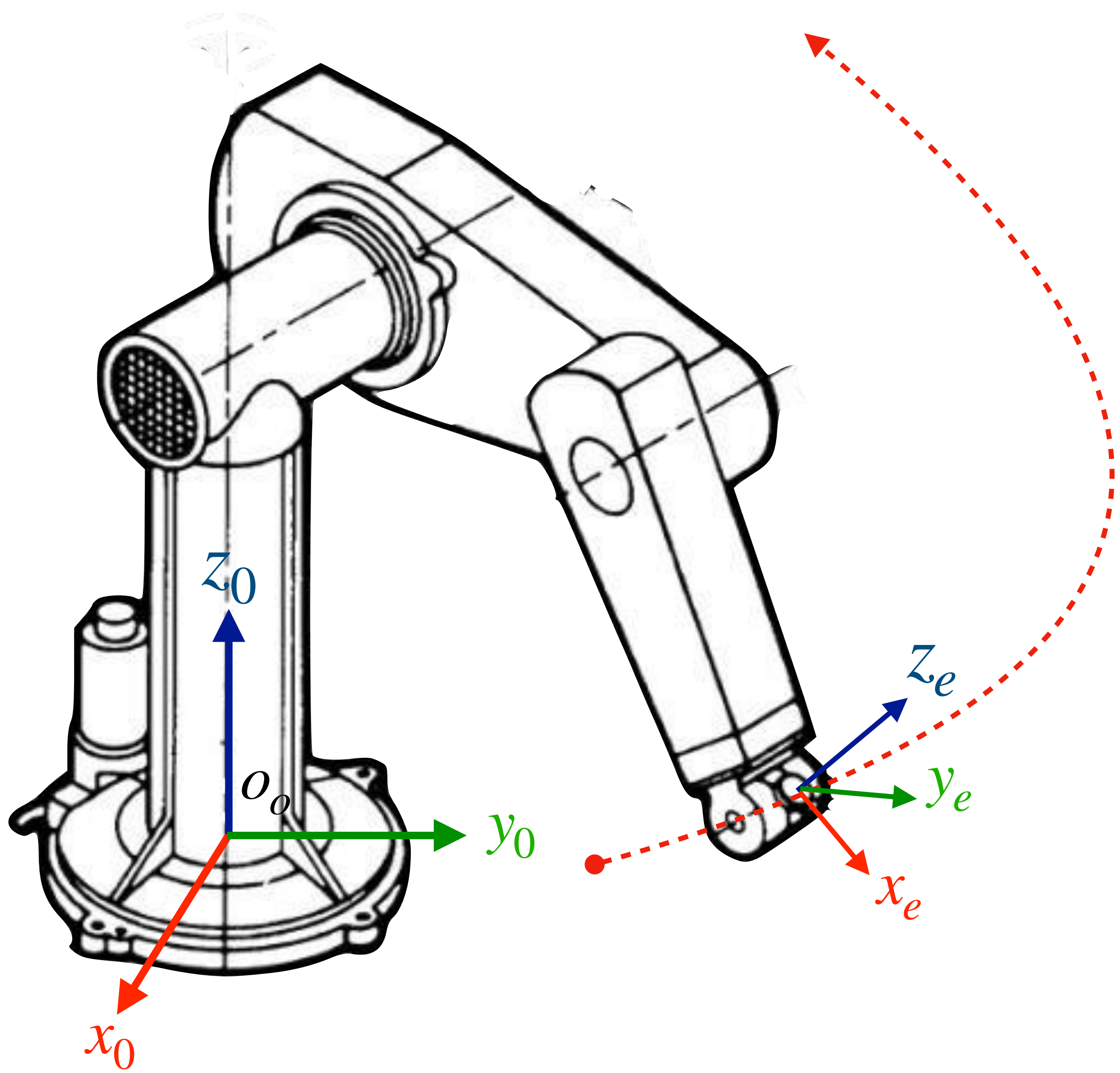
智能机器人-动力学与控制

——运动学部分——

提纲

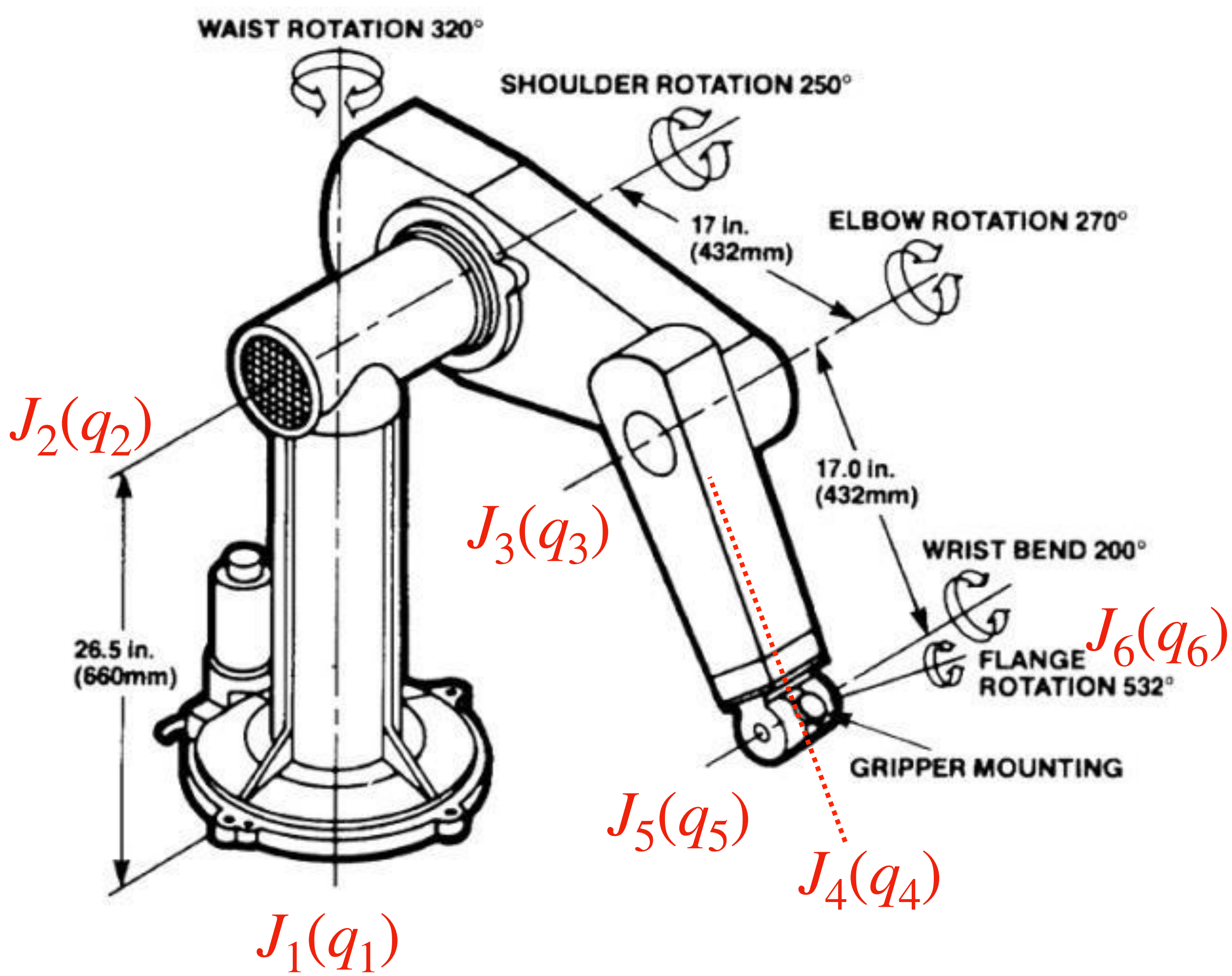
- ➤ 运动学概述
- ➤ 齐次坐标变换
- ➤ 正运动学
- ➤ 逆运动学
- ➤ 微分运动学



① 操作空间：描述机器人末端执行器的位置和姿态需要一个向量，它所对应的向量空间称为操作空间。

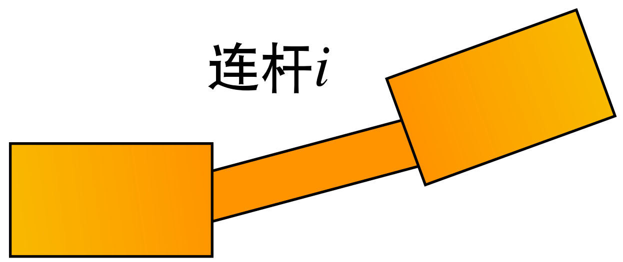
② 例如：PUMA560机器人执行一个焊接任务，其末端位置由$P_x(t)$,$P_y(t)$和$P_z(t)$描述，其末端执行器的姿态由$\theta_R(t)$，$\theta_P(t)$和$\theta_Y(t)$描述。它们组成的六维向量$P(t)$，所有$P(t)$取值即为操作空间（OS：Operational space）。

