考场________ 姓名________ 准考证号________ 所在学校________

密 封 线

密封线内不要答题

考生类别________________________

第 22 届全国部分地区大学生物理竞赛试卷

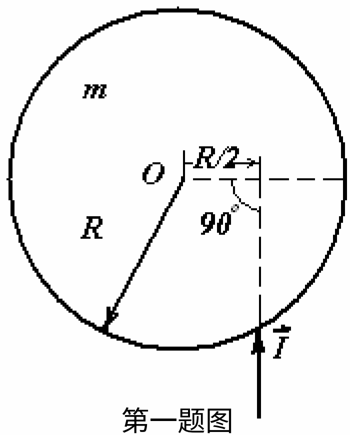
北京物理学会编印　　　　2005.12.4

题号	一	二			
	1～12	13	14	15	16
分数					
阅卷人					
题号	三			总分	
	17	18	19		
分数					
阅卷人					

答题说明：第一、二大题是必做题，满分为 100 分；少学时组只做必做题；非物理 B 组限做第三大题中的第 17 题，满分 110 分；非物理 A 组限做第三大题中的第 17、18 题，满分 120 分；物理组限做第三大题中的第 17、19 题满分为 120 分。请同学们自觉填上与准考证上一致的考生类别，若两者不相符，按废卷处理，请各组考生按上述要求做题，多做者不加分，少做按规定扣分。

一. 填空题（必做，共 12 题，每题 2 空，每空 2 分，共 48 分）

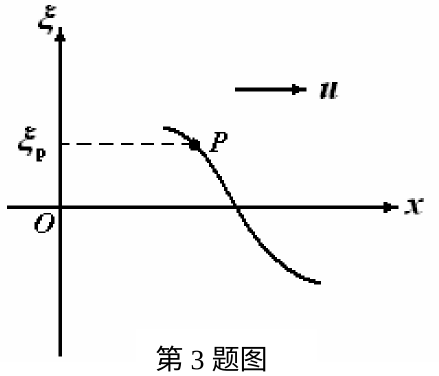
1. 质量 m、半径 R 的匀质圆板静止在光滑水平面上，极短时间内使其受水平冲量 $\vec{I}$，有关的几何方位和参量如图所示。圆板中心 O 点将因此获得速度 $\vec{v}_0$ =______________，同时，圆板将绕过 O 点的竖直轴以角速度 $\omega=$__________ 旋转。



第一题图

2．由 $t=0$ 时振子的位置 x_0 和速度 v_0，可确定临界阻尼振动 $x=(A_1+A_2t)e^{-\beta t}$（式中 β 为已知量）中的待定常量 A_1、A_2 分别为______________________，$t=0$ 时振子加速度为 $a_0=$________________________ 。

3．在介质中传播速度$u=200cm/s$，波长$\lambda=100cm$的一列平面简谐波，某时刻的一部分曲线如图所示。已知图中P点坐标$x_P=20cm$，振动量$\xi_P=4cm$，振动速度$v_P=12\pi\ \ cm/s$，则可解得波的振幅$A=$______________________，$x=0$点振动初相位$\phi_0=$______________________。

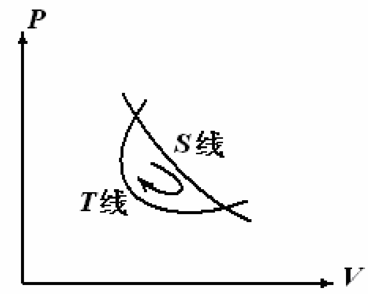


第 3 题图

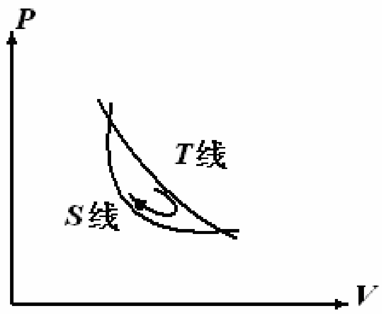
4．大气中氧气在$27^{\circ}C$时，分子的方均根速率为$485m/s$，那么氧气分子的最概然速率为___________,大气中的氢气分子在$27^{\circ}C$时的最概然速率为______________________。

