"Справочник по формулам Maxima, используемых при работе с уравнениями".

Ввод и использование уравнений в Maxima

Уравнения, как и выражения, могут использоваться, как записанные прямо в команду, так и быть заменены на переменную, которой будет присвоено значение нашего уравнения.

Общий вид присваивания: eq:"уравнение"

Пример:

```
→ eq:(x+3)·(2·x−1)=0;
(%o1) (x+3) (2 x−1)=0
```

$$(x+3)(2x-1)=0$$

```
→ eq:x^2−2·(a+b)·x+4·a·b=0;
(%o54) x^2 −2 (b+a) x +4 a b=0
```

$$x^2-2(b+a)x+4ab=0$$

```
→ eq1:0·x1+4·x2−x3+3·x4=1;
  eq2:x1+0·x2+0·x3+2·x4=1;
  eq3:x1+4·x2−x3+0·x4=−3;
  eq4:0·x1+0·x2−x3+2·x4=0;
(%o87) 3 x4 −x3 +4 x2 =1
(%o88) 2 x4 +x1 =1
(%o89) −x3 +4 x2 +x1 =−3
(%o90) 2 x4 −x3 =0
```

!!!Для работы с уравнениями, удобнее присваивать его какой либо переменной, чтобы в дальнейшем свободно к нему обращаться.

Способы решения уравнений и систем уравнений

1. Решение линейных и нелинейных уравнений относительно известной переменной.

Для данной цели используют функцию **solve(expr,x)**, где expr – заданное уравнение, а x – переменная относительно которой необходимо решить уравнение.

Примеры решений:

```
eq:x^2+p·x+p^2/4=m;
```

(%o18) $x^2+p\,x+\frac{p^2}{4}=m$

```
solve(eq,x);
```

(%o19) $\left[x=-\frac{p+2\sqrt{m}}{2},x=\frac{2\sqrt{m}-p}{2}\right]$

```
eq:x^2+p·x+q=0;
```

(%o20) $x^2+p\,x+q=0$

```
solve(eq,x);
```

(%o21) $\left[x=-\frac{\sqrt{p^2-4\,q}+p}{2},x=\frac{\sqrt{p^2-4\,q}-p}{2}\right]$

```
eq:x^2−2·a·x+a^2−b^2=0;
```

(%o52) $x^2-2\,a\,x-b^2+a^2=0$

```
solve(eq,x);
```

(%o53) $[x=a-b,x=b+a]$

```
eq:x^2−2·(a+b)·x+4·a·b=0;
```

(%o54) $x^2-2\,(b+a)\,x+4\,a\,b=0$

```
solve(eq,x);
```

(%o55) $[x=2\,b,x=2\,a]$

2. Решение линейных и нелинейных уравнений относительно известной переменной.

Для данной цели используют функцию **solve(expr)**, где expr – заданное уравнение.

!!!Необходимо помнить, что для работы данной функции, начальное уравнение должно содержать ровно одну неизвестную переменную.

Примеры решений:

```
eq:sqrt(2)·x^2−10·x+8·sqrt(2)=0;
```

(%o32) $\sqrt{2}\,x^2-10\,x+2^{7/2}=0$

```
solve(eq);
```

(%o33) $\left[x=\sqrt{2},x=2^{5/2}\right]$

```
eq:(x−1)·(x−2)−(x−2)·(x−3)=2·(x−2)·(x−4);
```

