



铁道科学与工程学报  
*Journal of Railway Science and Engineering*  
ISSN 1672-7029, CN 43-1423/U

## 《铁道科学与工程学报》网络首发论文

题目: 高精度无人机单目移轴视觉桥梁振动位移测量方法  
作者: 邢磊, 伍军, 戴吾蛟, 余志武, 项诸宝, 张云生, 潘德咏  
DOI: 10.19713/j.cnki.43-1423/u.T20251730  
收稿日期: 2025-10-30  
网络首发日期: 2025-12-15  
引用格式: 邢磊, 伍军, 戴吾蛟, 余志武, 项诸宝, 张云生, 潘德咏. 高精度无人机单目移轴视觉桥梁振动位移测量方法[J/OL]. 铁道科学与工程学报.  
<https://doi.org/10.19713/j.cnki.43-1423/u.T20251730>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。



# 高精度无人机单目移轴视觉桥梁振动位移测量方法

邢磊<sup>1,4</sup>, 伍军<sup>2</sup>, 戴吾蛟<sup>3</sup>, 余志武<sup>1,3</sup>, 项诸宝<sup>1</sup>, 张云生<sup>3</sup>, 潘德咏<sup>4</sup>

- (1. 高速铁路建造技术国家工程研究中心, 湖南 长沙 410075;  
2. 中国中铁股份有限公司, 北京 100039;  
3. 中南大学, 湖南 长沙 410083;  
4. 广东建设职业技术学院, 广东 广州 510440)

**摘要：**无人机为桥梁监测提供了灵活的移动平台，但其自身运动会混入位移测量结果，严重影响测量精度。针对该问题，本文提出了一种基于无人机单目移轴视觉的高精度测量方法。该方法的核心在于2个方面：一是通过沿桥梁方向线状布设靶标，并利用基于沙姆定律的移轴成像技术，在不扩大视场（从而不损失图像分辨率）的前提下，有效扩展成像景深，确保所有靶标在无人机有限的视场内能够同步清晰成像，为高精度多点同步测量奠定基础；二是构建了一种鲁棒的机载相机运动模型，将相机运动进行分解，并利用2个布设于桥墩或梁体两端（假定位移为0）的参考靶标，通过几何关系逐项求解各运动分量引起的图像坐标变化，最终从包含无人机运动的原始位移数据中准确分离出桥梁结构的真实位移。实验验证表明，该方法在模拟实验中位移测量均方根误差达0.27mm，平均误差为0.06mm；在实际桥梁监测中，多个测点的均方根误差均优于0.5mm，实现了稳定的亚毫米级测量精度。由此可见，该方法能够有效克服无人机平台自身运动带来的精度瓶颈，实现高精度位移测量，同时具备多点同步监测、操作简便、无需相机标定等优势。该研究为复杂环境下桥梁等大型基础设施的结构健康监测，提供了一种低成本、高精度且极具应用前景的技术解决方案，推动了无人机在精准测量领域的实用化进程。

**关键词：**桥梁监测；无人机视觉测量；单目移轴视觉；多点同步监测；无人机运动误差校正

中图分类号：P258

文献标志码：A

## A high-precision method for measuring bridge vibration displacement using UAV-based monocular tilt-shift vision

XING Lei<sup>1,4</sup>, WU Jun<sup>2</sup>, DAI Wujiao<sup>3</sup>, YU Zhiwu<sup>1,3</sup>, XIANG Zhubao<sup>1</sup>, ZHANG Yunsheng<sup>3</sup>, PAN Deyong<sup>4</sup>

- (1. National Engineering Research Center of High-speed Railway Construction Technology, Changsha 410075, China;  
2. China Railway Group Limited, Beijing 100039, China;  
3. Central South University, Changsha 410083, China;  
4. Guangdong Construction Polytechnic, Guangzhou 510440, China)

**Abstract:** Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) offer a flexible mobile platform for bridge monitoring, but their

收稿日期：2025-10-30

基金项目：中国中铁股份有限公司科技研究开发计划项目(重大专项课题，编号:2022-专项-09)

通信作者：戴吾蛟(1977-)，男，湖南长沙人，教授，博士，从事变形监测研究；E-mail: daiwujiao@163.com

own motion can interfere with displacement measurements, significantly affecting accuracy. To address this issue, this paper proposes a high-precision measurement method based on UAV monocular tilt-shift vision. The core of this method lies in two aspects: First, by linearly arranging targets along the bridge direction and utilizing tilt-shift imaging technology based on the Scheimpflug principle, the depth of field is effectively extended without enlarging the field of view (thus avoiding loss of image resolution). This ensures that all targets within the UAV's limited field of view can be synchronously and clearly imaged, laying the foundation for high-precision multi-point synchronous measurement. Second, a robust onboard camera motion model is constructed, which decomposes the camera motion and uses two reference targets placed at both ends of the bridge piers or girders (assumed to have zero displacement). Through geometric relationships, the changes in image coordinates caused by each motion component are solved step by step, ultimately accurately separating the true displacement of the bridge structure from the raw displacement data contaminated by UAV motion. Experimental validation shows that the root mean square error of displacement measurement in simulated experiments reaches 0.27 mm, with an average error of 0.06 mm. In actual bridge monitoring, the root mean square error of multiple measurement points is better than 0.5 mm, achieving stable sub-millimeter measurement accuracy. This demonstrates that the proposed method effectively overcomes the accuracy limitations caused by the UAV platform's own motion, enabling high-precision displacement measurement while offering advantages such as multi-point synchronous monitoring, ease of operation, and no need for camera calibration. This research provides a low-cost, high-precision, and highly promising technical solution for structural health monitoring of large-scale infrastructure like bridges in complex environments, advancing the practical application of UAVs in the field of precision measurement.

**Key words:** bridge monitoring; UAV vision-based measurement; monocular tilt-shift vision; synchronous multi-point monitoring; UAV motion error compensation

桥梁作为关键的交通基础设施,对于推动国民经济发展、增强社会凝聚力以及提升人民生活水平具有重要作用。近年来,我国在现代桥梁建设领域取得了显著成就。截至2020年底,我国现代桥梁总数已超过100万座,成为世界上桥梁类型最全、数量最多的国家之一。然而,伴随交通运输需求的不断增长与城市化进程的持续推进,加之我国幅员辽阔、地质条件复杂,桥梁设施老化问题在近几十年来逐渐凸显,已成为我国基础设施维护面临的重要挑战。桥梁结构的老化与性能退化不仅威胁人民群众的生命财产安全,还导致养护维修成本上升、交通运行中断等一系列严重后果。因此,研发低成本、高精度且具备非接触式无损检测能力的桥梁监测解决方案,对于保障社会经济平稳运行具有重要意义<sup>[1]</sup>。

桥梁设施长期暴露于恶劣环境,并承受多种荷载作用,极易导致结构在竖直方向发生位移变

化,即桥梁挠度。桥梁挠度或竖向位移测量是评估结构健康状况的重要组成部分,也是识别潜在隐患、保障桥梁安全与耐久性的关键辅助手段。传统的位移测量设备,如加速度计、全站仪、全球导航卫星系统(GNSS)<sup>[2]</sup>、光纤传感器<sup>[3]</sup>及激光扫描仪<sup>[4]</sup>等,在实际应用中常面临诸多限制,包括接触式安装带来的损伤风险、高昂的布设成本以及测量位置受限等问题。近年来,基于视觉的桥梁挠度与位移测量技术取得了显著进展<sup>[5-6]</sup>,例如结合激光与视频位移传感器的桥梁挠度测量<sup>[7]</sup>,基于SURF-PROSAC法的高铁桥梁位移测量<sup>[8]</sup>,以及基于计算机视觉技术的桥梁空间位姿监测和可视化<sup>[9]</sup>等。这些应用充分验证了视觉方法在桥梁无损位移测量中的有效性。然而,对于跨越水域、峡谷或城市高架等特殊场景的桥梁,常规视觉方法对固定安装平台的依赖,限制了其在实际现场部署的适用性。

为此, 近年来众多研究致力于发展基于无人机 (UAV) 作为移动平台的位移测量技术。无人机凭借其小型化、高机动性等优势, 能够有效克服固定平台安装不便和成像分辨率不足等瓶颈, 为基于移动平台的低成本位移监测提供了可行路径<sup>[10-14]</sup>。然而, 无人机平台所采集的原始位移数据中, 既包含桥梁结构自身的位移, 也包含由无人机自身运动引起的相机位移。因此, 如何有效剔除无人机运动的影响, 是实现该类方法走向实用与推广的关键。

