



模拟电子技术基础

Fundamentals of Analog Electronic

主讲教师：张静秋

第6章 信号运算与处理电路

- 6.1 运放在线性区的分析依据（回顾）
- 6.2 基本运算电路（含测量放大器）
- 6.3 模拟乘法器及其应用电路
- 6.4 信号变换电路
- 6.5 有源滤波器



第6章 信号运算与处理电路

教学重点:

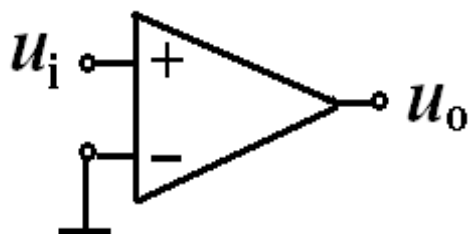
1. 基本运算电路分析
2. 基本运算电路设计
3. 模拟乘法器及其应用
4. 有源滤波电路的结构和选用方法

6.1 运算放大器在线性区的分析依据

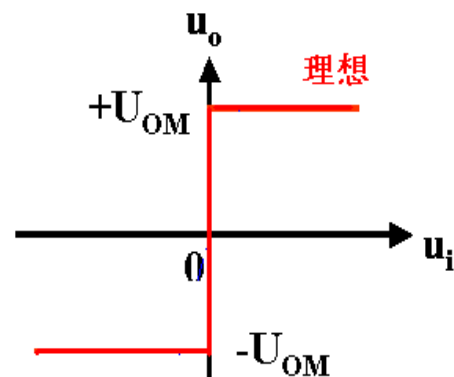
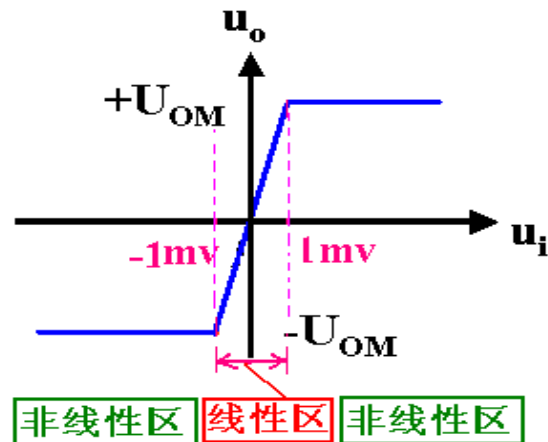
1. 运放的电压传输特性

设: $\pm U_{OM} = \pm 10V$ 。

运放的 $A_u = 10^4$



$|U_i| \leq 1mV$ 时, 运放处于线性区。



理想运放

- A_u 越大, 线性区越小, 当 $A_u \rightarrow \infty$ 时, 线性区 $\rightarrow 0$

2. 理想运算放大器

开环电压放大倍数 $A_u = \infty$
差模输入电阻 $R_{id} = \infty$
差模输出电阻 $R_{od} = 0$
共模抑制比 $K_{CMR} = \infty$

3. 线性区

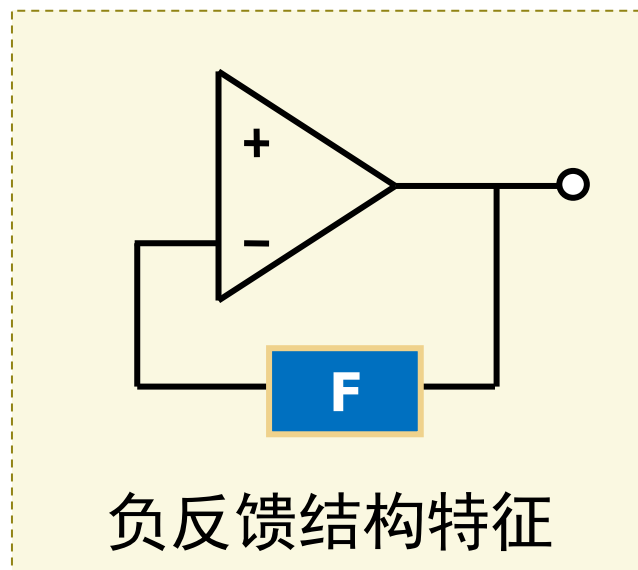
理想运放工作在线性区的条件：

电路中有负反馈！

运放工作在线性区的分析方法：

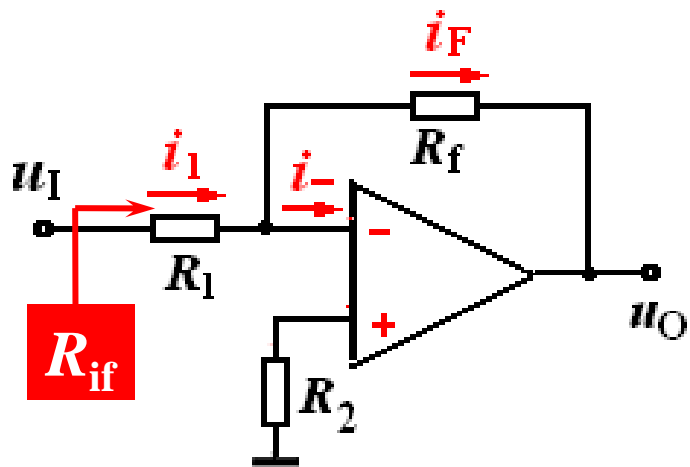
虚短 ($U_P = U_N$)

虚断 ($i_P = i_N = 0$)



6.2 基本运算电路

1) 反相比例运算



虚断

$$i_- \approx i_+ \approx 0 \rightarrow i_1 \approx i_F$$

虚地

$$u_- \approx u_+ = 0 \rightarrow u_o = -i_F R_f$$

$$A_{uf} = \frac{u_o}{u_i} \approx \frac{-i_F R_f}{i_1 R_1} = -\frac{R_f}{R_1}$$

平衡电阻

确保两输入端对地直流电阻相等

平衡电阻: $R_2 = R_1 // R_f$

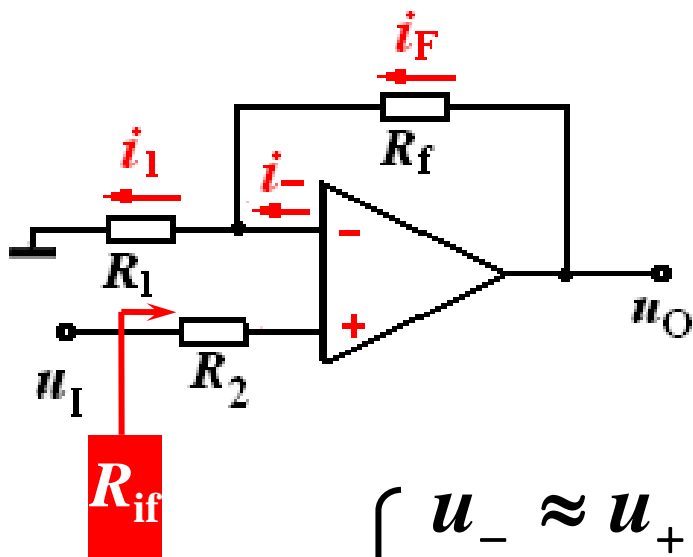
特点: 1. 为深度电压并联负反馈, $A_{uf} = -R_f / R_1$

2. 输入电阻较小 $R_{if} = U_i / I_i = R_1$

3. $u_{IC} = u_+ = u_- = 0$, 对 K_{CMR} 的要求低

6.2 基本运算电路

2) 同相比例运算



由：
$$\begin{cases} u_- \approx u_+ = u_I \\ i_1 \approx i_F \end{cases}$$

得： $(U_o - U_i) / R_f = U_i / R_1$

即： $U_o = (1 + R_f / R_1) U_i$

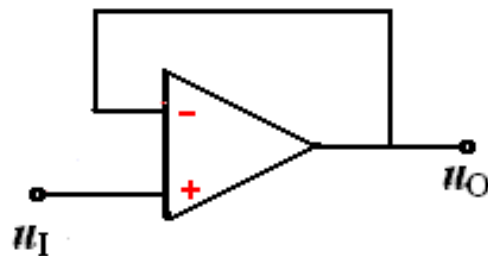
● 总结：

1. 为深度电压串联负反馈；

2. 闭环输入电阻大 $R_{if} = \infty$ ；

3. 有较大的共模输入 $u_{IC} = u_i$ ， 要求较高的 K_{CMR}

当 $R_1 = \infty$, $R_f = 0$ 时

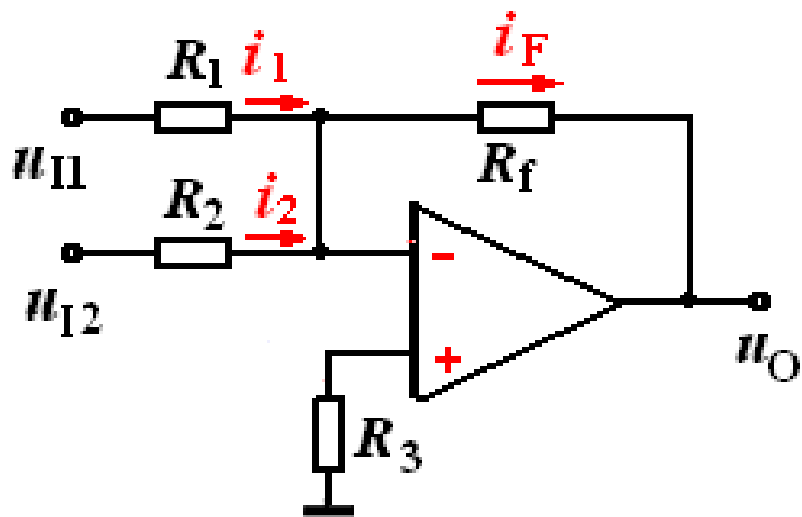


$A_{uf} = 1$ 电压跟随器

或： $U_o = (1 + R_f / R_1) U_p$

6.2 基本运算电路

3) 反相加法 (反相求和)



平衡电阻:

$$R_3 = R_1 // R_2 // R_f$$

由: $i_F = i_1 + i_2$

得:
$$-\frac{u_o}{R_f} = \frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2}$$

即:
$$u_o = -R_f \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} \right)$$

若: $R_f = R_1 = R_2$

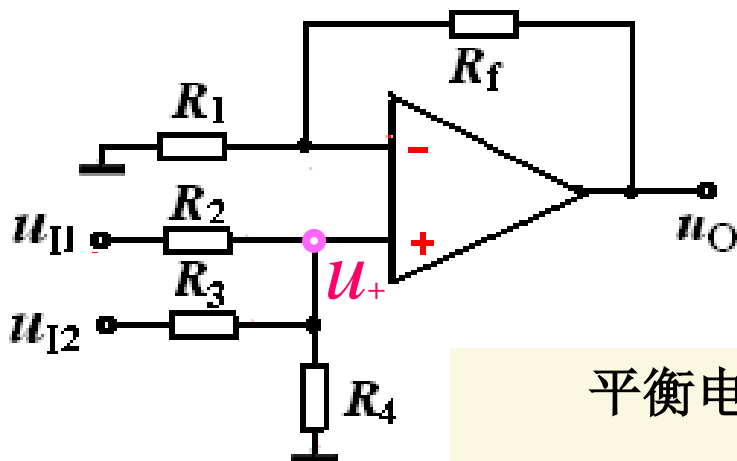
则: $u_o = -(u_{I1} + u_{I2})$

● 总结: 取 $R_f = R_1 = R_2$ 则输出与输入恰为反相求和。

6.2 基本运算电路

4) 同相加法 (同相求和)

由: $u_O = (1 + \frac{R_f}{R_1})u_+$



平衡电阻:

$$R_p = R_2 // R_3 // R_4$$

$$R_n = R_1 // R_f$$

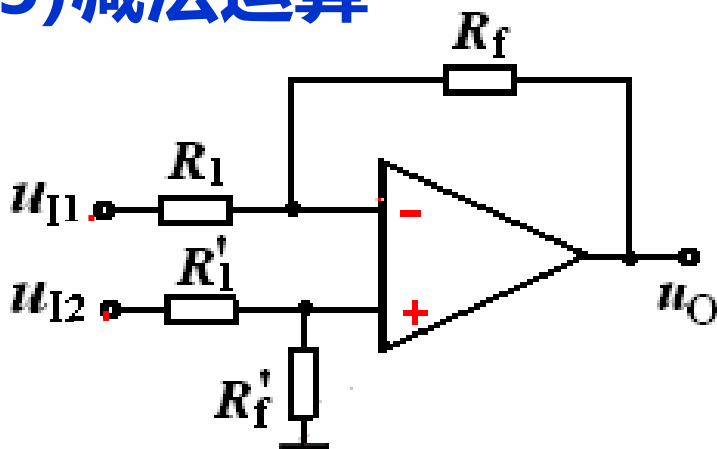
$$u_+ = \frac{R_3 // R_4}{R_2 + R_3 // R_4} u_{I1} + \frac{R_2 // R_4}{R_3 + R_2 // R_4} u_{I2}$$

$$u_O = (1 + \frac{R_f}{R_1}) (\frac{R_3 // R_4}{R_2 + R_3 // R_4} u_{I1} + \frac{R_2 // R_4}{R_3 + R_2 // R_4} u_{I2})$$

- 取 $R_2 = R_3 = R_4$ 及 $R_f = 2R_1$
则 $u_O = u_{I1} + u_{I2}$ 输出与输入恰为同相求和。

6.2 基本运算电路

5) 减法运算



方法1：利用叠加定理

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{令: } u_{I2} = 0 \text{ 则 } u_{o1} = -\frac{R_f}{R_1} u_{I1} \\ \text{令: } u_{I1} = 0 \text{ 则 } u_{o2} = (1 + \frac{R_f}{R_1}) u_{I2} \\ \text{叠加后: } u_o = u_{o1} + u_{o2} \end{array} \right.$$

方法2：利用虚短、虚断

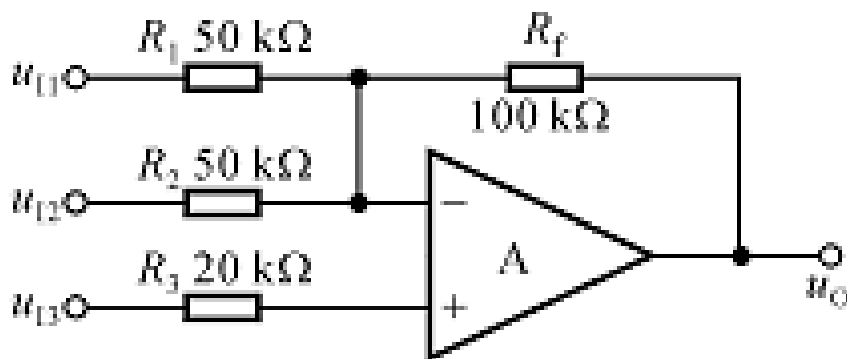
$$\left\{ \begin{array}{l} u_- = \frac{u_o R_1}{R_1 + R_f} + \frac{u_{I1} R_f}{R_1 + R_f} \\ u_+ = \frac{u_{I2} R'_f}{R'_1 + R'_f} = u_- \end{array} \right.$$

- 取 $R_1 // R_f = R'_1 // R'_f$ 时,

$$u_o = -\frac{R_f}{R_1} u_{I1} + \frac{R_f}{R'_1} u_{I2}$$

- 取 $R_1 = R'_1$ 及 $R_f = R'_f$
则 $u_o = R_f / R_1 (u_{I2} - u_{I1})$
—差分比例

6.2 基本运算电路



满足平衡条件: $R_N = R_P$

此例 $R_1 // R_2 // R_f = R_3$ 时

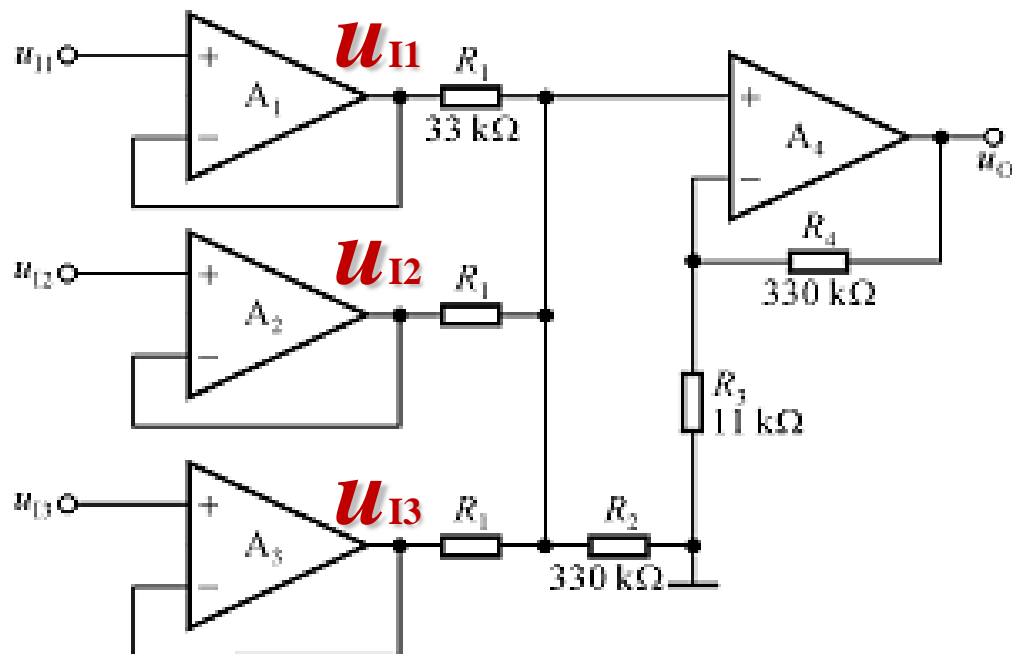
$$u_O = -\frac{R_f}{R_1} \cdot u_{I1} - \frac{R_f}{R_2} \cdot u_{I2} + \frac{R_f}{R_3} \cdot u_{I3}$$

● 总结：加减运算电路计算公式

- 每一路输入信号单独作用产生的响应，在数值上，等于反馈电阻与该路信号的“入端电阻”之比乘以该路信号；
- 在极性上，若输入信号从运放的反相端加入则极性为负，从同相端加入则极性为正。

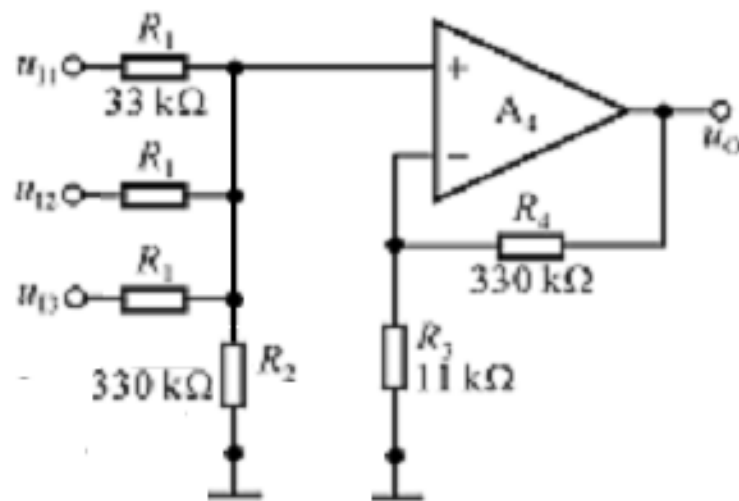
详见论文：基于集成运算放大器的加减法运算电路的分析与设计。

例1 (a) A_1 、 A_2 、 A_3 均组成为电压跟随器， A_4 组成同相求和运算电路。



$$u_O = \frac{R_4}{R_1} (u_{I1} + u_{I2} + u_{I3})$$

$$= 10 (u_{I1} + u_{I2} + u_{I3})$$



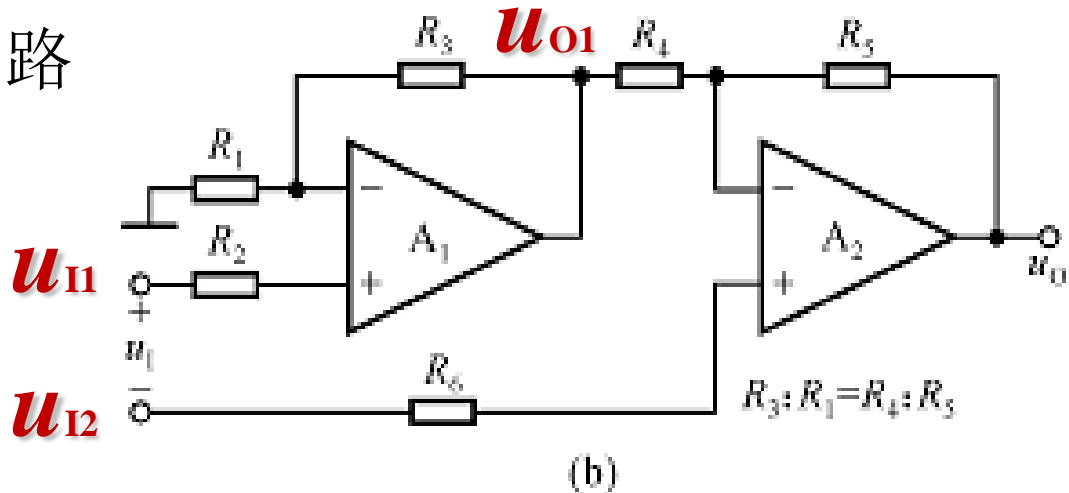
等效电路

例1 (b)

