

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**

**ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А. И. ГЕРЦЕНА»**

Институт информационных технологий и технологического образования

Кафедра информационных технологий и электронного обучения

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Направление подготовки: «Информатика и вычислительная техника»

Руководитель:

доктор педагогических наук, профессор

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ Е. З. Власова

Автор работы студент

2 группы 1 подгруппы

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ М.Н. Стецук

Санкт-Петербург

2021

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Глава 1 Теоретический блок	
1.1 Колебательные процессы.....	4
1.2 Математический и пружинный маятники.....	5
1.3 Электромагнитные колебания. Колебательный контур.....	6
Глава 2 Практический блок	
2.1 Колебательный контур.....	8
2.2 Пружинный маятник.....	12
Заключение.....	15
Список литературы.....	16

## ВВЕДЕНИЕ

Актуальность изучения данной темы заключается в том, что колебательные процессы широко распространены в нашем мире, но не стоит ограничивать это понятие только наукой, ведь даже природа не является линейным процессом, а совершает своего рода колебания.

Может казаться, что люди нашли способ применения колебательных процессов относительно недавно, но это не так. Человек уже с давних времён применяет их в своей жизни, так например, ещё в конце 16 века были изобретены первые маятниковые часы, а, как известно, маятник является простейшим примером колебательного движения.

Данное исследование важно в современном мире. Колебательные процессы используются как в повседневной жизни, в предметах, которые стали привычными для людей, так и в тех сферах, о которых далеко не каждый имеет хотя бы минимальное представление. Колебательные процессы используются людьми постоянно. В настоящее время большинство людей ежедневно пользуются различной техникой, но мало кто знает, что даже в ней используются колебательные процессы. Так, например, колебательные процессы широко применяются в бытовых приборах, а также для осуществления мобильной связи используются именно электромагнитные колебания, посредством которых и появляется возможность передачи информации от одного человека другому.

Целью исследования является изучения колебательных процессов и их компьютерное моделирование.

Под задачами исследования выделены несколько пунктов:

- Изучение специальной литературы по теме данного исследования;
- Рассмотрение содержания ключевых понятий и определений;
- Компьютерное моделирование механических колебаний и электромагнитных колебаний на примере простейшего пружинного маятника и простейшего колебательного контура соответственно.

При выполнении курсовой работы были использованы учебная и справочная литература, а также электронные ресурсы и ресурсы сети Интернет.

## Глава 1 Теоретический блок

### 1.1 Колебательные процессы

Колебательный процесс - периодический или почти периодический процесс, который повторяется через одинаковые или почти одинаковые промежутки времени.

Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям. Например, колебания тока в электрической цепи и колебания математического маятника могут описываться одинаковыми уравнениями. Общность колебательных закономерностей позволяет рассматривать колебательные процессы различной природы с единой точки зрения.

Основным признаком колебательного движения является его периодичность. Колеблющееся тело за одно колебание дважды проходит положение равновесия. Колебания характеризуются такими величинами как период, частота, амплитуда и фаза колебаний.

Амплитуда – это наибольшее смещение колеблющейся величины от положения равновесия.

При малых амплитудах путь пройденный телом за одно полное колебание равен примерно четырем амплитудам.

Промежуток времени, в течение которого тело совершает одно полное колебание, называют периодом колебаний.

Период – это время одного полного колебания.

Чтобы найти период колебаний нужно разделить время колебаний на число колебаний:

$$T = \frac{t}{N} \quad (1)$$

Частота колебаний – это число колебаний за единицу времени.

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (2)$$

Фаза колебаний – это физическая величина определяющая отклонение колеблющейся величины от положения равновесия в данный момент времени.

## 1.2 Математический и пружинный маятники

### Пружинный маятник

Пружинный маятник — механическая система, состоящая из пружины с коэффициентом упругости (жёсткостью)  $k$ , один конец которой жёстко закреплён, а на втором находится груз массы  $m$ .

Период колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3)$$

$T$  — период колебаний пружинного маятника;

$m$  — масса подвешенного груза;

$k$  — жёсткость пружины.

