Работа с определителями

① Нахождение определителя 1-го порядка: $A=(a_{11})$; $\Delta A=|a_{11}|=a_{11}$

② Нахождение определителя 2-го порядка: $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$; $\Delta A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}\cdot a_{22}-a_{12}\cdot a_{21}$

③ Нахождение определителя 3-го порядка: (3 способа)

1 способ **Правило треугольника**

"+"  "−" 

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = +a_{11}\cdot a_{22}\cdot a_{33}+a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{31}+a_{13}\cdot a_{21}\cdot a_{32}-a_{13}\cdot a_{22}\cdot a_{31}-a_{12}\cdot a_{21}\cdot a_{33}-a_{11}\cdot a_{23}\cdot a_{32}$$

2 способ **Правило Саррюса**

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}\right| = a_{11}\cdot a_{22}\cdot a_{33}+a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{31}+a_{13}\cdot a_{21}\cdot a_{32}-a_{13}\cdot a_{22}\cdot a_{31}-a_{11}\cdot a_{23}\cdot a_{32}-a_{12}\cdot a_{21}\cdot a_{33}$$

3 способ

Разложение определителя по строке или столбцу.

$\Delta A = \det A = \sum_{i=1}^{3} a_{ij} \cdot A_{ij}$

! Стоит выбирать строку или столбец с наибольшим количеством нулей.

4 Нахождение определителя n-го (любого) порядка.

! Для нахождения определителя порядка >3 используют разложение по строке или столбцу.

Формулы для нахождения определителя n-го порядка:

1° $\Delta = \det A = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+j} \cdot a_{ij} \cdot \overline{M_{ij}}$

2° $\Delta = \det A = \sum_{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n} (-1)^{N(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)} \cdot a_{\alpha_1 1} \cdot a_{\alpha_2 2} \cdot \ldots \cdot a_{\alpha_n n}$

3° Теорема Лапласа (формула)

$\Delta = \det A = \sum_{j_1, j_2, \ldots, j_n} (-1)^{i_1+i_2+\ldots+i_k+j_1+j_2+\ldots+j_k} \cdot$

$\cdot M^{i_1, i_2, \ldots, i_k}_{j_1, j_2, \ldots, j_k} \cdot \overline{M}^{i_1, i_2, \ldots, i_k}_{j_1, j_2, \ldots, j_k}$ (по k строкам)

4° Основная формула (наиболее практичная)

Через алгебраическое дополнение, где

$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$

$\Downarrow$

$\Delta = \det A = \sum_{i=1}^{n} \cdot a_{ij} \cdot A_{ij}$

5° Приведение определителя к Δ-му виду. Тогда он равен произведению эл-в главной диагон.

Важные следствия:

1) Определитель с 2-мя одинаковыми строками (столбцами) равен нулю.

2) Умножение всех элементов некоторой строки (некоторого столбца) определителя на число λ равносильно умножению определителя на это число λ.

3) Если все элементы некоторой строки (столбца) определителя равны нулю, то и сам определитель равен нулю

4) Если элементы двух строк (столбцов) определителя пропорциональны, то определитель равен нулю

5) Если к элементам некоторой строки (некоторого столбца) определителя прибавить соответствующие элементы другой строки (другого столбца), умноженные на произвольный множитель λ, то величина определителя <u>не</u> изменится.