A_1 组成同相比值运算电路

A_2 组成加减运算电路

$$u_{O1} = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) u_{I1}$$



$$\begin{aligned} u_O &= -\frac{R_5}{R_4} u_{O1} + \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) u_{I2} \\ &= -\frac{R_5}{R_4} \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) u_{I1} + \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) u_{I2} = \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) (u_{I2} - u_{I1}) \\ &= -\left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) u_I \end{aligned}$$

例2 试求：（1）输入电阻； （2）比例系数。

解 （1） $R_i = \frac{U_i}{I_i} = R_1$

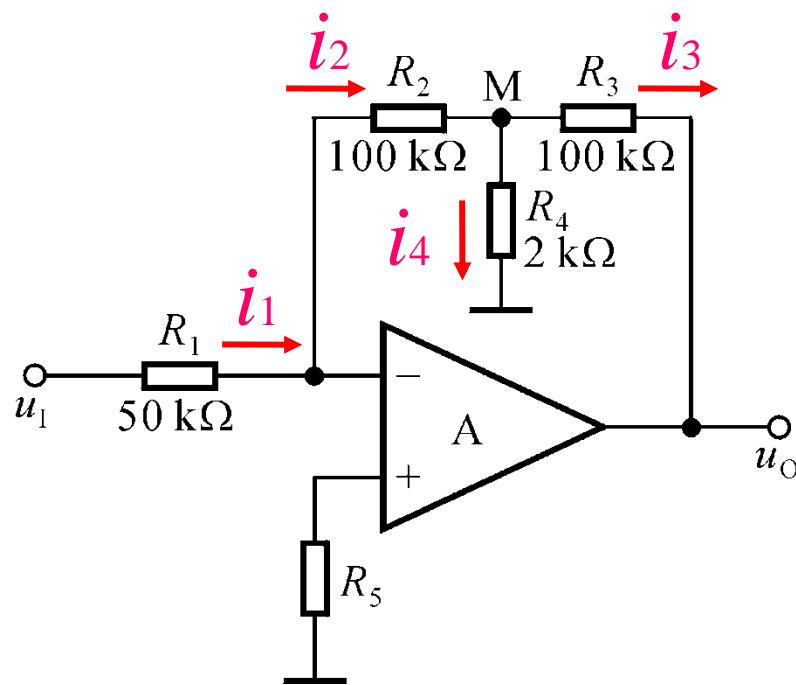
（2）由图可知 $i_1 = i_2$

即 $u_M = -2u_I$

又因为 $i_2 = i_4 + i_3$

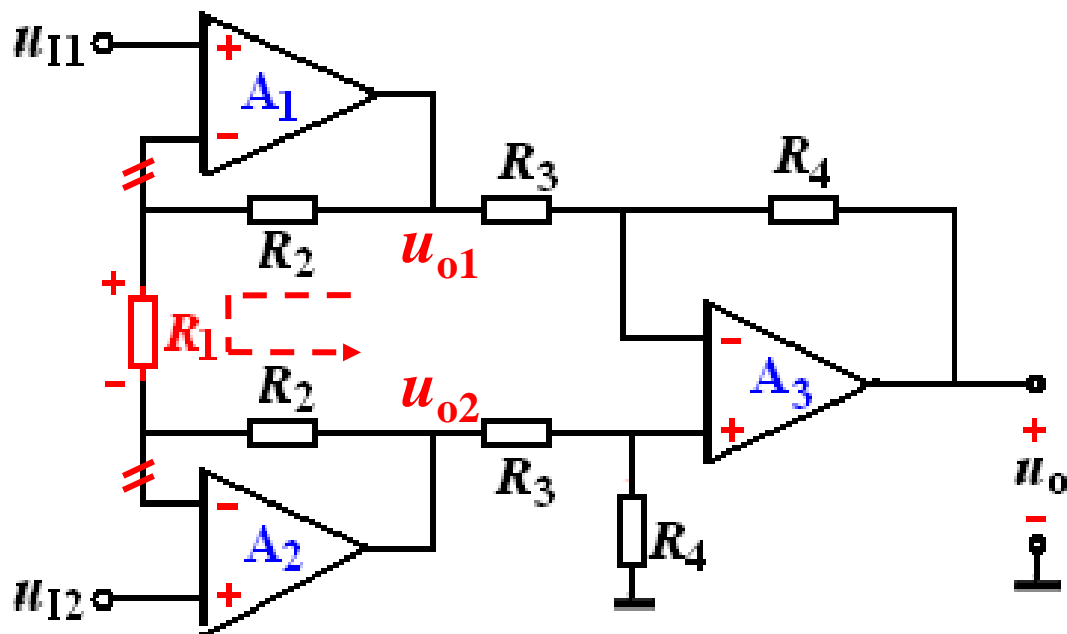
$$-\frac{u_M}{R_2} = \frac{u_M}{R_4} + \frac{u_M - u_O}{R_3}$$

$$u_O = -\left(\frac{R_3}{R_1} + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_1 R_4}\right)u_I$$



$$u_O = -104u_I$$

例3：测量放大器(仪用放大器)



1)对共模信号:

$$u_{O1} = u_{O2}$$

则 $u_O = 0$

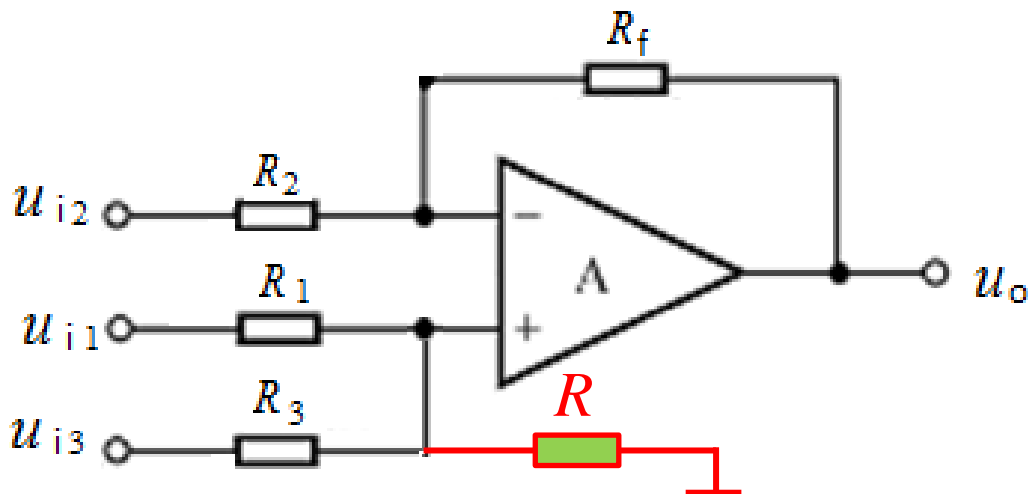
2)对差模信号:

R_1 中点为交流地

$$u_O = \frac{R_4}{R_3} (u_{o2} - u_{o1}) = -\frac{R_4}{R_3} \left(\frac{R_1 + 2R_2}{R_1} \right) (u_{I1} - u_{I2})$$

- 总结：在信号输入端采用输入电阻极高的同相比例构成对称的差动结构，基本消除了共模信号，可以保证测量精度，并且忽略对信号源的影响。

例4 (1) 基本运算电路设计: $u_o = 0.4u_{i1} - 10u_{i2} + 1.3u_{i3}$



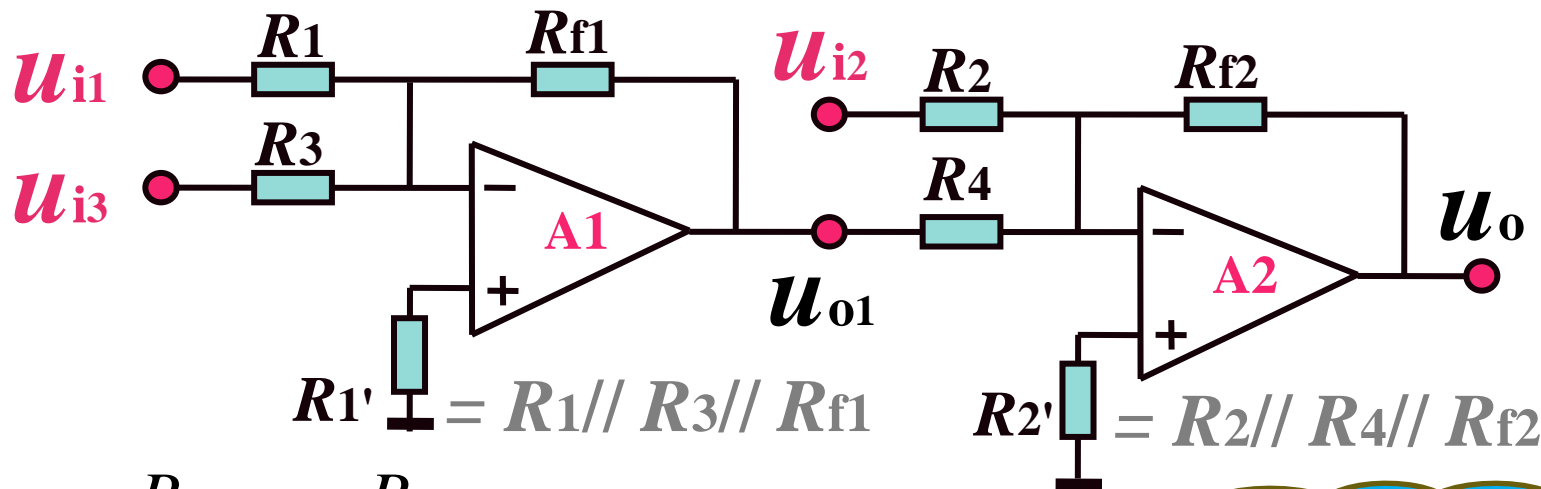
平衡条件: $R_2 // R_f = R_1 // R_3 // R$

有: $U_o = U_{i1} \cdot R_f / R_1 - U_{i2} \cdot R_f / R_2 + U_{i3} \cdot R_f / R_3$

取: $R_f = 100\text{k}\Omega$, 则 $R_1 = 250\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$, $R_3 = 76.9\text{k}\Omega$

● 总结: 一级加减运算电路有共模输入, 且电阻取值不便。

例4 (2) 基本运算电路设计: $u_o = 0.4u_{i1} - 10u_{i2} + 1.3u_{i3}$



$$u_{o1} = -\frac{R_{f1}}{R_1} u_{i1} - \frac{R_{f1}}{R_3} u_{i3}$$

电阻取值一般
几百Ω~几百kΩ

$$u_o = -\frac{R_{f2}}{R_2} u_{i2} - \frac{R_{f2}}{R_4} u_{o1} = \frac{R_{f2}}{R_4} \cdot \frac{R_{f1}}{R_1} u_{i1} - \frac{R_{f2}}{R_2} u_{i2} + \frac{R_{f2}}{R_4} \cdot \frac{R_{f1}}{R_3} u_{i3}$$

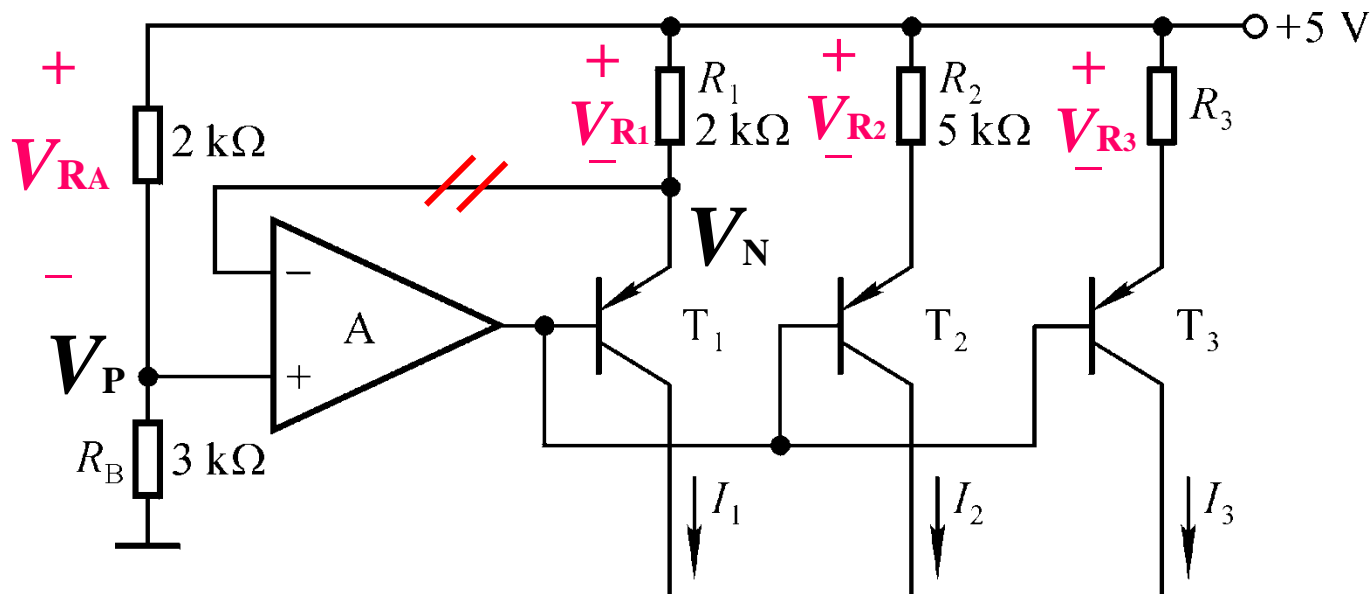
取: $R_{f1} = 20\text{k}\Omega$, 则 $R_1 = 50\text{k}\Omega$, $R_3 = 15.4\text{k}\Omega$

取: $R_{f2} = 100\text{k}\Omega$, 则 $R_2 = 10\text{k}\Omega$, $R_4 = 100\text{k}\Omega$

● 总结: 两级反相求和没有共模输入, 且电阻取值方便。

例5: 电路如图所示, T_1 、 T_2 和 T_3 的特性完全相同, 填空:

- 1) $I_1 \approx$ ___ mA, $I_2 \approx$ ___ mA;
- 2) 若 $I_3 \approx 0.2$ mA, 则 $R_3 \approx$ ___ k Ω 。



解: $V_P = V_N = 3$ V, $V_{RA} = V_{R1} = V_{R2} = V_{R3} = 2$ V

1) $I_1 \approx$ 1 mA, $I_2 \approx$ 0.4 mA ;

2) $R_3 \approx$ 10 k Ω 。

6.2 基本运算电路

6) 微分运算

虚地 $\therefore u_- = 0, i_F = -\frac{u_o}{R_f}$

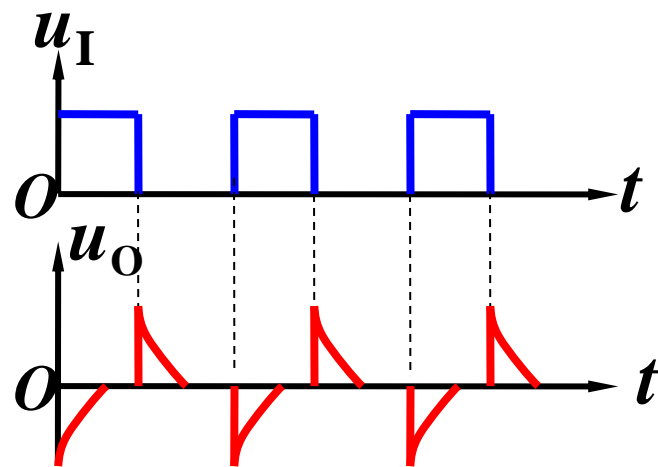
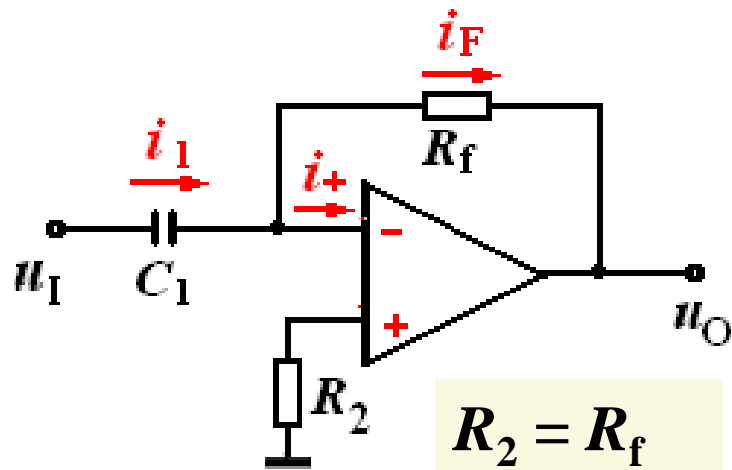
虚断 $\therefore i_1 \approx i_F, i_1 = C_1 \frac{du_I}{dt}$

$$\therefore u_O = -i_F R_f = -R_f C_1 \frac{du_I}{dt}$$

$R_f C_1 = \tau$ — 时间常数

当 $u_i = \sin \omega t$ 时, $u_o = -R C \omega \cos \omega t$ 表明输出幅度随着频率增加线性增长。

- 总结：为解决微分电路对高频噪声敏感问题需加以改进，实用型微分电路见实验教程第100页。



6.2 基本运算电路

7) 积分运算

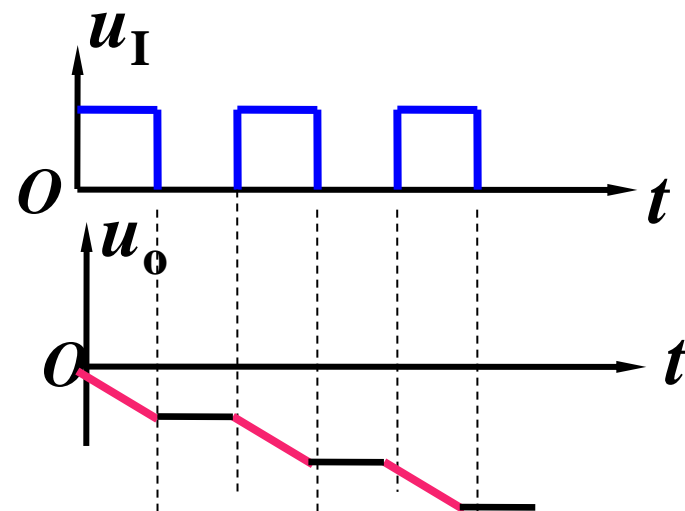
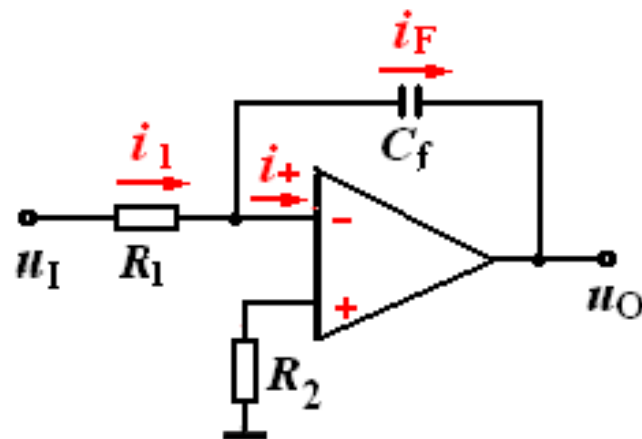
$$i_1 = \frac{u_I}{R_1} = i_F = -C \frac{du_o}{dt}$$

