内 容 提 要

波动光学

一、光程和光程差

1、光程：介质折射率n与光在介质中所走的几何路程r 的乘积定义为光程，即$L=nr$。

物理意义：光程就是光在媒质中通过的几何路程，按时间相等折合到真空中的路程。

2、光程差：

$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$$

相位差与光程差的关系：

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \quad (\lambda\text{为真空中波长})$$

二、光的干涉

1、杨氏双缝干涉

$$\delta = r_2 - r_1 = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{干涉加强} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{干涉减弱} \end{cases} \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

$$x = \begin{cases} \pm k\dfrac{D}{d}\lambda & \text{明纹} \\ \pm(2k+1)\dfrac{D}{d}\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases} \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

条纹间距： $\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda$

2、薄膜干涉

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,3,\cdots\text{（明纹）} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,3,\cdots\text{（暗纹)} \end{cases}$$

半波损失：光由光疏媒质垂直入射到光密媒质而在界面上反射时，反射光有一相位为 π 的突变，这一突变使得反射光产生了 $\lambda/2$ 的附加光程差。

（1）增透膜和增反膜

（2）劈尖干涉

条纹间距 $$\Delta l=\frac{\lambda}{2n\sin\theta}$$

（3）牛顿环

明环半径 $$r=\sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}},\quad k=1,2,3,\cdots$$

暗环半径 $$r=\sqrt{kR\lambda},\qquad \mathrm{k}=0,1,2,\cdots$$

3、迈克耳逊干涉

移动反射镜 $$\Delta d=N\frac{\lambda}{2}$$

插入介质 $$2(n-1)e=N\lambda$$

三、光的衍射

惠更斯—菲涅耳原理：从同一波阵面上各点发出的子波，在传播过程中相遇时，也能相互叠加而产生干涉现象，空间各点波的强度，由各子波在该点的相干叠加所决定。

1、 单缝衍射：可用半波带法分析，单色光垂直入射时

$$a\sin\theta\begin{cases} =0 & \text{中央明纹中心} \\ =\pm k\lambda & \text{暗条纹} \\ =\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{明条纹} \\ \neq k\dfrac{\lambda}{2} & \text{（介于明暗之间）} \end{cases}$$

$2k$个半波带

$2k+1$个半波带

$k=1,2,3,\cdots$

半角宽度、角宽度、线宽度

$$\Delta\theta=\frac{\lambda}{a} \quad 2\Delta\theta=2\frac{\lambda}{2}$$

$$2f\frac{\lambda}{a}$$

2、圆孔衍射

爱里斑的半角宽度

$$\Delta\theta = 0.61\frac{\lambda}{r} = 1.22\frac{\lambda}{d}$$

爱里斑的半径

$$R = f\ \ tg\Delta\theta \approx \Delta\theta = 1.22\frac{\lambda}{d}f$$

光学仪器的最小分辨角

$$\theta_R = \Delta\theta = 1.22\frac{\lambda}{d}$$

3、光栅衍射

光栅方程

$$d\sin\theta = \pm k\lambda \qquad \mathrm{k} = 0,1,2,3\cdots$$

缺级、重叠（光谱）

$$k = \pm\frac{d}{a}k', \qquad \mathrm{k}' = 1,2,3,\cdots$$

4、X射线衍射

布拉格公式 $$2d\sin\varphi = k\lambda,\quad k = 1,2,3,\cdots$$

四、光的偏振

1、马吕斯定律

$$I_2 = I_1\cos^2\alpha$$

2、布儒斯特定律

$$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1} \equiv n_{21}$$

例1．用白光垂直照射在厚度为 4×10^{-5} cm，折射率为1.5的薄膜表面上，在可见光范围内，反射光中因干涉而加强的光波的波长为______________。

$$2ne+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$$

$$\lambda=\frac{4ne}{2k-1}=\frac{4\times1.5\times4\times10^{-5}\times10^{7}}{2k-1}=\frac{2400}{2k-1}$$

$$\lambda=480nm$$

例2．如图a所示，一光学平板玻璃 A 与待测元件 B 之间形成空气劈尖，用波长500nm的单色光垂直照射，看到的反射光的干涉条纹如图b所示，有些条纹弯曲部分的顶点恰好于其右边条纹的直线部分的切线相切，则工件的上表面缺陷是

