Нахождение Ф.С.Р.

$$\begin{cases} 2 * x_1 - x_2 = 0 \\ -4 * x_1 + 2 * x_2 = 0 \end{cases}$$

$$(A|B) = \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & 0 \end{array}\right) || + 2 * | \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$r(A) = r(A|B) = 1$, значит система совместна

$n = 2$, значит $r < n$

Значит система неопределенна

$r = 1$, значит одна главная переменная

$n - r = 2 - 1 = 1$, значит одна свободная переменная

$|a_{11}| = |2| = 2 \neq 0$

Значит: x_1 – главная переменная

x_2 – свободная переменная

$2 * x_1 - x_2 = 0$

$x_1 = \frac{1}{2} * x_2$

Пусть $x_2 = 2 * t$, тогда $x_1 = t$

Значит общее решение: $(t; 2t)$

$(t; 2t) = (t * 1; t * 2) = t * (1; 2)$

Ответ: о.р.: $(t; 2t)$,

Ф.С.Р. однородной СЛАУ: {(1;2)}

Работу выполнил:
Стецук Максим
2гр. 1п.гр.

Методы решения СЛАУ. Наглядные примеры задач

$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \cdots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \cdots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \cdots \\ a_{m1} * x_1 + a_{m2} * x_2 + \cdots + a_{mn} * x_n = b_m \end{cases}$$

Метод Гаусса

$$\begin{cases} x-\sqrt{3}*y=1 \\ \sqrt{3}*x-3*y=\sqrt{3} \\ -\frac{\sqrt{3}}{3}*x+y=-\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$(A|B)=\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -\sqrt{3} & 1 \\ \sqrt{3} & -3 & \sqrt{3} \\ -\frac{\sqrt{3}}{3} & 1 & -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{array}\right) \begin{matrix} ||-\sqrt{3}*|\sim \\ \sqrt{3}*|||+| \end{matrix}$$

$$\sim\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -\sqrt{3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$r(A)=r(A|B)=1$, значит система совместна

$n=2$, значит $r<n$

Значит система неопределенна

$r=1$, значит одна главная перемен.

$n-r=2-1=1$, значит одна свободная перемен.

$|a_{11}|=|1|=1\neq 0$

Значит x — главная переменная

y — свободная переменная

$x-\sqrt{3}*y=1$

$x=1+\sqrt{3}*y$

Пусть $y=t$, тогда $x=1+\sqrt{3}*t$

Значит общее решение: $(1+\sqrt{3}*t;t)$

Пусть $t=\sqrt{3}$

Тогда частное решение: $(4;\sqrt{3})$

Метод обратной матрицы

$$\begin{cases} x+2*y+3*z=8 \\ 4*x+5*y+6*z=19 \\ 7*x+8*y+0*z=1 \end{cases}$$

$A*X=B$, значит $X=A^{-1}*B$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$detA=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{vmatrix}=1*5*0+2*6*7+3*4*8-$$

$$-3*5*7-2*4*0-1*6*8=27\neq 0$$

Значит существует A^{-1}

$A_{11}=+\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 0 \end{vmatrix}=-48;\ A_{12}=-\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 0 \end{vmatrix}=42;$

$A_{13}=+\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}=-3;\ A_{21}=-\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 0 \end{vmatrix}=24;$

$A_{22}=+\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 0 \end{vmatrix}=-21;\ A_{23}=-\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}=6;$

$A_{31}=+\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}=-3;\ A_{32}=-\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}=6;$

$A_{33}=+\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}=-3$

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix} -48 & 42 & -3 \\ 24 & -21 & 6 \\ -3 & 6 & -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -48 & 24 & -3 \\ 42 & -21 & 6 \\ -3 & 6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{detA}*\tilde{A}=\begin{pmatrix} -\frac{16}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} \\ \frac{14}{9} & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

$$X=A^{-1}*B=\begin{pmatrix} -\frac{16}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} \\ \frac{14}{9} & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}*\begin{pmatrix} 8 \\ 19 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{23}{9} \\ -\frac{19}{9} \\ \frac{29}{9} \end{pmatrix}$$

Метод Крамера

$$\begin{cases} x+2*y+3*z=8 \\ 4*x+5*y+6*z=19 \\ 7*x+8*y+0*z=1 \end{cases}$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{vmatrix}=1*5*0+2*6*7+3*4*8-$$

$$-3*5*7-2*4*0-1*6*8=27\neq 0$$

$$D_1=\begin{vmatrix} 8 & 2 & 3 \\ 19 & 5 & 6 \\ 1 & 8 & 0 \end{vmatrix}=8*5*0+2*6*1+3*19*8-$$

$$-3*5*1-2*19*0-8*6*8=69$$

$$D_2=\begin{vmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 4 & 19 & 6 \\ 7 & 1 & 0 \end{vmatrix}=1*19*0+8*6*7+3*4*1-$$

$$-3*19*7-8*4*0-1*6*1=-57$$

$$D_3=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 4 & 5 & 19 \\ 7 & 8 & 1 \end{vmatrix}=1*5*1+2*19*7+8*4*8-$$

$$-8*5*7-2*4*1-1*19*8=87$$

$$x=\frac{D_1}{D}=\frac{69}{27}=\frac{23}{9};\quad y=\frac{D_2}{D}=-\frac{57}{27}=-\frac{19}{9};$$

$$z=\frac{D_3}{D}=\frac{87}{27}=\frac{29}{9}$$

Ответ: $\left(\frac{23}{9};-\frac{19}{9};\frac{29}{9}\right)$