$$\therefore u_o = -\frac{1}{R_1 C_f} \int u_I dt + u_C(0)$$

当 $u_I = U_I$ 时，设 $u_C(0) = 0$

得：

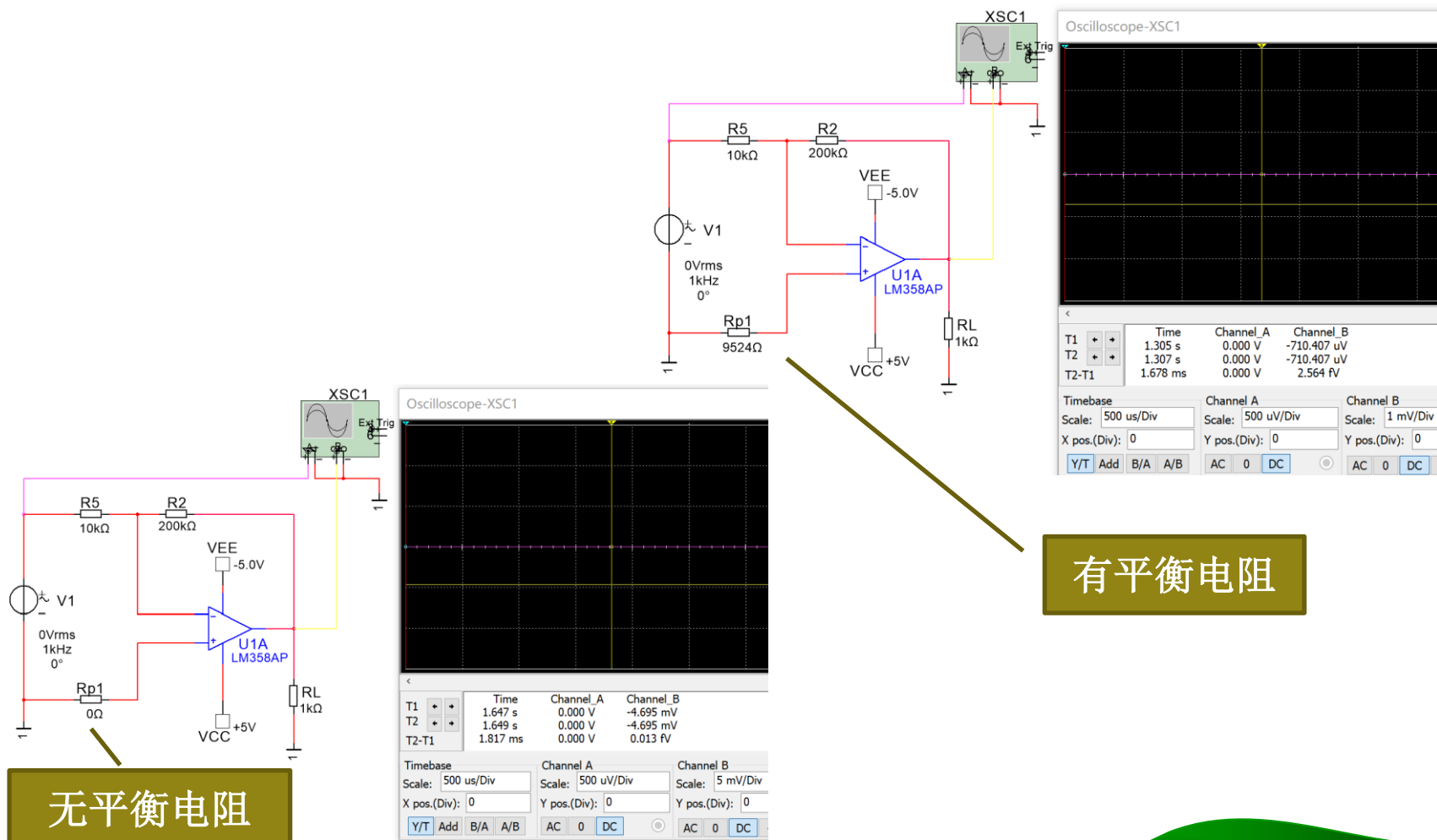
$$u_o = -\frac{U_I t}{R_1 C_f}$$



- 总结：积分电路只要输入不为0输出会一直增长直到饱和。可在电容两端并联电阻构成直流负反馈，防止运放饱和。

仿真案例1： 双电源信号放大器---平衡电阻的作用

- 没有平衡电阻 零输入时，输出有-4.695mV直流偏移；
- 加平衡电阻 零输入时，输出有-710.407uV直流偏移



有平衡电阻

无平衡电阻

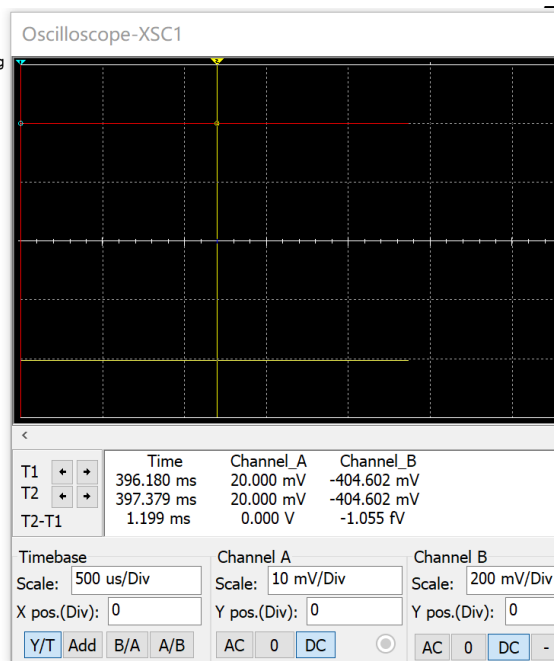
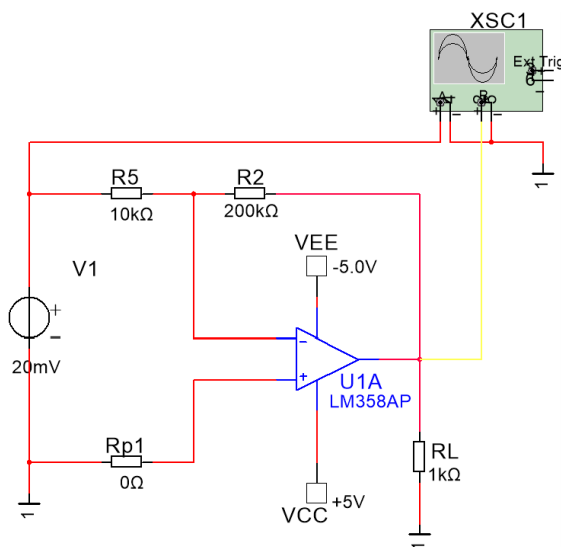
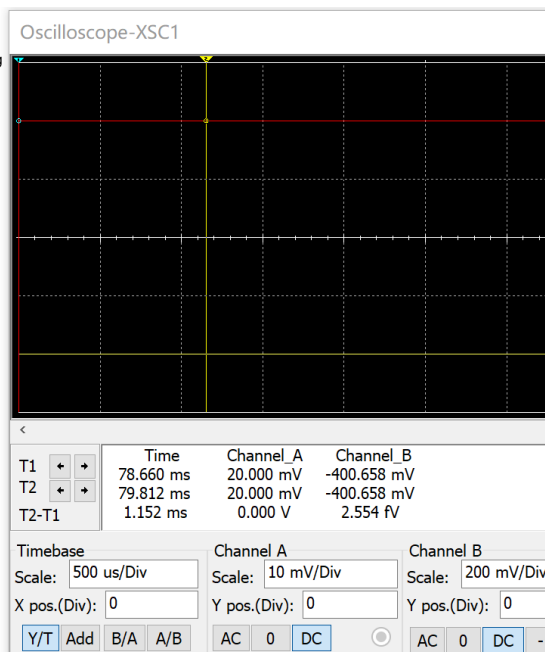
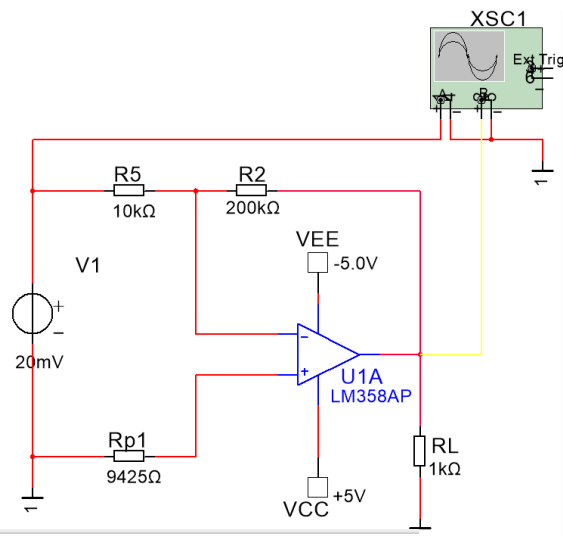
仿真案例1： 双电源信号放大器---放大直流信号

$$U_i = 20\text{mV}$$

有平衡电阻

$$U_o = -400.658\text{mV}$$

$$A_u = -20.03$$



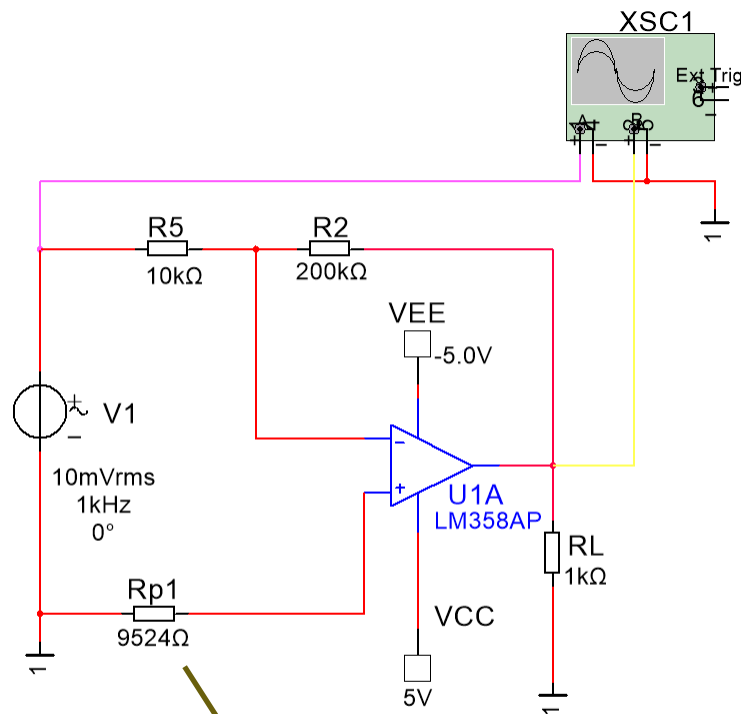
无平衡电阻

$$U'_o = -404.602\text{mV}$$

$$A'_u = -20.23$$

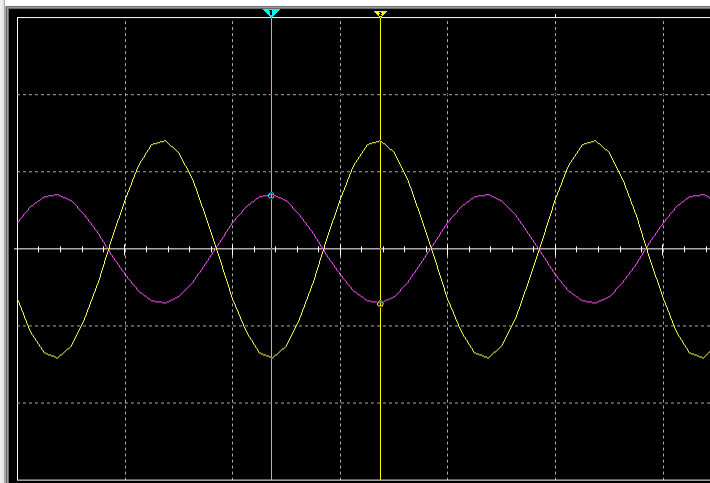
仿真案例1： 双电源信号放大器---放大交流信号

- 输出与输入信号极性相反，电压放大倍数为-20；
- 有平衡电阻时，输出信号正-负峰值基本相等。



有平衡电阻

Oscilloscope-XSC1



	Time	Channel_A	Channel_B
T1	603.260 ms	14.005 mV	-281.003 mV
T2	603.766 ms	-14.057 mV	280.875 mV
T2-T1	506.506 us	-28.063 mV	561.877 mV

Timebase

Scale: 500 us/Div

X pos.(Div): 0

Y/T Add B/A A/B

Channel A

Scale: 20 mV/Div

Y pos.(Div): 0

AC 0 DC

Channel B

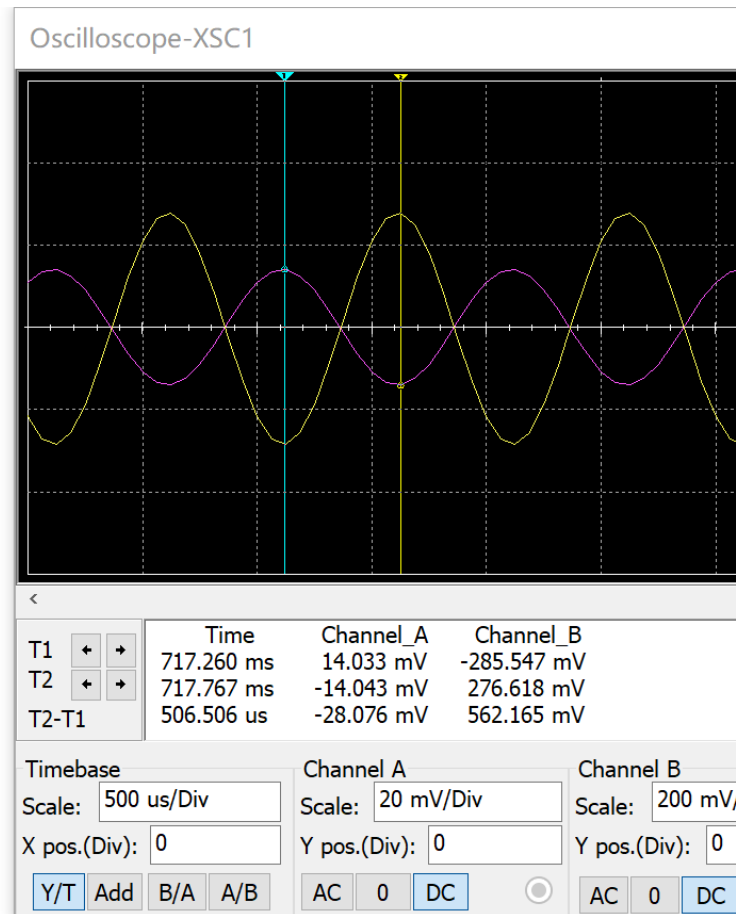
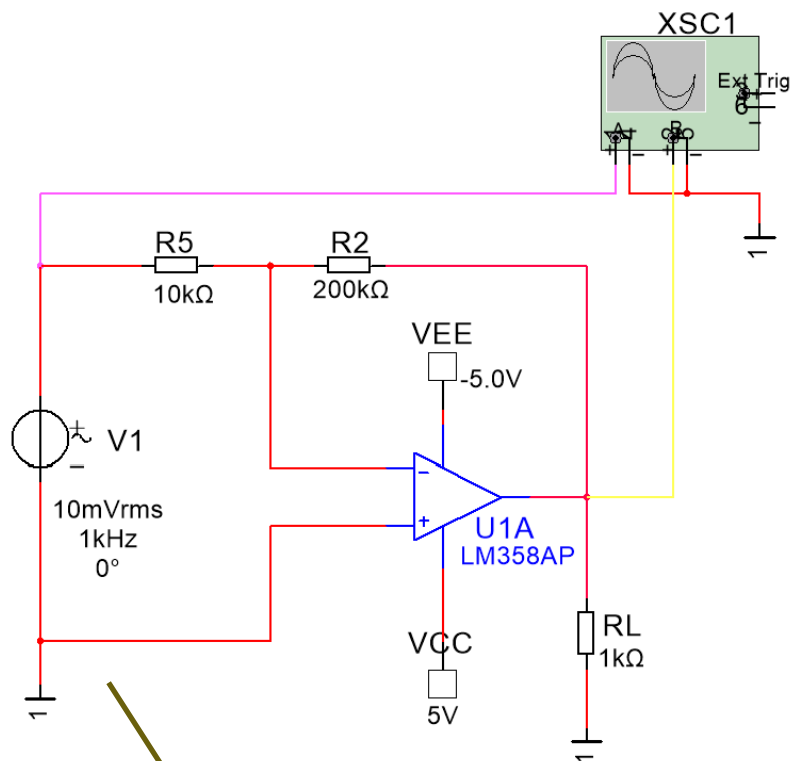
Scale: 200 mV/Div

Y pos.(Div): 0

AC 0 DC

仿真案例1： 双电源信号放大器---放大交流信号

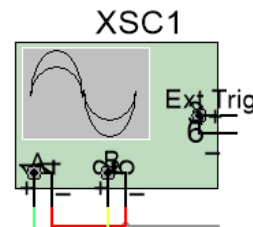
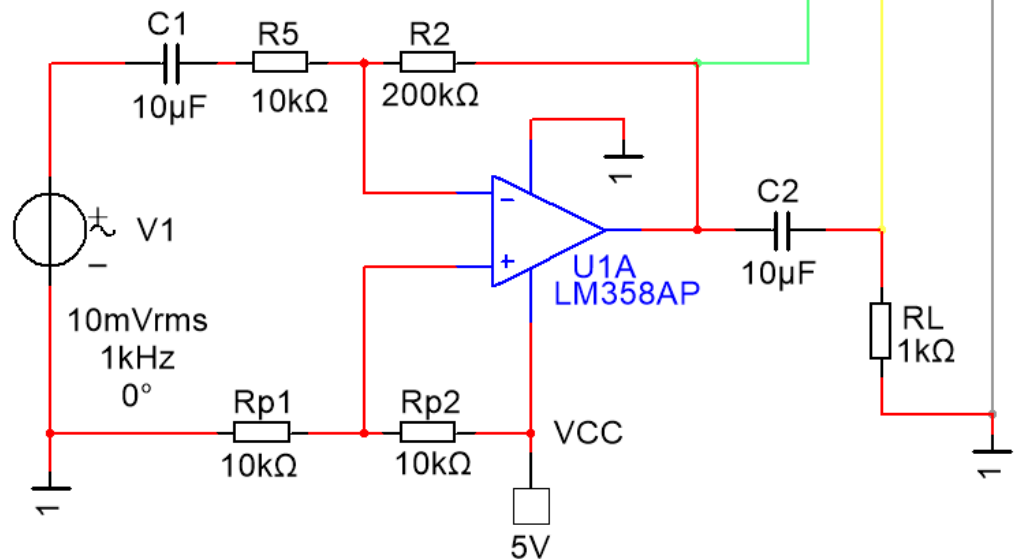
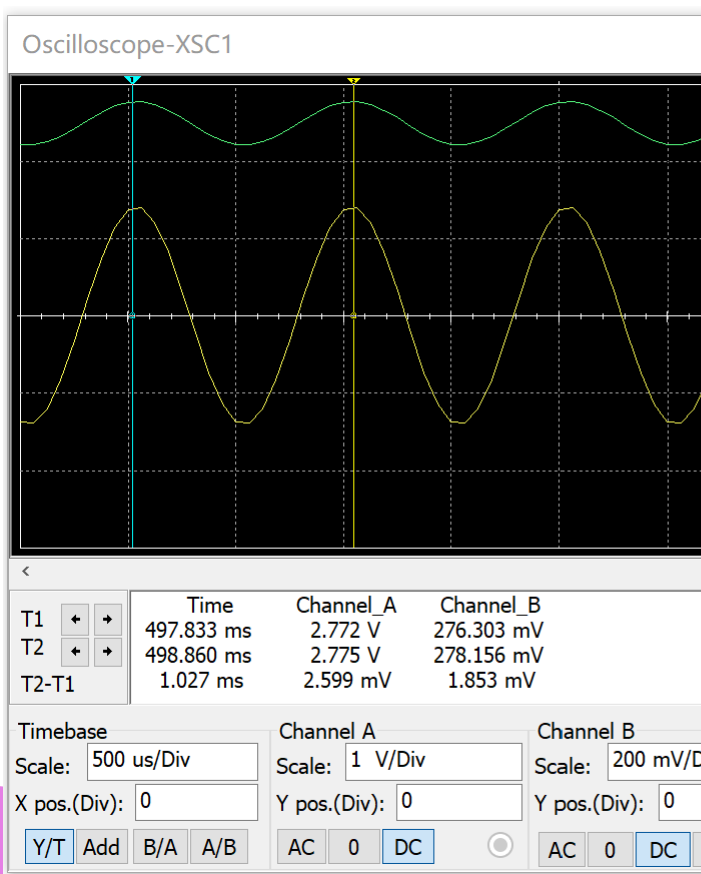
- 没有平衡电阻时，输出信号正-负峰值明显不相等；
- 平衡电阻使电路静态对称，保证零输入时零输出。



