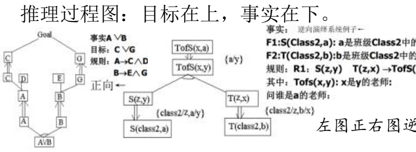
产生式系统的搜索

状态空间法(S,F,G)(初始状态 操作符 目标状态)
如食人生番:动作 op(b1,b2,b3)(人数,野人数,哪岸到哪岸)
状态(a1,a2,a3)(左岸人 num,左岸野人 num,船在左 or 右)
状态转换: $A \to B$，$OPERATOR$(操作对象,初值,终值)
搜索:宽/深:后代放进 open-后代是否目标-取点放进 closed
等费用搜索:$g(n_{i+1}) = g(n_i) + c(n_i, n_{i+1})$ 每次从 open 表中选 g 最小的节点，判断该点是否为目标，然后放进 closed 表。
爬山法:$h(n)$ 表示到目标点最短路费用。open 表找点-判断-放进 closed-循环。
A 算法:初始 S/当前 n/目标(ti)。$h^*(n) = \min\{k(n,t_i)\}$ n 到 ti 最小代价, $g^*(n) = k(S,n)$ S-n 最小代价。$f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$ 找 f 最小点-放-判断-扩展(如果已有则判断新旧 f 的大小)
A*算法:用 $h(n) \le h^*(n)$ 和 $g(n) \ge g^*(n)$ 作为 $h^*(n)$ $g^*(n)$ 估计。
/完备性:有解一定能找到/可采纳(宽/等/A*):若存在代价最小解一定能找到/最优性:可采纳 A_1A_2,$h_1<h_2$,结束时 A_1 展开的节点至少和 A_2 一样多。(h 越小越保守展开的节点越多)
/深度优先: $h(n)=0$, $g(n)=d(n)$ /等费 $h(n)=0$, $f(n)=g(n)+0$
/宽度优先: $h(n)$ 足够大， $g(n)=0$， $f(n)=h(n)$
计算复杂性 $f(x) = O(g(x)) \Leftrightarrow \exists A,B > 0, A \le |f/g| \le B$
P 类问题:有多项式时间算法解决的**判定问题**(有 $P \subseteq NP$)
NP 类问题:对猜想存在多项式时间算法来验证的判定问题
$A \propto B$:问题 A 对问题 B 是多项式可简化的→A 调用 B,B 程序作为一个步骤,A 的算法是多项式时间算法.
a.$P_B \in P, P_A \propto P_B \Rightarrow P_A \in P$ （P_B 解决$\Rightarrow P_A$ 解决）
b.$P_B \in NP, P_A \propto P_B \Rightarrow P_B$至少和$P_A$一样难|
NP 完全问题:(NP 中最难的问题)判定问题$P_1 \in NP$,对所有其他判定问题$P_m \in NP$,有$P_m \propto P_1$,则P_1是 NP 完全的。
定理:$P_1, P_2 \in NP$,P_1是 NP 完全,$P_1 \propto P_2$,则P_2是 NP 完全的。
所有 NP 完全问题构成集合彼此等价,解决一个解决所有。
NP 难题:$P_1 \propto P_2$,$P_1 \in NP$ 完全$\Rightarrow P_2$是NP 难的。P_2至少和P_1一样难。如 TSP 问题不是判定问题，但它是 NP 难题。
问题归约和与或图搜索:大问题拆为小问题/画树
问题规约:根节点是起始问题，叶节点是本原问题。
与或图:注意弧线！有弧线是与，没弧线是或。
叶节点一定可解;非叶节点:若含有或(与)后继点,那么至少一个(全部)后继可解时,该非叶节点可解。
非叶节点无后继不可解/或(与)后继全不(有一个)可解。
深/宽搜:找到可解点即回溯,可解移进 closed/不可解删除。
AO*:当 h(n) ≤ h*(n)且 h(n)满足单调限制条件时，AO*算法具有可采纳性.先扩展代价小的解图(相同时优先当前)
博弈树搜索:与或图，我方或，对方与
极大极小搜索:我方取后继的 MAX,对方取后继的 MIN。
$\alpha-\beta$ 剪枝:用深搜。α 是MAX 的下界;β 是 MIN 的上界。
α :β(后继层)$\le \alpha$(先辈层)，中值该 MIN 层后续搜索;
β :α(后继层)$\ge \beta$(先辈层)，中值该 MAX 层后续搜索。
效率:设深度为 P,每节点有 B 个后继,生成端节点最小值 N_P。p 为偶数: $N_p = 2B^{p/2} - 1$;p 为奇数: $N_p = B^{(p+1)/2} + B^{(p-1)/2} - 1$
蒙特卡洛树搜索:权重 $I_j = \bar{v}_j + c\sqrt{\ln N / n_j}$ (N 是总访问次数)
n_j、$\bar{v}_j$ 算法开始到现在,节点 j 被访问的次数和平均收益
流程:选择-拓展-模拟-反向传播