5．如果理想气体的温度保持不变，当压强降为原值一半时，分子的数密度成为原值的_________________________，分子的平均自由程成为原值的______________________。

6．如果气体的一条无摩擦准静态过程等温线（T 线）与一条无摩擦准静态过程绝热线（S 线）在 PV 坐标面上有两个交点，如图 1 或图 2 所示，那么在图 1 中出现的正循环过程将违反热力学第零、一、二、三定律中的第______________________________________定律，在图 2 中出现的正循环过程将违反第____________________定律。

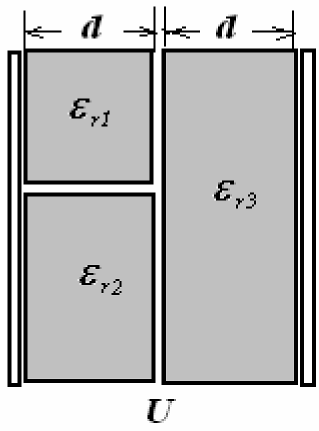


第6题 图1



第6题图2

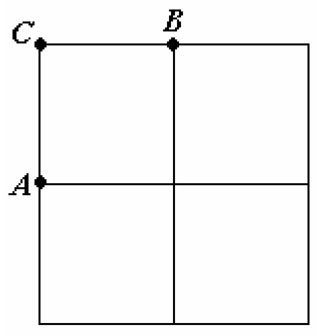
7．介质平行板电容器结构和相关参量如图所示，若$\varepsilon_{r1}>\varepsilon_{r2}>\varepsilon_{r3}$，则该电容器介质内各处场强中的最小值$E_{\min}=$______________________，最大值$E_{\max}=$__________________________。



第 7 题图

8．两根无限长直载流导线相距a,彼此平行，电流强度同为I，电流方向相反。每根导线所受安培力方向为______________________________，单位长度导线电流受力大小为_________________________________ 。

9．电阻丝网路如图所示，其中每一小段直电阻丝的电阻均为 R，网络中 A、B 两点间的等效电阻 $R_{AB}=$________，A、C 两点间的等效电阻 $R_{AC}=$____________。



第 9 题图

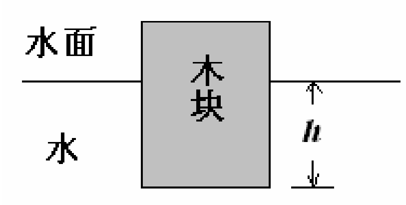
10.人眼瞳孔有效直径为 3.0*mm*,可见光的有效波长取为 550*nm*,则人眼最小分辨角 $\theta_{\min}=$____________ rad (弧度)。桌上放两粒小糖豆，相隔 2*cm*，在它们正前方人眼（视线方向与两粒小糖豆连线方面垂直）刚好还能分辨是两粒小糖豆时，人眼与糖豆的间距 S=________________m.。

11.静质量为 $2m_0$ 的物块，从静止状态自发地分裂成两个相同的小物块，以一样的高速率 v 朝着相反的方向运动。若与外界无能量交换，那么每一小物块的质量为__________________，每一小物块的静质量为________________。

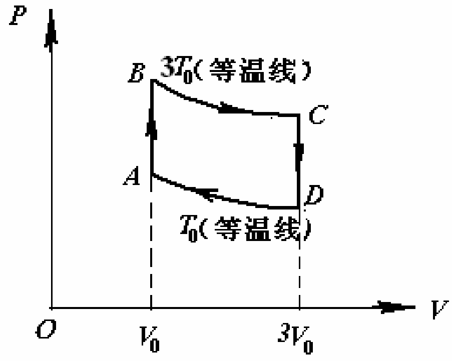
12．已知电子质量 $m_e=9.11\times10^{-31}kg$，普朗克常量 $h=6.63\times10^{-34}J\cdot s$。电子沿示波管轴线方向运动速度为 $10^6 m/s$，速度测定值可准确到万分之一，据不确定关系，电子在示波管中的位置不确定量为________________m。高尔夫球质量为 45*g*，速度可达 40*m/s*，速度测定值可精确到百分之一，则位置的不确定量为______________________m。