无平衡电阻

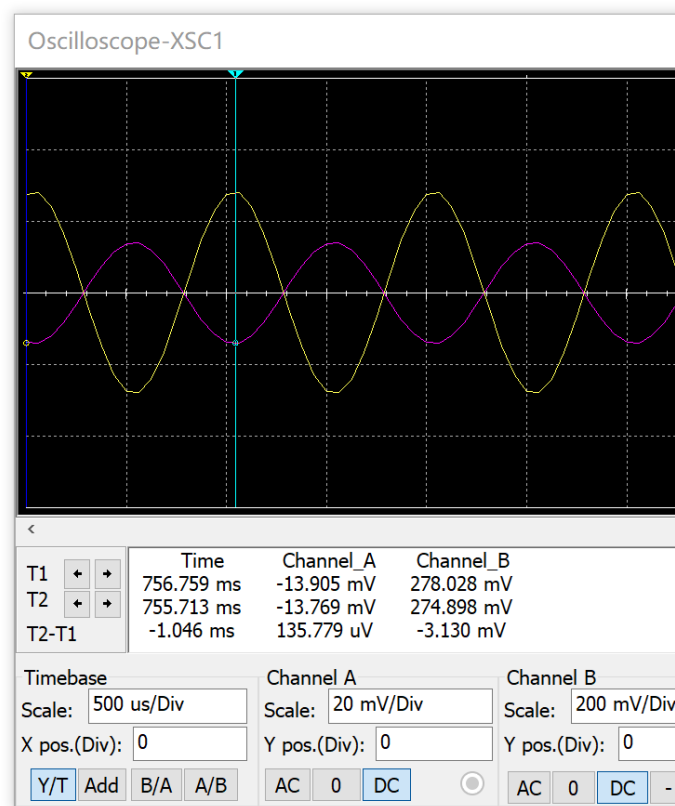
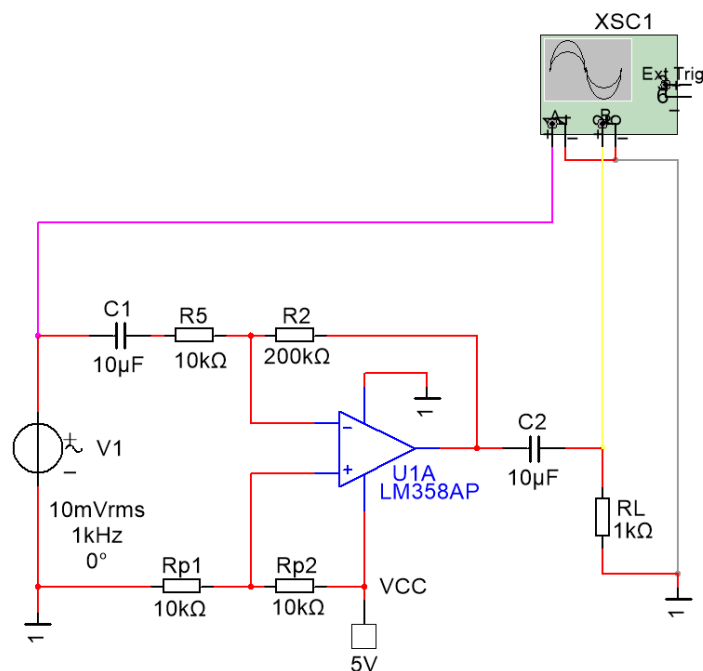
仿真案例2： 单电源交流放大器---1

- 集成运放单电源供电时，需要加直流偏置电路；
- C1和C2为耦合电容，隔直通交，不能放大直流。



仿真案例2： 单电源交流放大器---2

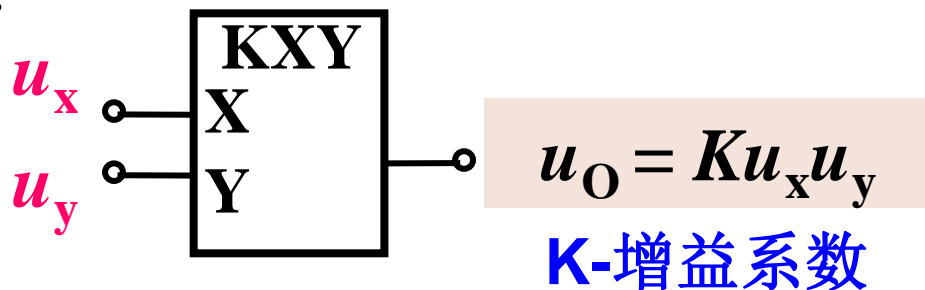
- 输入信号从运放的反相端进，输出与输入的极性相反；
- 电压放大倍数为 **-20**



？ 如何测试 R_i 和 R_o 的影响

6.3.1 模拟乘法器简介

1) 符号和基本特性



2) 类型:

- 单象限乘法器: u_x 、 u_y 皆为固定极性
- 二象限乘法器: 一个为固定极性, 另一个为可正可负
- 四象限乘法器: u_x 、 u_y 皆为可正可负

3) 实际乘法特性:

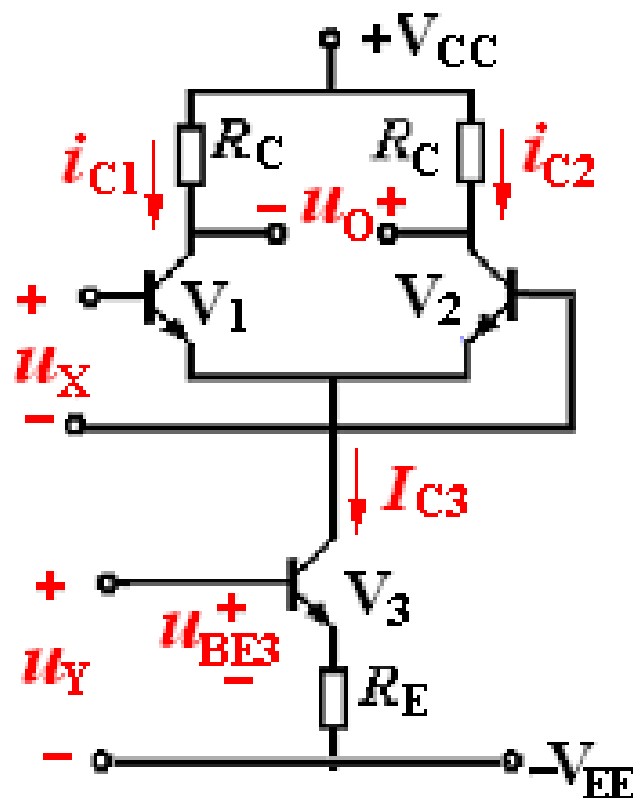
$u_x = 0, u_y = 0$ 时, $u_O \neq 0$ — 输出失调电压

$\begin{cases} u_x = 0, & u_y \neq 0 \\ u_y = 0, & u_x \neq 0 \end{cases}$ 时, $u_O \neq 0$ — 输出馈通电压

6.3.2 可控恒流源差分放大电路的乘法特性

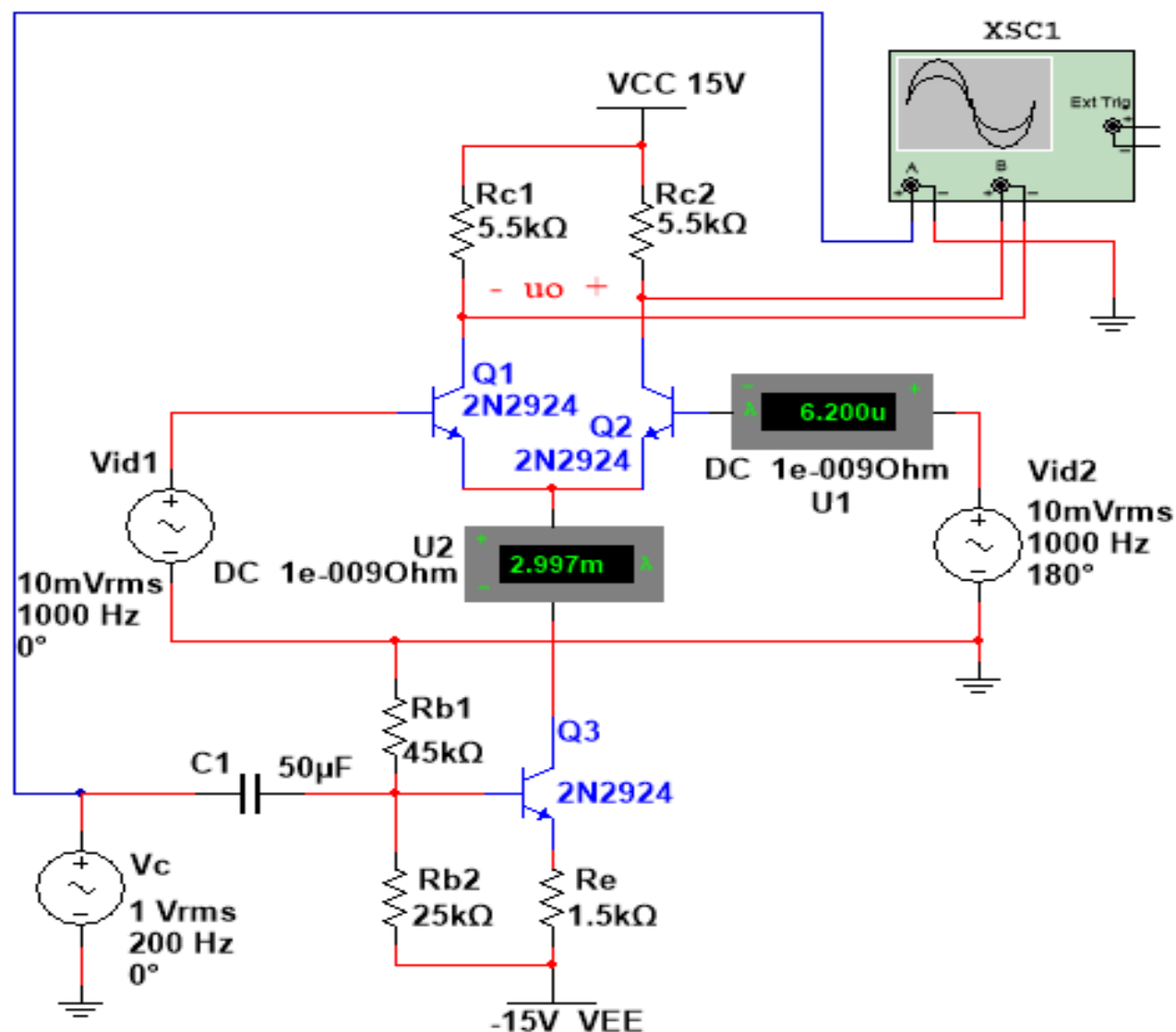
$$\left\{ \begin{aligned} u_O &= \beta \frac{R_C}{r_{be}} \cdot u_X \\ r_{be} &= r_{bb'} + (1 + \beta) \frac{U_T}{I_{E1}} \approx (1 + \beta) \frac{2U_T}{I_{C3}} \\ \text{当 } u_Y > u_{BE3} \text{ 时, } I_{C3} &\approx u_Y / R_E \end{aligned} \right.$$

$$u_O = \frac{R_C}{2R_E U_T} u_X u_Y \approx K u_X u_Y$$



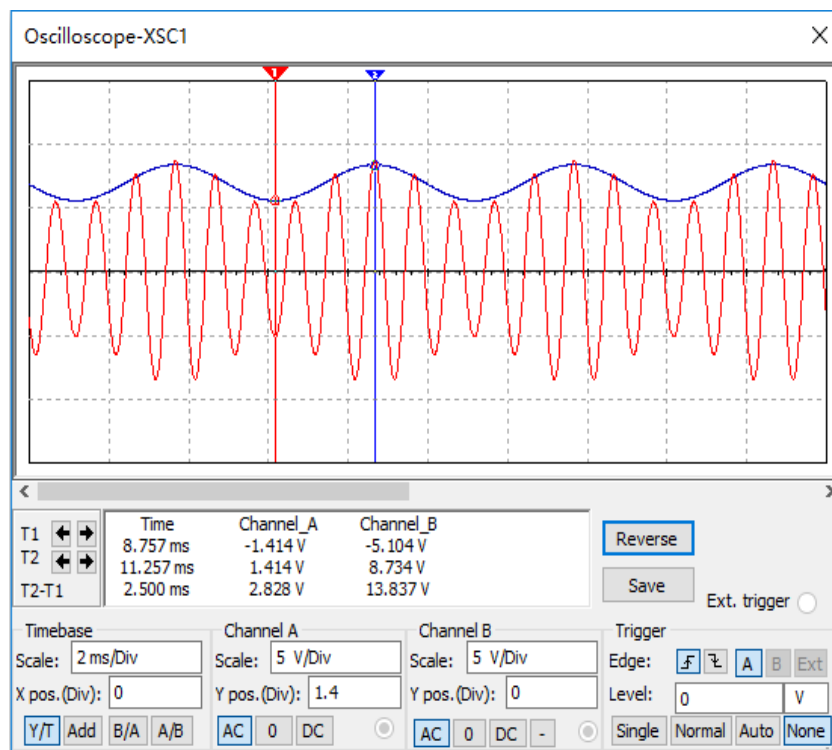
- 因 I_{C3} 随 u_Y 而变，其比值为电导量，称变跨导乘法器。
- 要求 $u_Y > 0$ ，故为二象限乘法器。
- 输出与输入信号的乘法关系是在一定条件下的近似。

应用举例：实现信号调制—仿真电路



变跨导型差动放大电路输出调幅波：

$$\begin{aligned} u_{od} &= A_{ud}u_{id} = (319 + 94 \sin 400\pi t) \times 20\sqrt{2}\sin 2000\pi t (\text{mV}) \\ &= 9\sin 2000\pi t (1 + 0.3\sin 400\pi t) (\text{V}) \end{aligned}$$



- ◆ 仿真指引：张静秋.基于 Multisim 的差动放大电路特性的研究 [J].北京:电子制作,2017,(17):74-76.

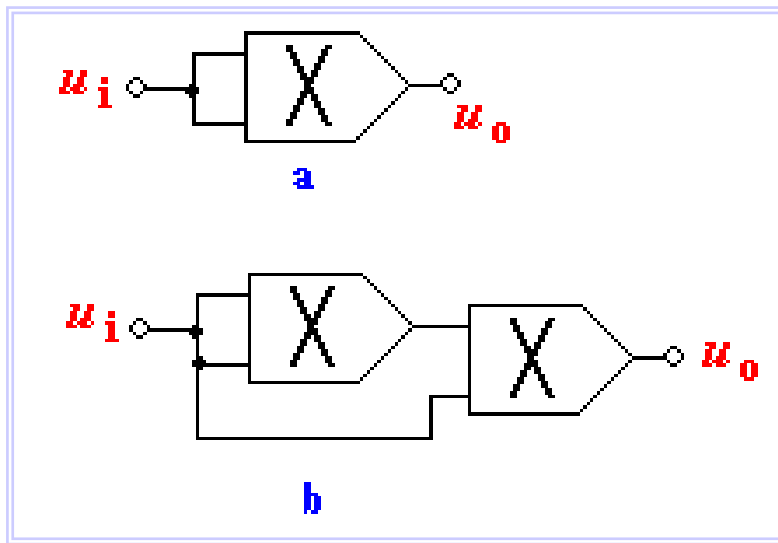
6.3.3 模拟乘法器的应用

利用模拟乘法器和集成运放相组合，通过各种不同的外接电路，可组成乘方、除法及开方等运算电路，还可组成各种函数发生器、调制解调器和锁相环电路等。下面介绍几种基本运算电路。

1、乘方运算

a) $u_o = Ku_i^2$

b) $u_o = Ku_i^3$

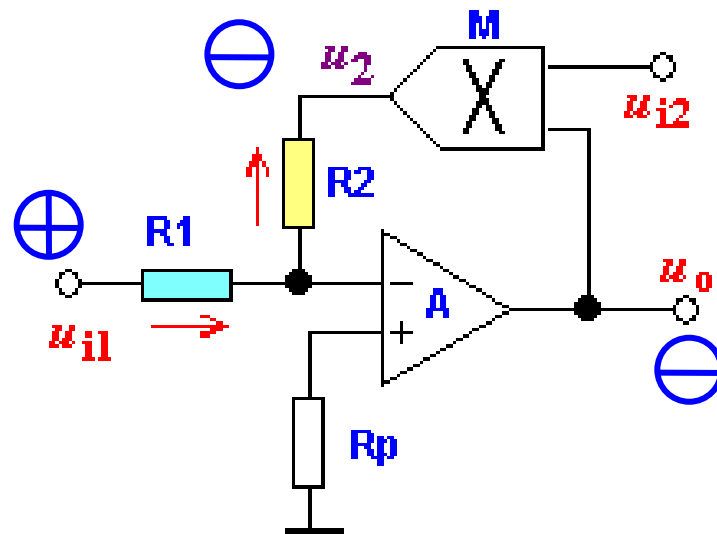


2、除法运算

由反相输入端得：
$$\frac{u_{i1}}{R_1} = -\frac{u_2}{R_2}$$

由乘法器得：
$$u_2 = Ku_o u_{i2}$$

➡
$$u_o = -\frac{R_2}{KR_1} \cdot \frac{u_{i1}}{u_{i2}}$$



- 为保证引入负反馈，若乘法器为同相型，则 $u_{i2} > 0$ 。
 u_{i1} 可正可负，故此电路为二象限的除法器。
- 若乘法器为反相型，则 $u_{i2} < 0$ 。

3、开平方运算

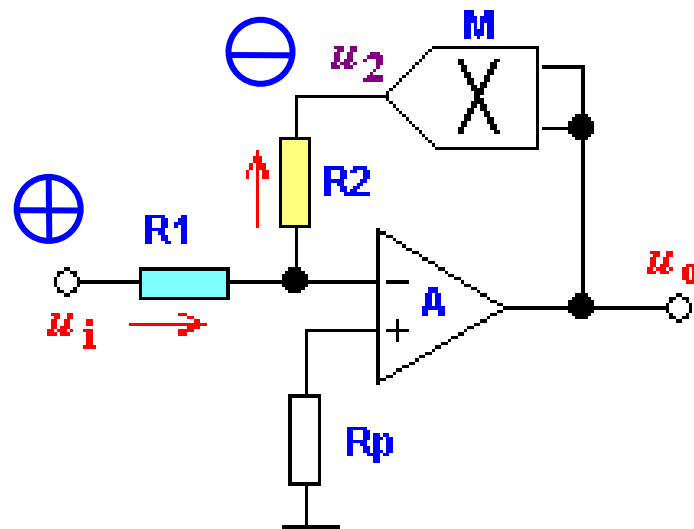
由反相输入端得 $\frac{u_i}{R_1} = -\frac{u_2}{R_2}$