谓词逻辑与归结原理:命题是具有唯一真值的陈述句。

2.∧:合取(与) ∨:析取(或) →:蕴含 ↔:等价
3. $p \to q$ 为假当且仅当 $p=T, q=F$
4.永真/重言式:真；永假/矛盾式:假；可满足式:至少一个成真赋值；**非重言式的可满足式**:至少一个成真一个成假
5.吸收律:A ∨ (A ∧ B) ⇔ A;A ∧ (A ∨ B) ⇔ A
A ∨ (B ∧ C) ⇔ (A ∨ B) ∧ (A ∨ C)
A ∧ (B ∨ C) ⇔ (A ∧ B) ∨ (A ∧ C)
$\sim(A \vee B) = \sim B \wedge \sim A$, $\sim(A \wedge B) = \sim B \vee \sim A$
重要:$A \to B \Leftrightarrow \sim A \vee B$,$(A \to B) \wedge (A \to \sim B) \Leftrightarrow \sim A$
$A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (A \to B) \wedge (B \to A)$
$A \to B \Leftrightarrow \sim B \to \sim A$, $A \leftrightarrow B \Leftrightarrow \sim A \leftrightarrow \sim B$
6.原子公式:不含任何联结词的公式//子句:任何文字的析取式；文字:原子或~原子//合取**范式**:简单析取式构成的合取式//析取范式:简单合取式构成的析取式
命题逻辑的推理规则
7.附加:A ⇒ (A ∨ B);假言推理:((A → B) ∧ A) ⇒ B
简化:(A ∧ B) ⇒ A;拒取式:((A → B) ∧ ~B) ⇒ ~A
析取三段论:((A ∨ B) ∧ ~A) ⇒ B
假言三段论:((A → B) ∧ (B → C)) ⇒ (A → C)
等价三段论:((A ↔ B) ∧ (B ↔ C)) ⇒ (A ↔ C)
构造性二难:(A → B) ∧ (C → D) ∧ (A ∨ C) ⇒ (B ∨ D)
可做:前提引入/结论引入/置换规则比如$\sim p \vee q$ 换 $p \to q$
命题逻辑的归结方法
8.子句:简单析取式,项是一个变量或者其否定。
子句集:合取范式中所有子句的集合,∧换成“，”。
9.归结原理:如 $p \vee q$ 和 $\sim p \vee r$ 都为真，那么 $p \vee r$ 为真。
10.归结式:$C_1 = P \vee C_1'$, $C_2 = \sim P \vee C_2'$ 归结 $C_{12} = C_1' \vee C_2'$
11.归结（消解）法:为了证明 A → B 真,先转为 A ∧ ~B,证明该命题公式永假。提取其子句集，归结为空即可。
谓词逻辑 12.个体词/谓词 任意/存在量词 约束出现/自由出现//函数是个体域到个体域的映射,不同于谓词
13.换名:辖域中约束出现的变量名字可换掉 14.谓词公式真称为逻辑有效/永真的，谓词公式永假称为不一致/不可满足。
15.**谓词演算公式**~(∀x)P(x) ⇔ (∃y)~P(y)
~(∃x)P(x) ⇔ (∀y)~P(y)
(∀x)(P(x) ∧ Q(x)) ⇔ (∀x)P(x) ∧ (∀x)Q(x)
(∃x)(P(x) ∨ Q(x)) ⇔ (∃x)P(x) ∨ (∃x)Q(x)
$(\forall x)(P(x) \to Q) \Leftrightarrow (\exists x)P(x) \to Q$
$(\forall x)(Q \to P(x)) \Leftrightarrow Q \to (\forall x)P(x)$
$(\exists x)(P(x) \to Q) \Leftrightarrow (\forall x)P(x) \to Q$
$(\exists x)(Q \to P(x)) \Leftrightarrow Q \to (\exists x)P(x)$
注意：$(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \ne (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$
$(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \ne (\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$
16.**前束范式**:将量词均提到最左边
17.谓词推理:存在用常量替代,任意用变量 or 常量替代
谓词逻辑归结原理
18.skolem 标准型:变前束范式;消去存在量词;略去全称量词例子:∀x∃yP(x,y) → ∀xP(x,f(x)) | ∃x f(x) → f(c)
19.**置换**:θ = {t_1/a_1,...}，用t_1代替a_1
结合律$(\theta \cdot \lambda_1)\lambda_2 = \theta(\lambda_1 \cdot \lambda_2)$,不满足交换律。
20.合一：F = {F_1,F_2,...},存在置换θ,使 $F_1\theta = F_2\theta \cdots$。
21.**最一般合一**:α是 F 的最一般合一置换,那 F 的任一合一θ,都有置换λ,有 $\theta = \alpha\lambda$ (从左比较对应项不同就换)
22.**归结过程**:反演-化 skolem-求子句集-归结-空子句。
23.宽优先:可删永真式/重复出现/被归类子句(当且仅当∃λ,$C\lambda \subset D$,D 被归类,比如$C = P(x), D = P(a) \vee Q(y)$)
24.支持集优:归结子句至少 1 个与目标公式否定有关
25.单元子句优先:优先选择单文字归结(不完备)
基于规则的推理 25.事实表达式的与或树
26.正向演绎系统:化为 skolem 范式，**∧或 ∨与**。每个子句是解图叶节点析取;$L \to W$。
X ∧ Y → Z 化成 X → ~Y ∨ Z 或 Y → ~X ∨ Z
X ∨ Y → Z 化成 X → Z 且 Y → Z
推理过程图：目标在上，事实在下。



左图正右图逆

27.逆向演绎系统:$W \to L$(这是结论推条件)， **∨或∧与**。
Z → X ∧ Y 化成 Z → X 且 Z → Y
Z → X ∨ Y 化成 Z ∧ ~X → Y 或 Z ∧ ~Y → X
根:待证明结论,叶:事实， 反向利用规则。

根:待证明结论,
叶:事实,
反向利用规则。

基于规则的系统(产生式系统)
28.构成:控制策略/产生式规则/总数据库
29.总数据库:存初始状态/事实/证据/中间和最后结果
30.规则库:存放与求解问题有关领域的知识
完整(任何情况有可用)/一致(不能互相矛盾)/准确性
31.控制策略:是推理结构。从规则库中选择规则的策略，把中间结论放入总数据库，解决问题。