二．基本计算题（必做，共 4 题，每题 13 分，共 52 分）

13．(必做) 匀质柱形木块浮在水面上，水中部分深度为 h，如图所示。今使木块沿竖直方向振动，过程中顶部不会浸入水中，底部不会浮出水面，不计水的运动，略去木块振动过程中所受阻力，试求振动周期 T。



14．（必做）设想某种双原子分子理想气体，在温度低于 $2T_0$ 时等体摩尔热容量为 $\frac{5}{2}R$，在温度高于 $2T_0$ 时，等体摩尔热容量增加至 $\frac{7}{2}R$。该气体所经热循环过程如图所示，试求效率 η。



考场＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿＿ 准考证号＿＿＿＿＿＿＿ 所在学校＿＿＿＿＿＿＿

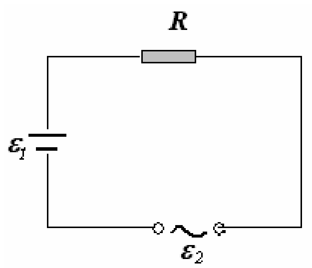
密 封 线

密封线内不要答题

15．**（必做）**

（1）设电阻 R 两端交变电压$u=u(t)$是时间周期为T的变化量，在一个周期内电阻R上损耗的平均电功率记为$\overline{P}$。如果改将直流电压U加在电阻R两端，对应的电功率P恰好等于$\overline{P}$，便称U为交变电压$u(t)$的有效值，试据此写出U的计算式。

（2）图示的电路中，直流电源电动势$\varepsilon_1=\varepsilon_{10}=3V$，简谐交变电源电动势$\varepsilon_2=\varepsilon_{20}\cos(\omega t+\phi),\varepsilon_{20}=4\sqrt{2}V,$试求电阻$R$两端电压有效值$U$。

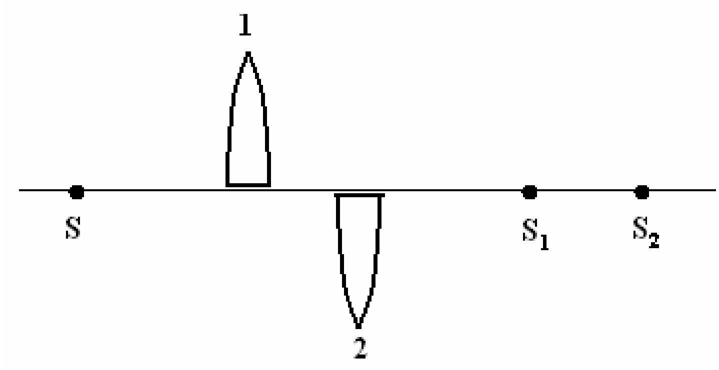


16.（**必做**）知识复习：点光源S发出的光线通过透镜后会聚于像点S'，在S、S'间的各条光线光程都相等。

将一块双凸透镜等分为二，如图放置，主光轴上物点S通过它们分别可成两个实像S_1、S_2，实像的位置也已在图中示出。

（1）在纸平面上作图画出可产生光相干叠加的区域；

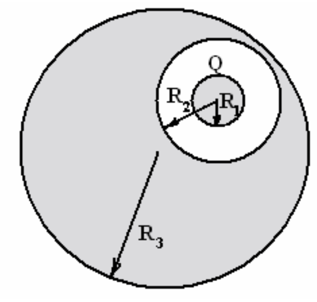
（2）在纸平面上相干区域中相干叠加所成亮线是什么类型的曲面？



三．计算题（少学时组不做，非物理 B 组限做第 17 题；非物理 A 组限做第 17、18 题；物理组限做第 17、19 题）

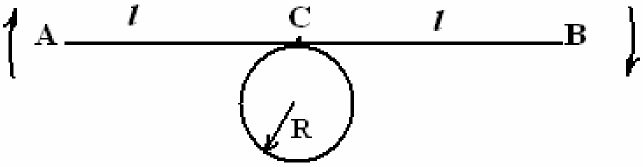
17．**（少学时组不做，其他组必做）**

如图所示，本不带电的半径为 R_3 的导体球内，有一个半径为 $R_2 < R_3$ 的球形空腔，空腔内有一个与空腔同心的、半径为 $R_1 < R_2$ 的小导体球，小导体球带有电量 Q。静电平衡后，试求系统的电势能 W_e。