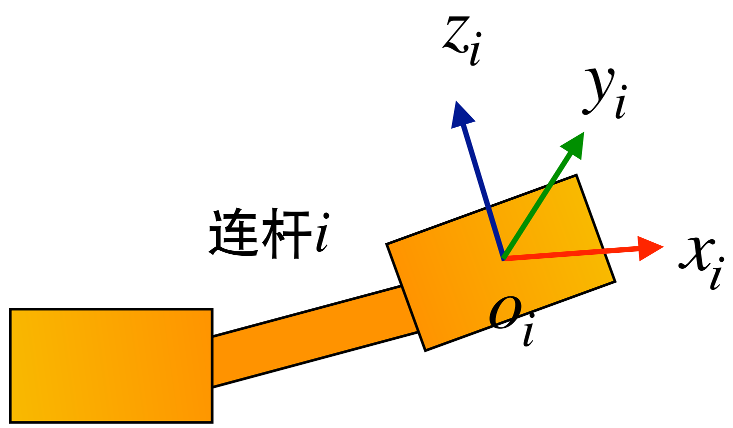
③ 操作空间（OS）的维数往往和具体的任务相关。例如：机器人擦黑板，可以用三个变量就描述，其操作空间（OS）就是3维。



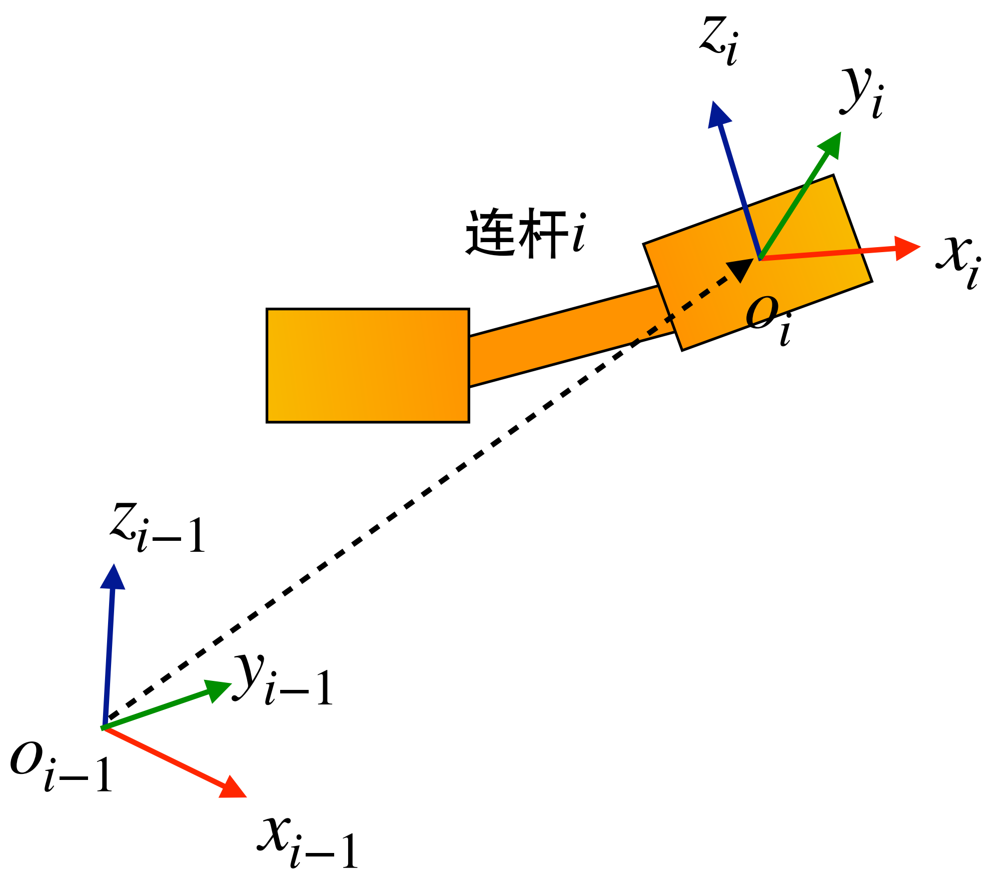
① **关节空间：**串联机器人通过各个关节的运动来实现末端的运动。因此，关节变量$q_i(t)$也能确定机器人的末端的位置和姿态。

