

队伍编号	201211
题号	B

## 养老服务床位需求预测与运营模式研究

### 摘要

由于我国人口基数大，养老需求层次不同，需要通过政府和各方面的努力来尽可能不断满足老年人的养老服务需求。对于机构养老，现有的养老服务床位数远远低于社会的需求量。因此，本文通过对养老市场规模进行预测分析，找到了当养老床位数增加时存在的商机，提出了相应的养老服务床位的运营商业模式。

针对问题 1，根据人口数量、结构和消费水平等因素，对养老服务床位市场规模进行分析并分类。用人口数量、抚养比、居民消费水平和恩格尔系数进行主成分回归分析，通过建立主成分与床位数的回归曲线对床位数进行预测，求得 2019 年养老服务床位数 874（万张）、2020 年床位数 902（万张）。之后对于中国的 31 个省市进行关于人口数量、抚养比、人均地区生产总值、居民消费水平因素的模糊聚类分析，得到五个城市分类，即代表市场需求的的不同分类。

针对问题 2，结合问题 1 预测得到的床位需求与市场类型的分类结果，分析我国养老行业中企业规模与运营成本，从企业承包公办养老院餐饮业务和自己建设民营养老院负责餐饮运营两个角度建立线性规划模型，通过结果看出，养老服务床位增多可以带来近乎 75 亿的市场规模量，其中主要来自民营企业的营收和向养老机构提供餐饮业务方面。

针对问题 3，通过分析当下养老服务事业的社会需求、持续发展性以及相关就业的可能性，建立多目标规划模型，尽可能同时满足三方面的要求。根据政府对于各个方面重视程度对其进行权重赋值，通过遗传算法求解得，床位数增加到 8870173 张、平均每张床收费 9607.82 元时，基本满足上述三方面条件。由此从政府角度建议建立融资体系并打造平台式养老的商业运营模式。

问题四，结合前面数据分析及模型计算结果，针对养老床位规划问题，向政府提出发展医养结合和推广智慧养老概念下社区居家养老的建议。

**关键词：**时间序列预测；主成分回归；线性规划；多目标规划；遗传算法

## 目录

一、 问题重述	1
1.1 问题背景与提出	1
1.2 问题要求与分析	1
二、 基本假设	2
三、 符号说明	2
四、 问题一的模型建立与求解	3
4.1 数据的选取及其意义	3
4.2 预测模型的建立与求解	3
4.2.1 主成分分析因子个数确定	3
4.2.2 主成分因子线性表达式的构成	4
4.2.3 养老床位和主成分 $f$ 进行线性回归	4
4.2.4 主要因素预测值计算	4
4.2.5 床位数预测值计算	4
4.3 分类模型的建立与求解	5
4.3 结果分析	6
五、 问题二的模型建立与求解	8
5.1 民营养老院的盈利分析	8
5.2 线性规划模型的建立与求解	8
5.2.1 前提假设	8
5.2.3 建立模型	10
5.4 结果分析	10
5.5 其他盈利商机	11
5.5.1 医养结合带来的商机	11
5.5.2 拓展融资途径	11
5.5.2 智慧养老下的商机	12
六、 问题三的模型建立与求解	13
6.1 第一目标——养老服务事业的社会需求分析	13
表(6)	13
图(6)	13
6.2 持续发展分析	14
6.2.1 提升行业整体专业性	14
6.2.2 大众养老思想的改变	14
6.2.3 政府养老保障能力的提升	15
6.3 养老服务事业的相关就业分析	15
6.3.1 养老服务发展吸纳更多劳动力	15
6.3.2 养老服务促进其他关联产业的发展	15
6.4 模型的建立与求解	16
6.4.1 多目标规划柔性约束的建立	16
6.4.2 多目标规划刚性要求的建立	17
6.4.3 多目标规划线性加权转化	17
6.4.4 模型的求解	17
6.5 建模结果以及商业模式分析	18
6.5.1 打造养老服务平台	18

6.5.2 构建正规市场性融资体系.....	18
6.5.3 多元化创新养老服务业市场融资方式.....	19
七、 问题四的模型建立与求解.....	20
7.1 建模以及算法总结.....	20
7.2 针对养老床位规划问题的建议.....	20
7.2.1 倡导医养结合，提升养老床位相应医疗保障.....	20
7.2.2 “智慧养老”下推广社区养老、居家养老.....	20
八、 模型的评价与改进.....	21
8.1 模型的评价.....	21
8.1.1 模型的优点.....	21
8.1.2 模型的缺点.....	21
8.2 模型改进.....	21
参考文献.....	22
附录.....	23
问题1 附录.....	23
1.时间序列预测.....	23
2.模糊聚类.....	23
问题2 附录.....	26
问题3 附录.....	26

## 一、 问题重述

### 1.1 问题背景与提出

随着我国老龄化的日益严重，解决养老服务问题已是迫在眉睫。我国现有养老服务的床位供给远远不能满足社会的需求。从政府角度来说，合理估计养老服务床位的需求、制定合理的养老服务床位发展规划，是构建和谐社会、幸福社会的重要组成部分。从企业角度出发，养老服务床位的增加也为企业提供了一个“商机”。

### 1.2 问题要求与分析

1. 根据我国的人口数量、结构和消费水平多种因素，预测养老服务床位数量的市场需求规模及其分类。

**分析：**该问题为预测型问题，可以利用现有数据，对人口数量、人口结构、消费水平、养老床位需求等因素进行未来数年的预测。可通过之前数据多元回归等方法，探求床位数与各个因素之间的关系，最后带入获得预测值。对于分类，可以根据各个省份的相关数据，探究其省份关于上述因素的市场需求类型。