18．**（非物理 A 组必做，其他组不做）**

如图所示，光滑水平面上有一半径为 R 的固定圆环，长 $2l$ 的匀质细杆 AB 开始时绕着中心 C 点旋转，C 点靠在环上，且无初速度。假设而后细杆可无相对滑动地绕着圆环外侧运动，直到细杆的 B 端与环接触后彼此分离，已知细杆与圆环间的摩擦因数 μ 处处相同，试求 μ 的取值范围。



19．（物理组必做，其他组不做）

球状水滴在静止的雾气中下落，下落过程中吸附了全部遇到的水汽分子。设水滴始终保持球状，雾气密度均匀，略去空气的黏力，重力加速度 $\vec{g}$ 视为不变，试证经过足够长的时间后，水滴下落加速度趋于稳定值，并求出此值。

附注：数学参考知识：一阶线性微分方程 $\frac{dy}{dx}+p(x)y=Q(x)$ 的通解为

$$y(x)=e^{-\int P(x)dx}\left(\int Q(x)e^{\int P(x)dxr}dx+C\right),\qquad C:\text{积分常量}$$

第 22 届全国部分地区大学生物理竞赛试卷答案

北京物理学会编印　　　　　　　　2005.12.4

做题说明：第一、二大题为必做题，满分为 100 分；少学时组只做必做题；非物理 B 组限做第三大题中的 17 题，满分 110 分；非物理 A 组限做第三大题中的 17、18 题，满分 120 分；物理组限做第三大题中的 17、19 题满分为 120 分。评奖时，将考生分为物理类组、非物理类 A 组、非物理类 B 组和物理少学时组，分别评奖。

一．　填空题（必做，12 题，每题 2 空，每空 2 分，共 48 分）

1. $v_0=\vec{I}/m$，$\omega=I/mR$　；2. $A_1=x_0, A_2=\beta x_0+v_0$，　$a_0=-\beta(\beta x_0+2v_0)$　；

3．$A=5cm$，$\phi_0=0.19\pi$；4．　$396m/s$，　$1584m/s$；5．　一半，　2 倍；

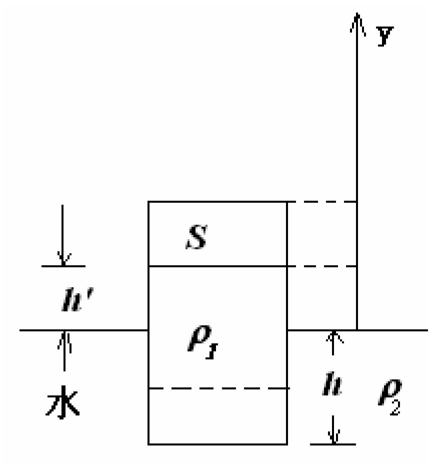
6．第一（或第一、二）定律，第二 定律；7．$E_{\min}=\dfrac{\varepsilon_{r3}}{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r3}}\dfrac{U}{d}$，$E_{\max}=\dfrac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r3}}\dfrac{U}{d}$

8．背离另一根导线的方向，$\mu_0 I^2/2\pi a$；9．$R_{AB}=\dfrac{5}{6}R$，$R_{Ac}=\dfrac{17}{24}R$　。

10．$\theta_{\min}=2.237\times10^{-4}$ rad (弧度)，S=89.4m.；11. m_0，$\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}m_0$；