由乘法器 $u_2 = Ku_o^2$

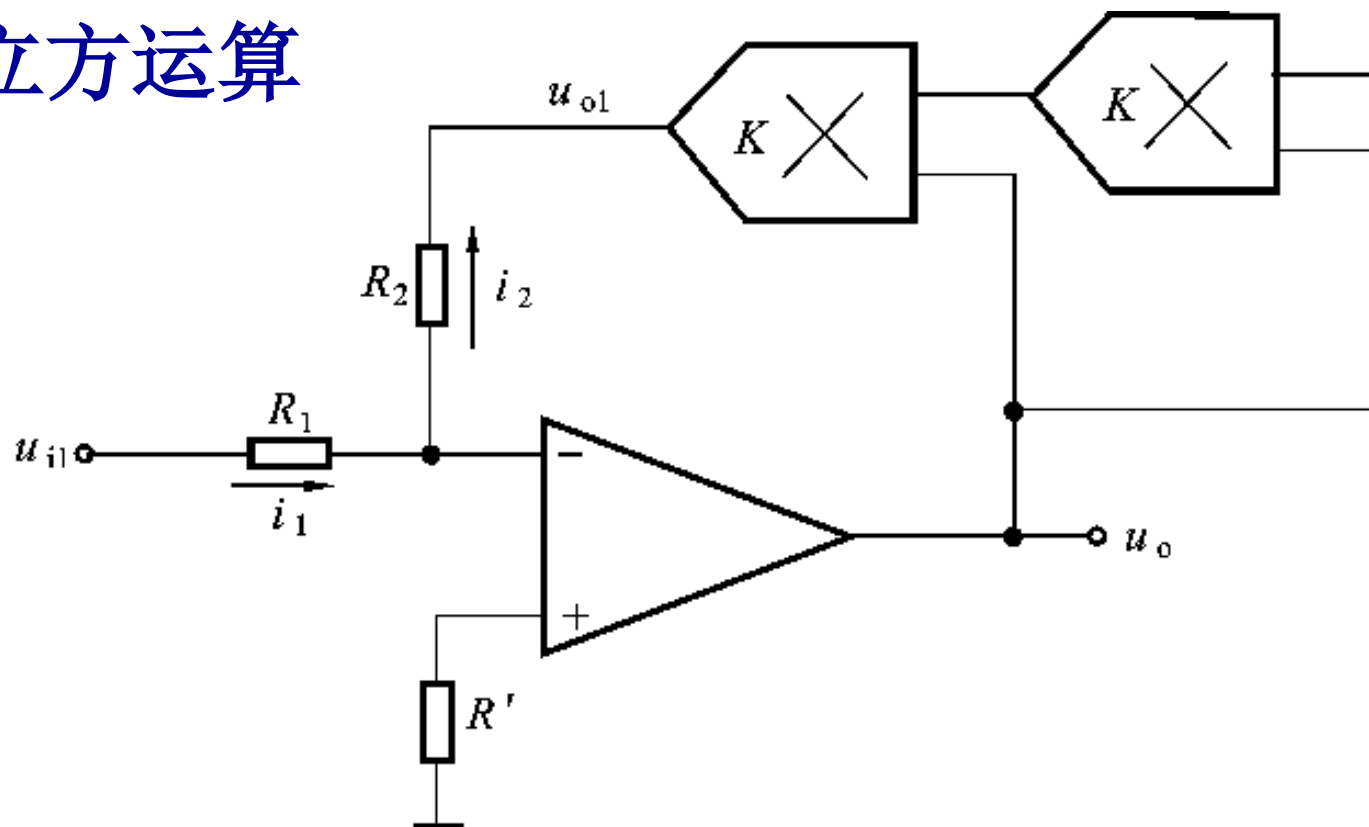
$$\Rightarrow u_o = \sqrt{-\frac{R_2}{KR_1} \cdot u_i}$$

- 为使上式有意义，若乘法器是同相型，则 $u_i \leq 0$ ；
- 若乘法器是反相型，则 $u_i \geq 0$ 。

➔ 乘法器是同相型， $u_i \leq 0$ 。（对负数开方无意义）



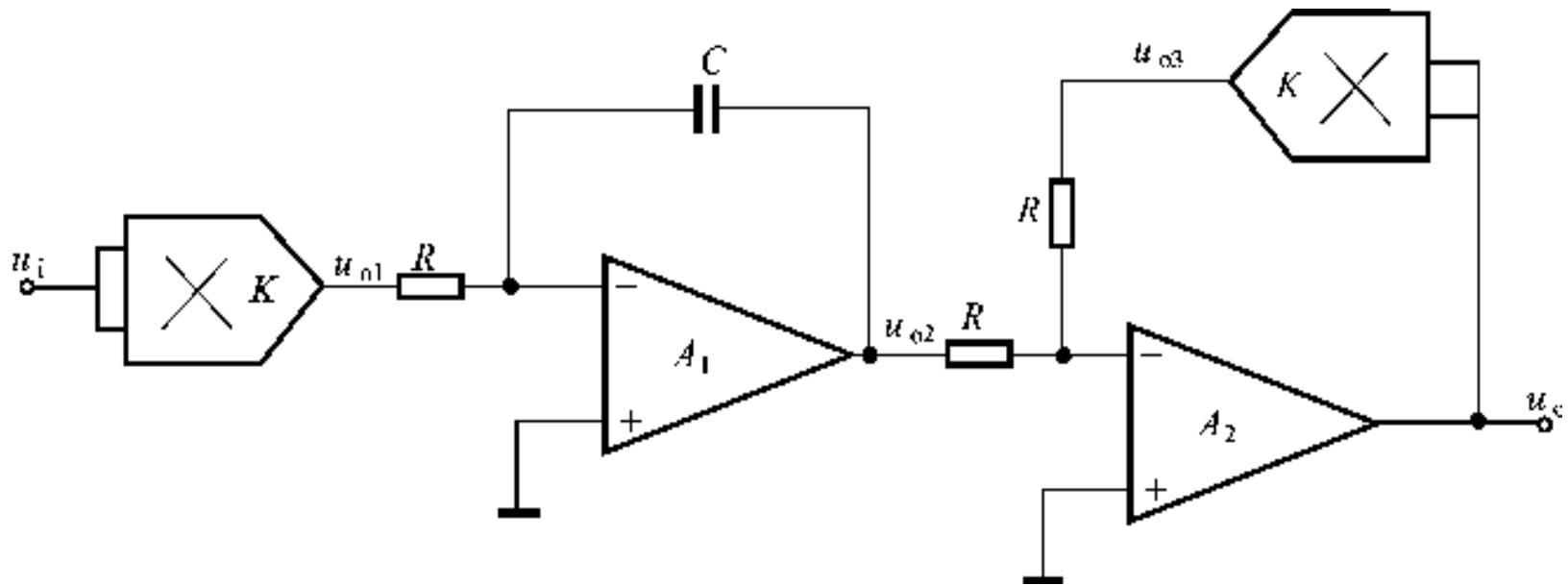
4、开立方运算



$$\frac{u_{i1}}{R_1} = -\frac{u_{o1}}{R_2} = -\frac{K^2 u_o u_o u_o}{R_2}$$

$$\therefore u_o = \sqrt[3]{-\frac{R_2 u_{i1}}{R_1 K^2}}$$

5、有效值检测电路



$$u_o = \sqrt{\frac{-u_{o2}}{K}} = \sqrt{\frac{1}{RC} \int_0^t u_i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^t u_i^2 dt}$$

6.4 信号变换电路

电压-电流和电流-电压变换器广泛应用于放大电路和传感器的连接处，是很有用的电子电路。

电压-电流变换器

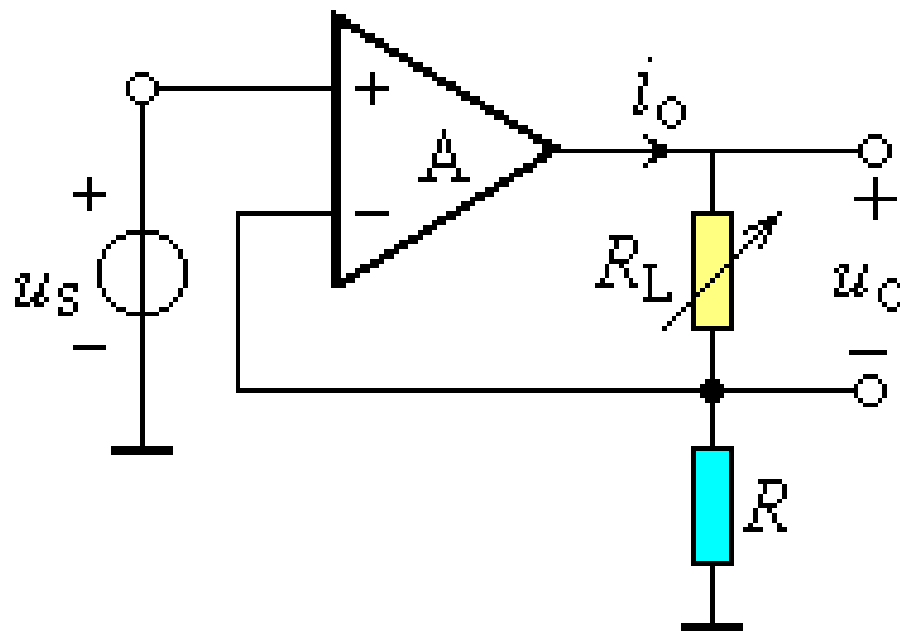
电流-电压变换器

6.4.1 电压-电流变换器

1、负载不接地

$$u_s = i_o R$$

或
$$i_o = \frac{1}{R} u_s$$



- 输出电流与输入电压成比例。

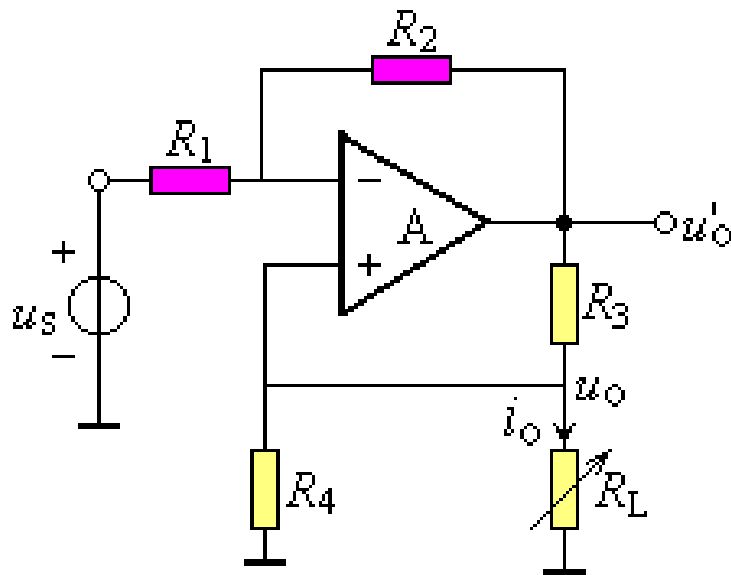
6.4.1 电压-电流变换器

2、负载接地

$$u_- = u_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} + u'_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$u_+ = u_o = i_o R_L = u'_o \frac{R_4 // R_L}{R_3 + (R_4 // R_L)}$$

$$u_- = u_+ \quad i_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{u_s}{\left(R_3 + \frac{R_3}{R_4} R_L - \frac{R_2}{R_1} R_L\right)}$$



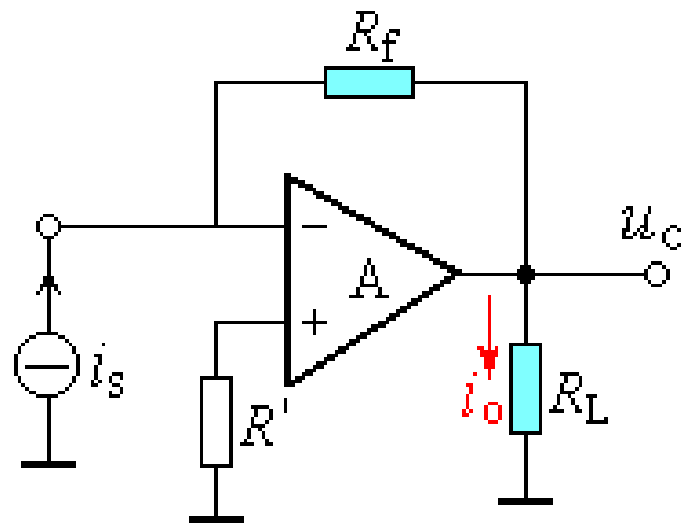
讨论：当分母为零时， $i_o \rightarrow \infty$ ，电路自激。

当 $R_2/R_1 = R_3/R_4$ 时，则 $i_o = -\frac{1}{R_4} u_s$

6.4.2 电流-电压变换器

- 输出电压与输入电流成比例

$$u_o = -i_s R_f$$

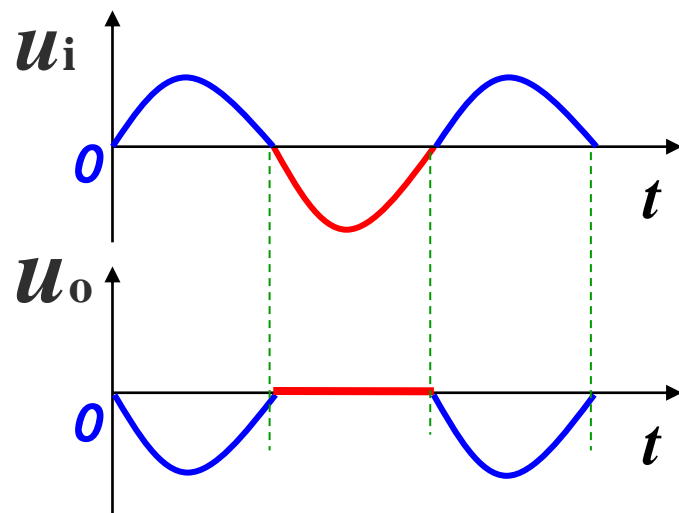
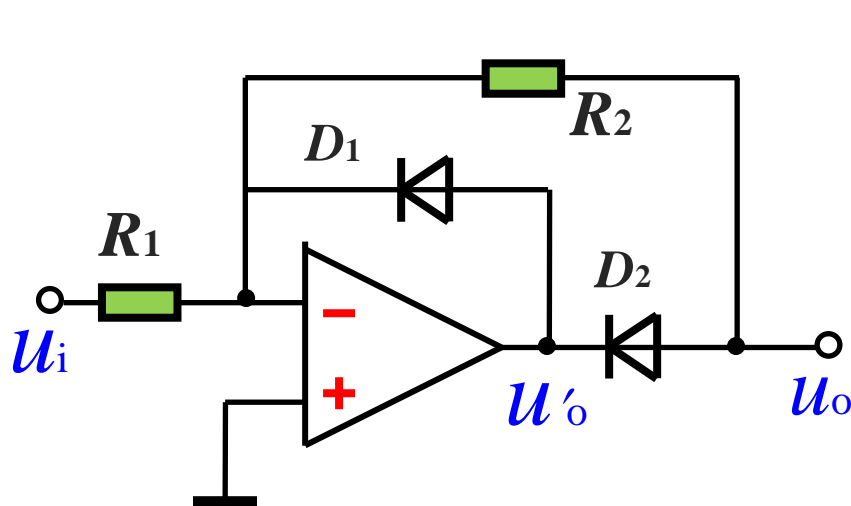


- 输出端的负载电流:
$$i_o = \frac{u_o}{R_L} = -\frac{i_s R_f}{R_L} = -\frac{R_f}{R_L} i_s$$

若固定 R_L , 则输出电流与输入电流成比例。

此时该电路也可视为电流放大电路。

6.4.3 精密整流电路—精密半波

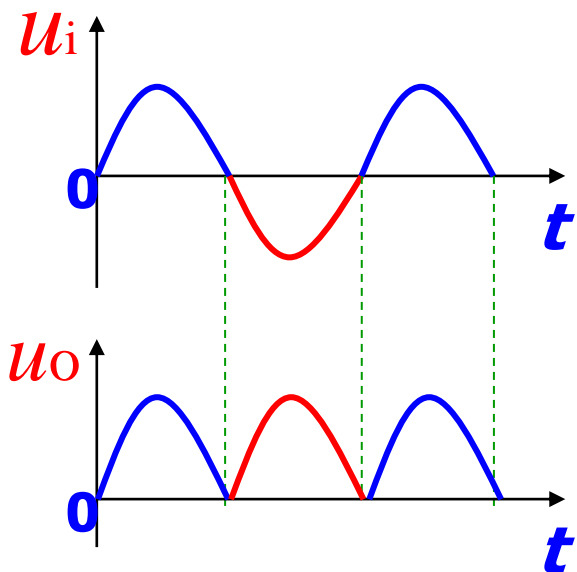
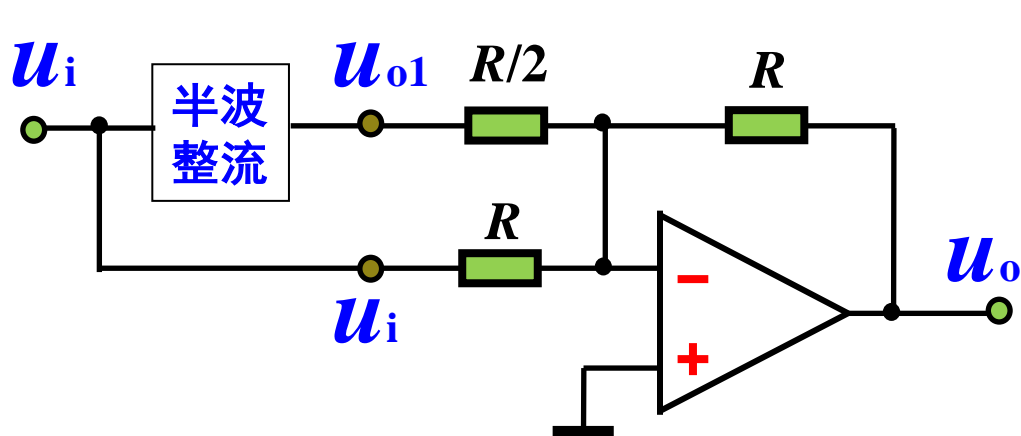


当 $u_i > 0$ 时, u_o' 对“地”为负,
D2导通, D1截止
A构成反相比例 $u_o = -\frac{R_2}{R_1} u_i$

当 $u_i < 0$ 时, u_o' 对“地”为正,
D1导通, D2截止
 $u_o = u_p = u_n = 0$

- 精密整流电路是由集成运放配合二极管构成的有源整流电路,与仅由二极管构成的无源整流电路相比,可以处理小信号。

6.4.3 精密整流电路—精密全波



$$u_{o1} = \begin{cases} -u_i & (u_i > 0) \\ 0 & (u_i < 0) \end{cases}$$

$$u_o = -(u_i + 2u_{o1}) = \begin{cases} +u_i & (u_i > 0) \\ -u_i & (u_i < 0) \end{cases}$$

- 精密全波整流电路由精密半波整流和反相求和电路组成。

6.5 有源滤波电路

滤波器——主要用来滤除信号中无用的频率成分。

例如：有一个较低频率的信号，其中包含一些较高频率成分的干扰。其滤波过程如图所示：

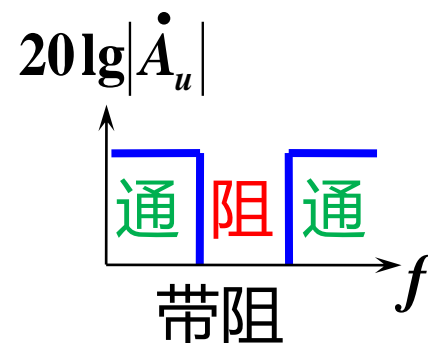
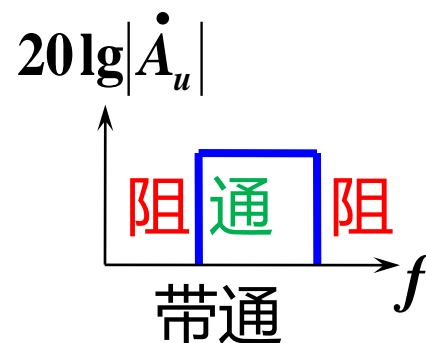
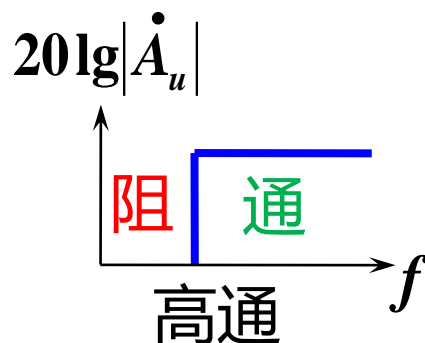
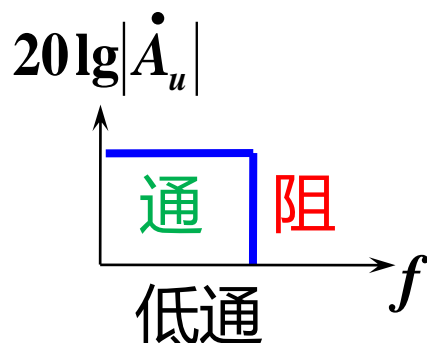


6.5.1 有源滤波电路概述

按信号
频率特性分

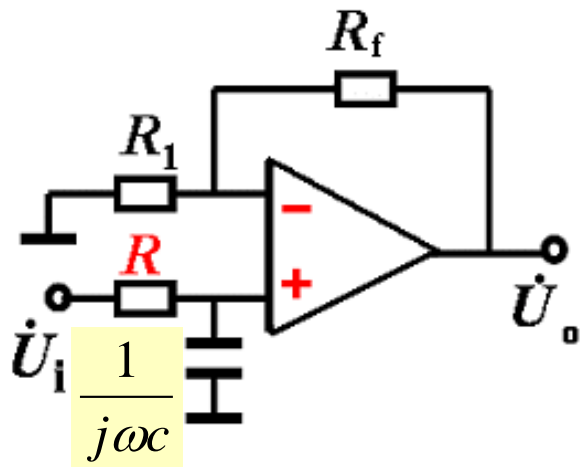
低通滤波器
高通滤波器
带通滤波器
带阻滤波器

理想滤波器的频率特性：



6.5.2 低通滤波器 (Low Pass Filter)

