29.06.22 Стецук Максим Николаевич 2 группа

23 Вариант

<u>Задание 1</u> Найти множество значений функции: $f(x) = -x^2 - 6x - 5$. Построить график функции. Этапы преобразований записать.

$f(x) = -x^2 - 6x - 5 = -(x^2 + 6x + 5) =$

$= -(x^2 + 6x + 9 - 9 + 5) = -((x+3)^2 - 4) =$

$= -(x+3)^2 + 4$

$D(f): x \in \mathbb{R}$; $(x+3)^2 \geq 0 \Rightarrow -(x+3)^2 \leq 0 \Rightarrow -(x+3)^2 + 4 \leq 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow E(f) = (-\infty; 4]$

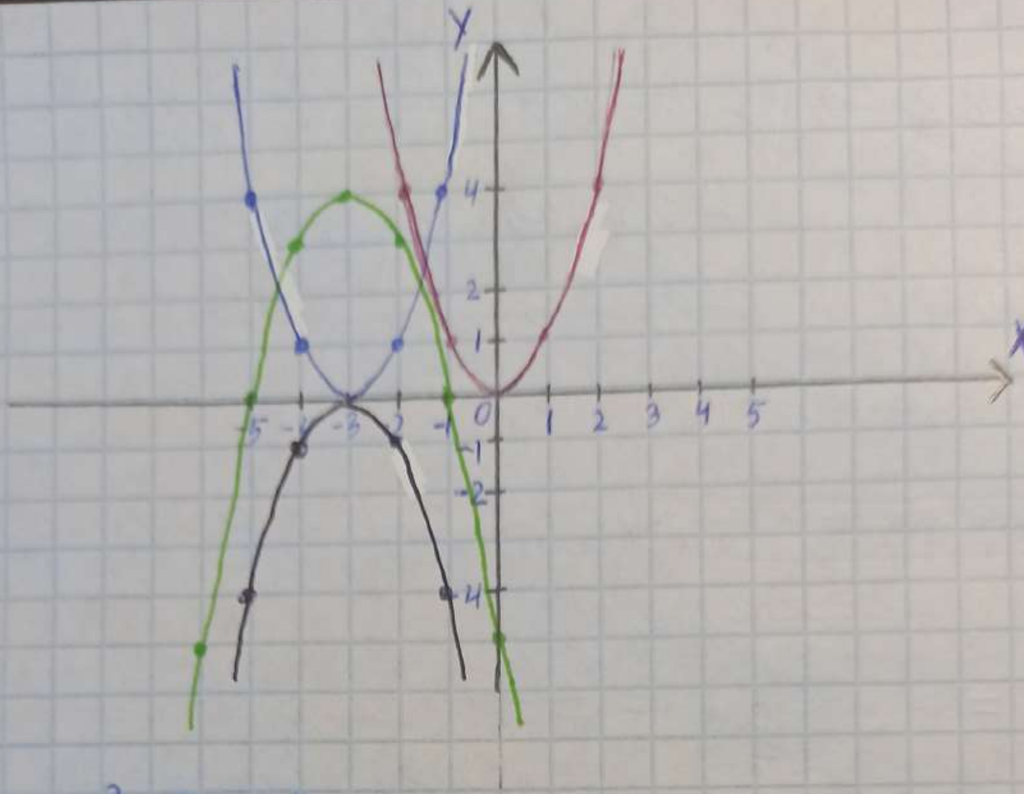
<u>Построение</u>:

√ <u>1 шаг</u>: $f_1(x) = x^2$

√ <u>2 шаг</u>: $f_2(x) = (x+3)^2$; f_1 смещаем влево на 3.

√ <u>3 шаг</u>: $f_3(x) = -(x+3)^2$; f_2 отражаем относит. Ox.

√ <u>4 шаг</u>: $f_4(x) = -(x+3)^2 + 4$; f_3 смещаем вверх на 4.



$\sqrt{}\ f(x) = -x^2 - 6x - 5$

<u>Задание 2</u> Найти первые 5 членов последовательности: $x_n = n^3 - n^2 + \frac{9n-17}{(-1)^n}$

$$x_1 = 1^3 - 1^2 + \frac{9\cdot 1 - 17}{(-1)^1} = 1 - 1 + \frac{-8}{-1} = 8$$

$$x_2 = 2^3 - 2^2 + \frac{9\cdot 2 - 17}{(-1)^2} = 8 - 4 + \frac{1}{1} = 5$$

$$x_3 = 3^3 - 3^2 + \frac{9\cdot 3 - 17}{(-1)^3} = 27 - 9 + \frac{10}{-1} = 8$$

$$x_4 = 4^3 - 4^2 + \frac{9\cdot 4 - 17}{(-1)^4} = 64 - 16 + \frac{36-17}{1} = 67$$

$$x_5 = 5^3 - 5^2 + \frac{9\cdot 5 - 17}{(-1)^5} = 125 - 25 + \frac{45-17}{-1} = 72$$

<u>Ответ</u>: 8, 5, 8, 67, 72.