12．7.3×10^{-6}(或5.8×10^{-7}) m，3.7×10^{-32}(或2.9×10^{-33}) m。

二．基本计算题（必做，共 4 题，每题 13 分，共 52 分）



13．　解：引入相应参量，建立 y 轴，如图所示。木块平衡位置的动力学方程为　$\rho_1 S(h+h')g=\rho_2 Shg$　(3 分)

木块处于图示虚线位置时，有

$F_y=\rho_2 S(h-y)g-\rho_1 S(h+h')g$，　（3 分）

$F_y=\rho_1 S(h+h')a_y$，　(1 分)

得　$a_y+\dfrac{\rho_2 g}{\rho_1(h+h')}y=0$　(1 分)

用 $\rho_1 h$ 替换 $\rho_1(h+h')$，即有　$a_y+\dfrac{g}{h}y=0$，　(2 分)

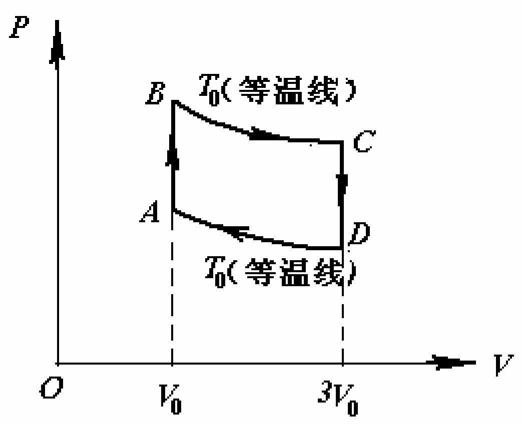
这是简谐振动方程，振动周期为　$T=2\pi\sqrt{h/g}$　(3 分)

14 解：吸热量计算：

$$Q_{AB}=\frac{7}{2}\nu R\times 3T_0-\frac{5}{2}\nu R\times T_0=8\nu RT_0$$ （3 分）

$$Q_{BC}=\nu R\times 3T_0\ln\frac{V_C}{V_B}=3\nu RT_0\ln 3$$ （2 分）

$$Q_{吸}=Q_{AB}+Q_{BC}=\nu RT_0(8+3\ln 3)$$



放热量计算：

$$Q_{CD}=Q_{AB}=8\nu RT_0$$ （ 2 分 ）

$$Q_{DA}=\nu RT_0\ln\frac{V_D}{V_A}=\nu RT_0\ln 3$$ （2 分）

$$Q_{放}=Q_{CD}+Q_{DA}=\nu RT_0(8+3\ln 3)$$

η 计算：$$\eta=1-\frac{Q_{放}}{Q_{吸}}=1-\frac{8+\ln 3}{8+3\ln 3}=19.5\%$$ （4 分）

15．解：

(1) $$p(t)=u^2(t)/R,$$ （1 分）

$$\overline{P}=\frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{u^2(t)}{R}dt$$ （1 分）

$$P=U^2/R,\ P=\overline{P}\Rightarrow U=\left[\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt\right]^{\frac{1}{2}}$$ （4 分）

(2) $$U=\left[\frac{1}{T}\int_0^T[\varepsilon_{10}+\varepsilon_{20}\cos(\omega t+\phi)]^2dt\right]^{\frac{1}{2}}$$ （2 分）

$$=\left[\frac{1}{T}\int_0^T[\varepsilon_{10}^2+2\varepsilon_{10}\varepsilon_{20}\cos(\omega t+\phi)+\varepsilon_{20}^2\cos^2(\omega t+\phi)]dt\right]^{\frac{1}{2}}$$