2. 从企业角度出发，结合现有养老服务床位的数量和结构，分析、建立合适的模型，来发现并分析养老服务床位增加中的“商机”。

**分析：**商机为市场上竞争还不激烈，需求还未得到充分满足的部分。可根据问题一的床位需求与市场类型的分类结果，查找关于国内养老院的相关数据，探究养老院的盈利方式，建立模型，发现商机所在。

3. 建立一个合适的数学模型，从政府的角度出发，设计一个技能满足社会需求，又能持续发展养老事业，同时还能促进社会就业的养老服务床位运营的商业模式。

**分析：**该问题多目标规划问题，需要同时满足社会需求、可持续发展养老事业与促进社会就业三个方面的要求。多方面考虑能够影响该三种目标的因素，和养老服务床位数的增加能够带来的就业方面因素的影响，并对这些因素进行一个量化的分析，构建出模型求解，得到一个较为合适的商业模式。

4. 试用精炼的数学语言归纳总结本题中最关键的数学建模问题及其算法。以你们的模型及其结论为科学依据，对政府管理部门针对养老床位规划提出合理的建议。

**分析：**结合问题1、2、3的结果，总结所用的数学模型，分析现有的问题和阻碍，提出改进的方法与建议。



## 二、 基本假设

1. 所有的数据均为来源于附件或者权威机构的原始数据，主要是来自国家统计局、国家人力资源社会保障部和国家民政局的数据，假设这些数据真实可靠。
2. 假设国家所有养老服务机构均可视同于养老院进行数据处理，且仅分为国营与民营两种形式，并且两种形式的所有养老院的规模分别视同于两者的平均规模。
3. 根据附件三中资料显示，我国老年人口中大约有 10% 的人有居住养老院等养老机构的意愿。因此假设养老服务床位的需求量为 60 周岁及以上人口总数的 10%。

## 三、 符号说明

符号名	符号解释
$x_1$	参与餐饮外包的养老院的数量（主要为公办）
$x_2$	自己建设的民营养老院的数量
$X$	需要增加到的床位数
$Q$	每张床位的收取费用
$p$	人口数量
$r$	抚养比
$l$	居民消费水平（60 周岁及以上）
$e$	恩格尔系数
$c_1$	国营养老院的平均床位数
$c_2$	民营养老院的平均床位数
$m$	预测养老机构数
$n$	预测养老服务床位数
$q$	每人每天餐饮部分的总利润
$w$	养老院对于外包团队收取的承包费
$a_1$	每参与一所养老院餐饮外包可获得的总利润
$a_2$	每经营一所民营养老院可获得的利润
$ct_1$	每床每年固有的生活成本
$ct_2$	每床每年平均的护理人员费用
$ct_3$	每张床每年的固定费用
$num$	预测得到的 60 周岁及以上人口总数
$b_1$	每年每床国家给予的补贴
$b_2$	每年每床的社会捐赠
$j$	需要的护理人员总数
$j_0$	现有的护理人员总数
$\lambda_i (i = 1, 2, 3)$	不同目标的权重

## 四、 问题一的模型建立与求解

### 4.1 数据的选取及其意义

通过对于问题的分析和对所给数据的观察，需要考虑人口数量、结构和消费水平等方面。可通过抚养比值来表示相关的人口结构。由于国内养老消费通常不仅仅有居民个人承担，也有一部分有子女承担，所以通过居民消费能力（60周岁及以上老人）、恩格尔系数来表示消费水平。其中抚养比，居民消费能力、恩格尔系数表达式如下：

$$\text{抚养比} = \frac{\text{全国60周岁及以上人口总数}}{\text{全国就业人口总数}} \times 100\%$$

$$\text{居民消费能力} = \frac{\text{全国养老保险基金结余} + \text{全国企业年金总数}}{\text{60周岁及以上人口总数}}$$

$$\text{恩格尔系数} = \frac{\text{食物支出金额}}{\text{总支出金额}} \times 100\%$$

### 4.2 预测模型的建立与求解

对于养老服务床位的影响因素应该有人口数量，抚养比，恩格尔系数，居民消费水平，四个因素进行多元回归，会发生多重共线性问题，所以使用主成分回归进行预测。

#### 4.2.1 主成分分析因子个数确定

主成分个数的确定：通过观察表(1)可知，有一个主成分的特征值大于1，并且其累计解释方差的比率为98.82%，能体现出原始数据的主要信息。

表(1)

Principal components/correlation		Number of obs	=	7
		Number of comp.	=	4
		Trace	=	4
Rotation: (unrotated = principal)		Rho	=	1.0000
Component	Eigenvalue	Difference	Proportion	Cumulative
Comp1	3.94929	3.90461	0.9873	0.9873
Comp2	.0446795	.03877	0.0112	0.9985
Comp3	.00590953	.00578711	0.0015	1.0000
Comp4	.000122427	.	0.0000	1.0000

#### 4.2.2 主成分因子线性表达式的构成

基于相关因子得分系数矩阵表(2)，即可得到上述主成分的构成表达式：

$$F = 0.5009 \times p + 0.5020 \times r - 0.4950 \times l + 0.5021 \times e \quad (1.1)$$

表 (2)

Variable	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Unexplained
人口数量	0.5009	0.4094	-0.5447	0.5337	0
抚养比	0.5020	0.3275	-0.0733	-0.7971	0
恩格尔系数	-0.4950	0.8459	0.1979	0.0176	0
居民消费水平	0.5021	0.0981	0.8117	0.2818	0

#### 4.2.3 养老床位和主成分 f 进行线性回归

通过表(3)可得，回归方程通过检验并且  $R-squared = 0.9155$ ，回归模型效果较好。因此确定了床位数的表达式：

$$n = 0.1330446 \times F - 8660.054 \quad (1.2)$$

表 (3)

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	7
Model	96456.4716	1	96456.4716	F(1, 5)	=	54.14
Residual	8908.44158	5	1781.68832	Prob > F	=	0.0007
				R-squared	=	0.9155
				Adj R-squared	=	0.8985
Total	105364.913	6	17560.8189	Root MSE	=	42.21