### Математический маятник

Математический маятник — осциллятор, представляющий собой механическую систему, состоящую из материальной точки на конце невесомой нерастяжимой нити или лёгкого стержня и находящуюся в однородном поле сил тяготения. Другой конец нити (стержня) обычно неподвижен.

Осциллятор (лат. *oscillo* — качаюсь) — система, совершающая колебания, то есть, показатели которой периодически повторяются во времени.

Период малых собственных колебаний маятника длины  $L$ , подвешенного в поле тяжести, равен:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (4)$$

$T$  — период колебаний математического маятника;

$L$  — длина нити маятника;

$g$  — ускорение свободного падения.

### 1.3 Электромагнитные колебания. Колебательный контур

Электромагнитными колебаниями называют периодические изменения со временем заряда, силы тока и напряжения.

Электромагнитные колебания бывают двух видов - свободные и вынужденные.

Свободные колебания - колебания, возникающие в колебательной системе за счет первоначально сообщенной этой системе энергии.

Вынужденные электромагнитные колебания - это периодические изменения заряда, силы тока и напряжения в цепи под действием переменной электродвижущей силы от внешнего источника.

Колебательным контуром называется система, состоящая из конденсатора и катушки, присоединенной к его обкладкам, в которой могут происходить свободные электромагнитные колебания.

Чтобы в колебательном контуре возникли колебания, необходимо сообщить колебательному контуру энергию, зарядив конденсатор от источника тока.

Схема простейшего колебательного контура:

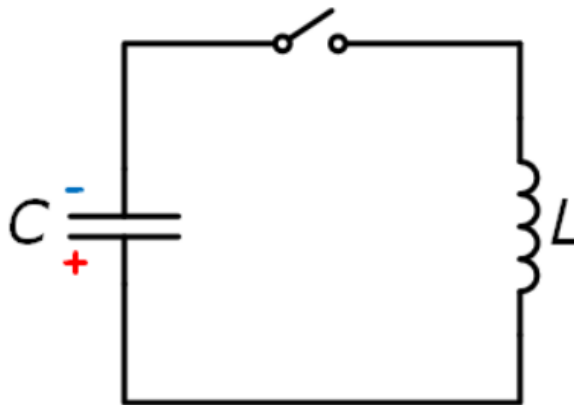


Рисунок 1.1

Циклическая частота для свободных электромагнитных колебаний:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5)$$

$\omega$  – циклическая частота;

$L$  – индуктивность катушки;

$C$  – ёмкость конденсатора;

Период свободных для свободных электромагнитных колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (6)$$

Период свободных электрических колебаний в колебательном контуре зависит от индуктивности катушки и емкости конденсатора.

Период электромагнитных колебаний – промежуток времени, в течение которого ток в колебательном контуре и напряжение на пластинах конденсатора совершает одно полное колебание.

Частотой колебаний называется величина, обратная периоду колебаний:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (7)$$

## Глава 2 Практическая часть

### 2.1 Колебательный контур

Для построения графиков колебательных процессов в контуре необходимо описать исследуемую задачу.

Источник с ЭДС  $\varepsilon$  и нулевым внутренним сопротивлением соединены последовательно с катушкой индуктивности и конденсатором. В начальный момент времени конденсатор не заряжен.

Под действием внешней силы в нашем контуре будут происходить вынужденные электромагнитные колебания, а именно периодические изменения заряда, силы тока и напряжения в цепи.

Все элементы цепи соединены последовательно, поэтому сила тока во всех ее участках в данный момент времени одинакова, а сумма напряжений на всех элементах равна ЭДС.