目前常见的解决方案之一是利用固定目标作为参考来估计无人机运动, 例如选取桥梁梁体两端或桥墩作为静态参考点<sup>[12]</sup>。然而, 并非所有实际场景都能找到合适的固定目标, 因此部分研究转向采用信号滤波方法以消除无人机运动的影响, 如高通滤波<sup>[15]</sup>与差分滤波<sup>[16]</sup>。但此类方法要求无人机运动引起的位移误差频率与桥梁结构振动频率不能重叠, 因而其适用性受到显著限制。另有学者提出向桥梁侧面投射稳定激光束, 通过跟踪其在表面形成的光斑来解算无人机运动轨迹<sup>[17]</sup>, 实验虽验证了该思路的可行性, 但在实际应用中该方案操作难度较高, 光斑检测与定位的精度也难以保障。综上所述, 在现有无人机测量技术条件下, 实现针对桥梁结构的亚毫米级高精度位移测量, 仍然面临巨大挑战。

基于上述研究背景与现有挑战, 本文提出一种基于无人机单目移轴视觉的桥梁位移高精度测量方法。该方法能够实现与位移计精度相当的亚毫米级位移测量, 并支持对桥梁结构进行多点同步位移监测。方法整体流程如图1所示。测量过程中, 将所有靶标沿桥梁道路方向布设, 无人机悬停于待测梁体前方, 使得无人机与所有靶标形成近似线状的阵列布局。在该配置下, 当机载相机视线朝向桥梁道路方向时, 无需扩大成像视场 (从而避免图像分辨率下降), 即可将所有靶标纳入相机有限的视场范围内<sup>[18]</sup>。为进一步确保所有靶标清晰成像, 本文采用基于沙姆定律的移轴成像方式<sup>[19]</sup>, 有效扩展了相机的成像景深。该设计不仅保障了靶标图像的高分辨率, 也使多靶标同步测量成为可能 (图1)。在此基础上, 本文构建了一种鲁棒的机载相机运动模型, 并提出相应的机载

单目移轴视觉位移测量方法。该方法能够从包含相机运动的原始位移数据中准确提取桥梁结构的真实位移, 并且规避了对相机内参的依赖, 同时因使用长焦镜头而无需进行畸变校正, 具备高精度、多点同步测量、参数配置简便以及无需相机标定等优势。

## 1 机载单目移轴视觉桥梁位移测量方法

本文所述机载单目视觉桥梁位移测量方案如图1(a)所示, 测量靶标沿桥梁道路方向布设于桥梁外侧, 测量过程中无人机悬停于待测桥梁梁体前端, 使机载相机视线保持水平, 并与待测梁体的高度基本一致, 此时无人机与靶标的分布大致呈一条直线。在这种成像条件下, 所有靶标均沿相机景深方向排布, 无需扩展成像视场 (不降低图像分辨率) 也能够使所有靶标位于相机有限的视场范围内。但是, 常规相机受景深限制, 超出景深范围的靶标无法清晰成像 (图1(b)), 为此本文使用基于沙姆定律的移轴相机代替常规相机, 以此扩展机载单目视觉的成像景深, 如图1(c)所示, 从而确保沿相机景深方向排布的靶标均能清晰成像, 为后续高精度桥梁位移计算提供了必要的数据支撑。

本文使用的机载移轴相机如图2所示, 该相机由图像传感器、长焦镜头、移轴转接环等组件构成。其中图像传感器采用黑白CMOS芯片, 最大像素数为 $1920 \times 1200$ ; 镜头采用85mm/F2.0大光圈长焦镜头, 保证了靶标成像质量和分辨率; 长焦镜头和图像传感器分别安装于移轴转接环两端, 移轴调节时, 镜头保持不动, 图像传感器可绕Y轴 (竖直轴) 旋转, 旋转行程为 $\pm 10^\circ$ , 具体旋转角度可通过转接环角度刻度尺读取, 分辨率为 $0.1^\circ$ 。

常规视觉位移计算方法一般包含2个步骤:

(1) 通过计算连续图像序列中待测靶标的坐标差值, 得到图像平面上待测靶标的像素位移;

(2) 再通过比较靶标的实际物理尺寸 (图1(a)所示的靶标角点间距 $P$ ) 和对应图像平面上的像素尺寸, 计算尺度转换因子 $s$ , 从而得到待测靶标的实际位移。



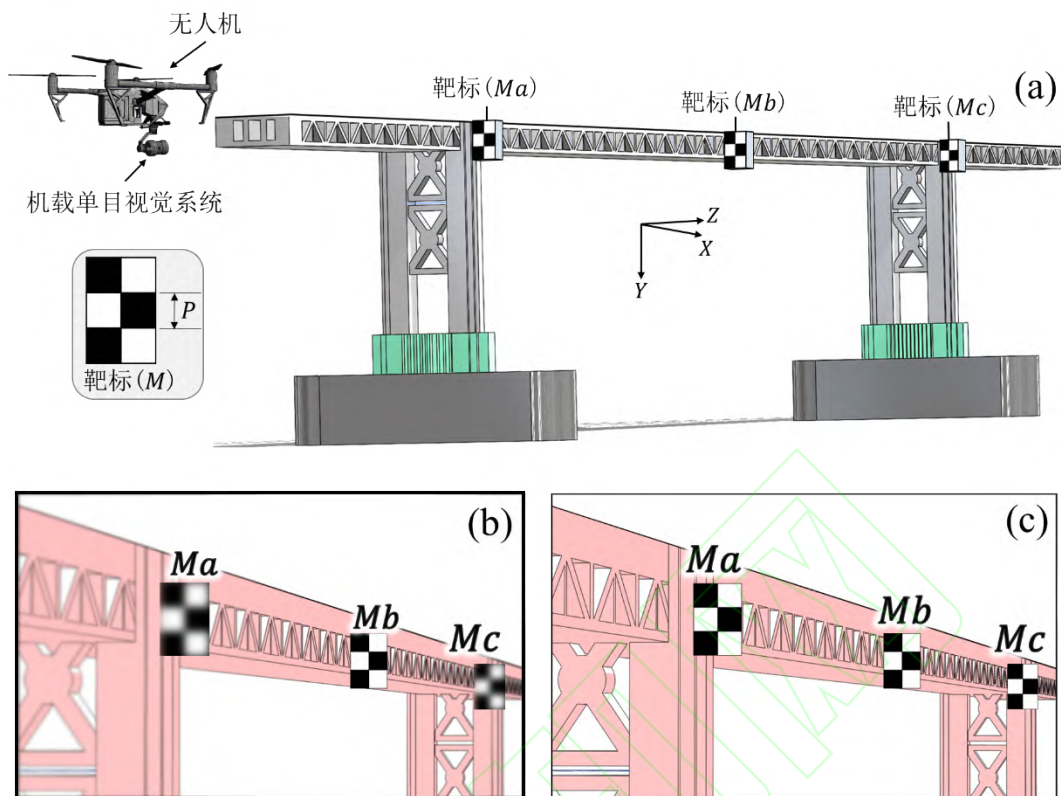


图1 机载单目移轴视觉桥梁位移高精度测量方案。该方案由无人机、机载移轴相机和至少3个靶标(包含2个间距已知的十字形角点)组成。

Fig.1 A high-precision bridge displacement measurement solution utilizing an onboard monocular tilt-shift vision system. The system comprises a UAV, an onboard tilt-shift camera, and at least three targets, each containing two cross-shaped corner points with a known spacing.

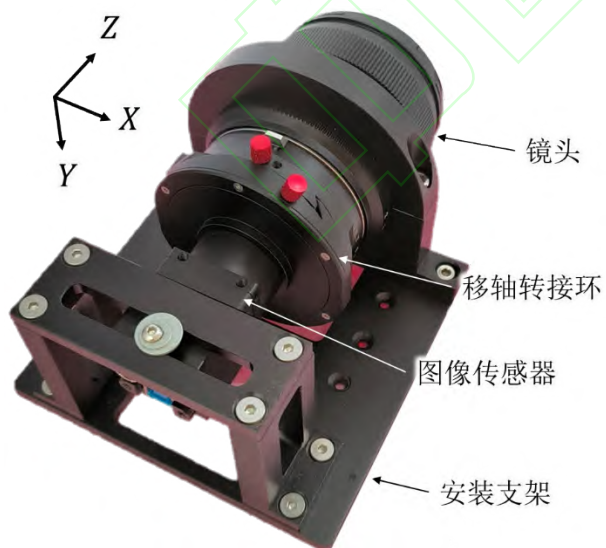


图2 机载移轴相机

Fig.2 Onboard tilt-shift camera

如前所述,无人机悬停状态下测量时引起的相机运动是主要误差源,因此,消除相机运动进

而提取桥梁实际位移是计算过程中必不可少的处理步骤。如图3所示,以包含3个靶标的测量方案为例,介绍本文提出的机载单目移轴视觉桥梁位移测量方法,并定义坐标系的 $X$ 轴方向(水平方向)、 $Y$ 轴方向(竖直方向)和 $Z$ 轴方向(沿桥梁道路方向)。沿相机景深方向由近及远将靶标分别命名为 $Ma$ 、 $Mb$ 和 $Mc$ ,其中 $Ma$ 和 $Mc$ 为参考靶标,一般布设在桥梁梁体两端或桥墩处, $Mb$ 为测量靶标。3个靶标对应的十字型角点在无人机影像上被标注为 $Ma_1$ 、 $Ma_2$ 、 $Mb_1$ 、 $Mb_2$ 、 $Mc_1$ 、 $Mc_2$ ,其所在平面的尺度转换因子( $\text{mm}/\text{像素}$ )分别为 $s_a$ 、 $s_b$ 和 $s_c$ 。无人机悬停状态下测量时引起的相机运动包含平移和旋转运动,具体分析各个运动分量对位移测量的影响:

(1) 相机在 $Z$ 轴方向(相机视线方向)的移动距离,远小于它到被拍摄目标的距离,对位移追踪和尺度计算的影响很小,因此相机沿 $Z$ 轴方向的

平移运动对位移测量的影响可忽略不计;

(2) 相机绕Z轴方向的旋转不可忽略, 将由此引起的靶标成像位置的变化定义为  $cz_x$  和  $cz_y$ ;

(3) 相机在X方向和Y方向上的平移不可忽略, 并将由此引起的靶标成像位置的变化定义为  $ct_x$  和  $ct_y$ ;

(4) 相机绕X轴和Y轴方向的旋转运动也不可忽略, 并将由此引起的靶标成像位置的变化定义为  $cr_x$  和  $cr_y$ 。并由此给出未经相机运动补偿的靶标竖向位移表达式:

$$\begin{cases} Md_y^{a1} = cz_y^{a1} + ct_y^{a1} + cr_y^{a1} \\ Md_y^{a2} = cz_y^{a2} + ct_y^{a2} + cr_y^{a2} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} Md_y^{b1} = CMd_y^{b1} + cz_y^{b1} + ct_y^{b1} + cr_y^{b1} \\ Md_y^{b2} = CMd_y^{b2} + cz_y^{b2} + ct_y^{b2} + cr_y^{b2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} Md_y^{c1} = cz_y^{c1} + ct_y^{c1} + cr_y^{c1} \\ Md_y^{c2} = cz_y^{c2} + ct_y^{c2} + cr_y^{c2} \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $Md_x^{a1}$ 、 $Md_x^{a2}$  和  $Md_y^{a1}$ 、 $Md_y^{a2}$  分别表示靶标  $Ma$  的两个角点  $M_{a1}$ 、 $M_{a2}$  在X和Y方向上的原始位移,  $Md_y^{b1}$ 、 $Md_y^{b2}$ 、 $Md_y^{c1}$ 、 $Md_y^{c2}$  同理。靶标  $Ma$  和  $Mc$  为参考靶标, 因此假设其实际位移为 0。 $CMd_x^{b1}$ 、 $CMd_x^{b2}$  和  $CMd_y^{b1}$ 、 $CMd_y^{b2}$  分别表示测量靶标  $Mb$  相对于参考靶标  $Ma$  和  $Mc$  的桥梁位移。

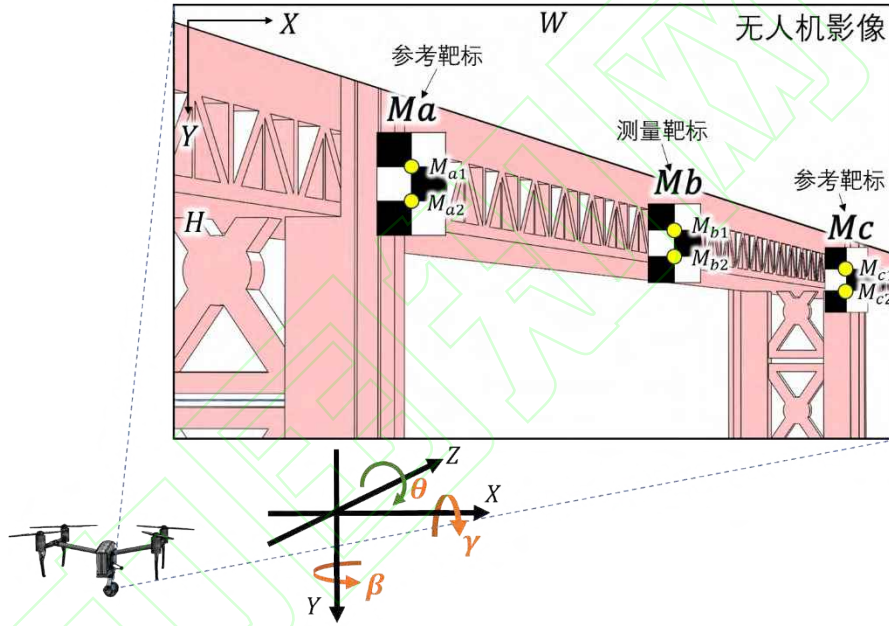


图3 机载单目视觉位移测量方法概览。假定每张无人机影像包含2个参考靶标( $Ma$ 和 $Mc$ )和一个测量靶标( $Mb$ )。

Fig.3 Overview of the onboard monocular vision displacement measurement method. It is assumed that each UAV image contains two reference targets ( $Ma$  and  $Mc$ ) and one measurement target ( $Mb$ ).

上述公式中, 靶标原始位移  $Md$  由常规视觉位移计算方法计算得到, 因此是已知值, 想要提取桥梁实际位移  $CMd$ , 就要求解相机运动分量引起的位移  $cz$ 、 $ct$  和  $cr$ 。为此, 逐个分析相机运动分量对位移测量的影响:

(1) 相机绕Z轴方向的旋转对位移测量的影响分析

如图4所示, 以每个靶标的其中一组角点的图像坐标为例, 旋转前后靶标  $Ma$ 、 $Mb$ 、 $Mc$  的图像坐标可分别表示为  $M_{a1}(x_{a1}, y_{a1})$  和  $M_{a1}'(x_{a1}', y_{a1}')$ 、 $M_{b1}(x_{b1}, y_{b1})$  和  $M_{b1}'(x_{b1}', y_{b1}')$ 、 $M_{c1}(x_{c1}, y_{c1})$  和

$M_{c1}'(x_{c1}', y_{c1}')$ 。当相机绕Z轴方向逆时针旋转角度  $\theta$  时, 靶标坐标变化有如下关系:

$$\begin{cases} x_{a1}' = x_{a1} \cos \theta + y_{a1} \sin \theta \\ y_{a1}' = y_{a1} \cos \theta - x_{a1} \sin \theta \\ x_{b1}' = x_{b1} \cos \theta + y_{b1} \sin \theta \\ y_{b1}' = y_{b1} \cos \theta - x_{b1} \sin \theta \\ x_{c1}' = x_{c1} \cos \theta + y_{c1} \sin \theta \\ y_{c1}' = y_{c1} \cos \theta - x_{c1} \sin \theta \end{cases} \quad (4)$$

则旋转前后该点成像位置的变化为:

$$\begin{cases} cz_x^{a1} = x_{a1}' - x_{a1} = y_{a1} \sin \theta + x_{a1} (\cos \theta - 1) \\ cz_y^{a1} = y_{a1}' - y_{a1} = -x_{a1} \sin \theta + y_{a1} (\cos \theta - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} cz_x^{b1} = x_{b1}' - x_{b1} = y_{b1} \sin \theta + x_{b1} (\cos \theta - 1) \\ cz_y^{b1} = y_{b1}' - y_{b1} = -x_{b1} \sin \theta + y_{b1} (\cos \theta - 1) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} cz_x^{c1} = x_{c1}' - x_{c1} = y_{c1} \sin \theta + x_{c1} (\cos \theta - 1) \\ cz_y^{c1} = y_{c1}' - y_{c1} = -x_{c1} \sin \theta + y_{c1} (\cos \theta - 1) \end{cases}$$

本文使用的机载相机配备有稳像云台，经实验分析发现，在风力等级小于5级的良好工况条件下，无人机处于悬停状态时相机绕Z轴方向的旋转幅度在 $\pm 5^\circ$ 范围内，因此可认为 $(\cos \theta - 1) \approx 0$ ，则公式(5)可简化为：

$$\begin{cases} cz_x^{a1} = y_{a1} \sin \theta \\ cz_y^{a1} = -x_{a1} \sin \theta \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} cz_x^{b1} = y_{b1} \sin \theta \\ cz_y^{b1} = -x_{b1} \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} cz_x^{c1} = y_{c1} \sin \theta \\ cz_y^{c1} = -x_{c1} \sin \theta \end{cases}$$

同理可得每个靶标上另一组角点的成像位置变化：

$$\begin{cases} cz_x^{a2} = y_{a2} \sin \theta \\ cz_y^{a2} = -x_{a2} \sin \theta \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} cz_x^{b2} = y_{b2} \sin \theta \\ cz_y^{b2} = -x_{b2} \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} cz_x^{c2} = y_{c2} \sin \theta \\ cz_y^{c2} = -x_{c2} \sin \theta \end{cases}$$

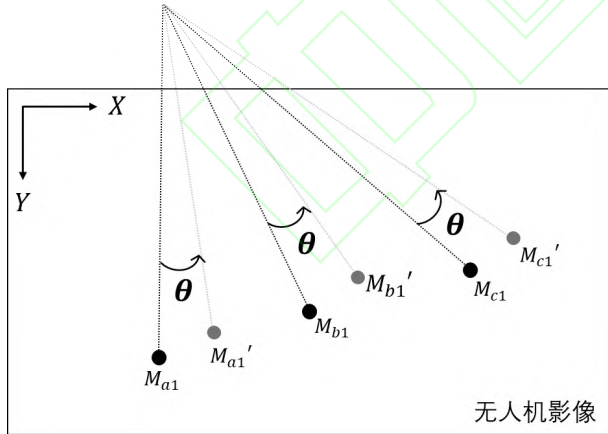


图4 相机绕Z轴方向旋转时靶标成像位置的变化

Fig.4 Changes in the position of the target on the image induced by camera rotation along the Z-axis.