知识表示分类:事务性/事件性/性能性/元知识

1.事实的表示:(对象,属性,值)(关系,对象 1,对象 2)(对象,属性,值,不确定度);规则的表示: →
语义网络:节点—关系—节点
4.Is-a:具体与抽象(继承属性);Part-of:部分和整体,无继承；is:一个节点是另一个节点的属性
5.属性（类属）关系:Have/a-kind-of/can
6.其他关系:Before/after(时间关系)similar-to/near-to(相似关系)locate-on/at/under.inside/outside(位置关系)
Event 型:agent(施动者),Object(受动者)
语义网络的推理
7.继承:isA ako 预测:If-needed:利用已知信息计算(weight) Default 缺省:对事物不很有把握 pku-good?
8.知识图谱:本质是语义网络(head,relation,tail)
节点是实体或概念，边代表关系。wordnet/freebase

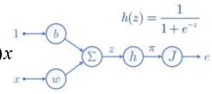
监督学习:线性回归

线性回归: $y = \omega x + b$ 找函数族/找优化准则/找最优函数
$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2$, $S_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$, $S_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2$
最小二乘: $\hat{\omega} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$, $\hat{b} = \bar{y} - \hat{\omega}\bar{x} = \bar{Y} - \hat{\omega}\bar{x}$

最大似然估计: $Y_i = \omega x_i + b + \varepsilon_i$, $Y_i \mid x_i \sim N(\omega x_i + b, \sigma^2)$
概率密度函数: $f(y_i \mid \omega, b, x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{[y_i - (\omega x_i + b)]^2}{2\sigma^2}\right\}$
$l = \log L = \log \prod_{i=1}^{n} f = -\frac{n\log(2\pi)}{2} - n\log(\sigma) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}[y_i - (\omega x_i + b)]^2$
去找使似然函数值 l 最大的参数值，结果同最小二乘法。
参数 $\hat{\omega} == \frac{S_{xY}}{S_{xx}} = \sum \frac{x_i - \bar{x}}{S_{xx}} Y_i$ $\hat{\omega} \sim N\left(\omega, \frac{\sigma^2}{S_{xx}}\right)$, $\frac{\hat{\omega} - \omega}{\sqrt{\sigma^2 / S_{xx}}} \sim N(0,1)$
$\hat{b} = \bar{Y} - \hat{\omega}\bar{x} \sim N\left(b, \sigma^2 / nS_{xx} \sum x_i^2\right)$， $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$
假设检验: $H_0: \omega = 0 \text{ vs } H_1: \omega \ne 0$， $p = 2\Phi\left(|\hat{\omega}| / \sqrt{\sigma^2 / S_{xx}}\right)$
P 小 H1 真，检验越合理。$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$
确定系数: $r^2 = S_{xy}^2 / (S_{xx}S_{yy})$，越接近 1 拟合效果越好
多项式回归: $y = \omega_0 + \omega_1 x + \omega_2 x^2 + \cdots + \omega_m x^m$, $y = Xw$
多元回归: $y = \omega_0 + \omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \cdots + \omega_m x_m$， $y = Xw$
$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, X \begin{pmatrix} 1 & & \cdots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & & x_{2m} \\ & & \ddots & \\ 1 & x_{n1} & & x_{nm} \end{pmatrix}, W = \begin{pmatrix} \omega_0 \\ \vdots \\ \omega_n \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} &\min (y - Xw)^T (y - Xw) \\ &\Rightarrow w = (X^TX)^{-1}X^T y \end{aligned}$$
正则化: $\min (y - Xw)^T (y - Xw) + \lambda f(w)$
$\lambda f(w)$: $\lambda\|w\|_1$， $\lambda\|w\|_2$， $\lambda\|w\|_0$， $\lambda_1\|w\|_1 + \lambda_2\|w\|_2$
$\hat{\omega}_j \leftarrow \hat{\omega}_j \max(0, (1 - n\lambda)|\hat{\omega}_j|), (1 - n\lambda)^{-1}\hat{\omega}_j, \hat{\omega}_j I(\hat{\omega}_j \ge \sqrt{n\lambda})$,?
泛化误差: $E(f : D) = \text{var}(x) + bias^2(x) + \varepsilon^2$

监督学习:Logistic 回归

L 回归: $y = \pi(x) = \frac{1}{1 + \exp\{-(wx + b)\}}$, $\pi'(x) = w\pi(x)(1 - \pi(x))$
$P(Y=1) = 1/(1 + \exp\{-(wx + b)\}) = \pi(x)$, $P(Y=0) = 1 - \pi(x)$
$\log \frac{P(Y=1)}{1 - P(Y=1)} = wx + b$， $e^w = \frac{\pi(x+1)/(1 - \pi(x+1))}{\pi(x)/(1 - \pi(x))}$
对数似然: $L(w, b \mid x, y) = f(y \mid w, b, x) = \prod_{i=1}^{n} \pi^{y_i}(x_i)(1 - \pi(x_i))^{1 - y_i}$
$l(w, b \mid x, y) = \sum_{i=1}^{n} -H(p_i, q_i)$， 需要 $\max \sum_{i=1}^{n} -H(p_i, q_i)$
经验损失: $J(w, b) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} H(p_i, q_i)$， 需要 $\min \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} H(p_i, q_i)$
其中 $H(p, q) = E_p(-\log q) = -y_i \log \pi(x_i) - (1 - y_i)\log(1 - \pi(x_i))$
梯度下降找最小: $x^{new} \leftarrow x - \alpha f'(x)$