床位数	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
主成分F	.1330446	.018082	7.36	0.001	.0865632 .1795259
_cons	-8660.054	1262.167	-6.86	0.001	-11904.56 -5415.551

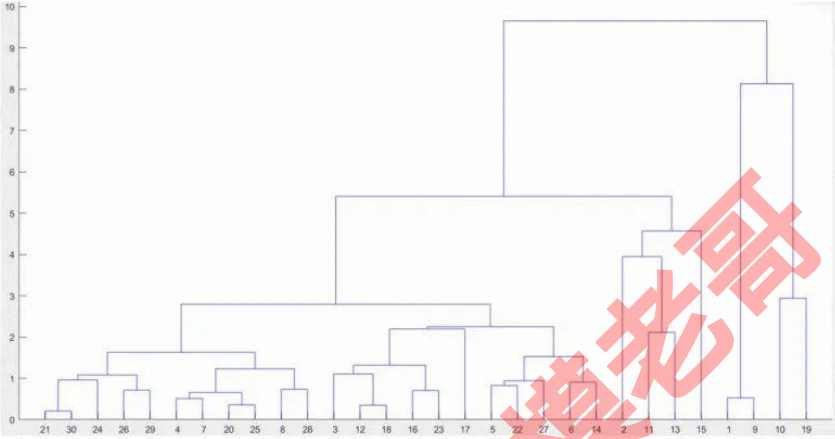
#### 4.2.4 主要因素预测值计算

对于人口数量，抚养比，恩格尔系数，居民消费水平进行预测。根据附录所给的数据，对人口数量，抚养比，恩格尔系数，居民消费水平分别进行  $ARMA$ -时间序列分析预测，预测出上述四个因素 2019 和 2020 的数值，将求得预测数据带入主成分的构成表达式，计算 2019、2020 的主成分具体数值。结果如图(1)显示。

#### 4.2.5 床位数预测值计算

将求得的 2019、2020 的  $F$  值代入回归方程，求得预测值。  
将上述求得预测数据带入主成分的构成表达式，计算 2019、2020 的主成分

设定论域  $U = \{x_1, x_2, \dots, x_{31}\}$  为 31 个省级行政区，2018 年总人口数、人均地区生产总值、老年人口抚养比与 2017 年的居民消费水平为特征。将通过平移一极差变化进行标准化的数据，利用欧几里得距离法建立模糊相似矩阵。最后将得到的模糊相似矩阵通过传递闭包法进行聚类，得到聚类结果如表(4)显示，动态聚类图如图(3)显示。



图(3)

表(4)

养老服务业市场需求分类情况	
第一类	山东省
第二类	天津市、浙江省、福建省
第三类	北京市、上海市
第四类	江苏省、广东省
第五类	河北省、山西省、内蒙古自治区、辽宁省、吉林省、黑龙江省、安徽省、江西省、河南省、湖北省、湖南省、广西壮族自治区、海南省、重庆市、四川省、贵州省、云南省、西藏自治区、陕西省、甘肃省、青海省、宁夏回族自治区、新疆维吾尔自治区

### 4.3 结果分析

对于预测结果进行误差分析，使用预测评价指标

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right| = 4.9\% \quad (1.3)$$

即平均绝对百分比误差。通过公式求得  $MAPE = 4.9\%$ ，所以预测结果比较优秀。

根据上述求得的 2019 与 2020 预测值发现，养老服务床位数呈现显著上涨趋势。由于中国人口老龄化日渐严重，其中可能包含了计划生育政策（1982 年）的影响，所以国民对于养老的需求逐渐提高。国家经济发展较快，国民的消费水



平上升，国民对于养老的承受能力上升。其中国家出台各项政策，如养老保险、床位补贴等，进一步降低了国民养老成本及养老院建造运营成本。上述因素共同导致了养老床位数的上升。根据模型，养老服务床位数在短时间内上升趋势依旧显著。

将全国各个省市进行模糊聚类分析，可以得到全国的城市五个分类。其中山东省抚养比与全国水平相比较高，社会老龄化严重，养老服务市场缺口较大。北京市、上海市，由于消费水平最高，人均生产总值最高，经济较为发达，对于养老事业有较强的投入能力和资本。而天津市、浙江省、福建省，经济水平较高，仅仅次于北京、上海，对于养老事业也有较强的投入能力和资本。广东省、江苏省人口基数大，因而对养老服务事业的需求也更为强烈。

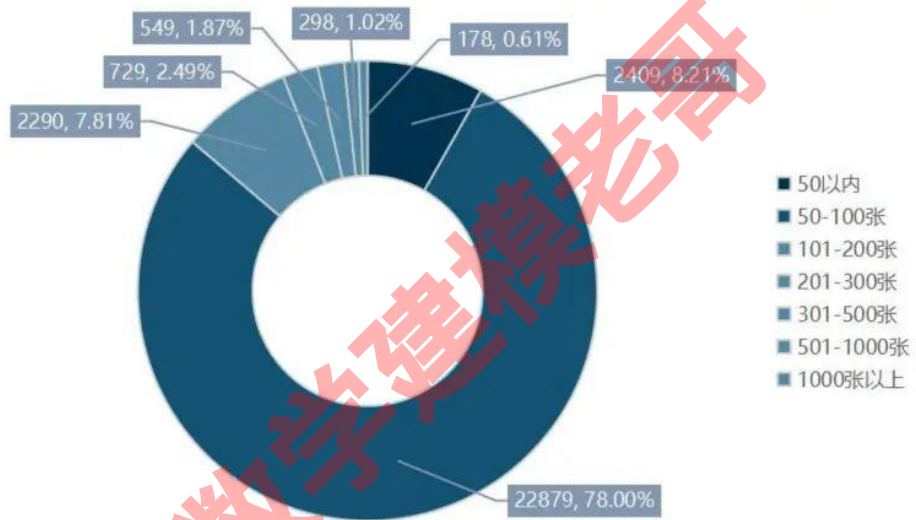
公众号：数学建模老哥

用  $c_2$  表示每家私营养老机构的床位数，则有

$$c_1 = \frac{\text{预测公办养老服务床位数}}{\text{预测公办养老机构数}} \quad c_2 = \frac{\text{预测民营养老服务床位数}}{\text{预测民营养老机构数}}$$

