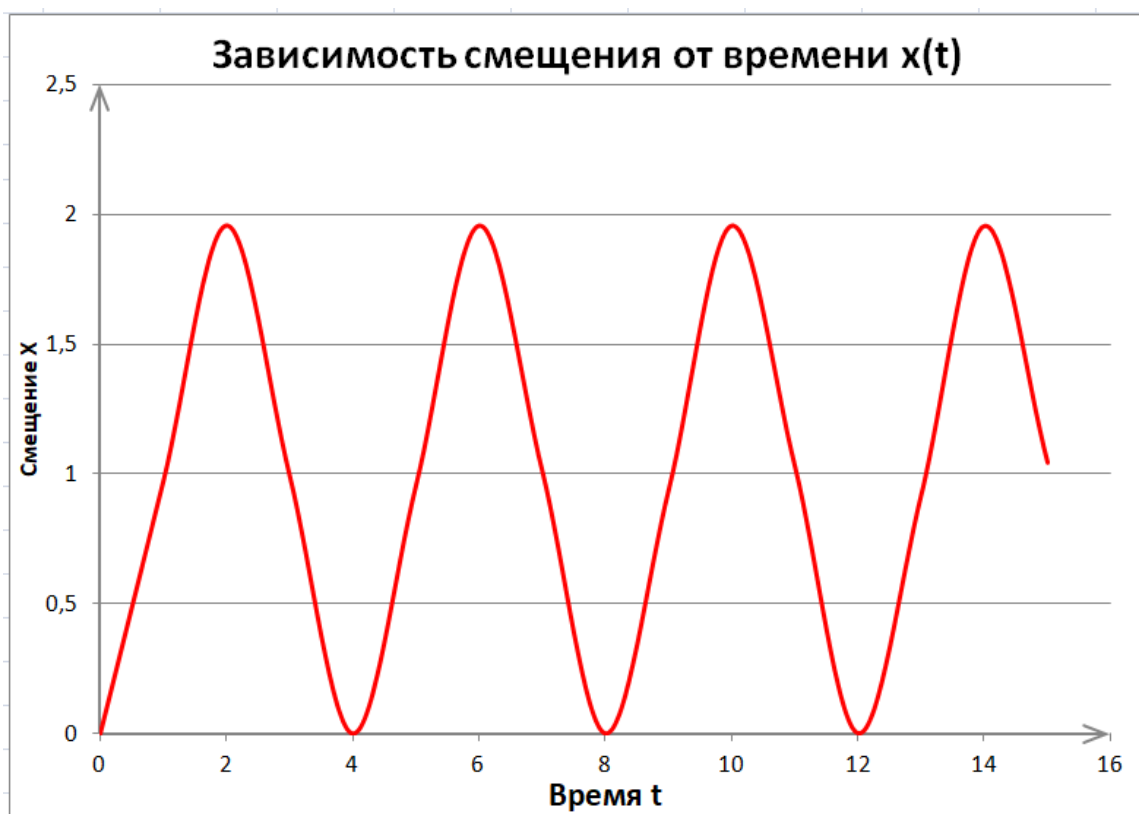
ω_0 – циклическая частота;

t – время.

Начальные значения:

Масса груза	m	10
Ускорение свободного падения	g	9,8
Жёсткость пружины	k	100
Циклическая частота	ω_0	11

Для построения графика зависимости смещения от времени, воспользуемся формулой (1), подставив в неё начальные значения, и подставляя различные значения параметра t (времени):



Полученные значения x в зависимости от времени:

t	$x(t)$
0	0
1	0,9757
2	1,96
3	0,993
4	0,0002
5	0,9583
6	1,9597
7	1,0104
8	0,0006
9	0,941
10	1,959
11	1,0277
12	0,0014
13	0,9236
14	1,9581
15	1,045

Мы вычислили значения x и построили график, который описывает колебания пружинного маятника. Из полученного графика и полученных значений мы выяснили, что функция $x(t)$ является правильной косинусойдой, а значит, система совершает гармонические колебания с размахом колебаний не превышающим 2.

Также из полученных значений мы можем сказать, что данная система совершает колебания около $x=0.98$

Анализируя данную работу и прошлую, можно прийти к выводу, что и в механической системе и в электромагнитной системе колебания происходят из-за перехода одного вида в другой и обратно, а именно:

Механическая система:

В механической системе данный процесс возникает из-за периодического изменения потенциальной и кинетической энергии. В точке равновесия системы тело имеет максимальную скорость, а значит, кинетическая энергия максимальна, а в точке максимального отклонения, скорость тела равна нулю, а значит кинетическая энергия минимально. С потенциальной энергией всё наоборот, ведь в точке равновесия системы она минимальна, а в точке максимального отклонения она максимальна.