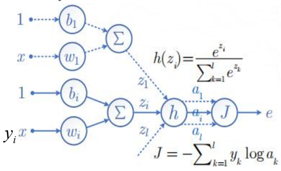


$\frac{de}{db} = \frac{de}{d\pi}\frac{d\pi}{dz}\frac{dz}{db} = \pi - y$, $\frac{de}{dw} = (\pi - y)x$
$\frac{de}{d\pi} = -\frac{y}{\pi} + \frac{1 - y}{1 - \pi}$, $\frac{d\pi}{dz} = \frac{1}{1 + e^{-z}}\frac{e^{-z}}{1 + e^{-z}} = \pi(1 - \pi)$ |从输出算梯度
二分类的评价
T/F:True / False ; P / N : Positive / Negative; R : Rate
TPR= TP / (TP + FN);FPR= FP / (TN + FP);TNR= TN / (TN + FP)
FNR= FN / (TP + FN);敏感Sensitivity = TPR; 1-Sensitivity = FNR
特异Specificity = TNR; 1-Specificity = FPR;Fall-out=FP/(TP+FP)
精度 Precision = TP / (TP + FP);召回率Recall = TP / (TP + FN);
F1-score = 2TP / (2TP+FP+FN) = 2*P* R/ (P+R)||P/R:精度/召回
Accuracy= (TP+TN) / (TP+TN+FN+TN);
BER=1/2(FPR+FNR);BCR=1/2(TPR+TNR)
MCC: $(TP \cdot TN - FP \cdot FN) / \sqrt{(TP + FP)(FP + TN)(TN + FN)(FN + TP)}$

混淆矩阵		真实结果	
		Positive	Negative
预测结果	Claim Posi	TP	FP
	Claim Nega	FN	TN

ROC: 横(假阳性率)1 - specifi,
纵(真阳性率)Sensitity
AUC: $\int$ROC,近1好,近0.5差

softmax 回归: $P(Y = k) = e^{w_k x + b_k} / \sum_{j=1}^{l} e^{w_j x + b_j} = \pi_k(x)$
$\max \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{l} y_{ik} \log \pi_k(x_i)$
$\min -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{l} y_{ik} \log \pi_k(x_i)$



$\frac{de}{db_i} = -\sum_{k=1}^{l}\frac{\partial e}{\partial \pi_k}\frac{\partial \pi_k}{\partial z_i}\frac{\partial z_i}{\partial b_i} = \pi_i - y_i$
$\frac{de}{dw_i} = (\pi_i - y_i)x$, $\frac{d\pi_k}{dz_i} = \begin{cases} e^{z_i}, k = i \\ 0, k \ne i \end{cases}$ $\frac{\partial e}{\partial \pi_k} = -\frac{y_k}{\pi_k}$, $\frac{\partial z_i}{\partial b_i} = 1$, $\frac{\partial z_i}{\partial w_i} = x$
一元变多元: $wx + b \leftarrow \sum_{j=1}^{m} w_j x_j$, $w_k x + b_k \leftarrow \sum_{j=1}^{m} w_{jk} x_j$

前馈神经网络:输入单元—隐层单元—输出单元

线性单元： $x = (x_1, x_2, \cdots x_m)^T$, $w = (w_1, w_2, \cdots w_m)^T$
$z = w^T x + b$, $a = z$， $\frac{da}{db} = \frac{da}{dz}\frac{\partial z}{\partial b} = 1 \cdot 1$, $\frac{da}{dw} = \frac{da}{dz}\frac{\partial z}{\partial w} = 1 \cdot x^T$
Logistic 单元： $z = w^T x + b$， $a = 1/(1 + e^{-z})$
$\frac{\partial a}{\partial b} = \frac{da}{dz}\frac{\partial z}{\partial b} = a(1 - a)$, $\frac{\partial a}{\partial w} = \frac{da}{dz}\frac{\partial z}{\partial w} = a(1 - a)x^T$
Softmax: $w_i = (w_{i1}, \cdots w_{im})^T$, $W = (w_1, \cdots w_m)$， $b = (b_1, \cdots, b_m)^T$
$z = Wx + b$, $z_i = W_{[i\cdot]}x + b_i$, $a = \frac{\exp(z)}{\|\exp(z)\|_1}$, $a_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{k=1}^{l} e^{z_k}}$, $e = -y^T \log a$
$J_{ew} = \left(\frac{\partial e}{\partial a_i}\right)_{1*l}\left(\frac{\partial a_i}{\partial z_i}\right)_{l*l}\left(\frac{\partial z_i}{\partial w_{jk}}\right)_{l*(l*m)} = \left(\frac{\partial e}{\partial w_{jk}}\right)_{l*(l*m)}$, $J_{eb} = \left(\frac{\partial e}{\partial b_j}\right)_{1*l}$

双曲正切单元： $a=(e^z-e^{-z})/(e^z+e^{-z})$， $da/db=1-a^2$
整流线性单元(ReLU)： $a=\max(0,z), da/dz=1, z>0; 0, \text{other}$
梯度消失问题略优。其他隐层单元：softplus $a=\log(1+e^z)$
输入单元—隐层单元(一般 ReLU)—输出单元(按需选)
网络结构设计:可表示区域的数量是深度的指数函数(d 深度,每个隐层 k 单元 m 输入)： $O\left(k^m\left((k \quad m)^T\right)^{m(d-1)}\right)$
随机梯度下降:一次用一个样例更新梯度(SGD)
动量梯度下降位移导是速度 $v(t)=\frac{\partial}{\partial t}d(t)$， 速度导是受力 $f(t)=\frac{\partial}{\partial t}v(t)$，将位移类比参数 $\Delta\theta\propto \mathrm{v}$,受力类比负梯度 $\Delta \mathrm{v}\propto -\nabla_\theta$。参数更新公式: $\mathrm{v}\leftarrow\alpha\mathrm{v}-\varepsilon\nabla_\theta$， $\theta\leftarrow\theta+\mathrm{v}$
Nesterov 动量： $\tilde{\theta}\leftarrow\theta+\alpha\mathrm{v}, \mathrm{v}\leftarrow\alpha\mathrm{v}-\varepsilon\nabla_\theta, \theta\leftarrow\theta+\mathrm{v}$