(2) 相机绕X轴方向的旋转对位移测量的影响分析

如图5所示，为方便图像理解和公式推导，以靶标Ma、Mb和Mc的旋转代替相机的旋转。假设

旋转中心为焦点f，旋转角度为 $\gamma$ ，旋转后靶标在空间中的位置变为Ma'、Mb'和Mc'。同样以每个靶标其中一组角点为例，则旋转前后靶标图像坐标为 $M_{a1}(x_{a1}, y_{a1})$ 和 $M_{a1}'(x_{a1}', y_{a1}')$ 、 $M_{b1}(x_{b1}, y_{b1})$ 和 $M_{b1}'(x_{b1}', y_{b1}')$ 、 $M_{c1}(x_{c1}, y_{c1})$ 和 $M_{c1}'(x_{c1}', y_{c1}')$ 。由图5可知，沿相机景深方向(Z轴方向)分布的靶标，其成像位置的变化有如下近似关系：

$$cr_y^{a1} = cr_y^{b1} = cr_y^{c1} \quad (8)$$

需要注意公式(8)的推导未考虑相机移轴角对靶标成像位置的影响，已有实验表明当使用长焦镜头且测量距离较远时，移轴角对靶标成像位置的影响较小<sup>[20]</sup>，因此可认为相机光轴近似垂直于图像平面。同理可得另一组角点的成像位置变化：

$$cr_y^{a2} = cr_y^{b2} = cr_y^{c2} \quad (9)$$

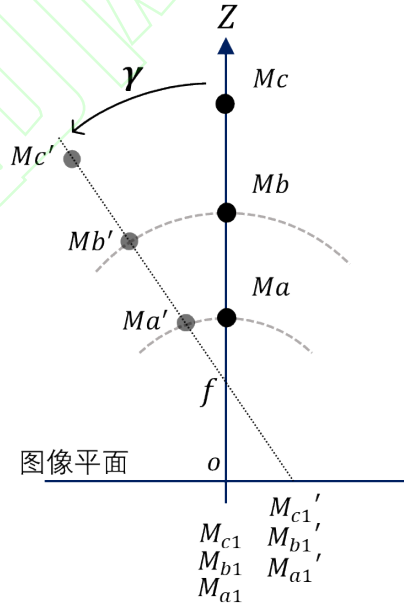


图5 相机绕X轴或Y轴方向旋转时靶标成像位置的变化

Fig.5 Changes in the position of the target on the image due to camera rotation about the X or Y axis.

(3) 相机沿Y轴方向平移对位移测量的影响分析

如图6所示，同样以靶标的平移代替相机平移，移动后每个靶标在空间中的位置变为Ma'、Mb'和Mc'。平移前后靶标图像坐标为 $M_{a1}(x_{a1}, y_{a1})$ 和 $M_{a1}'(x_{a1}', y_{a1}')$ 、 $M_{b1}(x_{b1}, y_{b1})$ 和 $M_{b1}'(x_{b1}', y_{b1}')$ 、 $M_{c1}(x_{c1}, y_{c1})$ 和 $M_{c1}'(x_{c1}', y_{c1}')$ 。则根据图6可得靶标成像位置的变化有如下近似关系：

$$\begin{cases} \frac{ct_y^{a1}}{ct_y^{b1}} = \frac{d_b}{d_a} \\ \frac{ct_y^{a1}}{ct_y^{c1}} = \frac{d_c}{d_a} \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $d_a$ 、 $d_b$  和  $d_c$  表示对应靶标与相机之间的实际距离。但在应用时靶标与相机之间的实际距离难以获取, 而依据小孔成像原理, 靶标与相机之间的距离与该靶标所在平面的尺度转换因子呈线性正相关关系, 因此可将公式(10)改写为:

$$\begin{cases} \frac{ct_y^{a1}}{ct_y^{b1}} = \frac{s_b}{s_a} \\ \frac{ct_y^{a1}}{ct_y^{c1}} = \frac{s_c}{s_a} \end{cases} \quad (11)$$

同理可得另一组角点成像位置变化的关系:

$$\begin{cases} \frac{ct_y^{a2}}{ct_y^{b2}} = \frac{s_b}{s_a} \\ \frac{ct_y^{a2}}{ct_y^{c2}} = \frac{s_c}{s_a} \end{cases} \quad (12)$$

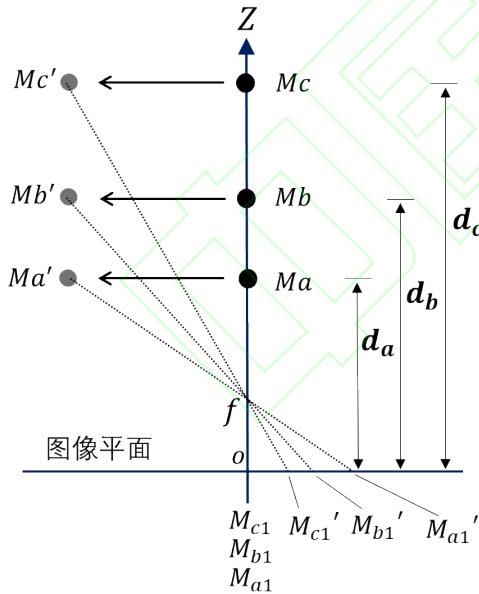


图6 相机沿X轴或Y轴方向平移时靶标成像位置的变化

Fig.6 Changes in the position of the target on the image due to camera translation along the X or Y axis.

在此基础上, 首先计算相机绕Z轴方向旋转引起的靶标图像位置变化  $cz_x$  和  $cz_y$ 。对于同一个靶标上的2个角点, 其绕X轴或Y轴方向旋转引起的图像位置变化相同, 沿X轴或Y轴方向平移引起的图

像位置变化也相同, 即:

$$\begin{cases} ct_y^{a1} = ct_y^{a2} \\ cr_y^{a1} = cr_y^{a2} \\ ct_y^{b1} = ct_y^{b2} \\ cr_y^{b1} = cr_y^{b2} \\ ct_y^{c1} = ct_y^{c2} \\ cr_y^{c1} = cr_y^{c2} \end{cases} \quad (13)$$

因此可将公式(1)改写为如下形式:

$$Md_y^{a1} - Md_y^{a2} = cz_y^{a1} - cz_y^{a2} \quad (14)$$

再将公式(6)代入上式, 可得:

$$Md_y^{a1} - Md_y^{a2} = -x_{a1} \sin\theta - (-x_{a2} \sin\theta) = (x_{a2} - x_{a1}) \sin\theta \quad (15)$$

式中, 角点原始位移  $Md_y^{a1}$ 、 $Md_y^{a2}$  和角点图像坐标  $y_{a1}$ 、 $y_{a2}$  均为已知值, 因此可直接求得  $\sin\theta$ , 进而求得  $cz_y^{a1}$  和  $cz_y^{a2}$ 。同理可求得  $cz_y^{b1}$ 、 $cz_y^{b2}$  和  $cz_y^{c1}$ 、 $cz_y^{c2}$ 。

其次将公式(8)、(9)和(11)、(12)代入公式(1)和(3), 可得:

$$\begin{cases} Md_y^{a1} - Md_y^{c1} + (cz_y^{c1} - cz_y^{a1}) = ct_y^{a1} \left(1 - \frac{s_a}{s_c}\right) \\ Md_y^{a2} - Md_y^{c2} + (cz_y^{c2} - cz_y^{a2}) = ct_y^{a2} \left(1 - \frac{s_a}{s_c}\right) \end{cases} \quad (16)$$

原始位移  $Md$ 、相机绕Z轴方向旋转引起的靶标位置变化  $cz$  以及尺度变换因子  $s$  均为已知值, 由此可求得  $ct_y^{a1}$  和  $ct_y^{a2}$ , 再根据公式(11)、(12)进一步求得  $ct_y^{b1}$ 、 $ct_y^{b2}$  和  $ct_y^{c1}$ 、 $ct_y^{c2}$ 。