② 例如，PUMA560机器人有6个回转关节（$J_1, \cdots, J_6$），我们分别用$q_1(t), \cdots, q_6(t)$来表示各个关节的位置。则$q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) & q_2(t) & \cdots & q_6(t) \end{bmatrix}^T$就是描述PUMA560关节角度的向量，它所张成的6维空间就是这个机器人的**关节空间（JS）**。

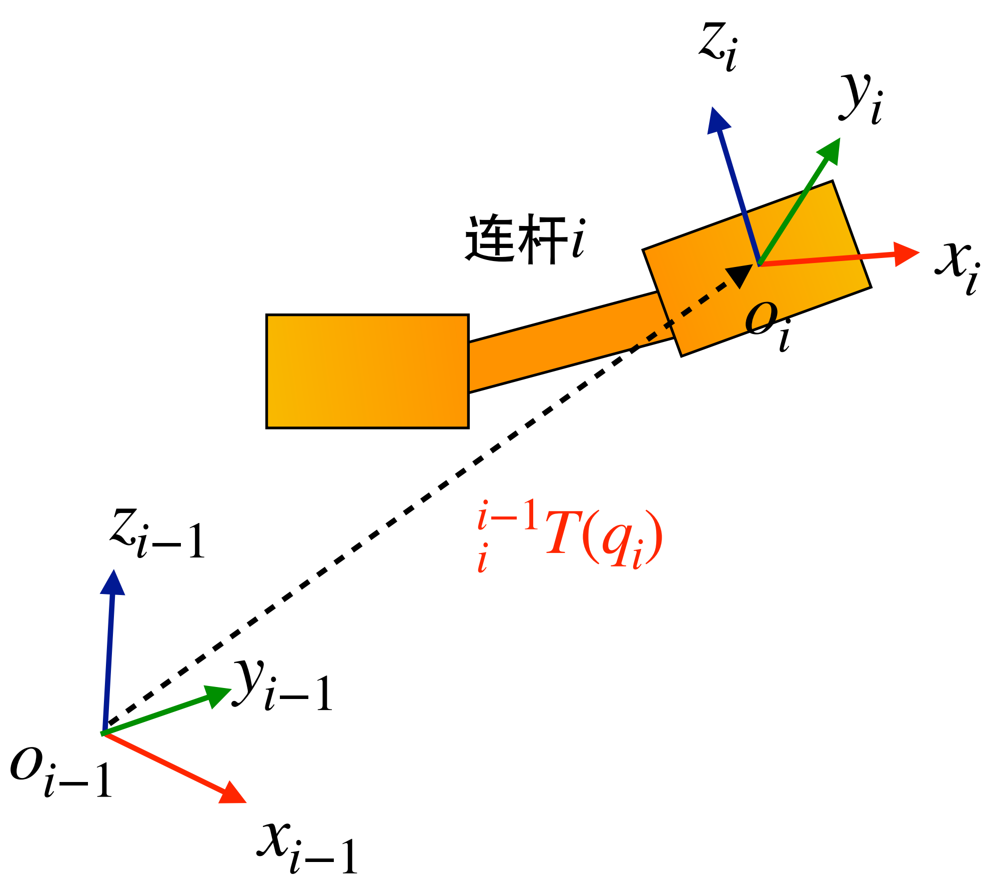

连杆i



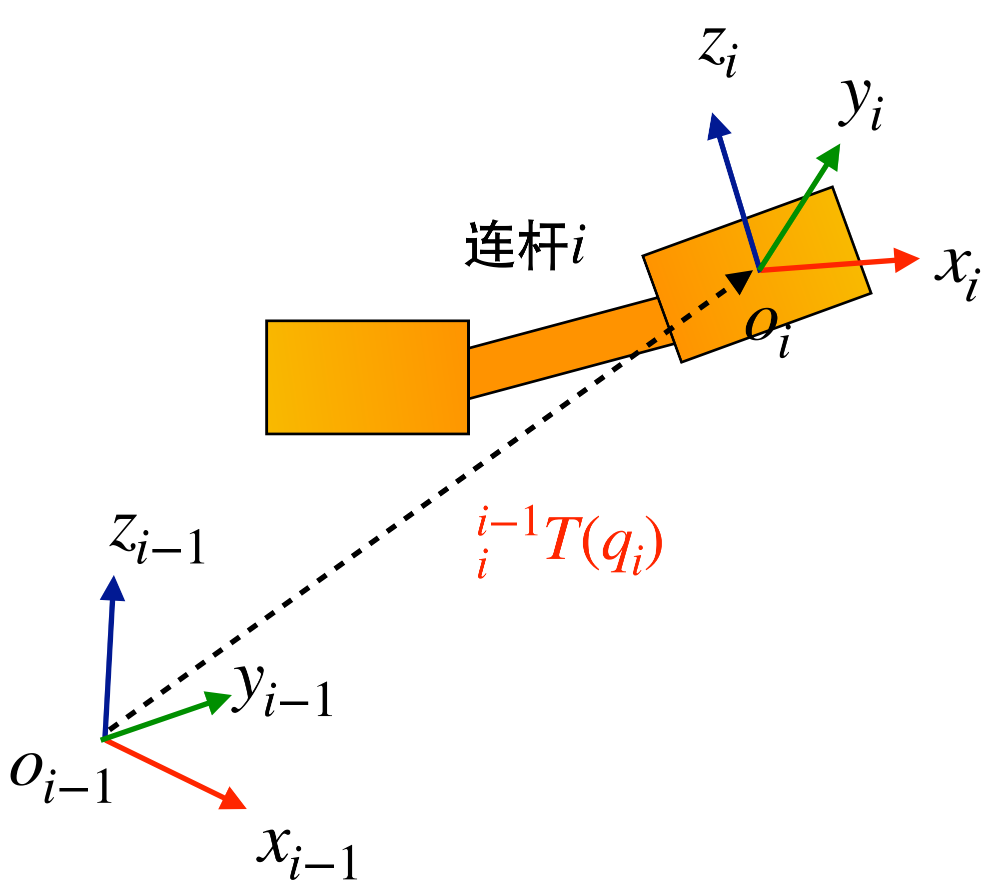
z_i
y_i
连杆i
x_i
o_i

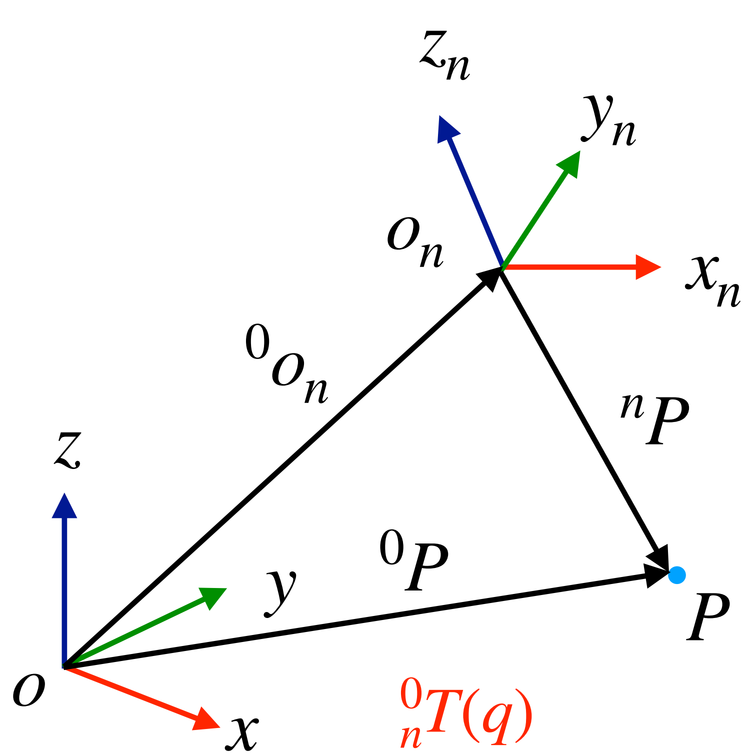


z_i
y_i
连杆i
x_i
o_i
z_{i-1}
y_{i-1}
o_{i-1}
x_{i-1}

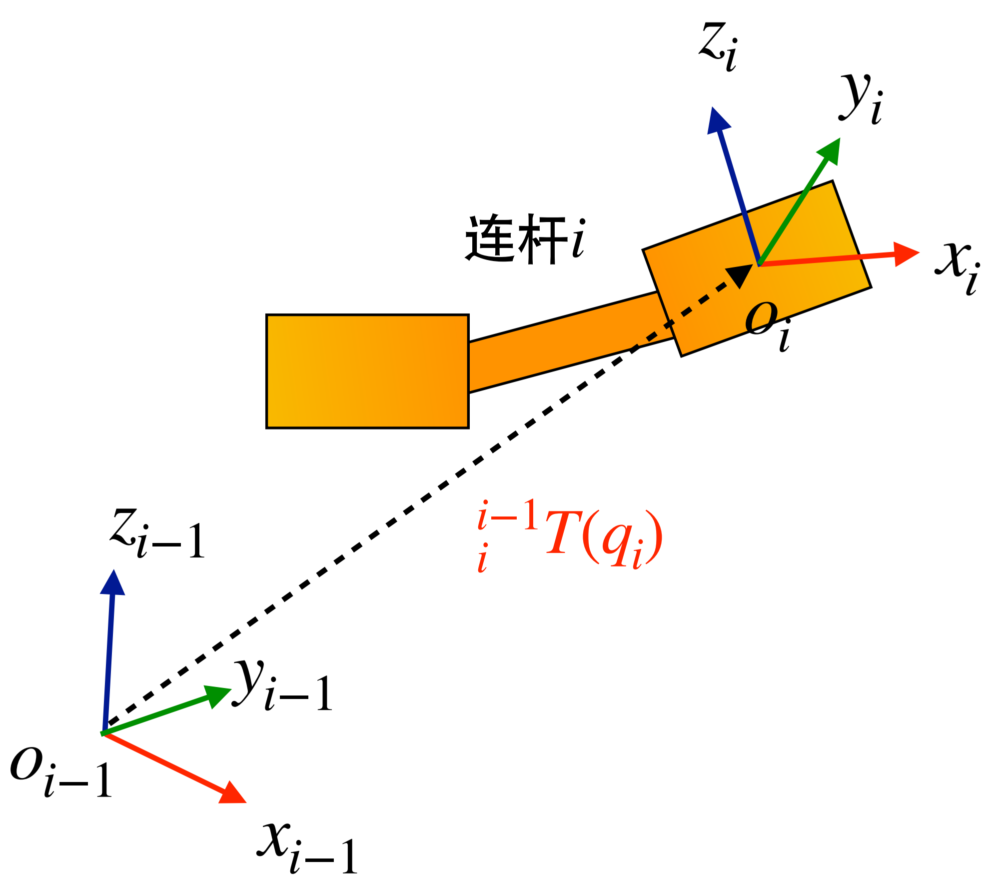