1) 一阶 LPF



$$\dot{A}_u = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) = \frac{A_{up}}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

$$A_{up} = 1 + R_f/R_1$$

— 通带放大倍数

$$f_0 = 1/(2\pi RC)$$

— 特征频率

$$L_u(j\omega) = 20\lg |A_u(j\omega)| = 20\lg A_{up} - 20\lg \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

$$\varphi = -\arctan(f/f_0)$$

6.5.2 低通滤波器 (Low Pass Filter)

1) 一阶 LPF

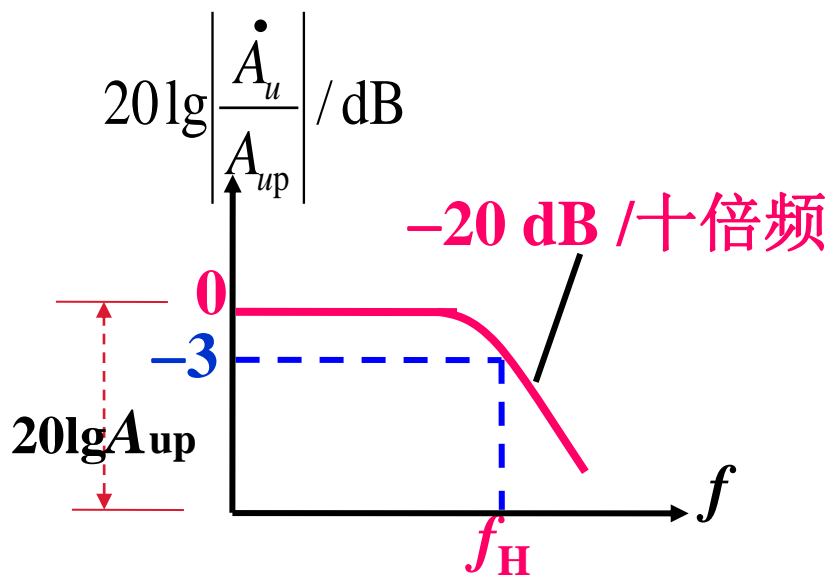
$$L_u(j\omega) = 20\lg |A_u(j\omega)| = 20\lg A_{up} - 20\lg \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

$$L_u(0.1f_0) = 20\lg A_{up}$$

$$L_u(f_0) = 20\lg A_{up} - 3\text{dB}$$

$$L_u(10f_0) = 20\lg A_{up} - 20\text{dB}$$

$$L_u(100f_0) = 20\lg A_{up} - 40\text{dB}$$

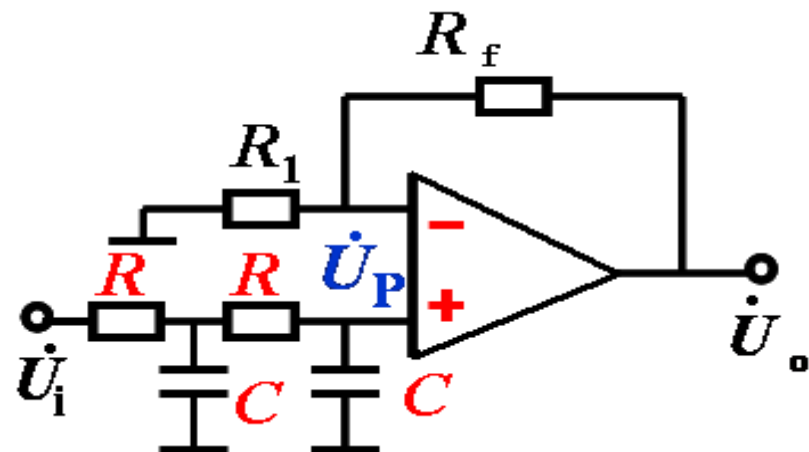


- 总结：一阶有源低通滤波器具有通低频阻高频特性；上限截止频率为 $f_H = 1/(2\pi RC)$ ；阻带衰减太慢。

2)二阶简单型 LPF

通带增益: $A_{up} = 1 + R_f/R_1$

特征频率: $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$

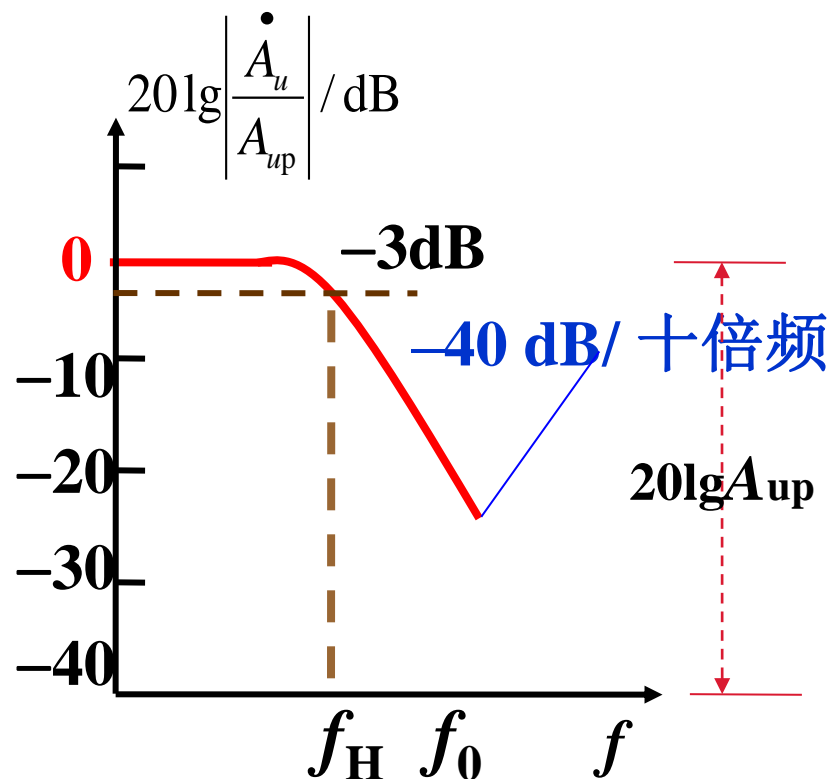
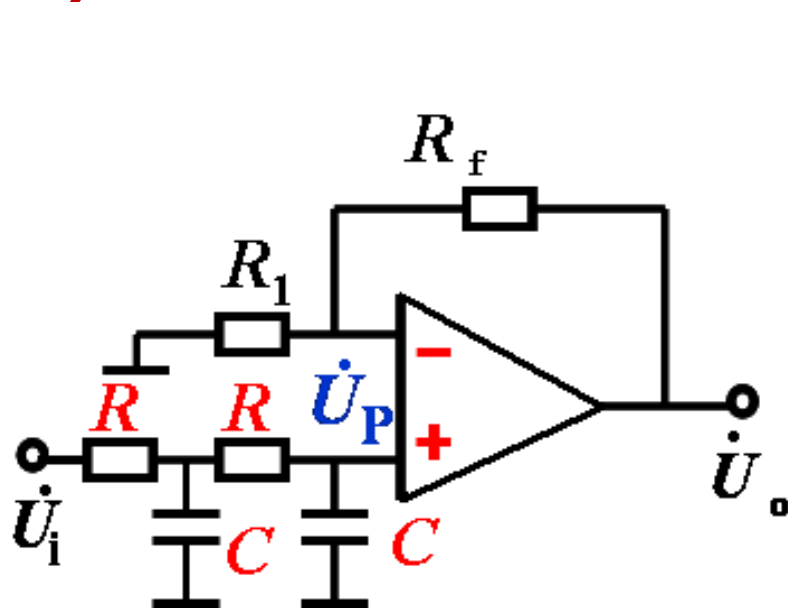


传递函数: $A_u(s) = \frac{A_{up}}{1 + 3sRC + (sRC)^2}$

频率特性: $\dot{A}_u(j\omega) = \frac{A_{up}}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + j3\frac{f}{f_0}}$

截止频率: 当 $A_u(f_H) = \frac{A_{up}}{\sqrt{2}}$ $\therefore f_H \approx 0.37 f_0$

2)二阶简单型 LPF



- 存在问题：在 $f=f_H$ 附近，输出幅度衰减大。
- 改进思路：提升 f_H 附近的输出幅度。

3)二阶压控型 LPF

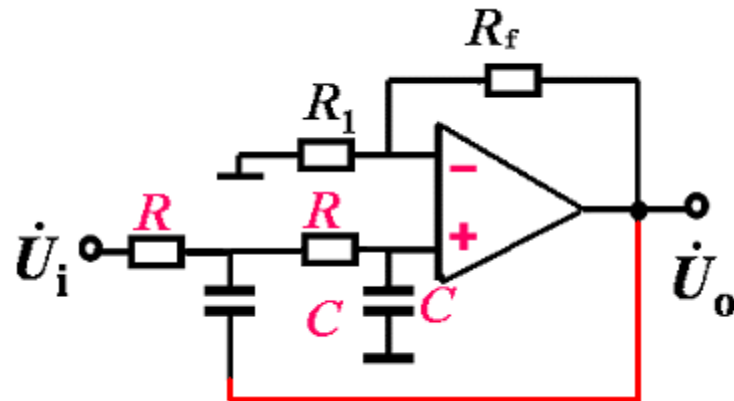
特征频率: $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$

等效品质因数: $Q = 1 / (3 - A_{up})$

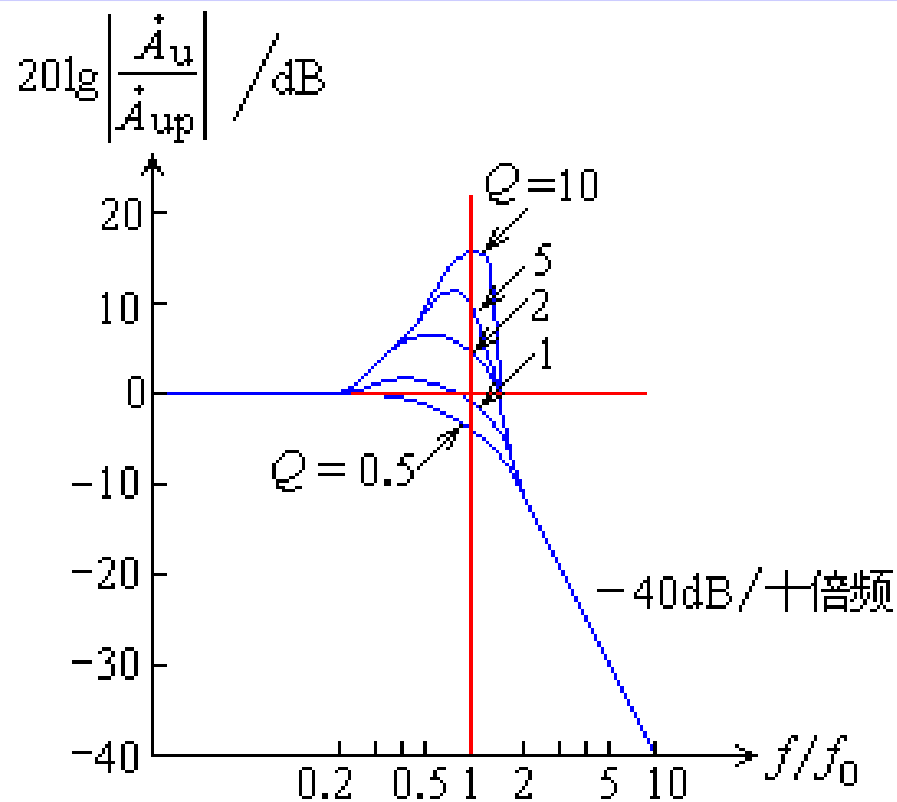
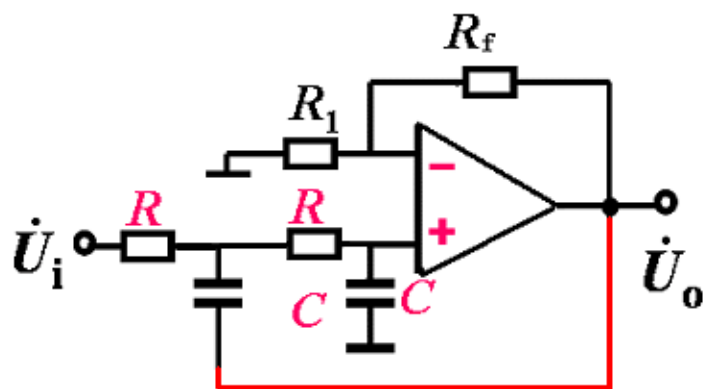
传递函数: $A_u(s) = \frac{A_{up}}{1 + \frac{1}{Q} \cdot sRC + (sRC)^2}$

频率特性: $\dot{A}_u = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{A_{up}}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + j \frac{f}{Qf_0}}$

Q的物理意义: $Q = \frac{|\dot{A}_u(f_0)|}{A_{up}}$ 反映 f_0 附近正反馈的强弱



3)二阶压控型 LPF



1) 当 $Q = 1$ 即 $A_{up} = 2$ 时,

$\dot{A}_u(f_0) = A_{up}$ 滤波效果最佳

2) 若 $Q = 0.707$, 则 $A_u(f_0) = 0.707 A_{up}$, 即: $f_H = f_0$ 。

3) $A_{up} = 3$ 时 $Q \rightarrow \infty$ $|\dot{A}_u| \rightarrow \infty$ 电路产生自激振荡。

例6：已知 $R = 160 \text{ k}\Omega$, $C = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$,

$R_1 = 170 \text{ k}\Omega$, $R_f = 100 \text{ k}\Omega$,

求该滤波器的截止频率、通带增益及 Q 值。

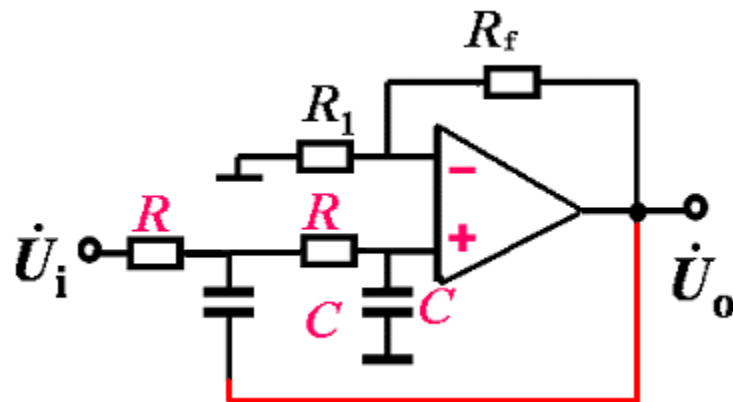
[解]:

特征频率: $f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = 99.5 \text{ Hz}$

通带增益: $A_{up} = 1 + \frac{R_f}{R_1} = 1 + \frac{100}{170} = 1.588$

$Q = 1/(3 - A_{up}) = 1/(3 - 1.588) = 0.708$

$Q = 0.707$ 时, $f_H = f_0 = 99.5 \text{ Hz}$ 即为上限截止频率。



◆ 详见论文：二阶有源低通滤波电路的计算机辅助设计_张静秋。

6.5.3 高通滤波器 (High Pass Filter)

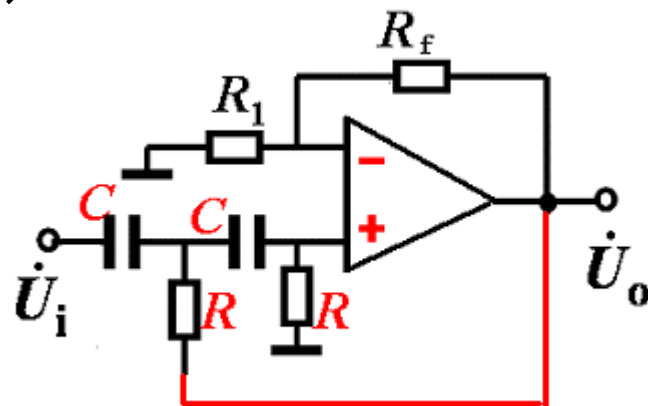
通带增益: $A_{up} = 1 + R_f/R_1$

特征频率: $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

等效品质因素: $Q = 1/(3 - A_{up})$

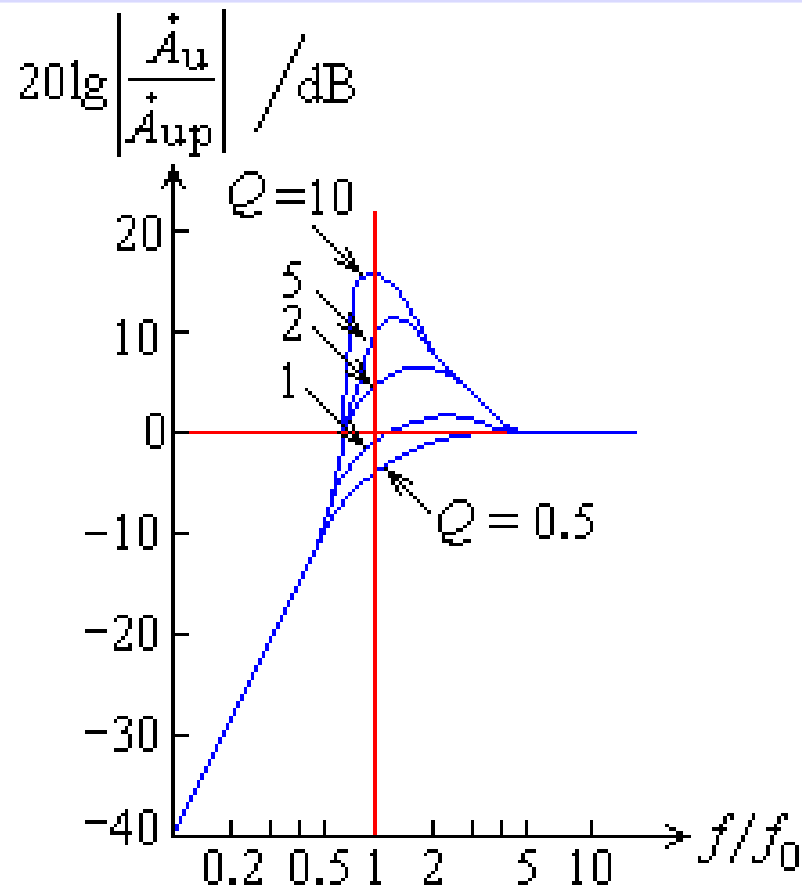
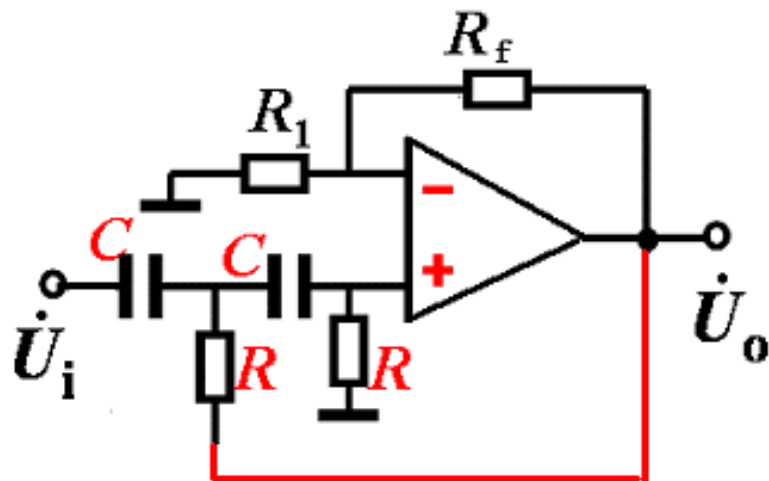
传递函数: $A_u(s) = \frac{A_{up} \cdot (sRC)^2}{1 + \frac{1}{Q} \cdot sRC + (sRC)^2}$

频率特性: $\dot{A}_u(j\omega) = \frac{A_{up}}{1 - \left(\frac{f_0}{f}\right)^2 - j\frac{f_0}{Qf}}$



