

1. 一个 n 阶幻方是 $n \times n$ 方阵：该方阵每一行、每一列和两条对角线上的整数的和都等于同一个数且数字各不相同。现在我们得到了一个残缺的 4 阶幻方，如图所示。

$x_{0,0}$	$x_{0,1}$	2	13
$x_{1,0}$	$x_{1,1}$	11	8
9	$x_{2,1}$	7	12
$x_{3,0}$	$x_{3,1}$	14	1

a) 将该问题进行要素化表示，描述为约束满足问题，给出约束关系。

b) 按照约束传播策略和回溯搜索过程求解该问题，补全给出的 4 阶幻方。

a)

$$\text{变量: } X = \{x_{0,0}, x_{0,1}, x_{1,0}, x_{1,1}, x_{2,1}, x_{3,0}, x_{3,1}\}$$

$$\text{值域: } D = \{D_{0,0}, D_{0,1}, \dots, D_{3,1}\} \quad x_{ij} \in D_{ij} = \{3, 4, 5, 6, 10, 15, 16\}$$

约束: x 各不相同

$$x_{0,0} + x_{0,1} + 2 + 13 = x_{1,0} + x_{1,1} + 11 + 8 = 9 + x_{2,1} + 7 + 12 = x_{3,0} + x_{3,1} + 14 + 1 = 34$$

$$x_{0,0} + x_{1,0} + 9 + x_{3,0} = x_{0,1} + x_{1,1} + x_{2,1} + x_{3,1} = 34$$

$$x_{0,0} + x_{1,1} + 7 + 1 = x_{3,0} + x_{2,1} + 11 + 13 = 34$$

b) 整理得:

$$\text{一元约束: } x_{2,1} = 6$$

$$\text{二元约束: } x_{2,1} + x_{3,0} = 10 \quad x_{1,0} + x_{1,1} = 15$$

$$x_{3,0} + x_{3,1} = 19 \quad x_{0,0} + x_{1,0} = 21$$

$$x_{0,0} + x_{0,1} = 19 \quad x_{0,1} + x_{1,1} = 13$$

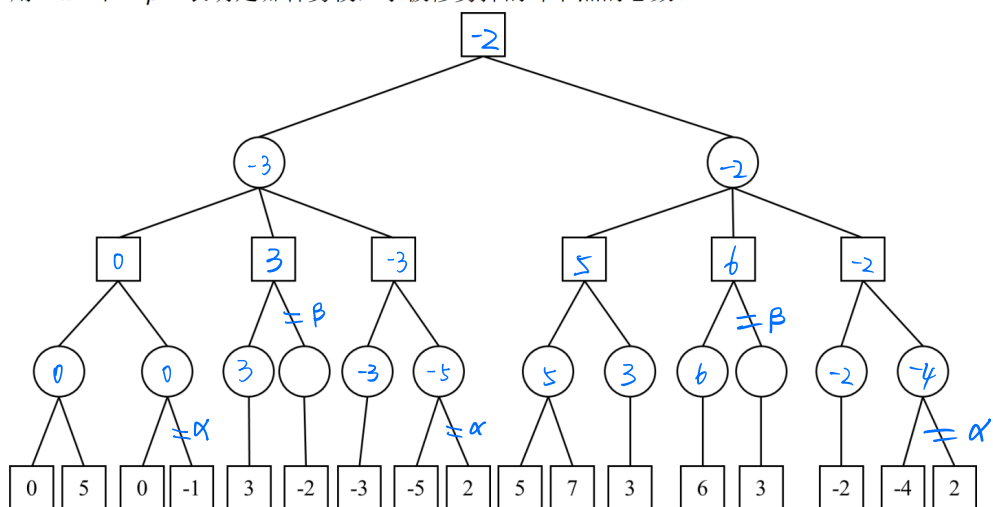
$$x_{0,0} + x_{1,1} = 26$$

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

$$\text{start} \rightarrow x_{2,1} = 6 \rightarrow x_{3,0} = 4 \rightarrow x_{3,1} = 15$$

$$\begin{array}{l} \underbrace{D_{0,0} = \{3, 5, 10, 16\}}_{\rightarrow} \left\{ \begin{array}{l} x_{0,0} = 3 \longrightarrow x_{0,1} = 16 \longrightarrow D_{1,1} = \{5, 10\} \quad x_{1,1} = -3 (\times) \\ x_{0,0} = 5 \longrightarrow D_{0,0} = \{3, 10, 16\} \quad x_{0,1} = 14 (\times) \\ x_{0,0} = 10 \longrightarrow D_{0,0} = \{3, 5, 16\} \quad x_{0,1} = 9 (\times) \\ x_{0,0} = 16 \longrightarrow x_{0,1} = 3 \longrightarrow x_{1,1} = 10 \longrightarrow x_{1,0} = 5 \end{array} \right. \end{array}$$

3. 请对如下与或树，以优先生成左边节点顺序来进行 $\alpha-\beta$ 剪枝，在未被剪枝的方形节点（MAX 节点）和圆形节点（MIN 节点）内填入节点的最终估值，用“/”标记剪枝处，并用“ α ”和“ β ”表明是哪种剪枝，求被修剪掉的叶节点的总数。



共剪去5个叶子节点。