根据我国养老院行业企业规模如图(4)，通过加权平均做出民营养老院的平均平均规模为 150 床每所。根据当今与 2020 年预期规模得到假设公办养老机构与民营养老机构的比例为 7:3，则通过预测得到的养老服务床位数与公办养老机构数得到每间公办养老院的床位数为 82 床。

截至2018年9月末养老院行业企业规模格局（单位：张）



图(4)

根据市场盈利情况分析，假设除外包公办养老院餐饮和自己经营民营养老院不具有其他较大数据的盈利方式。

另外，假设所有新建民营养老院采取长期租用场地的形式，又根据政府给出的福利政策，可以假设建筑成本近似等于装修成本，以  $c_2$  作为参照量找出对应数据。同时，民营养老院用房属租用且租用期 5 年以上的，分 5 年给予开办补助，所以这里并不考虑有政府给予补贴的问题。并且，公办机构的值可以预测，由于基本由政府掌握，民办机构中的增加量都为企业建造即为  $x_2$ 。由于考虑全国企业的“商机”，所以假设企业资金充足，不用考虑资金因素。

最后根据基本市场估计，将护理等级分为健康护理、一级护理、二级护理和三级护理，其中需要这些护理等级的老年人比例近似为 1:5:5:1<sup>[3]</sup>，详细可见表(5)。

表(5)

表 1 A 养老院收费标准

项目 \ 护理级别	健康护理	一级护理	二级护理	三级护理
床位费	600	600	600	600
护理费	100	300	500	700
生活费	400	400	400	400
每人每月	1100	1300	1500	1700
每人每年	13200	15600	18000	20400

根据该养老院以往数据,入住人员比例为健康护理:一级护理:二级护理:三级护理=1:5:5:1.

人均月收费标准= $1100 \times 1/12 + 1300 \times 5/12 + 1500 \times 5/12 + 1700 \times 1/12 = 1400$ (元)

### 5.2.3 建立模型

通过以上条件,设置变量: $x_1$ =参与餐饮外包的养老院的数量(主要为国营), $x_2$ =自己建设的民营养老院数量的数量。

以最大利润为目标建立模型如下:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & z = x_1 a_1 + x_2 a_2 \\
 s.t. \quad & \begin{cases} 0 < x_1 c_1 + x_2 c_2 < n + 50 \\ a_1 = q c_1 - w \\ c_1 = \frac{n}{m} = 82 \\ c_2 = 150 \\ a_2 = 0.5 c_2 \times (12f - c_{t1} - 10\% c_{t2}) - 1.5 \times 359580 \\ x_1, x_2 \text{ 为大于0的整数} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

### 5.4 结果分析

根据对模型(2.1)的 Lingo 编程求解结果如图(5),可知对于养老服务床位增多可以带来近乎 75 亿的市场规模量,其中主要来自民营企业的营收及对养老机构提供餐饮方面,对养老机构提供餐饮的市场空间较大,单位成本所能带来的利润值先比个人开办民营养老院的利润值要多,所以建议企业可以从事对于养老机构的餐饮外包。同时,餐饮行业内部竞争压力也更大,个人开办民营养老院收益更加稳定,企业应综合考虑。

构的可持续发展。我们知道民营养老机构在经营中面临资金短缺的问题，因此机构不得不进行融资，而民营养老机构很难获得金融机构的融资支持，因此它们不得不选择民间融资，而民间融资的成本比较高，因此锦州市要进一步优化针对民营养老机构的融资途径：一是建立健全民营养老机构融资体系，完善民营养老机构融资服务保障机制；二是灵活运用直接融资工具，鼓励民营养老机构上市股权融资。要进一步进行资本市场改革，建立合适的市场，让有融资需求的养老机构和看好养老市场、有投资意愿的投资者实现良好的对接，促进企业的融资可得性。

### 5.5.2 智慧养老下的商机

智慧养老概念是建立在高新技术的基础上的，虽然智慧养老的服务对象是老年人，但面向的消费群体是政府、企业、机构与年轻人。超前的技术水平可以吸引年轻人的眼球，刺激其购买欲望；如今我国养老行业还处于探索阶段，在智慧养老的概念下，相关企业可以抓住在养老产业上发挥的作用机会，创造商机：

- 研发为老服务用品，将高新技术带入到养老产业中，推广智慧养老概念，减轻年轻一辈在养老问题上的负担。
- 研发可进入家庭的智能检测硬件，提供远程医疗平台，让老人可以足不出户进行部分体检项目并了解自身身体状况。
- 进行企业间的联合，发挥自己企业的优势与其他友商进行联合，打造完善的养老体系，形成闭环。
- 投资建造更多设备完善、服务专业的疗养机构，满足老年群体需求。



## 六、 问题三的模型建立与求解

### 6.1 第一目标——养老服务事业的社会需求分析

目前,中国已经成为世界上老年人口最多的国家,随着人口老龄化程度加深,未来中国老龄人口将进一步增加。2017 年每千名老年人拥有养老床位 30.9 张,这与“十三五”养老规划每千名老人养老床位 35-40 张,存在很大差距,养老床位总体不足,意味着养老院、养老公寓、养老地产还有很大增量空间。

根据中商产业研究院整理数据如表(6), 预计我国 2020 年 60 岁以上人口数将达到 2.55 亿人, 养老床位需求数达 750 万张, 需求养老机构数约 4.8 万个。

