第二次课后作业参考答案

储超群 张明阳 齐冀

March 19, 2018

必做题

1 Ex.2.2.2

证明：

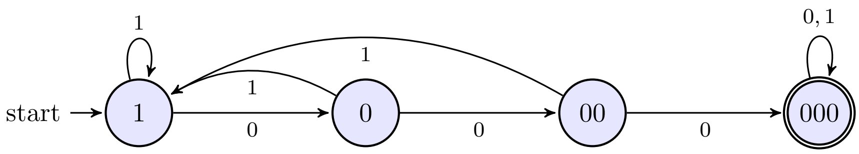
若$|y|=0$，即$y=\varepsilon$，则$\hat{\delta}(q,xy)=\hat{\delta}(q,x)$，根据$\hat{\delta}(q,\varepsilon)=q$，$\hat{\delta}(q,x)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),\varepsilon)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),y)$。

若$|y|=k$时成立，则当$|y|=k+1$时，可以将y表示成$y=za$，其中a是y的结尾符号。$\hat{\delta}(q,xy)=\hat{\delta}(q,xza)$，根据式(2-1)：$\hat{\delta}(q,w)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),a)$，$\hat{\delta}(q,xza)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,xz),a)$，根据假设：$\hat{\delta}(q,xz)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),z)$，$\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,xz),a)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),z),a)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),za)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),y)$。

2 Ex.2.2.4(b)

所有带3个连续的0（不必在结尾）的串的集合。

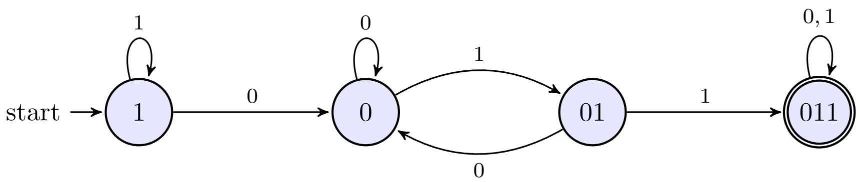
解答：



3 Ex.2.2.4(c)

带011子串的串的集合。

解答：



根据011串的识别过程划分，将每一步设置成一个状态。

4 Ex.2.2.5(a)

所有任何5个连续符号都至少包含2个0的串的集合。

解答：两种思路：

1. 第一种是连续5个符号的组合共$2^5=32$个, 因此可以最多构建32个状态求解;

2. 第二种是考虑等价条件, 即任何连续5个符号中最多3个1, 因此不满足条件的模式(pattern)有: $x1111y, x10111y; x11011y; x11101y$; 一旦串中出现了这些模式, 则该串不可接受。则根据该思路构造DAF 如下

$$M = (Q, \Sigma, \delta, s_0, F)$$

其中:

- $Q = \{x_1x_2\cdots x_i \mid 0 \le i \le 5, x_i \in \Sigma\} \cup \{\emptyset\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $s_0 = \epsilon \in Q$
- $F = \{x_ix_{i+1}\ldots x_j \mid i \le j, x_1 + x_{i+1} + \cdots + x_j \le j - i - 1\} \subseteq Q$
- $\forall s = x_ix_{i+1}\cdots x_j \in Q$,长度记为$|s| = j - i + 1$,和记为，$sum = x_i + x_{i+1} + \cdots + x_j$,则

$$\delta(x_ix_{i+1}\cdots x_j, y) = \begin{cases} x_ix_{i+1}\cdots x_jy & \text{if } (|s| \le 3) \vee (|s| = 4, sum \le 2) \\ x_{i+1}\cdots x_jy & \text{if } (|s| = 5) \wedge ((sum = 3 \wedge x_i = y_i) \vee sum \le 2) \\ \emptyset & \text{if } (|s| = 4) \wedge (sum = 4 \vee (sum = 3 \wedge y = 1)) \\ & \vee(|s| = 5 \wedge (sum \ge 4 \vee (sum = 3 \wedge x_i \ne y_i))) \end{cases}$$