然后将已经求得的  $cz_y^{a1}$ 、 $ct_y^{a1}$  和  $cz_y^{a2}$ 、 $ct_y^{a2}$  代入公式(1), 得到  $cr_y^{a1}$  和  $cr_y^{a2}$ , 再根据公式(8)、(9), 进一步求得  $cr_y^{b1}$ 、 $cr_y^{b2}$  和  $cr_y^{c1}$ 、 $cr_y^{c2}$ 。

最后, 将  $cz_y^{b1}$ 、 $cz_y^{b2}$ 、 $cr_y^{b1}$ 、 $cr_y^{b2}$ 、 $ct_y^{b1}$ 、 $ct_y^{b2}$  代入公式(2), 求得  $CMd_y^{b1}$  和  $CMd_y^{b2}$ , 再引入尺度变换因子  $s$ , 最终求得经相机运动补偿后测量靶标  $Mb$  的实际位移:

$$CMD_y = s_b \left( \frac{CMd_y^{b1} + CMd_y^{b2}}{2} \right) \quad (17)$$

综上, 对本文方法的图像采集和位移计算步骤总结如下:

(1) 首先利用机载移轴相机采集桥梁监测数据。移轴相机通过调整镜头光轴与图像平面之间的角度, 可以突破常规成像的景深限制, 其核心优势在于基于沙姆定律的独特光路结构: 相机图像平面、镜头平面和对焦平面始终相交于一线, 如图7所示的无人机桥梁监测俯视图。此时, 对焦



平面不再与镜头平面平行,而是近似与相机视线方向对齐,从而将景深范围大幅扩展至沿视线方向。得益于该特性,布设于桥梁侧面、沿相机视线方向排列的多个靶标均能实现清晰成像。图像数据采集前,需进行精确的移轴角预计算与设置,如图7所示。首先,根据无人机在预设采样点上悬停时,与首个靶标的直线距离 $n$ 及与桥梁侧面的垂直距离 $D$ ,结合沙姆光路几何模型,推导出理论移轴角 $\alpha$ ;进而,在无人机起飞前,依据此角度完成移轴相机的配置;最终,飞行中只需将无人机悬停于预设位置,即可实现对桥梁侧面靶标区域的有效图像采集。

(2) 本文采用的靶标具有2个十字形角点特征,如图1所示。为此,选用当前性能优异的十字型角点检测定位算法<sup>[20]</sup>提取靶标图像坐标。该算法在复杂成像条件下可实现亚像素级的坐标定位精度。首先使用该算法获取图像序列中靶标的图像坐标。以第 $i$ 帧图像为例,分别得到坐标 $M_{a1}(x_{a1}, y_{a1})_i$ 、 $M_{a2}(x_{a2}, y_{a2})_i$ 、 $M_{b1}(x_{b1}, y_{b1})_i$ 、 $M_{b2}(x_{b2}, y_{b2})_i$ 、 $M_{c1}(x_{c1}, y_{c1})_i$ 、 $M_{c2}(x_{c2}, y_{c2})_i$ ;

(3) 以无人机图像序列第1帧为初始帧,计算

参考靶标和测量靶标第 $i$ 帧图像位移 $(Md_y^{a1}, Md_y^{a2})_i$ 、 $(Md_y^{b1}, Md_y^{b2})_i$ 和 $(Md_y^{c1}, Md_y^{c2})_i$ ,并计算靶标所在平面的尺度转换因子 $(s_a, s_b, s_c)_i$ ;

(4) 根据公式(15)计算 $(\sin\theta)_i$ ,进而计算靶标对应的图像坐标变化分量 $(cz_y^{a1}, cz_y^{a2}, cz_y^{b1}, cz_y^{b2}, cz_y^{c1}, cz_y^{c2})_i$ ;

(5) 根据公式(11)、(12)、(16)计算靶标对应的图像坐标变化分量 $(ct_y^{a1}, ct_y^{a2}, ct_y^{b1}, ct_y^{b2}, ct_y^{c1}, ct_y^{c2})_i$ ;

(6) 将第3步和第4步求得的 $(cz_y^{a1}, ct_y^{a1}, cz_y^{a2}, ct_y^{a2})_i$ 代入公式(1),得到 $(cr_y^{a1}, cr_y^{a2})_i$ ,再根据公式(8)、(9),进一步求得 $(cr_y^{b1}, cr_y^{b2}, cr_y^{c1}, cr_y^{c2})_i$ ;

(7) 将第3、4、5步计算得到的靶标图像坐标变化分量 $(cz_y^{b1}, cz_y^{b2}, cr_y^{b1}, cr_y^{b2}, ct_y^{b1}, ct_y^{b2})_i$ 代入公式(2),计算得到测量靶标 $M_b$ 的第 $i$ 帧图像位移 $(CMd_y^{b1}, CMd_y^{b2})_i$ ;

(8) 最后,利用公式(17)计算测量靶标 $M_b$ 的第 $i$ 帧实际位移;

(9) 若包含多个测量靶标,其位移计算流程与靶标 $M_b$ 相同。

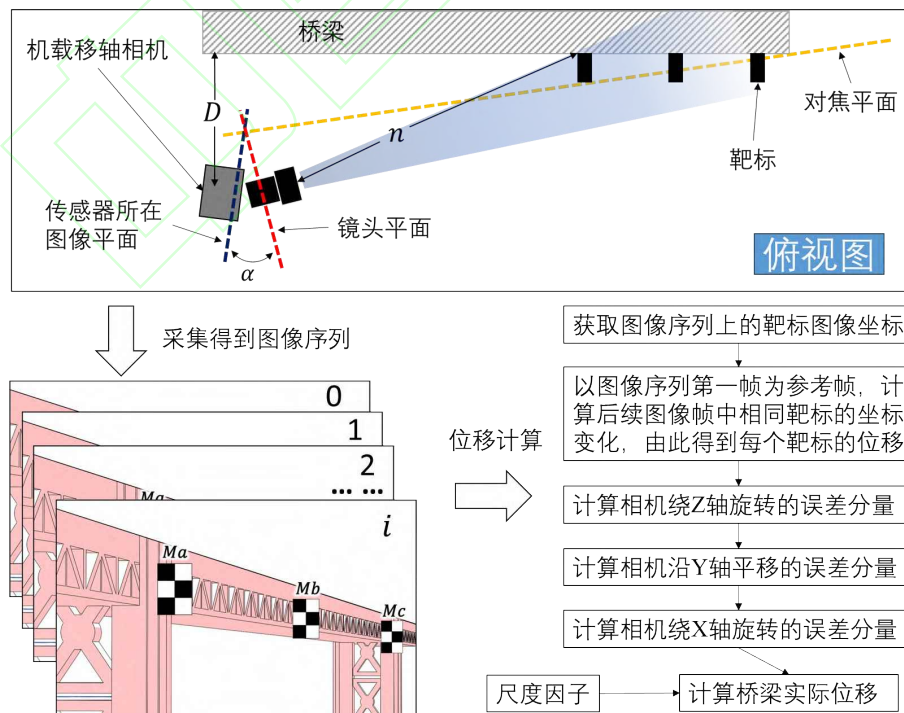


图7 图像采集和位移计算流程示意图

Fig.7 Schematic diagram of image acquisition and displacement calculation process.

## 2 实验验证

### 2.1 模拟桥梁测量实验

为验证本文所提出方法的有效性, 在一栋大楼侧面沿线布设靶标, 模拟桥梁位移测量。如图 8(a)所示, 在大楼 4 楼窗台外侧以 8m 等间距布设了 5 个尺寸一致的靶标 (十字形角点间距为 100 mm), 从左至右依次命名为 Mk1 至 Mk5。其中, Mk1 和 Mk5 模拟布置在桥梁梁体两端或桥墩处的参考靶标, 假定其实际位移为 0; Mk2、Mk3 和 Mk4 则作为测量靶标, 用于模拟桥梁位移。

靶标基座安装有水平和竖向平移滑台 (图 8(b)), 可通过手动调节方式精确模拟靶标的位移变化。实验所用无人机如图 8(c)所示, 其机架底部搭载一台移轴相机, 并借助云台保持相机视线处于水平状态。

为获取高精度参考数据以验证本文方法的测量性能, 在大楼窗台处额外设置一台近距离 (<5 m) 观测相机, 用于直接测量靶标位移, 所得数据将作为基准用于后续精度评估 (图 8(d))。测量过程中, 无人机悬停于大楼前侧, 与 Mk1 靶标保持约 20 米的水平距离, 且与 5 个靶标大致呈直线分布。机载相机拍摄的图像示例如图 8(e)所示。