Задание 3 Найти пределы (без использования правила Лопиталя):

1) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{1-x^3}{5x^3+5x^2-15x+5} = \left[\frac{0}{0}\right] =$

$= \lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{(1-x)(1+x+x^2)}{5(x^3+x^2-3x+1)} \right) = \Big[x^3+x^2-3x+1 =$

$= x^3-x^2+2x^2-2x-x+1 = x^2(x-1)+2x\cdot(x-1)-(x-1) =$

$= (x-1)(x^2+2x-1) \Big] = \lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{-(x-1)(1+x+x^2)}{5(x-1)(x^2+2x-1)} \right) =$

$= \lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{-(1+x+x^2)}{5(x^2+2x-1)} \right) = \frac{-(1+1+1^2)}{5(1^2+2\cdot 1-1)} = \frac{-3}{5\cdot 2} = -\frac{3}{10} = -0{,}3$

2) $\lim\limits_{x \to 4} \frac{5-\sqrt{x+21}}{2-\sqrt{8-x}} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x \to 4} \frac{(5-\sqrt{x+21})\cdot(2+\sqrt{8-x})\cdot}{(2-\sqrt{8-x})\cdot(2+\sqrt{8-x})\cdot}$

$\frac{\cdot(5+\sqrt{x+21})}{\cdot(5+\sqrt{x+21})} = \lim\limits_{x \to 4} \frac{(25-(x+21))\cdot(2+\sqrt{8-x})}{(4-(8-x))\cdot(5+\sqrt{x+21})} =$

$= \lim\limits_{x \to 4} \frac{(4-x)(2+\sqrt{8-x})}{(-4+x)(5+\sqrt{x+21})} = \lim\limits_{x \to 4} \frac{-(x-4)(2+\sqrt{8-x})}{(x-4)(5+\sqrt{x+21})} =$

$= \lim\limits_{x \to 4} \frac{-(2+\sqrt{8-x})}{(5+\sqrt{x+21})} = \frac{-(2+\sqrt{8-4})}{(5+\sqrt{4+21})} = \frac{-(2+2)}{5+5} = -\frac{4}{10} =$

$= -\frac{2}{5} = -0{,}4$

3) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x\cdot\sin^4 x}{tgx\cdot\sin^2 x-\sin^3 x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin^4 x}{\frac{\sin x}{\cos x}\cdot\sin^2 x-\sin^3 x}=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin^4 x}{\frac{\sin^3 x}{\cos x}-\sin^3 x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin^4 x}{\frac{\sin^3 x-\sin^3 x\cdot\cos x}{\cos x}}=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\cos x\cdot\left(\frac{x\cdot\sin x}{1-\cos x}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\cos x\cdot$

$\cdot\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x\cdot\sin x}{1-\cos x}\right)=\left[\sin x\sim x, 1-\cos x\sim\frac{x^2}{2}, x\to 0\right]=$

$=1\cdot\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x\cdot x}{\frac{x^2}{2}}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\frac{1}{2}}=\lim\limits_{x\to 0}2=\underline{2}$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{7x}=\left[1^\infty\right]=\left[y=x+1; x\to\infty\Rightarrow y\to\infty\right]=$

$=\lim\limits_{y\to\infty}\left(\frac{y-3}{y}\right)^{7y-7}=\lim\limits_{y\to\infty}\left(1-\frac{3}{y}\right)^{7y-7}=$

$=\lim\limits_{y\to\infty}\left(\left(1+\frac{-3}{y}\right)^{y\cdot\frac{7y-7}{y}}\right)=\left(\lim\limits_{y\to\infty}\left(\left(1+\frac{-3}{y}\right)^y\right)\right)^{\lim\limits_{y\to\infty}\left(\frac{7y-7}{y}\right)}=$

$=\left(\lim\limits_{y\to\infty}\left(1+\frac{-3}{y}\right)^y\right)^{\lim\limits_{y\to\infty}\left(\frac{7-\frac{7}{y}}{1}\right)}=\left(e^{-3}\right)^{\frac{7-0}{1}}=\left(e^{-3}\right)^7=\underline{e^{-21}}$

Задание 3

3) 2 способ

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin^4x}{tgx\cdot\sin^2x-\sin^3x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin^2x-\sin^2x}{tgx\cdot\sin^2x-\sin^3x}=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin^2x}{tgx-\sin x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin^2x}{\frac{\sin x}{\cos x}-\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin^2x}{\frac{\sin x-\sin x\cdot\cos x}{\cos x}}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin^2x\cdot\cos x}{\sin x-\sin x\cdot\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{-x\sin x\cdot\cos x}{\cos x-1}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\cos x\cdot\lim_{x\to 0}\frac{-x\cdot\sin x}{\cos x-1}=-\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin x}{\cos x-1}=$$

$$=\left[\cos\alpha-1=-2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]=-\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\sin x}{-2\sin^2\frac{x}{2}}=$$

$$=-\lim_{x\to 0}-\frac{1}{2}\cdot\frac{x\cdot\sin x}{\sin^2\frac{x}{2}}=-\lim_{x\to 0}-\frac{1}{2}\cdot\frac{x\cdot x\cdot\sin x}{\sin\frac{x}{2}\cdot\sin\frac{x}{2}\cdot x}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin\frac{x}{2}}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin\frac{x}{2}}=$$

$$=\left[\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin\alpha x}{x}=\alpha\right]=$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{1}{\frac{\sin \frac{x}{2}}{x}} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{1}{\frac{\sin \frac{x}{2}}{x}} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\lim\limits_{x \to 0} 1}{\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x}} \cdot \frac{\lim\limits_{x \to 0} 1}{\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x}} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{2}$$