参数初始化策略

破坏对称性:与同一个输入相连的具有相同激活函数的隐层单元参数不同；随机初始化:权重随机产生,偏置设为零

学习速率调整方法:学习速率反比于梯度累计平方和的根

线性衰减: $\alpha_k=\begin{cases}\lambda\alpha_\tau+(1-\lambda)\alpha_0, k\le\tau\\ \alpha_\tau, k>\tau\end{cases}$， $\lambda=\frac{k}{\tau}$ //自适应衰减:

AdaGrad (Duchi et al., 2011)

$\mathbf{r}\leftarrow\mathbf{r}+\mathbf{g}\odot\mathbf{g}$

$\boldsymbol{\theta}\leftarrow\boldsymbol{\theta}-\frac{\epsilon}{\delta+\sqrt{\mathbf{r}}}\odot\mathbf{g}$

RMSProp (Hinton, 2012)

$\mathbf{r}\leftarrow\rho\mathbf{r}+(1-\rho)\mathbf{g}\odot\mathbf{g}$

$\boldsymbol{\theta}\leftarrow\boldsymbol{\theta}-\frac{\epsilon}{\delta+\sqrt{\mathbf{r}}}\odot\mathbf{g}$

Adam (Kingma and Ba, 20

$\mathbf{s}\leftarrow\rho_1\mathbf{s}+(1-\rho_1)\mathbf{g}$

$\mathbf{r}\leftarrow\rho_2\mathbf{r}+(1-\rho_2)\mathbf{g}\odot\mathbf{g}$

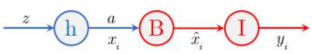
$\hat{\mathbf{s}}\leftarrow\frac{\mathbf{s}}{1-\rho_1^k}$

$\hat{\mathbf{r}}\leftarrow\frac{\mathbf{r}}{1-\rho_1^k}$

$\boldsymbol{\theta}\leftarrow\boldsymbol{\theta}-\frac{\epsilon}{\delta+\sqrt{\hat{\mathbf{r}}}}\odot\hat{\mathbf{s}}$

正则化:增加数据/提前终止/修改目标函数加入惩罚项
简化网络结构:随机扔掉一些节点/连接

批次标准化:SGD 过程中对隐层输出标准化,可以用较大学习率/提升训练速度/收敛快/性能好(类似扔节点的正则化方法)/初始参数要求低 $\mu_B\leftarrow 1/m\sum x_i$， $\sigma_B^2\leftarrow 1/m\sum(x_i-\mu_B)^2$



$\hat{x}_i\leftarrow(x_i-\mu_B)/\sqrt{\sigma_B^2+\varepsilon}$
$y_i\leftarrow\gamma\hat{x}_i+\beta\equiv \mathrm{BN}_{\gamma,\beta}(x_i)$

卷积神经网络

卷积:填充:允许卷积核超出边界(Samepadding)如边缘补 0。
稀疏连接:可以用全连接的前馈网络实现,不参与卷积的点权重为 0。节点 N，卷积核 m*m，连接 $O(m^2N)$
参数共享:在不同位置卷积时像素点一样则结果一样(等变表示)，局部特征为制不重要， $O(m^2)$。
非共享卷积核/平铺卷积核:不共享参数/不完全共享参数
1*1 卷积核可以降维/多个卷积核升维/减少计算量
池化:用某一位置相邻输出的统计特征代替该位置的输出。
池化函数:最大池化/平均池化/随机池化
步长大于 1 的池化能够**降低输入规模**。
卷积神经网络典型结构:卷积层、池化层叠起来，再由全连接网络完成相关学习。卷积功能:特征提取—端到端学习。
训练过程:前向/后向,关键是池化和卷积单元的梯度计算。
数据的扩增:原图抽取小图、原图进行几何变换等。
图卷积模型: $x_v^{(con)}\leftarrow w_v x_v+\sum_{u\in \mathrm{u}} w_u x_u$, u是邻居
非监督学习:聚类/降维/生成
聚类(K-means):初值:随机选择中心点 $\mu=\{\mu_1,\cdots\mu_2\}$， 指派
降维(主成分分析) $\mathrm{A}=\mathrm{XW}, \tilde{\mathrm{X}}=\mathrm{AW}^{\mathrm{T}}$
$\max \mathrm{w}^{\mathrm{T}}\mathrm{X}^{\mathrm{T}}\mathrm{Xw}, \text{s.t.} \mathrm{w}^{\mathrm{T}}\mathrm{w}=1, \mathrm{X}^{\mathrm{T}}\mathrm{Xw}=\lambda\mathrm{w}$， $\max\lambda$
降维(自编码器):encoder-code-decoder,编码作为新特征
生成(VAE、GAN):学习编码分布，而非编码本身。