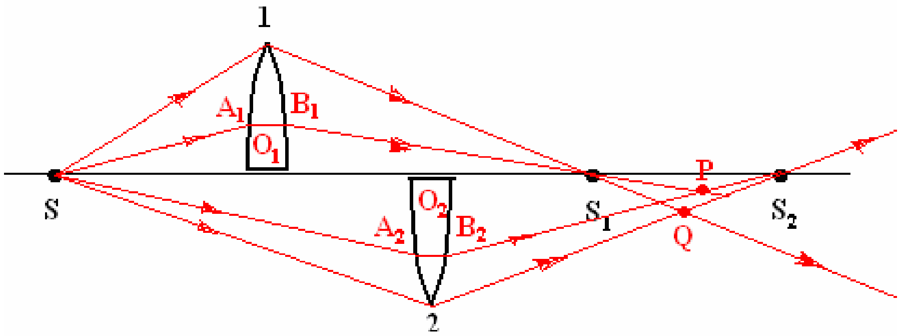
$$=\left[\frac{1}{T}[\varepsilon_{10}^2T+\int_0^T\varepsilon_{20}^2\cos^2(\omega t+\phi)]dt\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$=\left[\frac{1}{T}[\varepsilon_{10}^2T+\frac{1}{2}\varepsilon_{20}^2T\right]^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\varepsilon_{10}^2+\frac{1}{2}\varepsilon_{20}^2}$$ （3 分）

$$=5V$$ （2 分）

16 解：

（1）题解图中 ΔS_1QS_2 即为可产生光相干叠加的区域。（4 分）



（2）在 ΔS_1QS_2 中取 P 点，从 S 经 S_1 到 P 点的光程为 $L_1=L_{SA_1B_1S_1}+\overline{PS_1}$

据题文知识复习，有 $L_{SA_1B_1S_1}=L_{SO_1S_1}$（假想半透镜 1 下端延长一段后所得光程），

得 $L_1=L_{SO_1S_1}+\overline{PS_1}$，

同理，从 S 经 S_2 到 P 点的光程为

$$L_2=L_{SA_2B_2S_2}-\overline{PS_2}=L_{SO_2S_2}-\overline{PS_2}$$

L_1 与 L_2 之间的光程差便为 $\Delta L=L_1-L_2=(L_{SO_1S_1}-L_{SO_2S_2})+(\overline{PS_1}+\overline{PS_2})$

因 $L_{SO_1S_1}-L_{SO_2S_2}=-\overline{S_1S_2}$，

即有 $\Delta L=L_1-L_2=-\overline{S_1S_2}+(\overline{PS_1}+\overline{PS_2})$ （6 分）

因 $\overline{S_1S_2}$ 为定值，相干叠加所成亮线必定是满足 $\overline{PS_1}+\overline{PS_2}=$ 常量

的动点轨迹，即为（部分）椭圆曲线，S_1、S_2 为椭圆的两个焦点。（3 分）

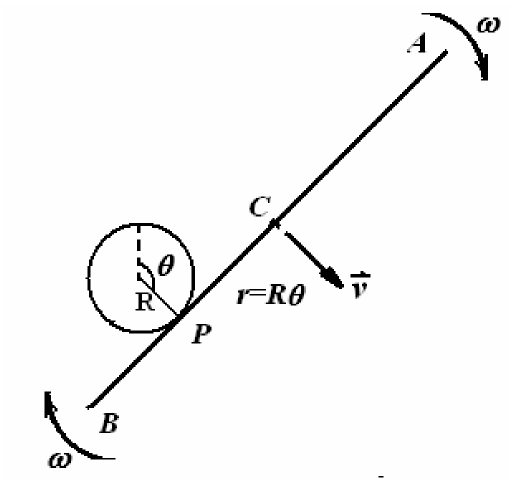
17．解：R_3 球面（均匀带电 Q 的球面）电势：$U_{R_3}=Q/4\pi\varepsilon_0R_3$ （2 分）

R_2 球面电势同于 R_3 球面电势：$U_{R_2}=U_{R_3}=Q/4\pi\varepsilon_0R_3$ （2 分）

R_1 球面电势：$U_{R_1}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0r^2}dr+U_{R_2}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})$ （3 分）

系统电势能：$W=\frac{1}{2}\left[QU_{R_3}+(-Q)U_{R_2}+QU_{R_1}\right]=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})$ （3 分）

18． 解：细杆旋转角速度记为 ω_0，转过 θ 角时角速度记为 ω，参考题解图有



$$\frac{1}{2}I_P\omega^2=\frac{1}{2}I_C\omega_0^2, I_P=I_C+mr^2, I_C=\frac{1}{3}ml^2$$