Электромагнитная система:

В электрической цепи происходят аналогичные превращения, только из-за энергии электрического поля и магнитного поля. При разряженном конденсаторе энергия электрического поля равна нулю, а энергия магнитного поля максимальна, но при заряде конденсатора энергия электрического поля будет возрастать, а энергия электромагнитного поля будет падать.

Математическая модель для описания движения данной колебательной системы (пружинного маятника), используя закон сохранения энергии:

Потенциальная энергия для упругодеформированного тела с коэффициентом жёсткости k :

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Кинетическая энергия:

$$Ek = \frac{mV^2}{2}$$

Закон сохранения энергии:

$$Ep + Ek = \text{const}$$

Значит:

$$(Ek + Ep)' = 0 \quad (2)$$

Найдём производные для потенциальной и кинетической энергии:

$$Ek' = \left(\frac{mV^2}{2}\right)' = mVa \quad Ep' = \left(\frac{kx^2}{2}\right)' = kxV$$

Тогда, подставив в формулу (2) получаем:

$$mVa + kxV = 0$$

Значит:

$$x = -\frac{ma}{k}$$

Математическая модель для описания движения колебательной системы (математического маятника), используя закон сохранения энергии:

Потенциальная энергия:

$$Ep = mgl * \frac{x^2}{2}$$

Кинетическая энергия:

$$Ek = \frac{mV^2}{2}$$

Закон сохранения энергии:

$$Ep + Ek = \text{const}$$

Значит (аналогично 1-му случаю):

$$(Ek + Ep)' = 0$$

Найдём производные для потенциальной и кинетической энергии:

$$Ep' = mglx$$

$$Ek' = mVa$$

Тогда, подставив в формулу (2) получаем:

$$mglx + mVa = 0$$

Значит:

$$x = -\frac{Va}{glx}$$

Вывод:

В данной работе мы исследовали колебательный процесс, происходящий в механической системе на примере движения пружинного маятника. Мы построили график смещения от времени $x(t)$, а также, проанализировав его и полученные значения, мы ответили на дополнительные вопросы. Также мы разработали математические модели с помощью ЗСЭ для данного маятника и простейшего математического маятника.

Отчет по Лабораторной работе №5 Сафина Рамаза

Цель работы

Организовать и провести вычислительный эксперимент для исследования колебаний механической системы.

Используемое оборудование

ПК, Microsoft Excel, Microsoft Word

Задание 1

Построить график зависимости смещения x от времени t ($x = x(t)$).

Математическая модель:

$$x(t) = \frac{mg}{k} * (1 - \cos(\omega_0 t)) \quad (1)$$

где

x – смещение;

m – масса груза;

g – ускорение свободного падения;

k – жёсткость пружины;

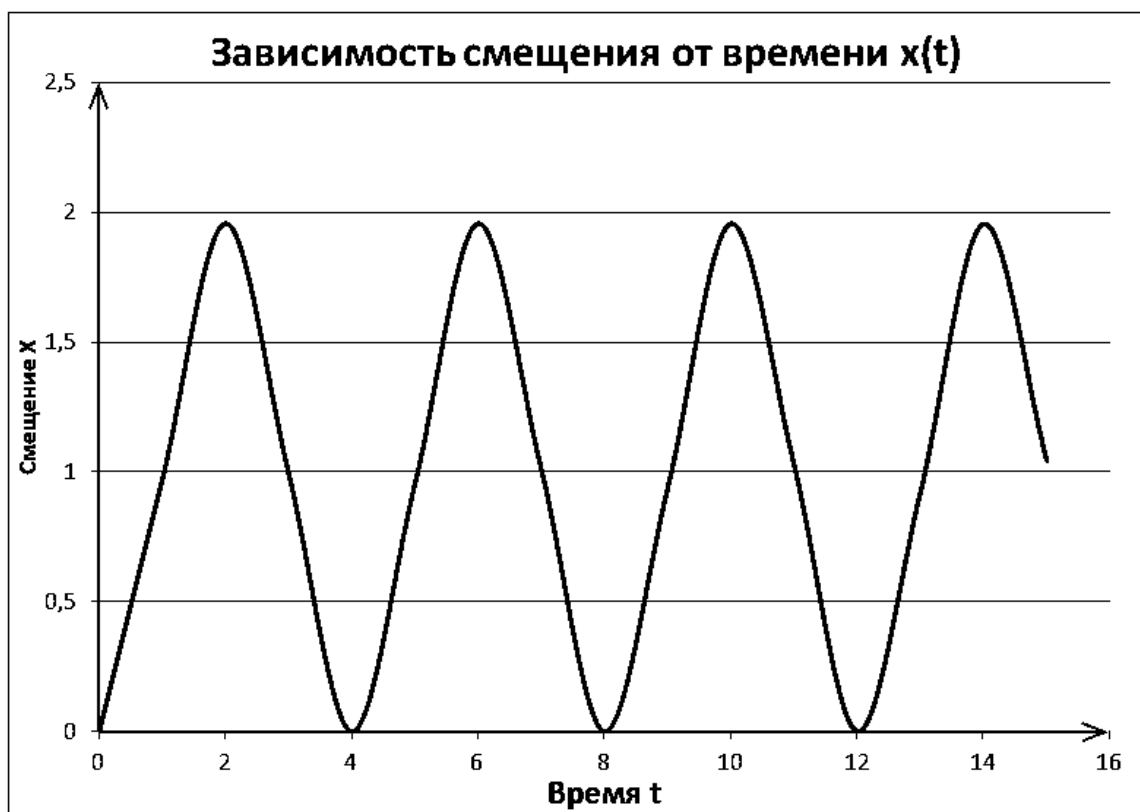
ω_0 – циклическая частота;