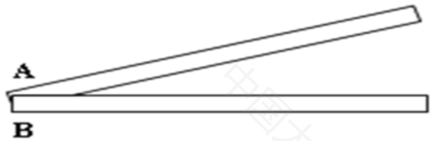


图 a


图 b

(A) 不平处为凸起，最大高度为500nm

(B) 不平处为凸起，最大高度为250nm 【B】

(C) 不平处为凹槽，最大高度为500nm

(D) 不平处为凹槽，最大高度为250nm

例3．若用波长不同的光观察牛顿环，如果在牛顿环中用波长为$\lambda_1 = 550nm$的第5级明环与用波长为 λ_2 时的第6级明环重合，则波长λ_2 = ________。

$$r = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$$

$$r = \sqrt{\frac{(2k_1-1)R\lambda_1}{2}} \qquad r = \sqrt{\frac{(2k_2-1)R\lambda_2}{2}}$$

$$\lambda_2 = \frac{9}{11} \times 550 = 450\ nm$$

例4．在迈克耳孙干涉仪的一支光路中，放入一片折射率为n的透明介质薄膜后，测出两束光的光程差改变一个波长λ，则薄膜的厚度是

（A） $\dfrac{\lambda}{2}$

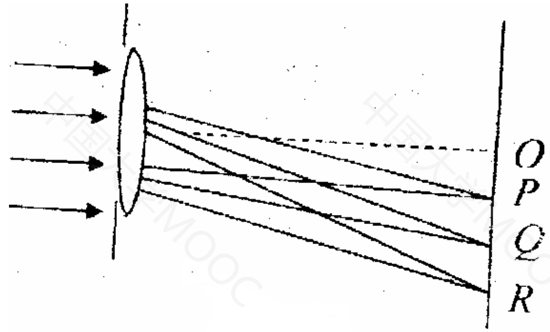
（B） $\dfrac{\lambda}{2n}$

（C） $\dfrac{\lambda}{n}$

（D） $\dfrac{\lambda}{2(n-1)}$

【D】

例5．如图所示，波长为λ的单色平行光垂直照射单缝，若由单缝边缘发出的光波到达光屏上P、Q、R三点的光程差分别为2λ、2.5λ、3.5λ，比较P、Q、R三点的亮度，则有



（A）P点最亮、Q点次之、R点最暗

（B）Q点最亮、R点次之、P点最暗

（C）Q、R两点亮度相同，P点最暗

（D）P、Q、R三点亮度均相同

【B】

例6. 高空遥测时所用照相机离地面20.0km，此时刚好能分辨出地面上相距10.0cm的两点（设光的有效波长 $\lambda = 500nm$ ），则照相机物镜的直径为__________。

$$\Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D} \qquad \Delta\theta = \frac{x}{l} = \frac{0.1}{20000} = \frac{1}{200000}$$

$$D = \frac{1.22\lambda}{\Delta\theta} = 1.22\times5\times10^{-7}\times2\times10^{5} = 0.122\ m$$

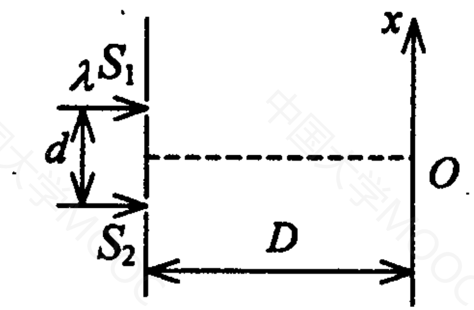
例7．P_1、P_2与P_3三个偏振片堆叠在一起，P_1与P_3的偏振化方向相互垂直，P_2与P_1的偏振化方向间的夹角为30°。强度为I_0的自然光垂直入射于偏振片P_1，并依次透过偏振片P_1、P_2与P_3，则通过三个偏振片后的光强为

（A） $\dfrac{I_0}{4}$　　（B） $\dfrac{3I_0}{8}$

（C） $\dfrac{3I_0}{32}$　　（D） $\dfrac{I_0}{16}$

【C】

例8． 双缝干涉装置如图所示，双缝与屏之间的距离D=1.2m，两缝之间的距离d=0.5mm，用波长λ=500nm的单色光垂直照射双缝。求：



（1）原点O（零级明纹所在处）上方的第五级明纹的坐标x;

