色散关系

王旭

2021 年 10 月 27 日

目录

本笔记基本参考 [1]。

1 S 矩阵及分波

用 $|q,\sigma,m,s,\lambda\rangle$ 表示一个粒子态，粒子态的归一化如下

$$\langle q,\sigma,m,s,\lambda||q',\sigma',m',s',\lambda'\rangle=(2\pi)^3 2q^0\delta^3(q-q')\delta^{\sigma\sigma'}\delta^{ss'}\delta^{\lambda\lambda'}, \tag{1.1}$$

1 S 矩阵

在 QFT 中，从初态 $|i\rangle$ 到末态的 $|f\rangle$ 的几率由幺正矩阵 S 描述，S 矩阵元定义为

$$S_{fi}=\langle f|S|i\rangle. \tag{1.2}$$

在相互作用表象中，可表示为

$$S_{fi}=\frac{\langle f|e^{\mathrm{i}\int d^4x\mathcal{L}_{int}}|i\rangle}{\langle 0|e^{\mathrm{i}\int d^4x\mathcal{L}_{int}}|0\rangle}. \tag{1.3}$$

利用 S 矩阵定义 T 矩阵为

$$S=1+\mathrm{i}T, \tag{1.4}$$

则由 S 矩阵的幺正性可得

$$T-T^\dagger=\mathrm{i}TT^\dagger, \tag{1.5}$$

两边夹上 $\langle f|$ 和 $|i\rangle$，以及在右手边插入单位矩阵，则可以得到

$$\begin{aligned}\langle f|T|i\rangle-\langle f|T^\dagger|i\rangle=&\mathrm{i}\sum\int\left[(2\pi)^4\delta(p_f-\sum_{i=1}^n q_i)\prod_{i=1}^n\frac{d^3q_i}{(2\pi)^3 2q_i^0}\right]\\&\times\langle f|T|q_1,\sigma_1,m_1,s_1,\lambda_1;\cdots;q_n,\sigma_n,m_n,s_n,\lambda_n\rangle\\&\times\langle q_1,\sigma_1,m_1,s_1,\lambda_1;\cdots;q_n,\sigma_n,m_n,s_n,\lambda_n|T|i\rangle,\end{aligned} \tag{1.6}$$

用 $\int dQ$ 表示末态相空间积分

$$\int dQ=\int(2\pi)^4\delta(p_f-\sum_{i=1}^n q_i)\prod_{i=1}^n\frac{d^3q_i}{(2\pi)^3 2q_i^0}, \tag{1.7}$$

在两体散射中，选取质心参考系，则散射截面为

$$\sigma_{fi}=\frac{1}{4|p_1\sqrt{s}}\int dQ_f|\langle f|T||p_1,\sigma_1,m_1,s_1,\lambda_1;|p_2,\sigma_2,m_2,s_2,\lambda_2\rangle|^2, \tag{1.8}$$

2 交叉对称及同位旋结构

考虑 $\pi\pi$

参考文献

[1] José Antonio Oller. *A Brief Introduction to Dispersion Relations: With Modern Applications.* Springer, 2019.