数 学 作 业 纸

（科目：随机）

班级：自93　姓名：周文丞　编号：2019010170　第 1 页

1.(27) 假定事件 A_i 为设备 i 正常运转。
设事件 A 为系统能正常工作。

$P(A)=P(A_1A_2)+P(A_1^cA_2A_3)+P(A_1A_2^cA_3)$

$=P(A_1)P(A_2)+P(A_1^c)P(A_2)P(A_3)+P(A_1)P(A_2^c)P(A_3)$

$=p^2+p^2(1-p)+p^2(1-p)$

$=p^2(3-2p)$

2.(28) 第 n-1 次时，若在 A 点，则 $P(\text{回到}A|n-1\text{次在}A)=0$

若在其他点，则 $P(\text{回到}A|n-1\text{次在其他点})=\frac{1}{3}$

$\therefore p_n=0+\frac{1}{3}(1-p_{n-1})$

$=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}p_{n-1}$

$\therefore p_n+\frac{1}{3}p_{n-1}-\frac{1}{3}=0$ 是其递推公式且 $p_1=0$

$\therefore (-3)^n p_n-(-3)^{n-1}p_{n-1}=-(-3)^{n-1}$

$\therefore (-3)^n p_n=(-3)^1p_1+(-3)^2p_2-(-3)^1p_1+\cdots+(-3)^np_n-(-3)^{n-1}p_{n-1}$

$=-\left[(-3)+(-3)^2+\cdots+(-3)^{n-1}\right]$

$=-\dfrac{(-3)\left(1-(-3)^{n-1}\right)}{1-(-3)}$

$=\dfrac{3+(-3)^n}{4}$

$\therefore p_n=\dfrac{(-3)^n+3}{4\times(-3)^n}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4\times(-3)^{n-1}}$

$p_7=\dfrac{182}{729}$

3.(31) 记 A_i 为事件掷出点数为 i
A 为事件取出 i 个都是白球

$P(A)=P(A|A_1)P(A_1)+P(A|A_2)P(A_2)$

$+P(A|A_3)P(A_3)+P(A|A_4)P(A_4)$

$=\frac{C_4^1}{C_{10}^1}\times\frac{1}{6}+\frac{C_4^2}{C_{10}^2}\times\frac{1}{6}+\frac{C_4^3}{C_{10}^3}\times\frac{1}{6}+\frac{C_4^4}{C_{10}^4}\times\frac{1}{6}$

$=\frac{4}{10}\times\frac{1}{6}+\frac{2}{15}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{30}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{210}\times\frac{1}{6}$

$=\frac{2}{21}$

$P(A_3|A)=\dfrac{P(A|A_3)P(A_3)}{\sum_{i=1}^{4}P(A|A_i)P(A_i)}$

$=\dfrac{\frac{1}{180}}{\frac{2}{21}}$

$=\frac{7}{120}$

4.(35)
记 A_+,B_+,C_+,D_+ 分别为卡片离开 A,B,C,D 时为加号；A_-,B_-,C_-,D_- 分别为卡片离开 A,B,C,D 为减号

$P(A_+|D_+)=\dfrac{P(D_+|A_+)P(A_+)}{P(D_+|A_+)P(A_+)+P(D_+|A_+^c)P(A_+^c)}$

$P(A_+)=\frac{1}{3}$　$P(A_+^c)=\frac{2}{3}\,(P(A_-))$

$P(D_+|A_+)=C_3^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})+C_3^0(\frac{2}{3})^0(\frac{1}{3})^3$

$=3\times(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})+(\frac{1}{3})^3=\frac{13}{27}$

$P(D_+|A_+^c)=C_3^1(\frac{2}{3})^1(\frac{1}{3})^2+C_3^3(\frac{2}{3})^3(\frac{1}{3})^0=\frac{14}{27}$

代入得 $P(A_+|D_+)=\frac{13}{41}$

扫描全能王 创建

数 学 作 业 纸

（科目： ）

班级： 姓名： 编号： 第 页

5(3b) 记A：甲夺冠 B：乙夺冠

A_i：甲进行了i局夺冠 $i=2,3,4$

$P(A_2)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(A_3)=C_2^1(\frac{1}{2})\times(\frac{1}{2})\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(A_4)=C_3^1(\frac{1}{2})\times(\frac{1}{2})^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$