Значит, т.к. по условию внутреннее сопротивление равно нулю:

$$U_L + U_C = \varepsilon \quad (8)$$

$U_C$  - напряжение на конденсаторе;

$U_L$  - напряжение на катушке индуктивности;

Напряжение на конденсаторе  $U_C$  связано с зарядом  $q$  его верхней пластины и его емкостью  $C$  соотношением:

$$U_C = \frac{q}{C}$$

Напряжение на индуктивности в любой момент времени равно по величине и противоположно по знаку ЭДС самоиндукции, поэтому:

$$U_L = L \frac{dI}{dt}$$

Ток в цепи  $I$  равен скорости изменения заряда верхней пластины конденсатора:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Подставляя ток в выражение для напряжения на катушке и обозначая вторую производную заряда конденсатора  $q$  по времени через  $q''$ , перепишем уравнение (8) в виде:

$$L q'' + q / C = \varepsilon \quad (9)$$

Получим  $\omega_0$  из уравнения (5) и запишем уравнение (9) следующим образом:

$$q'' + \omega_0^2 q = \varepsilon / L \quad (10)$$

Тогда получаем из уравнения (10) уравнение (11):

$$q = Q + \varepsilon / L \omega_0^2 \quad (11)$$

Поскольку  $q = Q$ , то в результате такой замены правая часть в уравнении (10) пропадает, и оно принимает вид:



$$Q'' + \omega_0^2 Q = 0 \quad (12)$$

Уравнение (12) - это уравнение свободных гармонических колебаний с частотой  $\omega_0$ .

Поэтому:

$$Q(t) = Q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (13)$$

Второе слагаемое в правой части выражения (11) равно  $C\varepsilon$ , для заряда конденсатора  $q(t)$  с помощью (13) получаем:

$$q(t) = Q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) + C\varepsilon \quad (14)$$

Из условия задачи знаем, что:

$$q(0) = 0 \quad I(0) = 0 \quad (15)$$

Найдём с помощью (14) выражение для тока в цепи  $I$ :

$$I(t) = dq / dt = -Q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) \quad (16)$$

Учитывая начальные условия, получаем, что уравнение  $x(t)$  имеет вид:

$$q(t) = C \varepsilon (1 - \cos(\omega_0 t)) \quad (17)$$

Такое же вид имеет уравнение зависимости напряжения на конденсаторе от времени:

$$U(t) = q / C \quad (18)$$

В таблице 1 представлены постоянные значения (константы в рамках данной задачи), которые были использованы для моделирования колебательных процессов.

Таблица 1

Название	Обозначение	Величина	СИ
Точечный заряд	$Q_0$	0,00025	Кл
Циклическая частота	$\omega_0$	11	рад/с
Ёмкость конденсатора	$C$	0,0006	Ф
ЭДС	$\varepsilon$	4	В
Начальное отклонение	$\alpha$	0	рад

Подставляя данные значения из таблицы 1 и значения, которые принимает время в формулу (17) получаем функцию зависимости заряда от времени ( $q(t)$ ). Полученный график представлен на рисунке 2.1.



Рисунок 2.1

Из приведённого на рисунке 2.1 графика видно, что величина заряда  $q$  совершает гармонические колебания с течением времени.

Теперь подставляем необходимые значения из таблицы 1 и значения, которые принимает время в формулу (16) получаем функцию зависимости тока от времени ( $I(t)$ ). Полученный график представлен на рисунке 2.2.



Рисунок 2.2

Из приведённого на рисунке 2.2 графика видно, что величина тока  $I$  совершает гармонические колебания с течением времени.

Аналогично подставляя необходимые значения из таблицы 1 и значения, которые принимает время в формулу (18) получаем функцию зависимости тока от времени ( $U(t)$ ). Полученный график представлен на рисунке 2.3.



Рисунок 2.3

Из приведённого на рисунке 2.3 графика видно, что величина тока  $U$  совершает гармонические колебания с течением времени.

## 2.2 Пружинный маятник

Колебательному контуру, содержащему индуктивность и емкость, можно сопоставить пружинный маятник. При этом заряд конденсатора аналогичен смещению груза, а ток в контуре - скорости движения груза. Упругая пружина является аналогом конденсатора, а движущаяся масса - аналогом катушки индуктивности.