(%o34) $(x-2)\,(x-1)-(x-3)\,(x-2)=2\,(x-4)\,(x-2)$

```
solve(eq);
```

(%o35) $[x=2,x=5]$

```
eq:1+2/(x-1)-6/(x^2-1)=3/(x+1);
```
(%o40) $-\frac{6}{x^2-1}+\frac{2}{x-1}+1=\frac{3}{x+1}$

```
solve(eq);
```
(%o41) $[x=2]$

```
eq:(x+1)/(2·x-2)=x/(x-1)+(7-2·x)/(2·x+2);
```
(%o42) $\frac{x+1}{2x-2}=\frac{7-2x}{2x+2}+\frac{x}{x-1}$

```
solve(eq);
```
(%o43) $[x=8]$

```
eq:(x+2)/(x-2)+x·(x-4)/(x^2-4)=(x-2)/(x+2)-4·(1+x)/(4-x^2);
```
(%o44) $\frac{(x-4)x}{x^2-4}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{x-2}{x+2}-\frac{4(x+1)}{4-x^2}$

```
solve(eq);
```
(%o45) [ ]

Полезные функции:

1)Команда подстановки ev(expr,n), где expr – исходное уравнение, а x – число которое мы хотим подставить в уравнение.

Данную команду чаще всего используют для проверки верности решения того или иного уравнения.

Пример:

```
eq:x^3+1=0;
```
(%o2) $x^3+1=0$

```
resh:solve(eq, x);
```
(%o3) $\left[x=-\frac{\sqrt{3}\,\%i-1}{2},x=\frac{\sqrt{3}\,\%i+1}{2},x=-1\right]$

```
expand(ev(eq,resh[1]));
expand(ev(eq,resh[2]));
expand(ev(eq,resh[3]));
```
(%o6) $0=0$
(%o7) $0=0$
(%o8) $0=0$

```
eq1:x+2·y+3·z+4·k+5·m=13;
eq2:2·x+y+2·z+3·k+4·m=10;
eq3:2·x+2·y+z+2·k+3·m=11;
eq4:2·x+2·y+2·z+k+2·m=6;
eq5:2·x+2·y+2·z+2·k+m=3;
```
(%o11) $3z+2y+x+5m+4k=13$
(%o12) $2z+y+2x+4m+3k=10$
(%o13) $z+2y+2x+3m+2k=11$
(%o14) $2z+2y+2x+2m+k=6$
(%o15) $2z+2y+2x+m+2k=3$

```
solve([eq1,eq2,eq3,eq4,eq5],[x,y,z,m,k]);
```
(%o16) $[[x=0,y=2,z=-2,m=3,k=0]]$

```
ev([eq1,eq2,eq3,eq4,eq5],[%]);
```
(%o17) $[13=13,10=10,11=11,6=6,3=3]$

2)Команда для нахождения приближенных решений allroots(expr), expr – исходное уравнение с одной неизвестной.

Данная команда находит приближенные значения корней уравнения в численной форме(удобно применять, если результат получается громоздким).

Пример:

```
→ eq:(1+2·x)^3=13.5·(1+x^5);
(%o9) (2 x+1)^3=13.5 (x^5+1)

→ allroots(eq);
(%o10) [x=0.8296749902129361,x=−1.015755543828121,x=0.9659625152196369 %i−0.4069597231924075,x=−0.9659625152196369 %i−
0.4069597231924075,x=1.0]
```

3. Решение систем линейных уравнений.

Для данной цели также используют функцию **solve**, но в круглых скобках вводятся 2 массива, а именно массив уравнений и массив неизвестных.

Общий вид команды: solve([eq1,eq2,…],[a1,a2,…]), где eq –уравнения системы, а “a” – неизвестные параметры системы.

Пример решения:

```
→ eq1:0·x1+4·x2−x3+3·x4=1;
  eq2:x1+0·x2+0·x3+2·x4=1;
  eq3:x1+4·x2−x3+0·x4=−3;
  eq4:0·x1+0·x2−x3+2·x4=0;
(%o87) 3 x4−x3+4 x2=1
(%o88) 2 x4+x1=1
(%o89) −x3+4 x2+x1=−3
(%o90) 2 x4−x3=0

→ solve([eq1,eq2,eq3,eq4],[x1,x2,x3,x4]);
(%o91) [[x1=−1,x2=0,x3=2,x4=1]]
```

Проверка найденных решений системы:

Осуществляется, как и в уравнениях, с помощью команды подстановки ev.

