

РАНГ МАТРИЦЫ

Решение типовых задач по теме

1. Найти ранг матрицы методом элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 6 & -4 \\ 3 & 8 & 2 & -19 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \square \\ || - 3 * | \\ ||| - 3 * | \end{array} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -6 & 5 \\ 0 & 2 & -10 & -10 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \square \\ \square \\ ||| + 2 * || \end{array} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -6 & 5 \\ 0 & 0 & -22 & 0 \end{pmatrix}; 3 \text{ ненулевых строки, значит } \underline{\text{rang}(A)=3}$$

2. Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1) M_1^{(1)} = |a_{11}| = |3| = 3 \text{ не равен } 0, \text{ значит } \text{rang}(A) \geq 1$$

$$2) M_2^{(1)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = 3 * (-3) - 1 * 4 = -5,$$

значит $\text{rang}(A) \geq 2$

$$3) M_3^{(1)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= -18 - 3 + 24 + 6 + 8 - 27 = -10,$$

значит $\text{rang}(A) \geq 3$

4) M_4 – составить нельзя, так как всего 3 строки и 3 столбца, значит $\text{rang}(A) < 4$

5) т. к. $\text{rang}(A) \geq 3$ и $\text{rang}(A) < 4$, получаем, что $\text{rang}(A) = 3$

Ответ: **$\text{rang}(A) = 3$**

Базисный минор: $|A|$

3. Найти ранг A, при различных значениях λ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \square \\ || - 2 * | \\ ||| - | \end{array} \sim \begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 0 & -1 - 2\lambda & \lambda + 2 & 1 \\ 0 & 10 - \lambda & -5 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim [||| : (-1 - 2\lambda) * ||| - (10 - \lambda) * | \square |] \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 0 & -1 - 2\lambda & \lambda + 2 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda^2 + 2\lambda - 15 & 3\lambda - 9 \end{pmatrix}$$

Если третья строка будет нулевой, то $\text{rang}(A) = 2$. Найдём значения " λ ", такие что:

$$\begin{cases} \lambda^2 + 2\lambda - 15 = 0 \\ 3\lambda - 9 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda - 3) * (\lambda + 5) = 0 \\ 3 * (\lambda - 3) = 0 \end{cases}$$

Значит $\lambda = 3$, то есть при $\lambda = 3$ $\text{rang}(A) = 2$.

Если третья строка не является нулевой строкой, то $\text{rang}(A) = 3$ т. е при λ не равном 3, $\text{rang}(A) = 3$

Ответ: **при $\lambda = 3$: $\text{rang}(A) = 2$**

при λ не равном 3: $\text{rang}(A) = 3$

Автор:

Стецук Максим 2 гр. 1 п. гр.