（2）如果用厚度l=0.01mm，折射率n=1.58的透明薄膜复盖在图中的S_1缝后，求上述第五级明纹的坐标x'。

解：（1） $\delta = r_2 - r_1 = d\dfrac{x}{D} = k\lambda$ $\quad x = k\dfrac{D}{d}\lambda = 5\times\dfrac{1.2\times500\times10^{-9}}{0.5\times10^{-3}} = 6\times10^{-3}\ (m) = 6\,(mm)$

（2） $\delta = r_2 - [r_1 + (n-1)l] = k\lambda$ $\quad d\dfrac{x'}{D} = r_2 - r_1 = (n-1)l + k\lambda$

$$x' = (n-1)l\frac{D}{d} + k\frac{D}{d}\lambda = 0.58\times\frac{1.2\times1.0\times10^{-2}}{0.5\times10^{-3}} + 6 = 19.92\ (mm)$$

例9． 用波长为500nm的单色光垂直照射到由两块光学平玻璃构成的空气劈尖上，在观察反射光的干涉现象中，距劈尖棱边L=1.56cm的A处是从棱边算起的第四条暗条纹中心。求:（1）此空气劈尖的劈尖角θ；（2）改用600nm的单色光垂直照射到此劈尖上仍观察反射光的干涉条纹，A处是明条纹还是暗条纹？（3）在第（2）问的情形从棱边到A处的范围内共有几条明纹？几条暗纹？

解：（1）因为距劈尖棱边L=1.56cm的A处是从棱边算起的第4条暗条纹中心。那么，相邻两暗条纹的间距为 $\Delta l = \frac{L}{3}$

劈尖干涉所形成的相邻两暗纹间距公式 $\Delta l = \frac{\lambda}{2\theta}$ $\theta = \frac{\lambda}{2\Delta l} = \frac{3\lambda}{2L} = \frac{3\times500\times10^{-9}}{2\times1.56\times10^{-2}} = 4.8\times10^{-5}(rad)$

（2）为A处的厚度不变 $e_A = LSin\theta \approx L\theta = \frac{3\lambda}{2}$

$\delta = 2e_A + \frac{\lambda'}{2} = 2\times\frac{3\lambda}{2} + \frac{\lambda'}{2} = 3\times500 + \frac{600}{2} = 3\times600(nm)$ 所以A处是第三级明纹

（3）因为棱边是暗纹，A处是第三级明纹，所以其间应该是3条明纹，3条暗纹

例10．含有两种波长分别为λ_1、λ_2的光垂直入射在每毫米有300条的衍射光栅上，已知λ_1为红光、λ_2为紫光，在 24°角处两种波长光的谱线重合，求：（1）红光和紫光的波长；（2）屏幕上重合呈现的红光级数（只需写出正级）；（3）屏幕上单独呈现紫光的级数（只需写出正级）。（已知sin24°=0.4068)

解：$d=\frac{1}{300}mm=\frac{10}{3}\times10^3 nm$

（1）由光栅方程 $d\sin\theta=\pm k\lambda$

$d\sin\theta=k_1\lambda_1$ $d\sin\theta=k_2\lambda_2$

红光波长大于紫光，且可见光波长在400-760nm得

$k_1=2$ $\lambda_1=678nm$ $k_2=3$ $\lambda_2=452nm$

(2) $k_1 \le \dfrac{d}{\lambda_1} = 4.9$ 则红光在2、4级处 重合

(3) $k_2 \le \dfrac{d}{\lambda_2} = 7.4$ 则紫光不重合处1、2、4、5、7级处

例11． 波长400 nm的平行光垂直照射到透射光栅上，测得第三级亮纹的衍射角为30 °，且第二级亮纹不出现。求：（1）光栅常数d；（2）光栅中各透射光缝的宽度a；（3）屏幕上可呈现的全部亮纹。

解：

（1）由光栅方程 $$d\sin\theta = k\lambda$$

$$\lambda = 400\mathrm{nm}, k = 3, \theta = 30^{\circ}$$

$$d = 2.4\mu\mathrm{m}$$

（2） 光栅亮纹缺级满足 $$k = \frac{d}{a}k' \quad (k' = 1, 2, 3....)$$

$$k' = 1, k = 2$$

$$a = \frac{d}{2} = 1.2\mu\mathrm{m}$$

（3）由光栅方程得屏幕上可能呈现的最大级次 $$k_{\max} = 6$$

考虑缺级，亮纹在屏幕上无法呈现；因此屏幕上可呈现的全部亮纹级次为 $k = 0, \pm1, \pm3, \pm5$ ，共7条。