

## Работа с матрицами

### Операции над матрицами

#### ① Равенство матриц

$A, B$  - матрицы

$A = B$ , если размеры матриц совпадают и соответственные эл-ты равны.

#### ② Произведение матрицы и числа

Def: Произведением матрицы  $A_{m \times n} = (a_{ij})$  на число  $\lambda$ , называется матрица  $B_{m \times n}$ , где  $b_{ij} = \lambda \cdot a_{ij}$ .

#### ③ Сумма матриц

Def:  $\sum A_{m \times n} = (a_{ij})$  и  $B_{m \times n} = (b_{ij})$ , называется матрица  $C_{m \times n} = (c_{ij})$ , где  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

#### ④ Разность матриц

Разность матриц  $A$  и  $B$  - сумма матрицы  $A$  и матрицы  $B$ , умноженной на  $(-1)$

$$A - B = A + (-1) \cdot B$$



## Свойства сложения и вычитания матриц

1° Ассоциативность:  $(A+B)+C = A+(B+C)$

2°  $A + \mathbb{O} = \mathbb{O} + A$

3°  $A - A = \mathbb{O}$

4° Коммутативность:  $A+B = B+A$

(свойства линейных операций)

5° Дистрибутивность:  $\lambda \cdot (A+B) = \lambda \cdot A + \lambda \cdot B$

6°  $(\lambda + \mu) \cdot A = \lambda \cdot A + \mu \cdot A$

7°  $(\lambda \cdot \mu) \cdot A = \lambda \cdot (\mu \cdot A)$

8°  $1 \cdot A = A$

9°  $0 \cdot A = \mathbb{O}$

## ⑤ Произведение матриц

DEF: Произведением матриц  $A_{m \times n} = (a_{ij})$  и  $B_{n \times k} = (b_{ij})$ , называется такая матрица  $C_{m \times k}$ , что эл-т матрицы  $C$ , стоящий в  $i$ -й строке и в  $j$ -м столбце, равен сумме произведений элементов  $i$ -й строки матрицы  $A$  на соответствующие эл-ты  $j$ -го столбца  $B$ .



! Для умножения  $A \cdot B$ , кол-во столбцов матрицы  $A$ , должно равняться кол-ву строк матрицы  $B$ .

• Матрицы являются коммутативными, если  $A \cdot B = B \cdot A$

### Свойства произведения матриц

1° Ассоциативность:  $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

2° Ассоциативность по умножению:

$$(M \cdot A) \cdot B = M \cdot (A \cdot B)$$

3° Дистрибутивность: 1)  $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

4° Умножение на единичную матрицу: 2)  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$

$$E_m \cdot A_{m \times n} = A_{m \times n} \cdot E_n$$

5° ? В общем случае умножение матриц не коммутативно.

$$A \cdot B \neq B \cdot A$$

### ⑥ Транспонирование матриц.

Def: Транспонирование матриц - операция замены строк матрицы на её столбцы.



## свойства транспонирования матрицы

$$1^{\circ} (A^T)^T = A$$

$$2^{\circ} (\lambda \cdot A)^T = \lambda \cdot A^T$$

$$3^{\circ} (A+B)^T = A^T + B^T$$

$$4^{\circ} (A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$$

## Элементарные преобразования.

Def: Элементарными преобразованиями над строками матрицы называются следующие преобразования строк:

- 1) Умножение строки на ненулевое число;
- 2) Перестановка двух строк;
- 3) Прибавление к одной строке матрицы другой её строки, умноженной на некоторое ненулевое число.