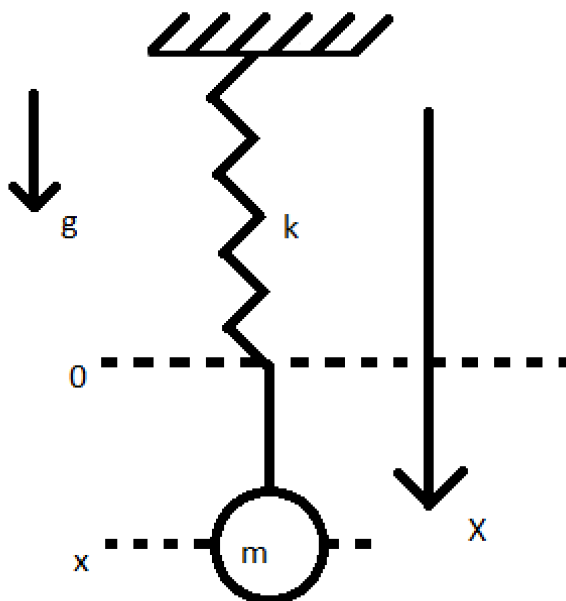


Рисунок 2.4

Важно, что в начальный момент времени пружина не растянута и вся система покоится.

Для построения графика колебательного процесса необходимо разработать математическую модель движения такого маятника.

Ось  $Ox$  направлена вертикально вниз. И с помощью неё мы будем отсчитывать смещение груза  $x$  от положения покоя.

Проекция силы, действующей на груз со стороны пружины, равна  $-kx$ . А сила тяжести, действующая на груз, равна  $mg$ .

Из второго закона Ньютона:

$$ma = mg - kx \quad (19)$$

Введем обозначение  $\omega_0^2 = k / m$  и перепишем уравнение (19) в виде:

$$x'' + \omega_0^2 x = g \quad (20)$$

где  $x''$  – вторая производная смещения по времени.

Процессы в механической и электрической системах описываются одинаковыми уравнениями. Тогда отсутствие заряда конденсатора и тока в начальный момент времени соответствуют равенствам нулю в начальный момент времени смещения и скорости:

$$x(0) = 0 \quad v(0)=0 \quad (21)$$

Таким образом, данная механическая система является аналогом электрической системы. А значит смещение груза  $x(t)$  описывается формулой (17). Из формул (3) и (13) выясняем, что следует заменить:  $-\mathcal{E}/L$  на  $g$

$$-C\mathcal{E} = \mathcal{E}/L\omega_0^2 \text{ на } g/\omega_0^2 = mg/k$$

Тогда получаем формулу смещения груза  $x(t)$ :

$$x(t) = \frac{mg}{k(1 - \cos(\omega_0 t))} \quad (22)$$

В таблице 2 представлены постоянные значения (константы в рамках данной задачи), которые были использованы для моделирования колебательного процесса.

Таблица 2

Название	Обозначение	Величина	СИ
Масса груза	$m$	10	кг
Ускорение свободного падения	$g$	9,8	м/с <sup>2</sup>
Жёсткость пружины	$k$	100	Н/м
Циклическая частота	$\omega_0$	11	рад/с

Подставляя данные значения из таблицы 2 и значения, которые принимает времени в формулу (22) получаем функцию зависимости смещения от времени ( $x(t)$ ). Полученный график представлен на рисунке 2.5.



Рисунок 2.5

Из приведённого на рисунке 2.5 графика видно, что величина смещения  $x$  совершает гармонические колебания с течением времени.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При написании курсовой работы по представленной теме была изучена специальная литература, включавшая справочные материалы по механике и электромагнитным колебаниям, а также материалы, взятые из сети Интернет на тему колебательный контур и пружинный маятник.

В теоретической части раскрыты базовые понятия и некоторые термины, связанные с колебательными процессами, как в механических, так и электромагнитных системах. На основе полученных материалов были созданы компьютерные модели, которые демонстрируют колебательные процессы, возникающие в различных системах, а также проведена аналогия между двумя конкретными системами, такими как пружинный маятник и колебательный контур.

Таким образом, было проведено исследование по теме курсовой работы, изучен материал по заданной теме, а также разобраны отдельные варианты колебательных систем, на основе которых и были построены компьютерные модели данных процессов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Молотков Н.Я. Колебательные процессы: Учебный эксперимент-М.: ИД Интеллект, 2013 – 288стр.
2. Мякишев Г.Я. Физика. 11 класс. Базовый и профильный уровни / Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, В.М. Чаругин – М.: Просвещение, 2006 – 413стр.