强化学习

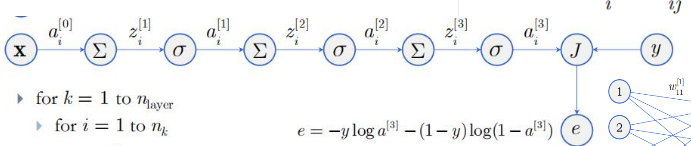
马尔可夫过程：二元组 (S,P) 状态空间 $S=\{s_1,\cdots,s_n\}$
状态转移矩阵 $P=(p_{ss'})_{n\times n}$， $p_{ss'}=P(S_{t+1}=s'|S_t=s)$
马尔可夫回报过程：四元组 (S,P,r,γ)
状态转移 $S_t\to S_{t+1}$ 产生回报 R_{t+1}。折现因子 $\gamma\in[0,1]$;期望状态回报 $\mathrm{r}=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$, $\mathrm{r_s}=E[R_{t+1}|S_t=s]=\sum_{r\in R} rp(r|S_t=s)$
累计回报: $G_t=R_{t+1}+\gamma R_{t+2}+\gamma^2R_{t+3}+\cdots=\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^k R_{t+k+1}$
状态价值函数: $v(s)=E[G_t|S_t=s]=r_s+\gamma\sum_{s'\in S}p_{ss'}v(s')$
贝尔曼期望方程: $\mathrm{v}=\mathrm{r}+\gamma\mathrm{P}\mathrm{v}$， $\mathrm{v}=(\mathrm{I}-\gamma\mathrm{P})^{-1}\mathrm{r}$
马尔可夫决策过程:**五元组** (S,A,P,R,γ)
行动 A_t 导致状态转移 $S_t\to S_{t+1}$ 产生回报 R_{t+1} 行动空间: $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$； 状态转移矩阵: $P=(p_{ss'}^a)_{n\times n\times m}$ 其中 $p_{ss'}^a=P(S_{t+1}=s'|S_t=s,A_t=a)=\sum_{r\in R}p(s',r|s,a)$； 行动期望回报 $\mathrm{R}=(r_s^a)_{n\times m}$, $\mathrm{r_s^a}=E[R_{t+1}|S_t=s,A_t=a]=\sum_{r\in R}r\sum_{s'\in S}p(s',r|s,a)$
策略: $\pi(a|s)=P(A_t=a|S_t=s)$,s 下选策略 a 的概率.
$p^\pi(S_{t+1}=s'|S_t=s)=\sum_{a\in A}\pi(a|s)p_{ss'}^a$, $r_s^\pi=\sum_{a\in A}\pi(a|s)r_s^a$
状态价值: $v_\pi(s)=E[G_t|S_t=s]=\sum_{a\in A}\pi(a|s)q_\pi(s,a)$
行动价值:由后续状态价值的加权和计算。
$q_\pi(s,a)=E[G_t|S_t=s,A_t=a]=r_s^a+\gamma\sum_{s'\in S}p_{ss'}^a v_\pi(s')$

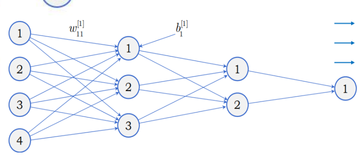
贝..期望方程: $v_\pi(s)=\sum_{a\in A}\pi(a|s)\left(r_s^a+\gamma\sum_{s'\in S}p_{ss'}^a v_\pi(s')\right)$
$q_\pi(s,a)=r_s^a+\gamma\sum_{s'\in S}p_{ss'}^a\sum_{a'\in A}\pi(a'|s')q_\pi(s',a')$
矩阵形式: $\mathrm{v}=\mathrm{r}^\pi+\gamma\mathrm{P}^\pi\mathrm{v}$， $\mathrm{v}=(\mathrm{I}-\gamma\mathrm{P}^\pi)^{-1}\mathrm{r}^\pi$
动态规划—策略评价(状态价值计算)、策略改进
$\mathrm{v}^{(k+1)}=\mathrm{r}^\pi+\gamma\mathrm{P}^\pi\mathrm{v}^{(k)}$, $v_{k+1}(s)=r_s^\pi+\gamma\sum_{s'\in S}p_{ss'}^\pi v_k(s')$
最优状态价值: $v_*(s)=\max_\pi v_\pi(s)=v_{\pi_*}(s)$
最优行动价值: $q_*(s,a)=\max_\pi q_\pi(s,a)=q_{\pi_*}(s,a)$
最优 a 价值是同时刻最优 q 价值 $v_*(s)=\max_{a\in A}q_*(s,a)$
最优策略(**贪心策略**): $\pi_*(a|s)=1, \text{if} a=\arg\max q_*(s,a)$
策略迭代：已知策略 pi，用动态规划计算出各个行动下的状态价值 v（直至收敛，或者算一步改进一次），在某状态可行的所有策略中选择使得状态价值最大的那个（贪心策略），然后重复以上过程，得到一列状态、策略。 $v_{k+1}(s)=\max_{a\in A}\left(r_s^\pi+\gamma\sum_{s'\in S}p_{ss'}^\pi v_k(s')\right)$
同步迭代:算完所有 s 更新一次策略。(不用算 v 至收敛)
异步迭代:算完一个 s 就更新一次策略。
蒙特卡洛—无 P 矩阵时状态价值预测、策略改进
已知观测片段，对某个状态 s，以其出现作为开始计算出这些幕各自的 G_i，对这些 G_i 取平均值来估计 v(s)。 $V(S_t)=1/n\sum G_i$,其中 $G_i=R_{t+1}+\gamma R_{t+2}+\cdots+\gamma^{T-t}R_{T+1}$
首次访问/每次访问:作为起始的 s 是否第一次出现。
增量式蒙特卡洛: $V(S_t)\leftarrow V(S_t)+1/k(G_t-V(S_t)), k\leftarrow k+1$
定步长蒙特卡洛: $V(S_t)\leftarrow V(S_t)+\alpha(G_t-V(S_t))$
无模型时预测行动价值， $q_\pi(s,a)\approx 1/n\sum G_i$
增量式: $Q(S_t,A_t)\leftarrow Q(S_t,A_t)+1/k(G_t-Q(S_t,A_t)), k\leftarrow k+1$
定步长: $Q(S_t,A_t)\leftarrow Q(S_t,A_t)+\alpha(G_t-Q(S_t,A_t))$
策略改进: $\pi'(S_t)=\arg\max_{a\in A}Q(S_t,a)$
贪心改进: $\pi_*(a|s)=\begin{cases}1-\varepsilon+\varepsilon/m, \text{if} a=\arg\max q_*(s,a)\\ \varepsilon/m, \text{otherwise}\end{cases}$
时序差分—从部分序列学习
递推状态价值: $V(S_t)\leftarrow V(S_t)+\alpha(R_{t+1}+\gamma V(S_{t+1})-V(S_t))$
蒙从完整序列学习,适用带终止的决策过程/离线学习(必须获得完整片段来估计累计汇报)/非马更有效；时序从部分序列学习,可用于无终止状态的决策过程/在线学习,只需获取下一状态的及时回报/马环境更有效。

