手征微扰场论

王旭

2021 年 12 月 18 日

目录

1 $\pi\pi$ 散射的 RS 方程

1. $\pi\pi$ 散射：Roy 在研究 $\pi\pi$ 散射时提出 RS 方程。RS 方程是一种特殊的色散关系。这样的色散关系中没有任何不确定的减除常数，不过代价是耦合了所有的分波。在 $\pi\pi$ 散射过程中，首先就是改写固定 t 的两次减除色散关系，将左右割线的贡献用右手割线表示，接着利用交叉对称性可以将减除常数用阈值处的振幅表示，最后对 t 做分波展开就可以得到 RS 方程。

   首先考虑一个固定 t 的两次减除色散关系：

$$
\begin{aligned}
T(s,t,u) =& \alpha(t) + s\beta(t) + \frac{s^2}{\pi}\int_{4m_\pi^2}^{\infty} \mathrm{d}s' \frac{\mathrm{Im}T(s',t,u')}{s'^2(s'-s)} \\
&+ \frac{s^2}{\pi}\int_{-\infty}^{-t} \mathrm{d}s' \frac{\mathrm{Im}T(s',t,u')}{s'^2(s'-s)},
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

   第一步就是改写色散关系，将 (1.1) 中 u 道的运动学因子利用

$$
\begin{aligned}
\frac{s^2}{s'^2(s'-s)} =& -\frac{u^2}{u'^2(u'-u)} - \Big[\frac{1}{u'} + \frac{1}{4m_\pi^2 - t - u'} + \frac{4m_\pi^2 - t}{u'^2}\Big] \\
&- s\Big[\frac{1}{(4m_\pi^2 - t - u')^2} - \frac{1}{u'^2}\Big]
\end{aligned}
$$