表(6)

中国养老机构床位数需求量预测			
年份	60岁以上人口数 (亿人)	养老床位需求 (万张)	养老机构需求 (万个)
2020年	2.55	750	4.8
2025年	3	900	5

截止 2018 年, 注册登记的养老服务机构 2.9 万个。各类养老床位合计 744.8 万张。每千名老年人拥有养老床位 30.9 张, 比上年下降 2.2%。但随着养老服务机构和设施的增加, 每千名老人拥有的床位数整体趋于上升如图(6), 但增长速度逐渐下滑。随着养老服务基建加强, 养老床位供应情况将得到改善。



图(6)

务行业予以重视的前提下，需要对养老保障和困难老人加大补贴力度，完善社会保障体系，同时组织开展老年人思想教育主题活动，扭转其固化思想。

### 6.2.3 政府养老保障能力的提升

可持续发展的关键，在于福利性和盈利性的平衡、政府合理适当的投入、相关政策的支持并且落地实施、相应设施和产业的完善以及养老概念的推广。所以政府在养老产业上发挥的作用还是十分重要的。

国务院总理李克强代表国务院向十三届全国人大三次会议作政府工作报告时指出，加大基本民生保障力度。上调退休人员基本养老金，提高城乡居民基础养老金最低标准。全国近三亿人领取养老金，必须确保按时足额发放。由此可见，从政府层面上对养老保障提出要求，监督并落实每一项任务和补贴的落地情况，并鼓励为老服务企业的长足发展。同样，相关法规和养老机构开设的准入原则政府部门也应给予完善，确保养老机构质量。

除此之外，对于多方合作的养老项目，政府应适当地充当企业与社区之间的桥梁，促进合作项目的落地。与相关为老服务企业进行合作，发挥企业的优势和特色，扶持企业发展。这样不仅是对养老行业的促进推动，对整个市场的经济模式和经济发展，也有着积极正面的作用。

## 6.3 养老服务事业的相关就业分析

### 6.3.1 养老服务发展吸纳更多劳动力

一直以来养老服务从业人员都存在着巨大缺口，养老行业普遍缺人严重制约了其发展。老年人的养老需求日益扩大，而养老产业却没有在近些年得到迅速认可和发展，养老服务专业人员的缺失已经成为制约老年服务产业发展的一大因素。严峻的就业形势和充足的养老服务人员需求，在促使更多的高校开设相关专业，提供养老方面的人才。

在党的十八大报告中说到：“加快传统产业转型升级，推动服务业特别是现代服务业发展壮大，合理布局建设基础设施和基础产业。”从中看出政府大力发展服务业的决心。庞大的需求自然意味着老年服务业强大的劳动力吸纳能力。

一方面现有需求旺盛无法得到有效满足，人才匮乏无法跟上基础设施建设。另一方面随着社会老龄化程度加深，各地的老年人口都会持续性地增长，人口增长意味着未来的养老需求将更将庞大，从而需要更多的相关就业人才。

### 6.3.2 养老服务促进其他关联产业的发展

相比养老服务业本身的发展需要吸纳大量劳动力因而带动的就业，养老服务业的发展能够带来正的外部效应，促进其他关联产业的发展，从而带动就业的拉动效应更强。

养老服务业的发展能同时带来强劲的外部带动效应。根据老年人群的基本需求和深层需求，可以将养老服务业分成三个维度的产业：本位产业、相关产业、

衍生产业<sup>[4]</sup>。

本为产业指的是以养老机构及老年护理为中心，养老设施和机构、老年房地产、老年护理服务业、老年食品、老年医疗等产业。而本位产业的发展又可衔接带动相关产业和衍生产业。相关产业主要是指来自于老年人深层次需求的娱乐、学习、旅游等相关产业，这几年尤其明显的现象是老年旅游、老年趣味修养培训市场的火爆。

除此之外，养老相关的衍生产业也会在日后逐渐体现其重要性。如老年储蓄的投资理财产品、老年地产的倒按揭等金融产品、寿险产品的证券化产权产品、长期护理保险产品、老年融资产品等。

任何一个产业都需要满足各类需求的人才与从业者。而一个产业若能同时带动多个产业，并且多个产业本身就是一个大消费系统，又有巨大的市场潜力作为增长动力，对于就业的行情又明显的帮助和促进。

## 6.4 模型的建立与求解

### 6.4.1 多目标规划柔性约束的建立

对于题中基本满足社会需求、持续发展养老服务事业、促进社会就业为三个指标建立多目标规划模型。以增加到的床位数  $X$ ，每张床位的收费标准  $Q$  为变量，设置三个目标函数：

• 第一目标——满足社会需求：未来增加的床位数，应当更加贴近民生需求，即更贴近每一千名老人有 40 个床位，使用时间序列预测下一年 60 周岁以上老人人数，以此确定目标以表达式为

$$X + d_1^+ = \frac{num}{1000} \times 40 \quad (3.1)$$

• 第二目标——持续发展养老服务事业：对于行业具有可持续发展属性，应当保证行业本身能够基本盈利，并且有一定收益可以投入之后建设之中，在调查其他行业利润比例与结合养老服务行业自身情况之后，认为在收入成本率  $> 110\%$ ，时具有可持续发展能力，由于养老行业中部分收入来源为政府补贴、社会捐赠，所以收入成本率也不能过高，则收入成本率应贴近  $110\%$ ，成本计算考量与题二相同，根据对于国家对于养老床位政府补贴政策及社会捐助水平，确定目标二表达式为

$$\frac{85\%(Q - ct_1 - ct_2) + b_1 + b_2 - ct_3}{85\%(ct_1 + ct_2) - ct_3} + d_2^+ = 10\% \quad (3.2)$$