序列产生:


在线策略:目标策略和行为策略相同(SARSA)
离线策略:不同(Q-learning,E-SARSA)
当前状态 S_t,根据行为策略选择 A_t 获得回报 R_{t+1}、下一状态 S_{t+1},根据目标策略从 S_{t+1} 产生 A_{t+1},计算 $Q(S_{t+1},A_{t+1})$,迭代更新 $Q(S_t,A_t)$。不断循环以更新 Q 表。
算法 SARSA:行为策略和目标策略都是 ε-greedy
$Q(S_t,A_t)\leftarrow Q(S_t,A_t)+\alpha(R_{t+1}+\gamma Q(S_{t+1},A_{t+1})-Q(S_t,A_t))$
$\pi'(S_{t+1})=\arg\max_{a\in A}Q(S_{t+1},a)$, $Q(S_{t+1},A_{t+1})=\max_{a\in A}Q(S_{t+1},a)$
算法 Q-learning:行为策略 ε-greedy 目标策略 greedy
$Q(S_t,A_t)\leftarrow Q(S_t,A_t)+\alpha(R_{t+1}+\gamma\max_{a\notin A}Q(S_{t+1},a)-Q(S_t,A_t))$
算法 E-SARSA:行为策略 ε-greedy 目标策略行动期望
$Q(S_t,A_t)\leftarrow Q(S_t,A_t)+\alpha(R_{t+1}+\gamma\sum_{a\in A}\pi(a|S_{t+1})Q(S_{t+1},a)-Q(S_t,A_t))$
增量式价值近似
状态价值近似:特征提取 $\mathrm{x}(s)=(x_1(s),x_2(s),\cdots,x_m(s))^T$,函数族 $\hat{v}(\mathrm{s}|\mathrm{x},\mathrm{w})=\mathrm{w}^T\mathrm{x}$ (线性函数),
优化准则 $\min\sum_{i=1}^n(v_\pi(s_i)-\hat{v}(s_i|\mathrm{x},\mathrm{w}))^2$,
优化方法 SGD: $\mathrm{w}^{(\mathrm{new})}\leftarrow\mathrm{w}+\alpha(v_\pi(s)-\hat{v}(s|\mathrm{x},\mathrm{w}))\mathrm{x}$
行动价值近似:特征提取 $\mathrm{x}(s,a)=(x_1(s,a),\cdots,x_m(s,a))^T$,函数族 $\hat{q}(\mathrm{s},\mathrm{a}|\mathrm{x},\mathrm{w})=\mathrm{w}^T\mathrm{x}$ (线性函数),
优化准则 $\min\sum_{i=1}^n(q_\pi(s_i,a_i)-\hat{q}(s_i,a_i|\mathrm{x}_i,\mathrm{w}))^2$,
优化方法 SGD: $\mathrm{w}^{(\mathrm{new})}\leftarrow\mathrm{w}+\alpha(q_\pi(s,a)-\hat{q}(s,a|\mathrm{x},\mathrm{w}))\mathrm{x}$
批量式价值近似(经验回放)
经验回放的 SGD 方法: $\mathrm{w}^{(\mathrm{new})}\leftarrow\mathrm{w}+\alpha(v_\pi(s)-\hat{v}(s|\mathrm{x},\mathrm{w}))\mathrm{x}$
交替进行采样和梯度下降至收敛 $\min\sum(v_\pi(s)-\hat{v}(s|\mathrm{x},\mathrm{w}))^2$
状态价值的蒙特卡洛经验回放: $v_\pi(s)\approx G_t$
积累经验: $\mathrm{D}=\{(s_1,G_t(s_1)),\cdots,(s_n,G_t(s_n))\}$
从经验采样: $(s,G_t(s))\sim\mathrm{D}$， 计算系数: $\mathrm{w}=(\mathrm{X^TX})^{-1}\mathrm{X^T}g$
状态价值的时序差分经验回放: $v_\pi(s)\approx R_{t+1}+\hat{v}(S_{t+1}|\mathrm{x},\mathrm{w})$
$\mathrm{D}=\{(s_1,r_1',s_1'),\cdots,(s_n,r_n',s_n')\}$, $(s_t,r_t',s_t')\sim\mathrm{D}$, $\mathrm{w}=(\mathrm{X^T}(\mathrm{X}-\gamma\mathrm{X}))^{-1}\mathrm{X^Tr}$
行动价值的时序差分经验回放:
$\mathrm{D}=\{(s_1,a_1,r_1',s_1',a_1'),\cdots,(s_n,a_n,r_n',s_n',a_n')\}$, $(s_t,a_t,r_t',s_t',a_t')\sim\mathrm{D}$
深度强化学习:用神经网络做价值近似,Deep Q-Network

$b_i^{[k]}$ $w_{ij}^{[k]}$ → 第 k 个隐层
→ 第 i 个神经元（第 k 层）
→ 第 j 个神经元（前一层）





for $k=1$ to n_{layer}
for $i=1$ to n_k

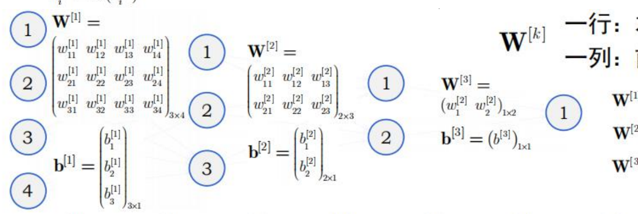
$z_i^{[k]}=\sum_{j=1}^{n_{k-1}}w_{ij}^{[k]}a_j^{[k-1]}+b_i^{[k]}$