二阶压控型 HPF

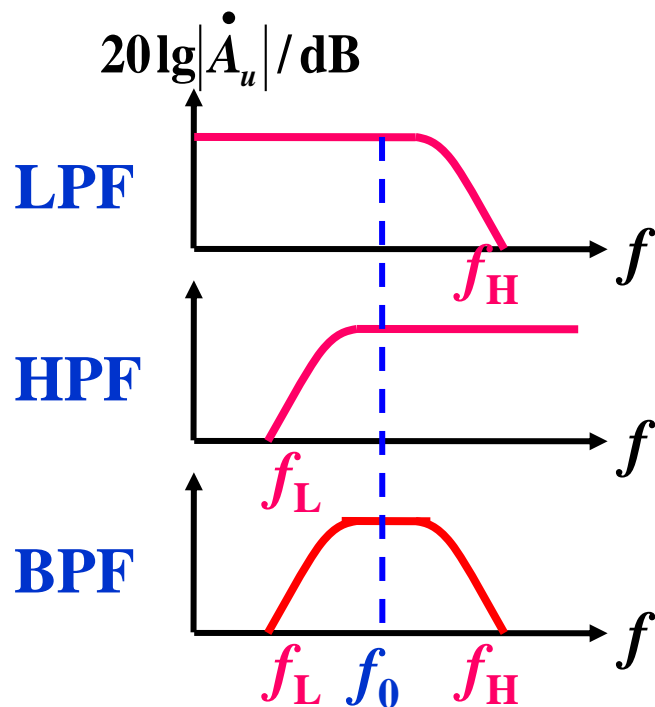
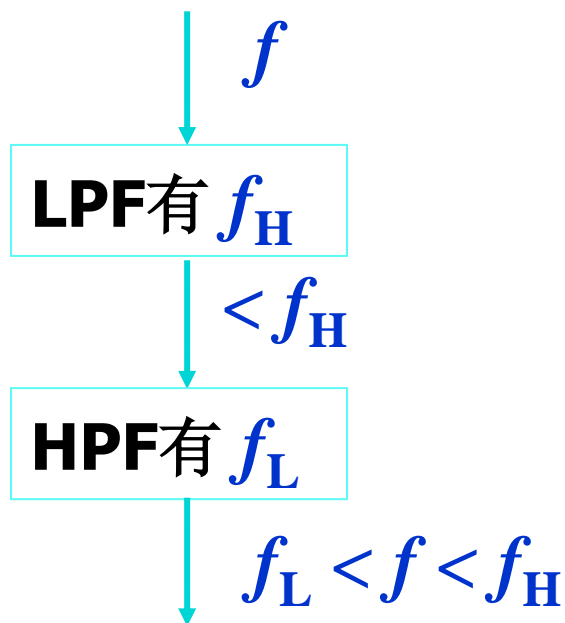
6.5.3 高通滤波器 (HPF)



- 1) 当 $Q = 1$ 即 $A_{up} = 2$ 时, $\dot{A}_u(f_0) = A_{up}$ 滤波效果最佳
- 2) $A_{up} = 3$ 时 $Q \rightarrow \infty$ $|\dot{A}_u| \rightarrow \infty$ 电路产生自激振荡
- 3) 二阶压控型LPF和LPF, 为防止自激应使 $A_{up} < 3$ 。

6.5.4 带通滤波器 (Band Pass Filter)

构成思路:



- 可以用低通和高通滤波器串联起来构成带通滤波器。
- 必须满足条件： $f_H > f_L$

6.5.4 带通滤波器 (Band Pass Filter)

中心频率: $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

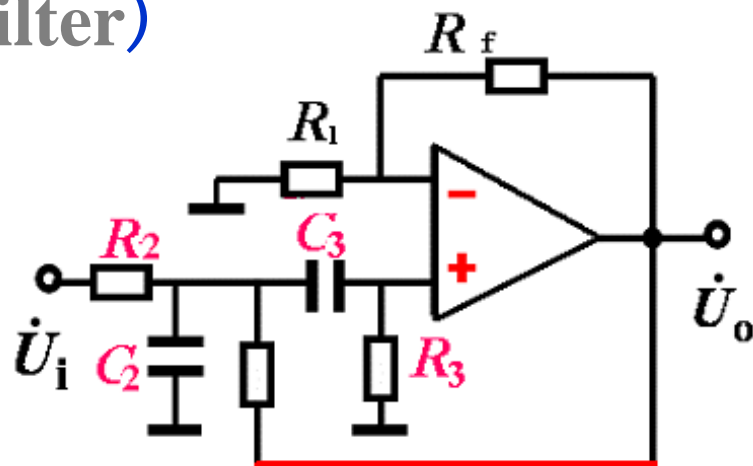
等效品质因素: $Q = 1/(3 - A_{uf})$

传递函数:

$$A_u(s) = \frac{A_{uf} \cdot sRC}{1 + \frac{1}{Q} \cdot sRC + (sRC)^2}$$

频率特性: $\dot{A}_u(j\omega) = \frac{Q \cdot A_{uf}}{1 + jQ(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})}$

通带 (最大) 增益: $A_{uP} = A_u(f_0) = QA_{uf}$



要求: $f_H > f_L$

即: $R_2 C_2 < R_3 C_3$

令:

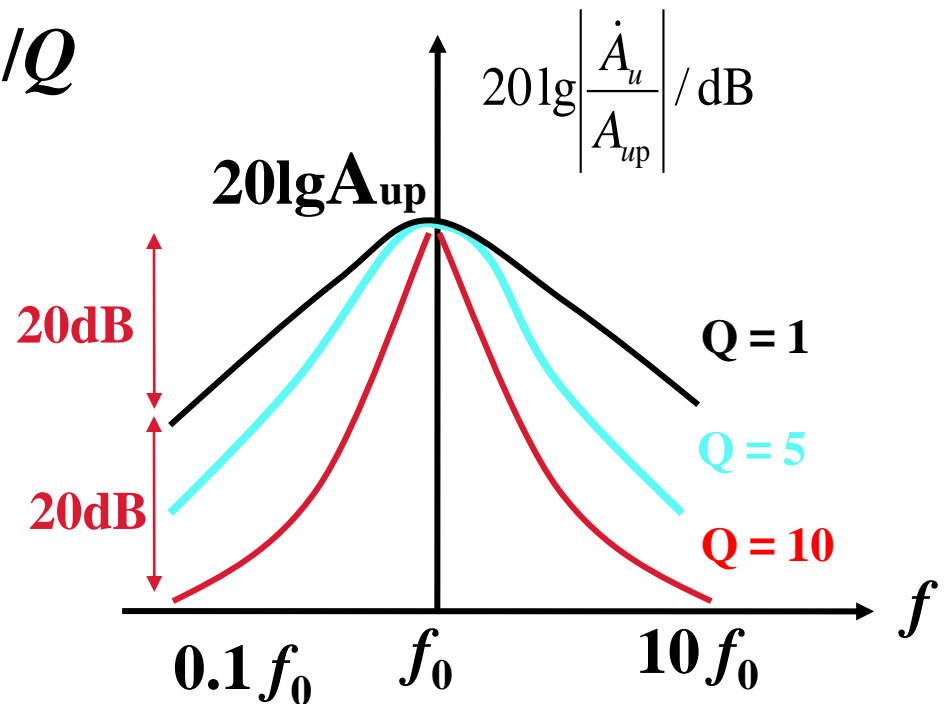
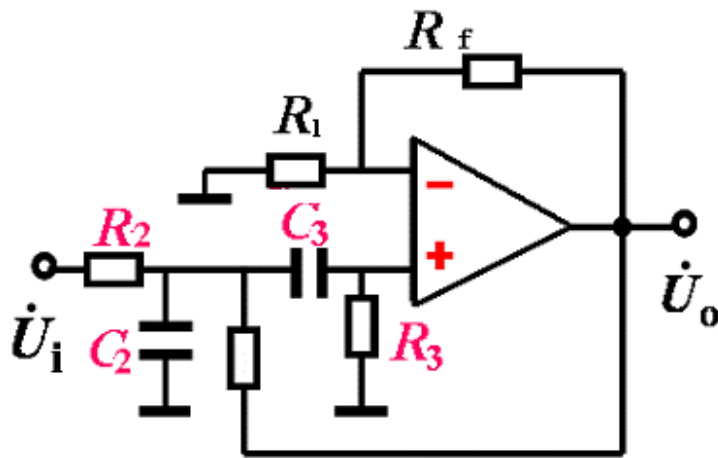
$$A_{uf} = 1 + R_f/R_1$$

6.5.4 带通滤波器 (Band Pass Filter)

通带截止频率:

$$\begin{cases} f_L = \frac{f_0}{2} \left[\sqrt{(3 - A_{uf})^2 + 4} - (3 - A_{uf}) \right] \\ f_H = \frac{f_0}{2} \left[\sqrt{(3 - A_{uf})^2 + 4} + (3 - A_{uf}) \right] \end{cases}$$

通频带: $f_{BW} = f_H - f_L = f_0 / Q$



例7 已知 $R = 7.96 \text{ k}\Omega$, $C = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$, $R_3 = 15.92 \text{ k}\Omega$,
 $R_1 = 24.3 \text{ k}\Omega$, $R_f = 46.2 \text{ k}\Omega$

求该电路的中心频率、带宽 及通带最大增益 。

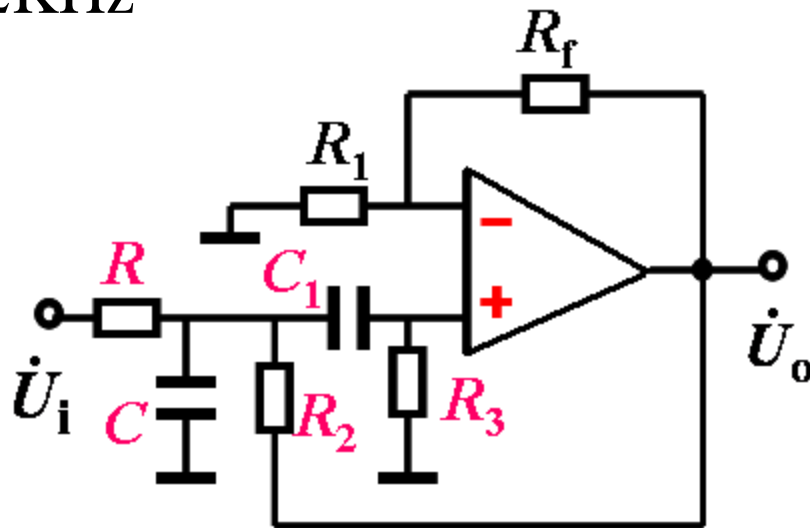
[解] 中心频率: $f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = 2\text{KHz}$

$$A_{uf} = 1 + \frac{R_f}{R_1} = 1 + \frac{46.2}{24.3} = 2.9$$

$$Q = 1/(3 - A_{uf}) = 10$$

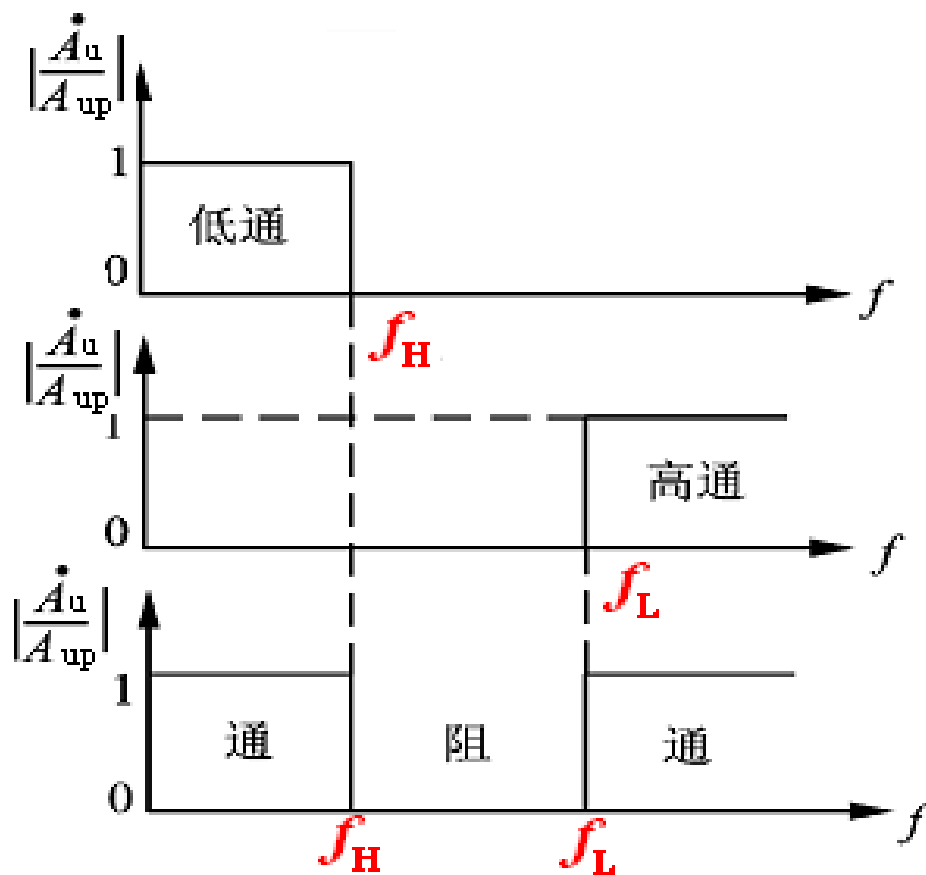
带宽: $BW = f_0 / Q = 200 \text{ (Hz)}$

通带最大增益: $A_u(f_0) = QA_{uf} = 29$



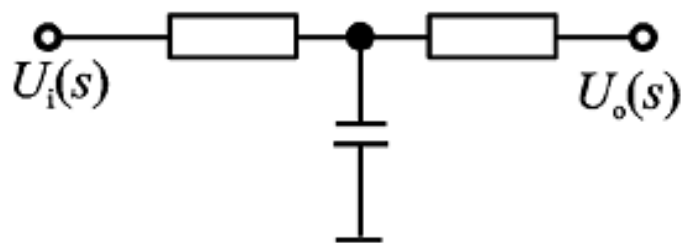
6.5.5 带阻滤波器 (Band Elimination Filter)

BEF的组成原理:

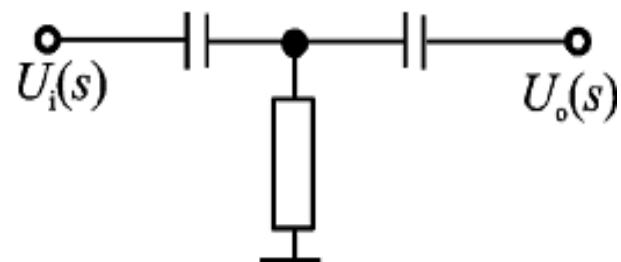


- 可以用低通和高通滤波器并联起来构成带阻滤波器。
- 必须满足条件： $f_H < f_L$

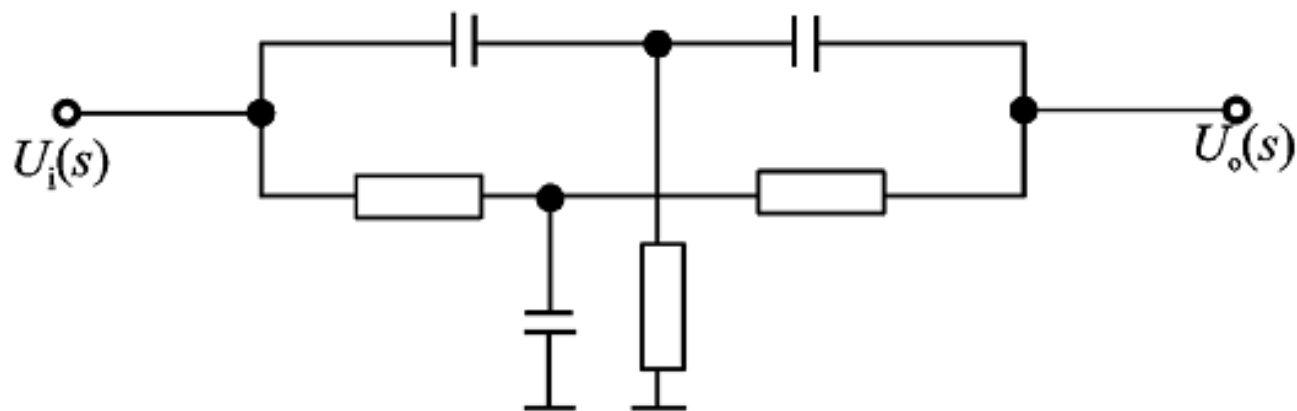
6.5.5 带阻滤波器 (BEF)



(a) 无源LPF



(b) 无源HPF



(c) 无源BEF (双T网络)

6.5.5 带阻滤波器 (BEF)

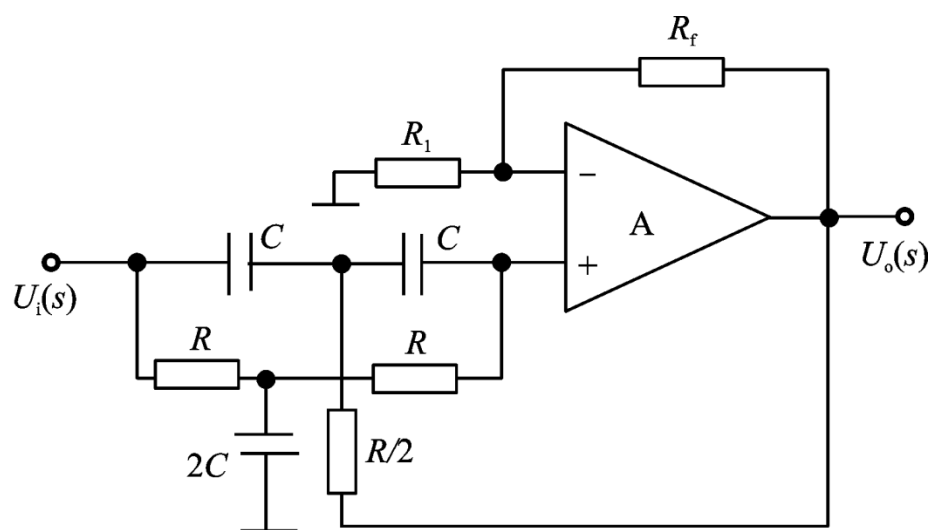
通带增益: $A_{up} = 1 + R_f/R_1$

中心频率: $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

等效品质因素: $Q = \frac{1}{2(2 - A_{up})}$

传递函数: $A_u(s) = \frac{A_{up} \cdot [1 + (sRC)^2]}{1 + \frac{1}{Q} \cdot sRC + (sRC)^2}$

频率特性: $\dot{A}_u(j\omega) = \frac{A_{up}}{1 + j \frac{1}{Q} \cdot \frac{ff_0}{f_0^2 - f^2}}$



要求: $f_H < f_L$

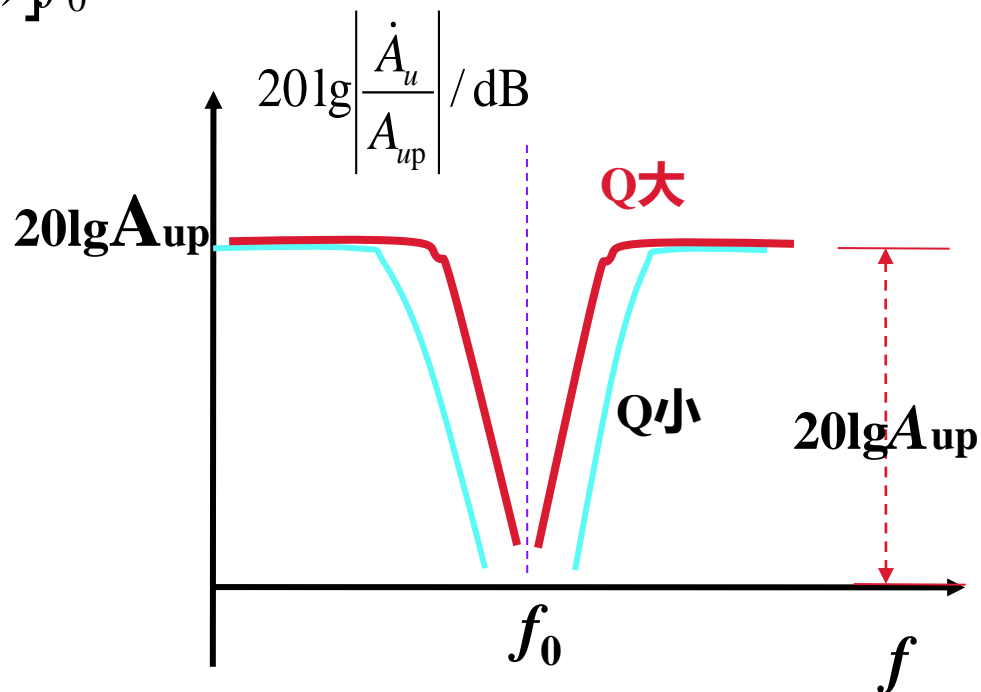
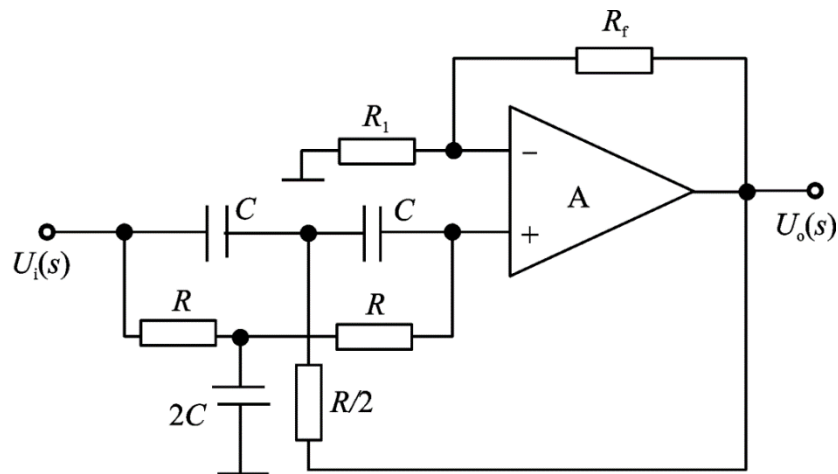
6.5.5 带阻滤波器 (BEF)