解得： $$\omega=\frac{l}{\sqrt{l^2+3r^2}}\omega_0$$

$$v_C=\omega r$$

$$=\frac{\omega_0 l}{\sqrt{l^2+3r^2}}r, r=R\theta \qquad \text{（3 分）}$$

C 点沿着圆的渐开线运动，切向加速度和法向（向心）加速度分别为

$$a_{C切}=\frac{dv_C}{dt}=\frac{dv_C}{dr}\frac{dr}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}=\frac{\omega_0^2 l^4 R}{(l^2+3r^2)^2} \qquad \text{（2 分）}$$

$$a_{C心}=\omega^2 r=\frac{\omega_0^2 l^2 r}{l^2+3r^2} \qquad \text{（1 分）}$$

细杆受环的径向朝外弹力 N 和沿杆长方向摩擦力 f 分别为

$$N=ma_{C切}\ ,\ f=ma_{C心} \qquad \text{（2 分）}$$

摩擦因数取值范围便为 $$\mu\ge\frac{f}{N}=\frac{a_{C心}}{a_{C切}}$$

即得 $$\mu\ge\frac{(l^2+3r^2)r}{l^2R}, l>r\ge0\Rightarrow\mu>\frac{4l}{R} \qquad \text{（2 分）}$$

19．解：水和水汽的密度各记为 ρ_1 和 ρ_2，t 时刻水滴半径设成 r，质量便是 $m=\frac{4}{3}\pi r^3\rho_1$。下落速度记成 v，经 dt 时间吸收的水汽质量 $dm=(\pi r^2vdt)\rho_2$，水汽速度 $v'=0$。

据变质量系统动力学方程，有

$$mg=m\frac{dv}{dt}+v\frac{dm}{dt} \qquad \text{（2 分）}$$

将各量代入后，可得

$$\rho_1 g=\rho_1\frac{dv}{dt}+\frac{3}{4}\frac{1}{r}v^2\rho_2 \qquad (1)$$

dt 时间内水滴半径增量记为 dr，则有

$(4\pi r^2dr)\rho_1=(\pi r^2vdt)\rho_2$，得 $$v=4\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{dr}{dt},\frac{dv}{dt}=4\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{d^2r}{dt^2}。 \qquad (2)$$

（2）代入（1）式，得 $\frac{d^2 r}{dt^2}+\frac{3}{r}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2=\frac{\rho_2 g}{4\rho_1}$。　　（3）　　（4 分）

引入 $y=\frac{dr}{dt}$，则有 $\frac{d^2 r}{dt^2}=y\frac{dy}{dr}$，（3）式可形变为

$$y\frac{dy}{dr}+\frac{3}{r}y^2=\frac{\rho_2 g}{4\rho_1}$$

再引入 $u=y^2$，又有 $y\frac{dy}{dr}=\frac{1}{2}\frac{du}{dr}$，上式形变为

$$\frac{du}{dr}+\frac{6}{r}u=\frac{\rho_2 g}{2\rho_1} \qquad (4)$$

由（4）式，得 $\left(\frac{dr}{dt}\right)^2=y^2=u$ 的通解为

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2=u=e^{-\int\frac{6}{r}dr}\left(\int\frac{\rho_2 g}{2\rho_1}e^{\int\frac{6}{r}dr}dr+C\right), \qquad C:\text{积分常量}$$

即得　$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2=\frac{\rho_2 g}{14\rho_1}r+\frac{C}{r^6}$。

经过足够长时间，等号右边第二项与第一项相比，可以略去。同时，可略去 $t=0$ 时刻的 r_0 值，相继

可得　$\frac{dr}{dt}=\sqrt{\frac{\rho_2 g}{14\rho_1}r}$，　$r=\frac{\rho_2 g}{56\rho_1}t^2$。

将 $r\sim t$ 关系式代入（2）式，即得

$$v=\frac{1}{7}gt, a=\frac{1}{7}g \qquad \text{（4 分）}$$

即水滴下落加速度趋于 $\frac{g}{7}$ 这一稳定值。