本次实验将机载移轴相机的采样频率设置为 100 Hz, 采集时长为 20s, 该设置能够满足大多数桥梁动态位移测量的实际需求。实验共布设 3 个测量靶标, 旨在验证移轴单目视觉方法在多点同步位移测量方面的有效性。但由于当前实验场地条件无法模拟桥梁挠度变化, 为简明呈现主要结果, 本文仅展示靶标 Mk2 的位移测量数据, 如图 9 所示。

图 9(a)展示了靶标 Mk2 未经相机运动补偿的竖向位移测量结果, 其最大位移超过 400 mm, 存在明显的随机大幅波动, 表明在无人机悬停状态下, 其自身运动对位移测量结果具有显著影响。图 9(b)展示了经本文方法计算得到的靶标 Mk2 位移结果, 并与固定相机所测数据进行对比。可以看出, 两条位移曲线的变化趋势基本一致。进一步量化分析如表 1 所示, 本文方法所得结果与固定相机测量值之间的均方根误差 (RMSE) 为 0.27 mm, 平均误差为 -0.06 mm, 验证了本文方法能够实现与位移

计精度相当的亚毫米级高精度位移测量。

### 2.2 伦洲大桥测量实验

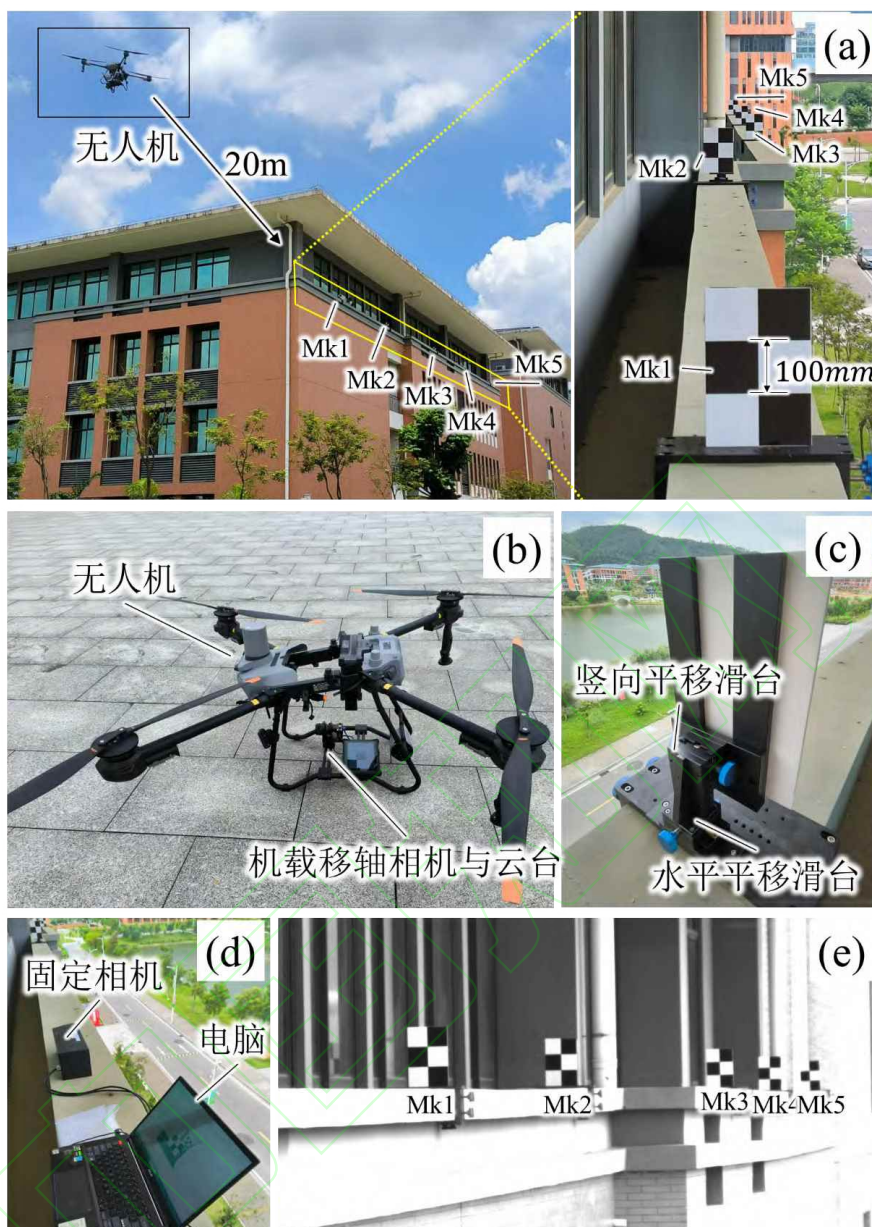
为验证本文方法在实际桥梁监测任务中的适用性与精度, 选取伦洲大桥开展桥梁位移监测试验, 如图 10 所示。该桥位于广东省清远市凤城大桥上游约 4.5 km 处的伦洲岛西侧, 是横跨北江、连接清飞公路与北江东路的重要交通通道。该桥为双向 4 车道, 桥宽 22.5 m, 汽车荷载标准为公路 I 级, 人群荷载标准为 2.5 kN/m<sup>2</sup>。通过对该桥进行位移监测, 不仅可评估本文方法在工程实际中的表现, 也可为公路桥梁的结构安全评估与长期运维提供数据支撑。

如图 10(a)所示, 监测区段选取位于河面上方的桥跨, 符合无人机测量的典型场景条件。该段桥梁全长 45 m, 沿人行道护栏等间隔布设 5 个靶标, 分别为 T1 至 T5。其中, T1 和 T5 分别布置于前后 2 个桥墩正上方, T3 位于跨中位置, T2 和 T4 则分别布设于 1/4 和 3/4 梁体处, 靶标距离水面高度约 6.5m。为便于机载移轴相机与固定平台移轴相机同步观测, 在 T2 至 T5 点位上均安装了一对固联靶标 (图 10(b)、10(c))。固定相机观测偏向桥梁内侧的靶标, 而机载相机则观测偏向桥梁外侧的靶标。各靶标的角点间距设置为: T1、T2、T3 为 100 mm, T4 和 T5 为 150 mm。

此次实验使用的无人机平台为定制工业无人机, 主要参数如表 2 所示。该无人机兼具了可观的载重能力和续航时间, 同时具备强大的环境适应性和厘米级的高精度作业能力, 能够胜任多种复杂、严苛的户外监测任务。实验当日, 气象站预报风力为 3 级 (风速 3.4~5.4m/s), 符合无人机的抗风等级要求。

测量过程中, 无人机悬停于河面上方, 与近处桥墩的直线距离约为 30m, 与桥梁结构的最短水平距离约为 6m, 如图 10(a)、10(b)所示。机载相机与固定相机采集到的图像示例分别如图 11(a)与 11(b)所示。

本次实验同样将相机的采样频率设置为 100 Hz, 采集时长为 20s。其中 T1、T5 是参考靶标, 位移默认设为 0, 测量靶标 T2~T4 的位移计算结果如图 12 所示。表 3 统计了靶标 (T1 - T5) 与无人机之间的距离和尺度因子, 尺度因子能够代表靶



(a) 实验场地; (b) 靶标滑动基座; (c) 无人机与机载相机; (d) 固定相机; (e) 由机载移轴相机获取的图像示例

图 8 模拟桥梁位移测量实验

Fig.8 The measurement experiment to simulate bridge displacement.

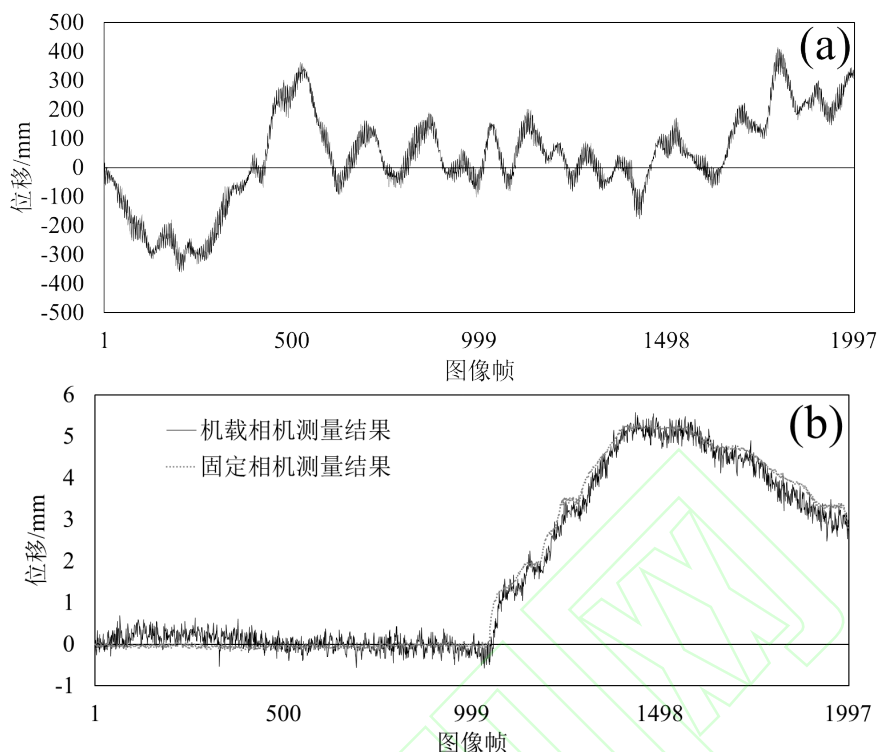
标的成像分辨率, 与测量距离相关。可以看到, 随着靶标与无人机之间的距离增加, 靶标的成像分辨率也随之下降。