• 第三目标——带动社会就业：带动社会就业情况最为直观的表达，通过增加到的床位数进行行业人口的预测，与上一年行业人口数量做比较，认为增量在  $10\%$  及以上为明显拉升就业，由此确定目标三表达式为

$$\frac{j}{j_0} + d_3^+ = 10\% \quad (3.3)$$



#### 6.4.2 多目标规划刚性要求的建立

• 对于养老服务行业，如今政府扶持力度较大，所以不应当存在床位量减少过多情况，并且床位建设周期较长，不存在增量过大情况，可适当大于预测值。因此得到：

$$X \leq 874 + 20 \quad (3.4)$$

• 养老院床位收费水平不应高于行业目前最高标准的 120%，也不应低于行业最低标准的 80%。所以可以得到第二个刚性约束：

$$9000 \leq Q \leq 45000 \quad (3.5)$$

#### 6.4.3 多目标规划线性加权转化

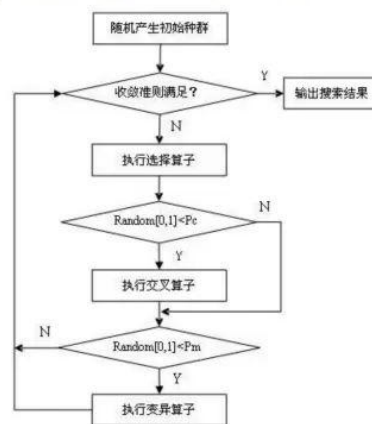
政府在对于行业建设应考虑基本满足社会需求，持续发展养老服务事业，还能促进社会就业，三个层面，根据政府对于各个方面重视程度对其进行权重赋值  $\lambda_i$ ，其中  $\sum_{i=1}^3 \lambda_i = 1, 0 \leq \lambda_i \leq 1 (i=1,2,3)$  称之为偏好程度，对上述三个目标线性加权，得到新目标，而后对于新目标进行极小化优化，可把多目标问题转化为新的单目标模型，即

$$\begin{aligned} \min z_2 = & \lambda_1 \left( X - \frac{num}{1000} \times 40 \right) + \lambda_2 \left( \frac{85\%(Q - ct_1 - ct_2) + b_1 + b_2 - ct_3}{85\%(ct_1 + ct_2) - ct_3} - 10\% \right) + \lambda_3 \left( \frac{j}{j_0} - 10\% \right) \\ st & \begin{cases} X \leq 874 + 20 \\ 9000 \leq Q \leq 45000 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.6)$$

对于这个模型考虑不同偏好程度，观察求解结果情况，以便给出合理的偏好程度。

#### 6.4.4 模型的求解

根据如下流程图(7)利用遗传算法进行模型求解



图(7)



根据刚性需求确定变量区间,对于变量进行二进制编码,设置种群大小为 100,交叉概率 80%,变异概率 5%,以上述新的单目标函数为适应度进行求解,调整 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 偏好程度,通过结果发现 5:3:2 最为符合政府考虑范畴,结果为

$$X = 8870173 \quad Q = 9607.82$$

## 6.5 建模结果以及商业模式分析

根据上述结果可得,基本要保证养老服务床数贴近最大值,收费标准为 9600 元/床左右,这时 3 个目标都能达到比较理想的状态。

结合建模结果,从政府角度考虑到既要基本满足社会需求、又能持续发展养老服务事业、并且能促进养老服务床位运营,提出以下模式:

### 6.5.1 打造养老服务平台

一是打造养老服务行业自律平台。积极发挥各地养老服务行业协会、老龄产业协会的作用,完善养老机构基本要求、设施设备、人员资质、管理规范、服务标准及运营规范等,加强养老服务行业标准化、规范化建设。

二是打造养老服务大数据平台。各地应全面掌握养老机构发展现状和服务状况,形成供给清单;全面梳理本地老年群体的个性和共性需求,形成需求清单。在建立供给清单和需求清单的基础上,打造“互联网+智慧健康养老”系统平台,将家政服务、医疗护理、集体活动、物品配送等信息纳入居家、社区、机构养老信息化平台中,形成系统化、多样化的项目清单,提升养老服务智慧化、智能化水平。

三是打造医养结合服务平台。加强卫生健康、民政、人事、医保、税务、财政等部门工作协作和信息共享,尽快联合出台统一政策,对医养结合型养老机构实行卫生准入、民政扶持、医保定点。依托基层医疗卫生机构和养老服务机构,为居家老年人提供上门医疗卫生和养老服务;探索医养结合运营新模式,支持养老机构建立老年护理院、康复医院等医疗机构,鼓励有条件的医院开展康复护理等养老服务,鼓励医疗机构在养老机构设立诊疗分中心<sup>[2]</sup>。

### 6.5.2 构建正规市场性融资体系

目前,我国民营养老服务机构的正规市场性融资较为乏力。当务之急,我国应当加快推动正规市场性融资体系的构建。充分发挥财政性和政策性资金的投融资引导作用,吸引更多的社会资本投资民营养老服务业。

要完善多层次的养老服务业市场性融资组织体系,鼓励银行、证券、保险、基金等金融机构积极开发适合养老服务业特点的金融产品,不断增强其对民营养老服务机构的服务能力。要鼓励有条件的金融机构积极优化和整合资源,探索建立专门服务养老的分支机构、部门或团队,以提升金融服务的专业化水平。要积极培育服务养老的金融中介组织体系,如担保机构、征信机构、信用评级机构等,为民营养老服务机构提供完善的融资中介服务。

## 七、 问题四的模型建立与求解

### 7.1 建模以及算法总结

本题目用时间序列模型、聚类分析、主成分回归分析、线性规划、多目标规划的遗传算法等模型从不同角度分析了当下养老床位数相关的问题。

在第一问中，使用时间序列分析对于四个主要因素值（人口数量、抚养比、居民消费水平、恩格尔系数）做了预测，对于这四个因素进行主成分分析，提取关键因素指标，之后对这个因素于床位数进行回归拟合，得到主成分与床位数的关系曲线。之后将使用时间序列得到的预测值带入主成分，将主成分带入关系曲线之中，得到未来两年的预测值，发现呈现上涨趋势。