Пример подстановки в системе линейных уравнений:

```
→ solve([eq1,eq2,eq3,eq4,eq5],[x,y,z,m,k]);
(%o16) [[x=0,y=2,z=−2,m=3,k=0]]

→ ev([eq1,eq2,eq3,eq4,eq5],[%]);
(%o17) [13=13,10=10,11=11,6=6,3=3]
```

4. Решение систем нелинейных уравнений.

Для данной цели используют функцию **algsys**.

Общий вид команды: algsys([eq1,eq2,…],[a1,a2,…]), где eq –уравнения системы, а “a” – неизвестные параметры системы.

Примеры решения:

```
→ ur1:(x+0.2)^2+(y+0.3)^2=1;
  ur2:x+y=0.9;
```

(%o92) $(y+0.3)^2+(x+0.2)^2=1$

(%o93) $y+x=0.9$

```
→ algsys([ur1,ur2],[x,y]);
```

(%o94) $\left[\left[x=\frac{2}{5},y=\frac{1}{2}\right],\left[x=\frac{3}{5},y=\frac{3}{10}\right]\right]$

```
→ ur1:x^3+y^3=7;
  ur2:x^3·y^3=-8;
```

(%o95) $y^3+x^3=7$

(%o96) $x^3\,y^3=-8$

```
→ algsys([ur1,ur2],[x,y]);
```

(%o97) $\left[[x=-\sqrt{3}\,\%i-1,y=-1],\left[x=-\sqrt{3}\,\%i-1,y=\frac{\sqrt{3}\,\%i+1}{2}\right],[x=\sqrt{3}\,\%i-1,y=-1],\left[x=\sqrt{3}\,\%i-1,y=-\frac{\sqrt{3}\,\%i-1}{2}\right],\left[x=-\frac{\sqrt{3}\,\%i-1}{2},y=2\right],\right.$
$\left[x=-\frac{\sqrt{3}\,\%i-1}{2},y=\sqrt{3}\,\%i-1\right],\left[x=\frac{\sqrt{3}\,\%i+1}{2},y=2\right],\left[x=\frac{\sqrt{3}\,\%i+1}{2},y=-\sqrt{3}\,\%i-1\right],[x=-1,y=-\sqrt{3}\,\%i-1],[x=-1,y=\sqrt{3}\,\%i-1],\left[x=2,y=-\frac{\sqrt{3}\,\%i-1}{2}\right],$
$\left[x=2,y=\frac{\sqrt{3}\,\%i+1}{2}\right],\left[x=-\frac{\sqrt{3}\,\%i-1}{2},y=-\sqrt{3}\,\%i-1\right],\left[x=\frac{\sqrt{3}\,\%i+1}{2},y=\sqrt{3}\,\%i-1\right],\left[x=-\sqrt{3}\,\%i-1,y=-\frac{\sqrt{3}\,\%i-1}{2}\right],\left[x=\sqrt{3}\,\%i-1,y=\frac{\sqrt{3}\,\%i+1}{2}\right],$
$\left.[x=2,y=-1],[x=-1,y=2]\right]$

```
→ ur1:y^2-x·y=-12;
  ur2:x^2-x·y=28;
```

(%o98) $y^2-x\,y=-12$

(%o99) $x^2-x\,y=28$

```
→ algsys([ur1,ur2],[x,y]);
```

(%o100) $[[x=-7,y=-3],[x=7,y=3]]$

```
(%i4) ur1:u^2+u·v=15;
      ur2:v^2+u·v=10;
```

(%o3) $u\,v+u^2=15$

(%o4) $v^2+u\,v=10$

```
(%i5) algsys([ur1,ur2],[u,v]);
```

(%o5) $[[u=3,v=2],[u=-3,v=-2]]$