5 Ex.2.2.5(b)

所有倒数第10个符号是1的串的集合。

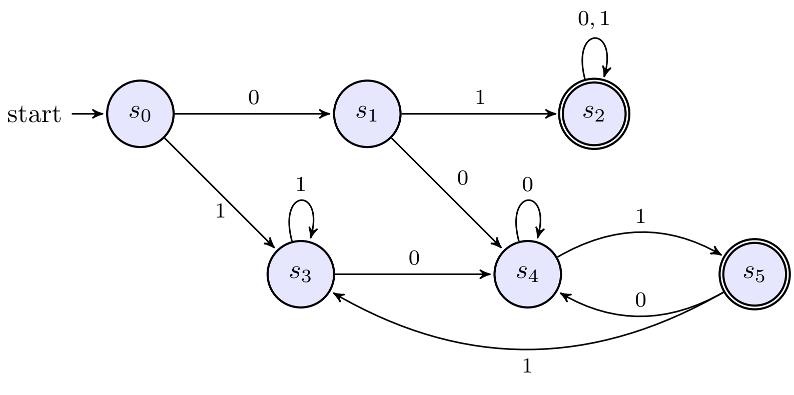
解答：类似Ex.2.2.5(a)，两种思路：

1. 第一种是最后10个符号的组合共$2^10 = 1024$个, 因此可以构建1024个状态求解;
2. 第二种是考虑等价条件。

6 Ex.2.2.5(c)

以01开头或结尾（含同时）的串的集合。

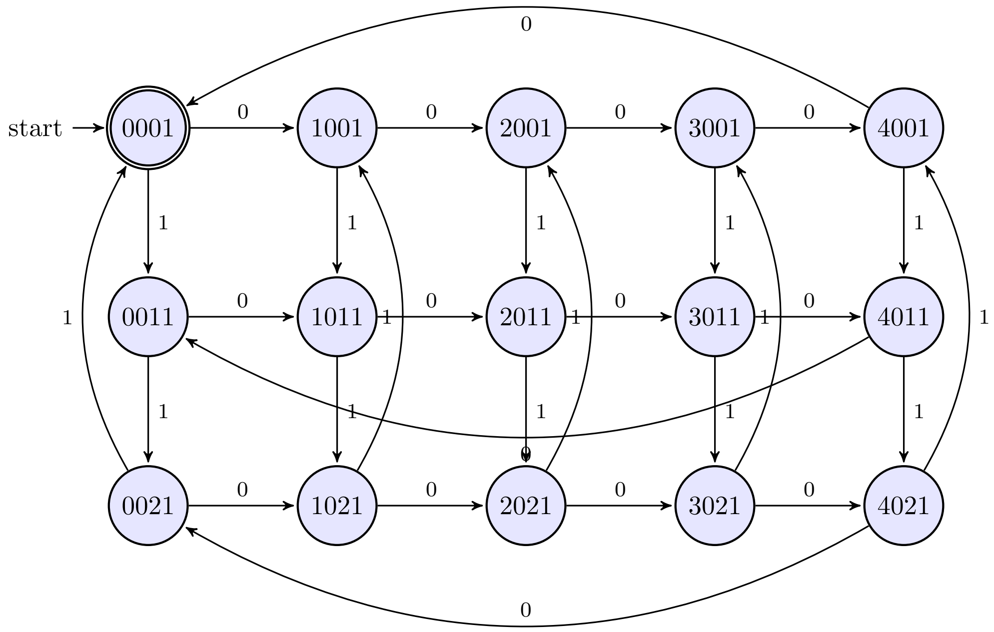
解答：



7 Ex.2.2.5(d)

0的个数被5整除，1的个数被3整除的串的集合。

解答：



根据0除以5的模和1除以3的模来划分，将每一种结果设置成一个状态。

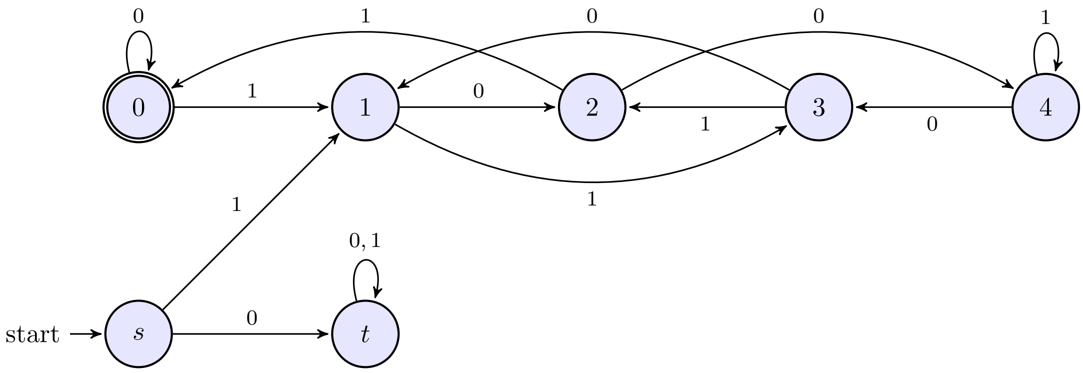
思考题

8 Ex.2.2.6

8.1 a)

所有以1开头，当解释成二进制整数时是5的倍数的串的集合。

解答：

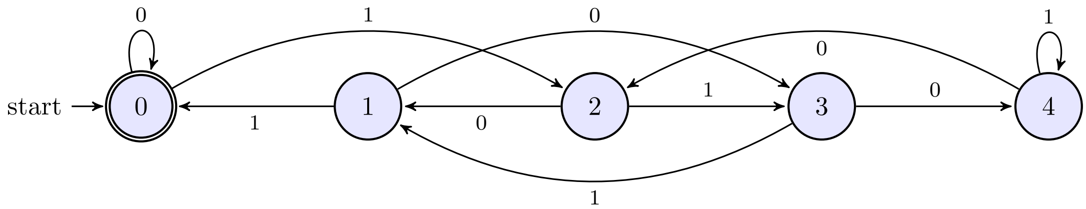


任意一个二进制数除以5的余数只有0，1，2，3和4五种情况，分别对应图中上排的五个状态。状态之间的迁移是固定的，如：任何一个除以5余3的数，接一个0（变二倍）后一定余1。

8.2 b)

所有倒过来解释成二进制整数时被5整除的串的集合。

解答：



将表示被5整除的二进制数的DFA的所有变迁都反向。

9 Ex.2.2.10

	0	1
$\rightarrow$A	A	B
$*$B	B	A

解答：
非形式化描述所接受的语言：所有1的个数是奇数的串的集合。

证明：
当输入串为1时，接受该串。

假设当输入串中1的个数是$2k+1$时接受，即处于B状态。当输入0后1的个数没有改变，且依然处于B 状态，被接受；当输入1后1的个数变为$2(k+1)$，进入A状态。在A状态输入0同样不改变1的个数和所处的状态，输入1后1的个数变为$2(k+1)+1$，进入B状态，被接受。

10 Ex.2.2.10

$L=\{w|w$中$0,1$数目的奇偶性相同$\}$(PPT 65 页)，$\Sigma=\{0,1\}$上的语言，证明L是正则语言。

证明：略