$\therefore P(A)=\sum_{i=2}^{4}P(A_i)=\frac{11}{16}$

$P(B)=1-P(A)=\frac{5}{16}$

6. 记A_i：第i架战机被炸毁 $i=1,2,3$

其中$i=1$代表长机

则 $P(A_1^cA_2A_3)=0.8\times0.2\times0.2=0.032$

$P(A_1^cA_2^cA_3^c)=0.8\times0.8\times0.8=0.512$

$P(A_1^cA_2^cA_3)=0.8\times0.8\times0.2=0.128$

$P(A_1^cA_2A_3^c)=0.8\times0.2\times0.8=0.128$

记A为目标被炸毁这一事件

$P(A)=P(A|A_1^cA_2A_3)P(A_1^cA_2A_3)+P(A|A_1^cA_2^cA_3^c)P(A_1^cA_2^cA_3^c)$
$+P(A|A_1^cA_2^cA_3)P(A_1^cA_2^cA_3)+P(A|A_1^cA_2A_3^c)P(A_1^cA_2A_3^c)$

$=0.032\times0.3+0.512\times(1-(0.7)^3)+2\times0.128\times(1-(0.7)^2)$

$=0.0096+0.336384+0.13056=0.476544$

7.(2) 设 $P(X=k)=\frac{m}{k(k+1)}$

$\sum_{k=1}^{+\infty}P(X=k)=\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{m}{k(k+1)}$

$=m\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}$

$=m\lim_{k\to+\infty}(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1})$

$=m=1$ $\therefore m=1$

$\therefore$ X的概率分布为：

X	1	2	3	…	k	…
P	$\frac{1}{1\times2}$	$\frac{1}{2\times3}$	$\frac{1}{3\times4}$	…	$\frac{1}{k(k+1)}$	…

8.(3)

$P(X=1)=\frac{C_3^1}{C_4^2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$P(X=2)=\frac{C_2^1}{C_4^2}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$P(X=3)=\frac{1}{C_4^2}=\frac{1}{6}$

$\therefore$ X的分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

9.(5)

$P(X\geq k)=\frac{(7-k)^n}{6^n}$ $k=1,2,3,\cdots 6$

$P(X=k)=P(X\geq k)-P(X\geq k+1)$

$=\frac{(7-k)^n}{6^n}-\frac{(6-k)^n}{6^n}$ $k=1,2,3,4,5$

$P(X=6)=\frac{1}{6^n}$ 也符合上式

$\therefore P(X=k)=\frac{(7-k)^n}{6^n}-\frac{(6-k)^n}{6^n}$ $k=1,2,3,4,5,6$

$P(Y\leq k)=\frac{k^n}{6^n}$ $k=1,2,3,4,5,6$

$P(Y=k)=P(Y\leq k)-P(Y\leq k-1)$

$=\frac{k^n}{6^n}-\frac{(k-1)^n}{6^n}$ $k=2,3,4,5,6$

$P(Y=1)=\frac{1}{6^n}$ 也符合上式

$\therefore P(Y=k)=\frac{k^n}{6^n}-\frac{(k-1)^n}{6^n}$ $k=1,2,3,4,5,6$

X、Y的分布列为.

扫描全能王 创建

X	1	2	…	6
P	$\frac{(7-1)^n}{6^n}-\frac{(6-1)^n}{6^n}$	$\frac{(7-2)^n}{6^n}-\frac{(6-2)^n}{6^n}$	…	$\frac{1}{6^n}$

Y	1	2	…	6
P	$\frac{1}{6^n}$	$\frac{2^n}{6^n}-\frac{(2-1)^n}{6^n}$	…	$\frac{6^n}{6^n}-\frac{(6-1)^n}{6^n}$

$P(X=2, Y=5)=P(X\geq 2, Y\leq 5)-P(X\geq 2, Y\leq 4)$

$-P(X\geq 3, Y\leq 5)+P(X\geq 3, Y\leq 4)=\frac{4^n-2\times 3^n+2^n}{6^n}$

11.（补充题）

第1次失败前有n次成功：$p_1=C_n^0 p^n q^0$

第2次失败前有n次成功：$p_2=C_n^1 p^n q^1$

⋮

第m次失败前有n次成功：$p_m=C_{n+m-1}^{m-1} p^n q^{m-1}$

∴ m次失败前已经取得了n次成功

∴概率 $p=\sum_{i=1}^{m} C_{n+i-1}^{i-1} p^n q^{i-1}$

（如果此题考虑的是

m次失败前恰好有n次成功

则答案应为 $C_{n+m-1}^{m-1} p^n q^{m-1}$）

10.(6) 记取到正品前已取到 i 次次品为随机变量X

则 X=0, 1, 2, 3

$P(X=0)=\frac{9}{9+3}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

$P(X=1)=\frac{3}{12}\times\frac{9}{11}=\frac{27}{132}=\frac{9}{44}$

$P(X=2)=\frac{3}{12}\times\frac{2}{11}\times\frac{9}{10}=\frac{9}{220}$

$P(X=3)=\frac{3}{12}\times\frac{2}{11}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{220}$

∴ X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{44}$	$\frac{9}{220}$	$\frac{1}{220}$

扫描全能王 创建