Стецук Максим Николаевич 2 гр. 1п.гр. Вариант 23

① $f(A): f(x) = -3\cdot x^3 + 2\cdot x^2 + 2\cdot x - 2,\ A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix};\ X^2 = X\cdot X = A\cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot2+(-1)\cdot(-3) & 2\cdot(-1)+(-1)\cdot0 \\ -3\cdot2+0\cdot(-3) & -3\cdot(-1)+0\cdot0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix};\ X^3 = X^2\cdot X = A^2\cdot A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7\cdot2+(-2)\cdot(-3) & 7\cdot(-1)+(-2)\cdot0 \\ -6\cdot2+3\cdot(-3) & -6\cdot(-1)+3\cdot0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 20 & -7 \\ -21 & 6 \end{pmatrix}$

$f(A) = -3\cdot A^3 + 2\cdot A^2 + 2\cdot A - 2 = -3\cdot\begin{pmatrix} 20 & -7 \\ -21 & 6 \end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} -$

$-2\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -60 & 21 \\ 63 & -18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 14 & -4 \\ -12 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -6 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} -44 & 15 \\ 45 & -14 \end{pmatrix}}$

② $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ 8 & -3 & 2 & 7 & -3 \\ 0 & 2 & 7 & 4 & -10 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ II-3I \\ III-8I \\ \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 7 & -1 & -1 \\ 0 & 13 & 18 & -1 & -11 \\ 0 & 2 & 7 & 4 & -10 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ III-\frac{13}{5}\cdot II \\ IV-\frac{2}{5}\cdot II \end{matrix} \sim$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 7 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{8}{5} & -\frac{42}{5} \\ 0 & 0 & \frac{21}{5} & \frac{22}{5} & -\frac{48}{5} \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ III\cdot5 \\ IV\cdot5 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 7 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 8 & -42 \\ 0 & 0 & 21 & 22 & -48 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ IV+21\cdot III \end{matrix} \sim$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 7 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 8 & -42 \\ 0 & 0 & 0 & 190 & -930 \end{pmatrix}$ => 4 ненулевых строки => $rang(A) = 4$.

Тогда базисный минор 4-го порядка.

Найдём минор 4-го порядка $\neq 0$:

$M_4^{(1)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 8 & -3 & 2 & 7 \\ 0 & 2 & 7 & 4 \end{vmatrix} = 1\cdot\underset{(1)}{\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 7 \\ 2 & 7 & 4 \end{vmatrix}} - 3\cdot\underset{(2)}{\begin{vmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -3 & 2 & 7 \\ 2 & 7 & 4 \end{vmatrix}} + 8\cdot\underset{(3)}{\begin{vmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 4 \end{vmatrix}} \overset{(*)}{=}$

$1^\circ \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 7 \\ 2 & 7 & 4 \end{vmatrix} = (-1)\cdot2\cdot4 + 1\cdot7\cdot2 + 2\cdot(-3)\cdot7 - 2\cdot2\cdot2 - 1\cdot(-3)\cdot4 - (-1)\cdot7\cdot7 = -8+14-42-8+$

$+12+49 = 17$

$2^\circ \begin{vmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -3 & 2 & 7 \\ 2 & 7 & 4 \end{vmatrix} = (-2)\cdot2\cdot4 + (-2)\cdot7\cdot2 + 1\cdot(-3)\cdot7 - 1\cdot2\cdot2 - (-2)\cdot7\cdot7 - (-2)\cdot(-3)\cdot4 = -16-28-21+$

$-4+98-24 = -16-28-21+70 = 5$

$3^\circ \begin{vmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 4 \end{vmatrix} = (-2)\cdot1\cdot4 + (-2)\cdot2\cdot2 + 1\cdot(-1)\cdot7 - 1\cdot1\cdot2 - (-2)\cdot2\cdot7 - (-2)\cdot(-1)\cdot4 = -8-8-7-2+28-8=$

$= -16-9+20 = -5$

$\overset{(*)}{=} 17-15-40 = -38 \neq 0$

Ответ: $rang(A) = 4$

Базисный минор: $M_4 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 8 & -3 & 2 & 7 \\ 0 & 2 & 7 & 4 \end{vmatrix}$

③ $\begin{vmatrix} 13 & 9 & 5 \\ -4 & 6 & 11 \\ 3 & 3 & 8 \end{vmatrix} = 13\cdot6\cdot8 + 9\cdot11\cdot3 + 5\cdot(-4)\cdot3 - 5\cdot6\cdot3 - 13\cdot11\cdot3 - 9\cdot(-4)\cdot8 =$

(используем метод треугольника)

$= 624 + 297 - 60 - 90 - 429 + 288 = 921 - 150 - 141 = \underline{630}$