在第二问中，使用线性规划模型，在定义的市场情景下，得到所能或者的理论利润最大值，即为新增的市场规模，也就是新的商机。发现较大的有较大的市场规模。

在第三问中，使用多目标规划模型，合理的设定了政府对于满足社会需求，持续发展养老服务事业，促进社会就业三个要求的权值比重，在定义的经营方式和利润构成下，尽可能的满足政府的期望。得到应当大力发展养老事业，尽可能增加床位数，同时保证定价的水平在 9600 元/床左右。

### 7.2 针对养老床位规划问题的建议

#### 7.2.1 倡导医养结合，提升养老床位相应医疗保障

自 2015 年国家层面的《关于推进医疗卫生与养老服务相结合的指导意见》出台后，相关政策不断完善，医养结合已纳入健康中国、国家老龄事业发展、医药卫生体制改革、健康老龄化等国家战略和重要规划，针对护理院、护理中心、安宁疗护中心、康复医疗中心等的标准和规范陆续出台。

但是如今能做到医养结合的养老院仍是少数，其中大部分都是公办的养老院。鼓励养老院与相应医院，建立起“以养老机构为依托、老龄人群为服务对象，以医院为服务载体，专业医师和护理团队为基础”的养老服务网络体系，是医养结合的第一步同时还可以倡导养老机构与社区诊所或者是社区卫生服务中心合作，老人常见的慢病等可在社区医院就近取药。

#### 7.2.2 “智慧养老”下推广社区养老、居家养老

面对现在养老床位数相对较少、新办养老机构增加床位数成本较高的情况。政府可以加大对于居家养老和社区养老的服务发展，减轻机构养老床位数的压力，将床位尽可能留给完全失能、无法自理的老人。而对于拥有半自理能力和完全自理能力的老人，尽量鼓励老人们选择居家养老和社区养老的方式。

在“智慧养老”的概念下，结合当下互联网、大数据的技术，不论是居家养

老还是社区养老，以社区为单位对辖区老人进行照顾和关怀，提供白天的娱乐场所以及饮食，同时为老人提供上门服务。

这样不仅可以使养老床位得到最大化的充分利用，同时对整个社会的养老现状也是一种改善和提升。

## 八、 模型的评价与改进

### 8.1 模型的评价

#### 8.1.1 模型的优点

1. 通过主成分回归解决了多元回归中的多重线性共线的问题，使得回归拟合曲线更加准确，预测效果更好；
2. 遗传算法、运算效率高适用面广泛，能很好解决多目标问题；
3. 模型二三建立前有较为充分的养老服务业的调查，数据理论准确；
4. 线性规划及多目标规划模型简单、易懂，且合理的分析了商机和商业模式；
5. 在多目标规划线性加权转化时，设立多组偏好程度，得到最优的一个偏好程度，使模型更加准确表达政府的偏好。

#### 8.1.2 模型的缺点

1. 在问题 1 使用了时间序列分析，我们假定事物的过去趋势会延伸到未来；撇开了其他的影响因素，对于政策转变等外界干扰，其预测结果会较大差值；
2. 对于问题 2，3 问题考虑的面相对较少，可能存在没有考虑到的一些情况，对模型有影响；
3. 遗传算法求出的是一个近似解，而不是一个精确解，但是对于指导商业模式，仍具有意义；
4. 问题 1 考虑的因素较少，导致主成分分析的因子个数较少，从而仅有一个主成分，可能导致模型不够准确。

### 8.2 模型改进

1. 对于遗传算法可以设定更为合适的交叉、突变概率，让运算更为准确，效率更高；
2. 对于第一问可以考虑更加全面，适当增加更多因素，预测结果也就会更贴合实际；
3. 在模型二，三中可以更多的贴合实际生活，添加更多的限定条件，使模型更加准确。