t – время.

Начальные значения:

Масса груза	m	10
Ускорение свободного падения	g	9,8
Жёсткость пружины	k	100
Циклическая частота	ω_0	11

Для построения графика зависимости смещения от времени, воспользуемся формулой (1), подставив в неё начальные значения, и подставляя различные значения параметра t (времени):



Полученные значения x в зависимости от времени:

t	$x(t)$
0	0
1	0,9757
2	1,96
3	0,993
4	0,0002
5	0,9583
6	1,9597
7	1,0104
8	0,0006
9	0,941
10	1,959
11	1,0277
12	0,0014
13	0,9236
14	1,9581
15	1,045

Мы вычислили значения x и построили график, который описывает колебания пружинного маятника. Из полученного графика и полученных значений мы выяснили, что функция $x(t)$ является правильной косинусойдой, а значит, система совершает гармонические колебания с размахом колебаний не превышающим 2.

Также из полученных значений мы можем сказать, что данная система совершает колебания около $x=0.98$

Анализируя данную работу и прошлую, можно прийти к выводу, что и в механической системе и в электромагнитной системе колебания происходят из-за перехода одного вида в другой и обратно, а именно:

Механическая система:

В механической системе данный процесс возникает из-за периодического изменения потенциальной и кинетической энергии. В точке равновесия системы тело имеет максимальную скорость, а значит, кинетическая энергия максимальна, а в точке максимального отклонения, скорость тела равна нулю, а значит кинетическая энергия минимально. С потенциальной энергией всё наоборот, ведь в точке равновесия системы она минимальна, а в точке максимального отклонения она максимальна.

Электромагнитная система:

В электрической цепи происходят аналогичные превращения, только из-за энергии электрического поля и магнитного поля. При разряженном конденсаторе энергия электрического поля равна нулю, а энергия магнитного поля максимальна, но при заряде конденсатора энергия электрического поля будет возрастать, а энергия электромагнитного поля будет падать.

Математическая модель для описания движения данной колебательной системы (пружинного маятника), используя закон сохранения энергии:

Потенциальная энергия для упругодеформированного тела с коэффициентом жёсткости k :

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Кинетическая энергия:

$$Ek = \frac{mV^2}{2}$$

Закон сохранения энергии:

$$Ep + Ek = \text{const}$$

Значит:

$$(Ek + Ep)' = 0 \quad (2)$$

Найдём производные для потенциальной и кинетической энергии:

$$Ek' = \left(\frac{mV^2}{2}\right)' = mVa \quad Ep' = \left(\frac{kx^2}{2}\right)' = kxV$$

Тогда, подставив в формулу (2) получаем:

$$mVa + kxV = 0$$

Значит:

$$x = -\frac{ma}{k}$$

Математическая модель для описания движения колебательной системы (математического маятника), используя закон сохранения энергии:

Потенциальная энергия:

$$Ep = mgl * \frac{x^2}{2}$$

Кинетическая энергия:

$$Ek = \frac{mV^2}{2}$$

Закон сохранения энергии:

$$Ep + Ek = \text{const}$$

Значит (аналогично 1-му случаю):

$$(Ek + Ep)' = 0$$

Найдём производные для потенциальной и кинетической энергии:

$$Ep' = mglx$$

$$Ek' = mVa$$

Тогда, подставив в формулу (2) получаем:

$$mglx + mVa = 0$$

Значит:

$$x = -\frac{Va}{gl}$$

Вывод:

В данной работе мы исследовали колебательный процесс, построили график смещения от времени $x(t)$, а также, проанализировав его и полученные значения, мы ответили на дополнительные вопросы. Также мы разработали математические модели с помощью ЗСЭ для данного маятника и простейшего математического маятника.

Ссылка на скринкаст:

https://drive.google.com/file/d/1Npjlwzz79Dw2Y_3P1h3AMW-x6oWgQ5GR/view