$a_i^{[k]}=\sigma(z_i^{[k]})$

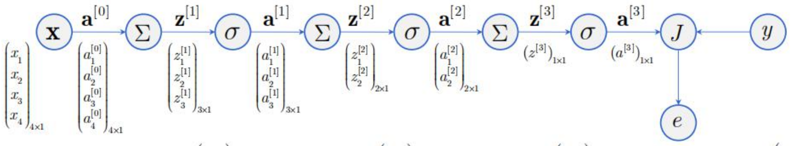
$e=-y\log a^{[3]}-(1-y)\log(1-a^{[3]})$

非常慢

$\mathbf{W}^{[k]}$ 一行：本层的一个神经元
一列：前层的一个神经元



$\mathbf{W}^{[1]}=(w_{ij}^{[1]})_{3\times4}$ $\mathbf{b}^{[1]}=(b_i^{[1]})_{3\times1}$
$\mathbf{W}^{[2]}=(w_{ij}^{[2]})_{2\times3}$ $\mathbf{b}^{[2]}=(b_i^{[2]})_{2\times1}$
$\mathbf{W}^{[3]}=(w_{ij}^{[3]})_{1\times2}$ $\mathbf{b}^{[3]}=(b_i^{[3]})_{1\times1}$



$\mathbf{z}^{[1]}=(\mathbf{b}^{[1]}\ \mathbf{W}^{[1]})\begin{pmatrix}1\\ \mathbf{a}^{[0]}\end{pmatrix}$ $\mathbf{z}^{[2]}=(\mathbf{b}^{[2]}\ \mathbf{W}^{[2]})\begin{pmatrix}1\\ \mathbf{a}^{[1]}\end{pmatrix}$ $\mathbf{z}^{[3]}=(\mathbf{b}^{[3]}\ \mathbf{W}^{[3]})\begin{pmatrix}1\\ \mathbf{a}^{[2]}\end{pmatrix}$ $e=-(y\ \ 1-y)\begin{pmatrix}\log a^{[3]}\\ \log(1-a^{[3]})\end{pmatrix}$

$\mathbf{a}^{[1]}=\sigma(\mathbf{z}^{[1]})$ $\mathbf{a}^{[2]}=\sigma(\mathbf{z}^{[2]})$ $\mathbf{a}^{[3]}=\sigma(\mathbf{z}^{[3]})$

$\frac{\partial e}{\partial\mathbf{b}^{[3]}}=\frac{de}{da^{[3]}}\frac{da^{[3]}}{dz^{[3]}}\frac{\partial z^{[3]}}{\partial\mathbf{b}^{[3]}}=\left(-\frac{y}{a^{[3]}}+\frac{1-y}{1-a^{[3]}}\right)a^{[3]}(1-a^{[3]})=a^{[3]}-y$ $\frac{de}{da^{[3]}}=-\frac{y}{a^{[3]}}+\frac{1-y}{1-a^{[3]}}$

$\frac{\partial e}{\partial\mathbf{W}^{[3]}}=\frac{de}{da^{[3]}}\frac{da^{[3]}}{dz^{[3]}}\frac{\partial z^{[3]}}{\partial\mathbf{W}^{[3]}}=(a^{[3]}-y)(\mathbf{a}^{[2]})^T$ $\frac{da^{[3]}}{dz^{[3]}}=a^{[3]}(1-a^{[3]})$

$\frac{\partial z^{[3]}}{\partial\mathbf{b}^{[3]}}=1$ $\frac{\partial z^{[3]}}{\partial\mathbf{W}^{[3]}}=(\mathbf{a}^{[2]})^T$

$\frac{\partial e}{\partial\mathbf{W}^{[2]}}=\frac{de}{da^{[3]}}\frac{da^{[3]}}{dz^{[3]}}\frac{\partial z^{[3]}}{\partial\mathbf{a}^{[2]}}\frac{\partial\mathbf{a}^{[2]}}{\partial\mathbf{z}^{[2]}}\frac{\partial\mathbf{z}^{[2]}}{\partial\mathbf{W}^{[2]}}=\left(-\frac{y}{a^{[3]}}+\frac{1-y}{1-a^{[3]}}\right)a^{[3]}(1-a^{[3]})\mathbf{W}^{[3]}\begin{pmatrix}a_1^{[2]}(1-a_1^{[2]}) & \\ & a_2^{[2]}(1-a_2^{[2]})\end{pmatrix}\begin{pmatrix}(\mathbf{a}^{[1]})^T & \\ & (\mathbf{a}^{[1]})^T\end{pmatrix}$

1×6	根据最终需要的维度解释	1×1	1×1	1×2	2×2	2×6

$\frac{de}{da^{[3]}}=-\frac{y}{a^{[3]}}+\frac{1-y}{1-a^{[3]}}$ $\frac{\partial z^{[3]}}{\partial\mathbf{a}^{[2]}}=\mathbf{W}^{[3]}$ $\frac{\partial\mathbf{z}^{[2]}}{\partial\mathbf{W}^{[2]}}=\begin{pmatrix}(\mathbf{a}^{[1]})^T & \\ & (\mathbf{a}^{[1]})^T\end{pmatrix}$ $\mathbf{W}^{[1]}=(w_{ij}^{[1]})_{3\times4}$

$\mathbf{W}^{[2]}=(w_{ij}^{[2]})_{2\times3}$

$\frac{da^{[3]}}{dz^{[3]}}=a^{[3]}(1-a^{[3]})$ $\frac{\partial\mathbf{a}^{[2]}}{\partial\mathbf{z}^{[2]}}=\begin{pmatrix}a_1^{[2]}(1-a_1^{[2]}) & \\ & a_2^{[2]}(1-a_2^{[2]})\end{pmatrix}$ $\mathbf{W}^{[3]}=(w_{ij}^{[3]})_{1\times2}$