Ранг матрицы

Def: Линейной комбинацией (ЛК) строк $S_1, S_2, \ldots, S_m$ матрицы A называется выражение $\lambda_1 \cdot S_1 + \lambda_2 \cdot S_2 + \ldots + \lambda_m \cdot S_m$

Def 1: Система строк называется линейно зависимой (ЛЗ), если существует их нетривиальная ЛК, равная нулевой строке.

Def 2: Система строк называется линейно независимой (ЛНЗ), если только тривиальная ЛК равна нулевой строке.

Def: Рангом системы строк называется максимальное количество линейно независимых строк этой системы.

! Строчный ранг матрицы равен её столбцовому рангу.

Нахождение ранга матрицы

~~Важно:~~ Метод эл-х преобразований

(*) Важно помнить:

1) Элементарные преобразования над

строками (столбцами) матрицы не меняют её ранга.
2) Ранг ступенчатой матрицы равен количеству её ненулевых строк.
Алгоритм:
1) С помощью известных нам эл-х преобразований приводим матрицу к ступенчатому виду.
2) Считаем количество ненулевых строк
3) Из (*) выясняем ранг.

Метод окаймления миноров

Алгоритм:
1) Найти какой-нибудь минор M_1 первого порядка, отличный от нуля. Если такого минора нет, то матрица A нулевая и $r(A)=0$.
2) Вычислять миноры 2-го порядка, содержащие M_1 до тех пор, пока не найдётся минор M_2, отличный от нуля. Если такого минора нет,

то $r(A)=1$, если есть, то $r(A) \geq 2$.

и т.д.

k) Вычислять миноры k-го порядка, окаймляющие минор $M_{k-1} \neq 0$. Если таких миноров нет, или они все равны нулю, то $r(A)=k-1$; если есть ≥ 1 такой минор $M_k \neq 0$, то $r(A) \geq k$, и процесс продолжается.

Напоминание:

- Минором k-го порядка произвольной матрицы A называется определитель, составленный из элементов матрицы, расположенных на пересечении каких-либо k строк и k столбцов