通带截止频率:

$$f_{p1} = \left[\sqrt{(2 - A_{up})^2 + 1} - (2 - A_{up}) \right] f_0$$

$$f_{p2} = \left[\sqrt{(2 - A_{up})^2 + 1} + (2 - A_{up}) \right] f_0$$

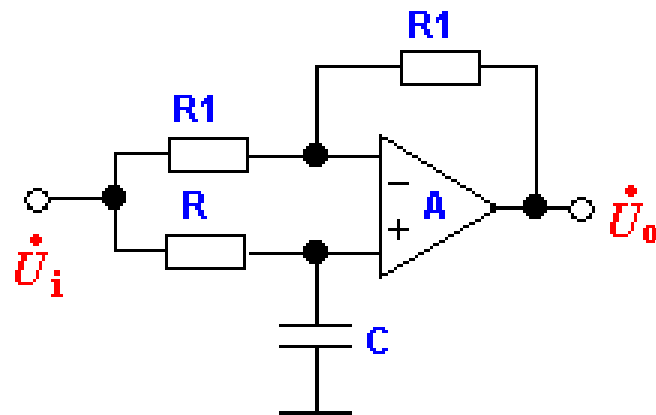
阻频带: $f_{BW} = f_0 / Q$



例8 一有源滤波器电路如图所示。设A为理想运放。

- 1、求电路的传递函数；
- 2、画出频率特性曲线说明其功能。

解： u_i 同时作用于运放的两个输入端，
可作减法运算电路进行求解。



$$U_o(s) = \left(1 + \frac{R_1}{R_1}\right) \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} U_i(s) - \frac{R_1}{R_1} U_i(s) = \frac{1 - sCR}{1 + sCR} U_i(s)$$

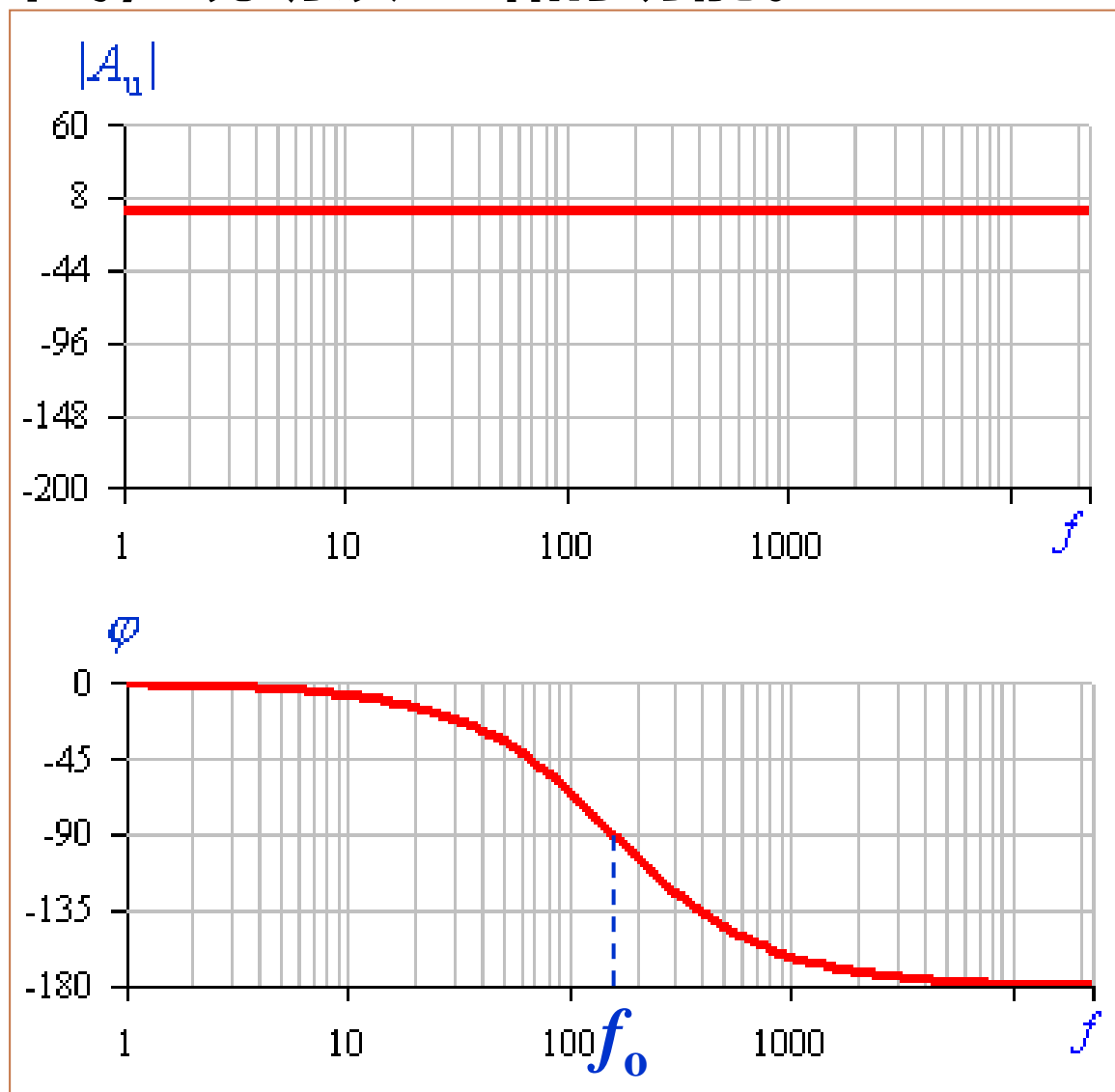
$$\begin{cases} A_u = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC} \\ \varphi = -\arctan(\omega RC) - \arctan(\omega RC) \end{cases} \quad \text{即:} \begin{cases} |A_u| = \sqrt{\frac{1 + (\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}} = 1 \\ \varphi = -2\arctan \frac{f}{f_0} \end{cases}$$

2、画出频率特性曲线，说明该电路的功能。

$$|A_u| = \sqrt{\frac{1 + (\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}} = 1$$

$$\varphi = -2 \arctan \frac{f}{f_0}$$

这是一个
全通滤波器。



6.4.6 状态变量有源滤波电路

1.二阶状态变量有源滤波器的传递函数:

$$A_{u(s)} = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2}{b_0 + b_1s + b_2s^2}$$

LPF:

$$A_{u(s)} = \frac{a_0}{b_0 + b_1s + b_2s^2}$$

BPF:

$$A_{u(s)} = \frac{a_1s}{b_0 + b_1s + b_2s^2}$$

HPF:

$$A_{u(s)} = \frac{a_2s^2}{b_0 + b_1s + b_2s^2}$$

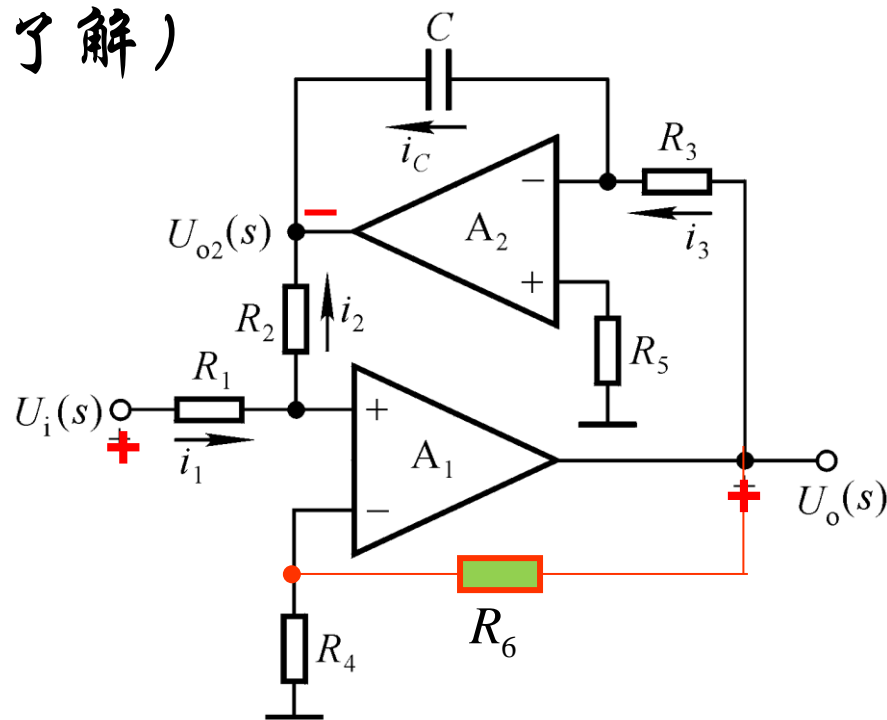
BEF:

$$A_{u(s)} = \frac{a_0 + a_2s^2}{b_0 + b_1s + b_2s^2}$$

□ 状态变量有源滤波电路 (了解)

2. 构成要点

- 将比例、积分、求和等基本运算电路，组合成自由设置传递函数、实现各种滤波功能的电路。
- 通带放大倍数取决于电阻组成的负反馈网络。
- 利用“逆运算”方法。

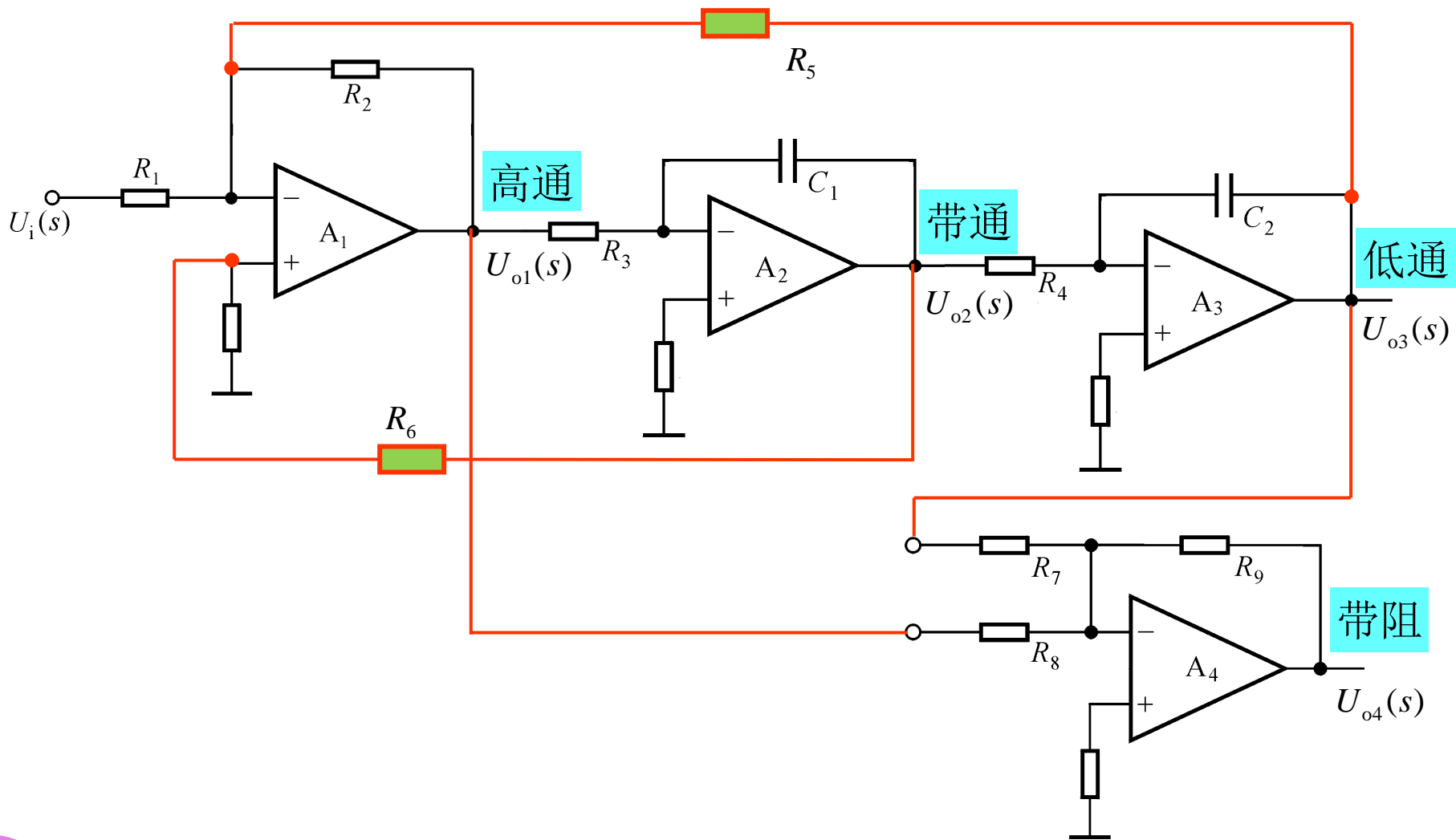


例8：将低通环节加在负反馈通路来实现高通。

解析： $f \rightarrow \infty$ 时 C 相当于短路， A_2 输出电压 $\rightarrow 0$ ，电路开环， A_1 输出电压 $\rightarrow \pm U_{OM}$ ，工作在非线性区；需引入负反馈决定通带放大倍数。

$$\dot{A}_{up} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \left(1 + \frac{R_6}{R_4} \right)$$

例*二阶状态变量滤波器的组成（了解）



● 运算电路与有源滤波器的比较

➤ 相同之处

- 均引入深度负反馈，集成运放均工作在线性区。
- 均具有“虚短”和“虚断”的特点，均可用节点电流法求解电路。

➤ 不同之处

- 运算电路研究的是时域问题，有源滤波电路研究的是频域问题；测试时，前者是在输入信号频率不变或直流信号下测量输出电压与输入电压有效值或幅值的关系，后者是在输入电压幅值不变的情况下测量输出电压幅值与输入电压频率的关系。
- 运算电路用运算关系式描述输出电压与输入电压的关系，有源滤波器用电压放大倍数的幅频特性描述滤波特性。

本章仿真指引

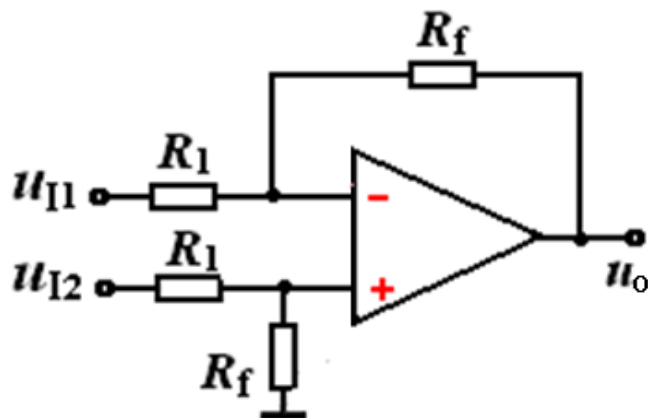
- [1]张静秋.基于集成运算放大器的加减法运算电路的分析与设计[J].北京:电子制作,2017,(09):5-7.
- [2]张静秋.二阶有源低通滤波电路的计算机辅助设计[J].北京:电子制作,2017,(01):8-11.
- [3]张静秋,陈宁,陈明义,桂卫华. 限幅放大器的仿真研究[J].北京:电子制作,2018,(07):80-82

小结

一、基本运算电路

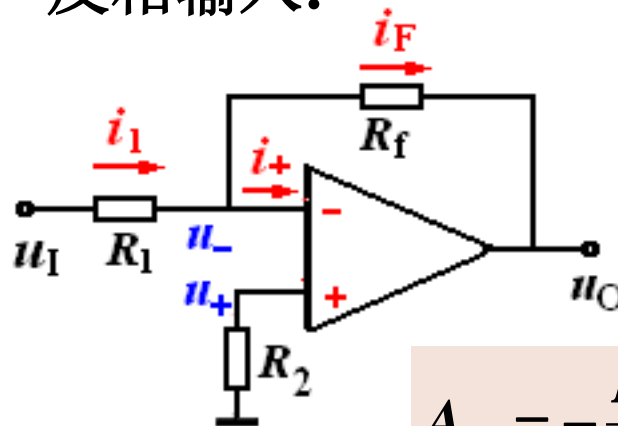
1. 运算电路的3种基本形式

➤ 差分输入:



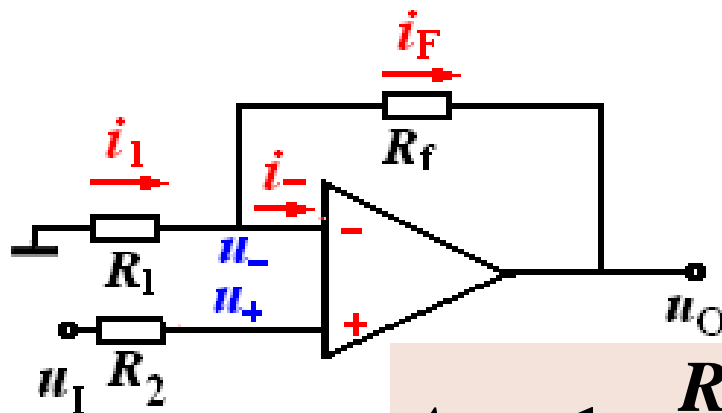
$$u_o = R_f/R_1 (u_{I2} - u_{I1})$$

➤ 反相输入:



$$A_{uf} = -\frac{R_f}{R_1}$$

➤ 同相输入:



$$A_{uf} = 1 + \frac{R_f}{R_1}$$

小 结

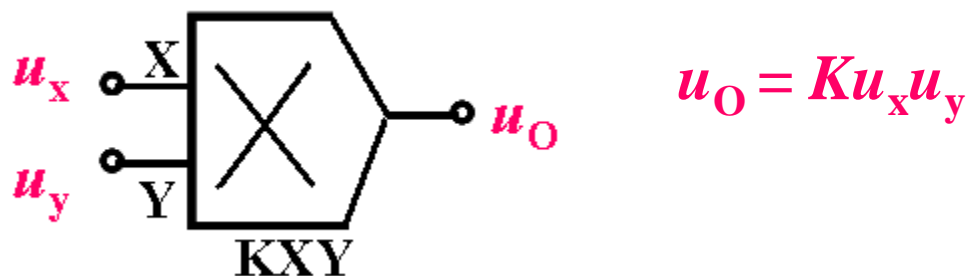
一、基本运算电路

2. 运算电路的分析方法

- 运用“虚短”和“虚断”的概念分析电路中各电量间关系。运放在线性工作时，“虚短”和“虚断”总是同时存在。
“虚地”只存在于同相输入端接地的电路中。
- 运用叠加定理解决多个输入端的问题。

小 结

二、模拟乘法器 (属于非线性模拟集成电路)



对于理想模拟乘法器，输入电压的波形、幅度、极性、频率为任意。

三、模拟乘法器的主要应用

1. **运算：** 乘法、平方、除法、平方根等。
2. **电路：** 压控增益，调制、解调、倍频、混频等。