## 附录

使用软件: lingo、matlab、stata

问题 1 附录

1. 时间序列预测

```
clc, clear
format long
a=[];
m=input('请输入需要预测的个数: ');
ahat=a;
for i=1:m %m=需要预测值的数量
    fprintf('现在开始预测第%d 个值。',i);
    a=ahat;
    a=a'; a=a(:); a=a'; %把原始数据按照时间顺序展开成一个行向量
    Rt=tiedrank(a); %求原始时间序列的秩 28.3
    n=length(a); t=1:n;
    Qs=1-6/(n*(n^2-1))*sum((t-Rt).^2) %计算 Qs 的值
    T=Qs*sqrt(n-2)/sqrt(1-Qs^2) %计算 T 统计量的值
    t_0=tinv(0.975,n-2) %计算上 alpha/2 分位数、
    if(T>t_0)
        b=diff(a); %求原始时间序列的一阶差分
        c=ar(b,2,'ls'); %利用最小二乘法估计模型的参数
        bhat=predict(c,b') %求原始数据的预测值,第二个参数必须为列向量
        bhat(end+1)=forecast(c,b',1); %计算 1 个预测值, 第二个参数必须为列向量
        fprintf('第%d 个值预测后的全部数据 ahat: ',i);
        ahat=[a(1), a+bhat'] %求原始数据的预测值, 并计算 t=15 的预测值
        delta=abs((ahat(1:end-1)-a)./a) %计算原始数据预测的相对误差
    else
        c=ar(a,2,'ls'); %利用最小二乘法估计模型的参数
        bhat=predict(c,a') %求原始数据的预测值,第二个参数必须为列向量
        bhat(end+1)=forecast(c,a',1); %计算 1 个预测值, 第二个参数必须为列向量
        fprintf('第%d 个值预测后的全部数据 ahat: ',i);
        ahat=bhat %求原始数据的预测值, 并计算 t=15 的预测值
        delta=abs((ahat(1:end-1)-a)./a); %计算原始数据预测的相对误差
    end
end
end
2. 模糊聚类
a=[33105.97 153095 14.4 52912
13362.92 85757 13.9 38975
32494.61 43108 18.4 15893
15958.13 43010 13.9 18132
16140.76 63772 12.8 23909
23510.54 53872 20 24866
```



```

11253.81 41516    16.4 15083
12846.48 33977    15.8 18859
36011.82 148744   19.9 53617
93207.55 115930   19.9 39796
58002.84 101813   17.7 33851
34010.91 54078    19.4 17141
38687.77 98542    12.9 25969
22716.51 49013    13.9 17290
66648.87 66472    22.7 28353
49935.9  52114    16.3 17842
42021.95 71109    17.3 21642
36329.68 52809    18.4 19418
99945.22 88781    11   30762
19627.81 40012    14.7 16064
4910.69  52801    11.3 20939
21588.8  69901    21.1 22927
42902.1  51556    21.8 17920
15353.21 42767    17.1 16349
20880.63 43366    13.2 15831
1548.39  45476    8    10990
23941.88 62195    15   18485
8104.07  30797    15.9 14203
2748     45739    10.4 18020
3510.21  51248    12.7 21058
12809.39 51950    10.2 16736];
d=1-abs(a); % 进行数据变换,将相关系数转换为距离
y=linkage(d,'average'); % 按类平均法聚类
j=dendrogram(y); % 画聚类图
L=cluster(y,'maxclust',5) % 把样本点分为 3 类
for i=1:5
    b=find(L==i); % 求第 i 类的对象
    b=reshape(b,1,length(b)); % 变成行向量
    fprintf('第%d 类的有%s\n',i,int2str(b)); % 显示分类结果
end
3 灰色预测
clear
syms a u;
c=[a,u];%构成矩阵
A=[104.5
114.6
114.9
120.6
139.5
158.1

```

```

legend('真实值','预测值');
%后验差检验
e=A-G;
q=e/A;%相对误差
s1=var(A);
s2=var(e);
c=s2/s1;%方差比
len=length(e);
p=0; %小误差概率
for i=1:len
    if(abs(e(i))<0.6745*s1)
        p=p+1;
    end
end
p=p/len;
问题 2 附录
线性规划
model:
max=x1*a1+x2*a2;
x2*150+x2*82<8740000;
a2=150*0.5*(1400*12-4800-21600*0.1)-1.5*359580;
a1=82*12*365-10000*12;
x1<400;
@gin(x1);
@gin(x2);
问题 3 附录
遗传算法求解多目标规划
clear all
clf
clc
popsize=20;%群体大小
chromlength=10;%字符串长度（个体长度）根据范围和精度决定
pc=0.6;%交叉概率
pm=0.01;%变异概率
c=initpop(popsize,chromlength);
for i=1: 500%50 为迭代次数
    [objvalue]=calobjvalue(c); %计算目标函数
    fitvalue=calfitvalue(objvalue);%计算群体中每个个体的适应度
    [newpop]=selection(c,fitvalue); %复制
    [newpop]=crossover(newpop,pc); %交叉
    [newpop]=mutation(newpop,pm); %变异
    [bestindividual,bestfit]=best(newpop,fitvalue,objvalue); %求出群体中适应值最大的个体及

```

其适应值

```
n(i)=i;
pop5=bestindividual;
x=(decodechrom(pop5,1,chromlength)*10.24/1023)-5.12;
y=x^2-10*cos(2*pi*x)+10;
c=newpop;
end
```

%初始化

```
function pop = initpop(popsizelength)
for i=1:popsizelength
    pop(i,:)=randperm(length);
end
end
```

```
function objvalue=calobjvalue(pop,a)
[x,y]=size(pop);
for i=1:x
    w=pop(i,:);
    objvalue(i,:)=distance(w,a);
end
end
```

```
function fitvalue=calfitvalue(objvalue)
[x,y]=size(objvalue);
for i=1:x
    fitvalue(i,:)=10000/objvalue(i);
end
end
```

```
function newpop=selection1(pop,fitvalue)
totalfit=sum(fitvalue); %求适应值之和
p_fitvalue=fitvalue/totalfit; %单个个体被选择的概率
p_fitvalue=cumsum(p_fitvalue); %如 fitvalue=[1 2 3 4], 则 cumsum(fitvalue)=[1 3 6 10]
ms=sort(rand(200,1)); %从小到大排列
fitin=1;
newin=1;
while newin<=200
    if(ms(newin)<p_fitvalue(fitin))
        newpop(newin,:)=pop(fitin,:);
        newin=newin+1;
    else
```

```

        p1=round(49*rand)+1;
        p2=round(49*rand)+1;
        temp=c(i,p1);
        c(i,p1)=c(i,p2);
        c(i,p2)=temp;

```

```

        newpop(i,:)=c(i,:);
    else
        newpop(i,:)=c(i,:);
    end
end
end

```

```

function w=best(fitvalue)
w=1;
[x,y]=size(fitvalue);
for i=2:x
    if(fitvalue(i)>fitvalue(w))
        w=i;
    end
end
end
end

```

```

function pop2=decodechrom(pop,spoint,length)
pop1=pop(:,spoint:spoint+length-1);
pop2=decodebinary(pop1);
end

```

```

function pop2=decodebinary(pop)
[px,py]=size(pop); %求 pop 行和列数
for i=1:py
    pop1(:,i)=2.^(py-i).*pop(:,i);
end
pop2=sum(pop1,2);
end

```

```

function y=f1(x)
y=abs(((2*((17*x(2)*x(1))/20 - (17047*x(1))/2 +
430*x(1)))/(1463*x(1))-0.1))+5*abs(((x(1)-9979600)/1000000))+abs(0.145833*x(1)/293000-1.1);
end

```