由图 12 可知, 监测区段出现明显下沉趋势的时间点与重型货车通过该区段的时刻完全吻合。固定相机与机载相机的监测结果高度一致, 验证了本文方法在桥梁位移监测中的有效性。此外, 可以看到测量靶标 (T2 - T4) 的位移变化幅度差异不明显, 这可能是因为该桥梁段长度有限、结构刚度较高, 导致梁体主要表现为整体变形。

为进一步评估测量精度, 以固定相机的位移数据为基准, 对机载相机的测量结果进行定量分析, 如表 4 所示。靶标 T2 - T4 的 RMSE 分别为 0.42 mm、0.35 mm 和 0.32 mm, 全部优于 0.5 mm, 体现了本文方法较高的测量准确性。同时, 最大误差稳定在约 1.24mm, 表明本文方法在户外实测条件下也具备可靠的稳定性。此次实验也进一步验证了本文方法的有效性。

尽管模拟与实测实验均取得了良好的测量效果, 但两组实验中所涉及的桥梁跨度均相对有限





(a) 靶标 Mk2 原始位移测量结果; (b) 本文方法测量结果与固定相机结果对比图 9 靶标 Mk2 竖向位移测量结果。

Fig.9 Vertical displacement measurement results of target Mk2.

表 1 靶标 Mk2 竖向位移精度对比

Table 1 Comparison of vertical displacement accuracy of target Mk2.

精度指标	本文方法计算结果	原始位移测量结果
RMSE	0.27 mm	159.24 mm
最大误差	1.07 mm	409.50 mm
平均误差	-0.06 mm	32.03 mm

(模拟实验桥梁跨度 32 m, 伦洲大桥实测实验桥梁跨度 45 m)。这一局限主要源于以下 2 方面因素:

1) 机载移轴相机受限于体积与重量约束, 难以配备超长焦距镜头。本文所采用的镜头焦距为 85 mm, 在远距离测量条件下, 靶标在图像中的分辨率显著降低, 导致其检测与定位精度严重下降; 2) 同时, 受成像传感器尺寸的限制, 机载移轴相机的视场角有限。当桥梁跨度较大时, 相机单帧图像难以覆盖完整的梁体与桥墩结构, 影响了整体测量的连续性与完整性。

此外, 本文方法中“桥墩靶标位移为零”的假设, 其适用性依赖于桥墩位移量级远小于梁体待测挠度这一前提。因此, 本方法适用于桥墩刚

度大、基础稳固的桥梁 (如建于坚硬地基上的短桥或运营多年的稳定结构), 此类桥墩自身位移极小; 同时, 也适用于短期动态荷载 (如车辆荷载) 试验, 因其作用时间短, 桥墩基础产生显著瞬时变形的可能性很低。对于大跨径桥梁, 其桥墩稳固性高, 微小位移相对于主梁显著挠度亦可忽略。本研究的伦洲大桥实验即在短期车辆荷载下开展, 且该桥桥墩基础稳定, 因此该假设在当前条件下成立, 能够有效保证梁体测量结果的准确性。

### 3 结论

1) 提出了一种创新的无人机视觉成像方法。该方法将移轴成像技术与沿桥梁线状布设的靶标阵列相结合, 在不牺牲图像分辨率的前提下, 通过沙姆定律有效扩展了成像景深, 解决了多个靶标在有限视场内无法同时清晰成像的难题, 为高精度的多点同步监测奠定了物理基础。

2) 构建了一种鲁棒的机载相机运动误差模型。该模型将无人机的复杂运动分解为平移和旋转分量, 并通过引入参考靶标, 建立了各运动分量与靶标图像坐标变化之间的定量关系。该方法





(a) 伦洲大桥测试现场；(b) 无人机与固定相机；(c) 桥梁上布设的靶标

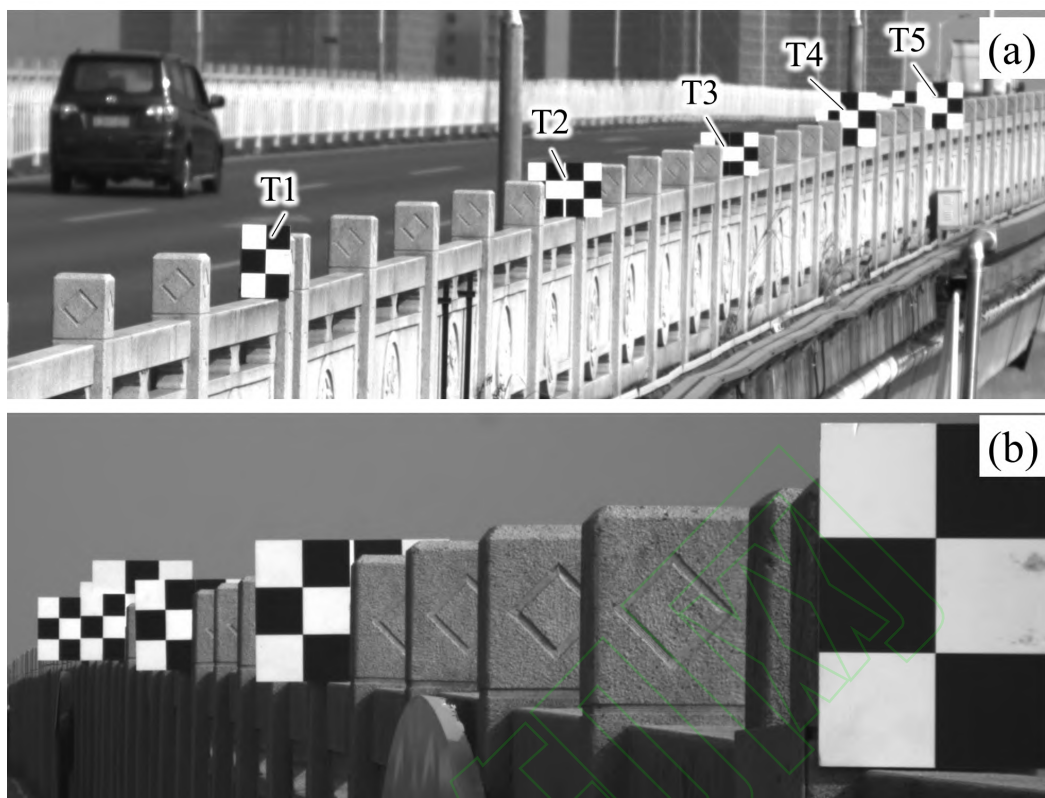
图 10 伦洲大桥位移测量实验

Fig.10 Displacement measurement experiment of Lunzhou bridge.

表 2 定制工业无人机主要参数

Table 2 Main parameters of customized industrial drones.

名称	型 号	外观	技术参数
工业四旋翼无人机	R10		1、轴距:1050mm; 2、最大载重:5kg;空机重量:11kg; 3、空载续航:50分钟;满载续航:25分钟; 4、防护等级:IP54; 5、抗风等级:6级风; 6、定位精度:垂直方向≤0.1m,水平方向≤0.1m。



(a) 机载相机采集的图像示例；(b) 固定平台的相机采集的图像示例

图 11 机载相机与固定相机采集到的图像示例

Fig.11 Examples of images captured by onboard cameras and fixed cameras.

表 3 靶标(T1-T5)尺度因子统计

Table 3 Scale factor statistics of targets (T1-T5).

指标	T1	T2	T3	T4	T5
尺度因子	2.28 mm/像素	3.06 mm/像素	3.84 mm/像素	4.60 mm/像素	5.36 mm/像素
与无人机的距离	30 m	41.25 m	52.50 m	63.75 m	75 m

能够从混杂的原始位移数据中准确提取出桥梁结构的真实动态响应，有效克服了无人机悬停不稳定性对测量精度的制约。

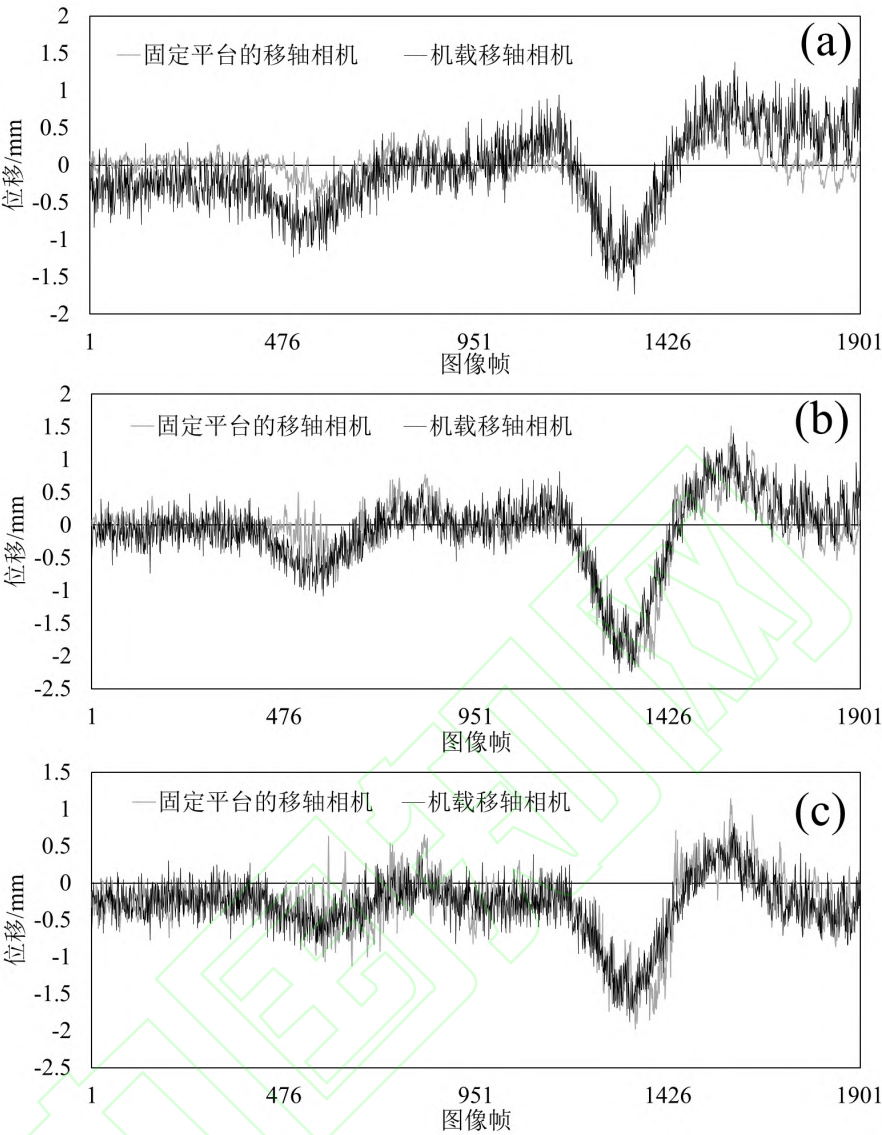
3) 通过实验验证了方法的有效性与高精度。模拟实验和伦洲大桥实测试验结果均表明，该方法位移测量的均方根误差优于 0.5mm（模拟实验 RMSE 为 0.27mm，桥梁实验 RMSE 最高为 0.42mm），达到了亚毫米级的测量精度，且与固定平台基准数据的吻合度较高，证明了其在工程实践中的可靠性与适用性。

4) 方法具备显著的技术优势与应用前景。本方法集成了非接触测量、高精度、多点同步、参数配置简便及无需相机标定等多重优点，为跨越水域、峡谷等复杂场景的桥梁结构健康监测提供

了一种低成本、高效率的解决方案，推动了无人机在基础设施无损检测领域的实用化进程。

#### 参考文献：

- [1] JEONG Y, KIM W, LEE I, et al. Bridge inspection practices and bridge management programs in China, Japan, Korea, and U.S[J]. Journal of Structural Integrity and Maintenance, 2018, 3(2): 126-135.
- [2] 王义, 梅熙. 空天地测绘新技术在川藏铁路勘测中的应用[J]. 铁道工程学报, 2021, 38(12): 7-12.  
WANG Yi, MEI Xi. Application of new air-ground-geographic mapping technology in survey of Sichuan-Tibet railway [J]. Journal of Railway Engineering Society, 2021, 38(12): 7-12.



(a) 靶标 T2 测量结果; (b) 靶标 T3 测量结果; (c) 靶标 T4 测量结果

图 12 靶标 T2~T4 位移测量结果

Fig.12 Displacement measurement results of targets T2~T4.

表 4 测量靶标(T2 T4)竖向位移精度统计

Table 4 Statistics of vertical displacement accuracy of measurement targets (T2-T4).

精度指标	测量靶标 T2	测量靶标 T3	测量靶标 T4
RMSE	0.42 mm	0.35 mm	0.32 mm
最大误差	1.23 mm	1.24 mm	1.24 mm

[3] 徐磊, 高广军, 彭畅, 等. 融合光纤传感与压电感知的列车结构健康监测方法[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(7): 2763–2772.

XU Lei, GAO Guangjun, PENG Chang, et al. Train structure health monitoring method based on optical fiber sensors and piezoelectric sensors[J]. Journal of Railway

Science and Engineering, 2023, 20(7): 2763–2772.

[4] 夏艳军. 基于激光雷达的高铁路基正常高测量方法[J]. 铁道工程学报, 2018, 35(12): 7–10, 25.

XIA Yanjun. The measurement method of normal height for high-speed railway foundation based on laser radar[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2018, 35(12): 7–10, 25.

[5] JAE L, SHINOZUKA M. A vision-based system for remote sensing of bridge displacement[J]. NDT & E International, 2006, 39(5): 425–431.

[6] FENG Dongming, FENG M Q, OZER E, et al. A vision-based sensor for noncontact structural displacement measurement[J]. Sensors, 2015, 15(7): 16557–16575.



- [7] VICENTE M A, GONZALEZ D C, MINGUEZ J, et al. A novel laser and video-based displacement transducer to monitor bridge deflections[J]. *Sensors*, 2018, 18(4): 970.
- [8] 杜文康, 雷冬, 杭宗庆, 等. 基于 SURF-PROSAC 法的高铁桥梁位移测量技术研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2023, 20(9): 3579–3591.
- DU Wenkang, LEI Dong, HANG Zongqing, et al. Deformation measurement technology of high-speed railway bridge based on SURF-PROSAC method[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2023, 20(9): 3579–3591.
- [9] 柳蓓, 胡景顺, 常柱刚, 等. 转体桥梁空间位姿精准监测与实时可视化研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2025, 22(8): 3545–3555.
- LIU Bei, HU Jingshun, CHANG Zhugang, et al. Accurate monitoring and real-time visualization research on the spatial pose of swivel bridges[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2025, 22(8): 3545–3555.
- [10] PERRY B J, GUO Yanlin. A portable three-component displacement measurement technique using an unmanned aerial vehicle (UAV) and computer vision: a proof of concept[J]. *Measurement*, 2021, 176: 109222.
- [11] YOON H, SHIN J, SPENCER B F. Structural displacement measurement using an unmanned aerial system[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2018, 33(3): 183–192.
- [12] YE Jiaxing, RI Shien. Phase-based motion analysis for high-precision measurement of bridge deflection using drone imagery[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2025, 228: 112433.
- [13] ELLENBERG A, KONTOSOS A, MOON F, et al. Bridge related damage quantification using unmanned aerial vehicle imagery[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2016, 23(9): 1168–1179.
- [14] ELLENBERG A, BRANCO L, KRICK A, et al. Use of unmanned aerial vehicle for quantitative infrastructure evaluation[J]. *Journal of Infrastructure Systems*, 2015, 21(3): 04014054.
- [15] HOSKERE V, PARK J W, YOON H, et al. Vision-based modal survey of civil infrastructure using unmanned aerial vehicles[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2019, 145(7): 04019062.
- [16] ZHANG Jiqiao, WU Zhihua, CHEN Gongfa, et al. Comparisons of differential filtering and homography transformation in modal parameter identification from UAV measurement[J]. *Sensors*, 2021, 21(16): 5664.
- [17] ZHUGE Sheng, XU Xiangpeng, ZHONG Lijun, et al. Noncontact deflection measurement for bridge through a multi-UAVs system[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2022, 37(6): 746–761.
- [18] ALIANSYAH Z, SHIMASAKI K, JIANG Mingjun, et al. A tandem marker-based motion capture method for dynamic small displacement distribution analysis[J]. *Journal of Robotics and Mechatronics*, 2019, 31(5): 671–685.
- [19] XING Lei, DAI Wujiao, ZHANG Yunsheng. Scheimpflug camera-based technique for multi-point displacement monitoring of bridges[J]. *Sensors*, 2022, 22(11): 4093.
- [20] 邢磊. 高精度单目视觉位移监测方法与关键技术研究[D]. 长沙: 中南大学, 2022.
- XING Lei. Research on method and key technology of high-precision monocular visual displacement monitoring[D]. Changsha: Central South University, 2022.