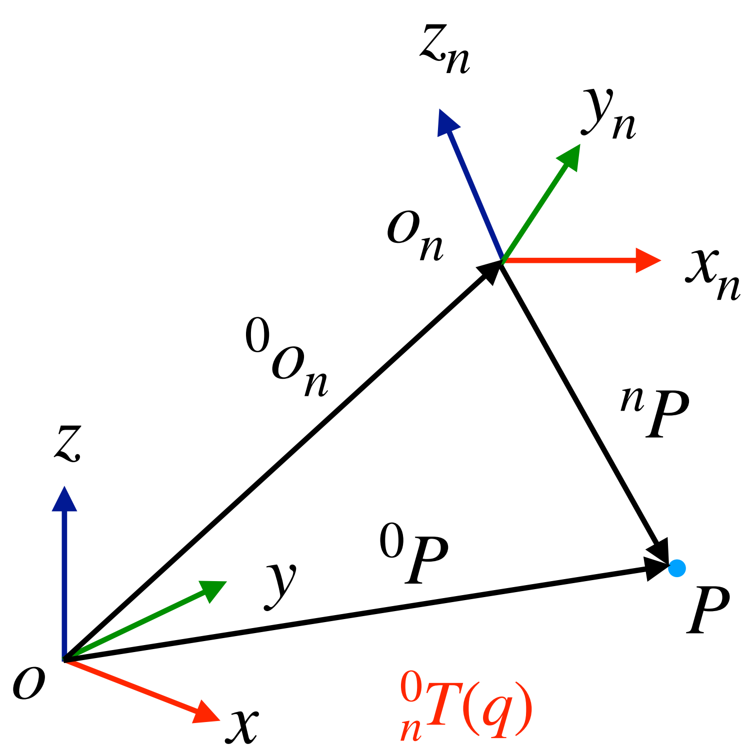
① 通常，$q_1(t)$描述了机器人连杆1相对于底座（连杆0）的运动；以此类推，$q_i(t)$描述了第i个连杆对于第$i-1$个连杆的相对运动，数学上可以用${}_{i}^{i-1}T(q_i)$描述。





① 通常，$q_1(t)$描述了机器人连杆1相对于底座（连杆0）的运动；以此类推，$q_i(t)$描述了第i个连杆对于第$i-1$个连杆的相对运动，数学上可以用$^{i-1}_{i}T(q_i)$描述。





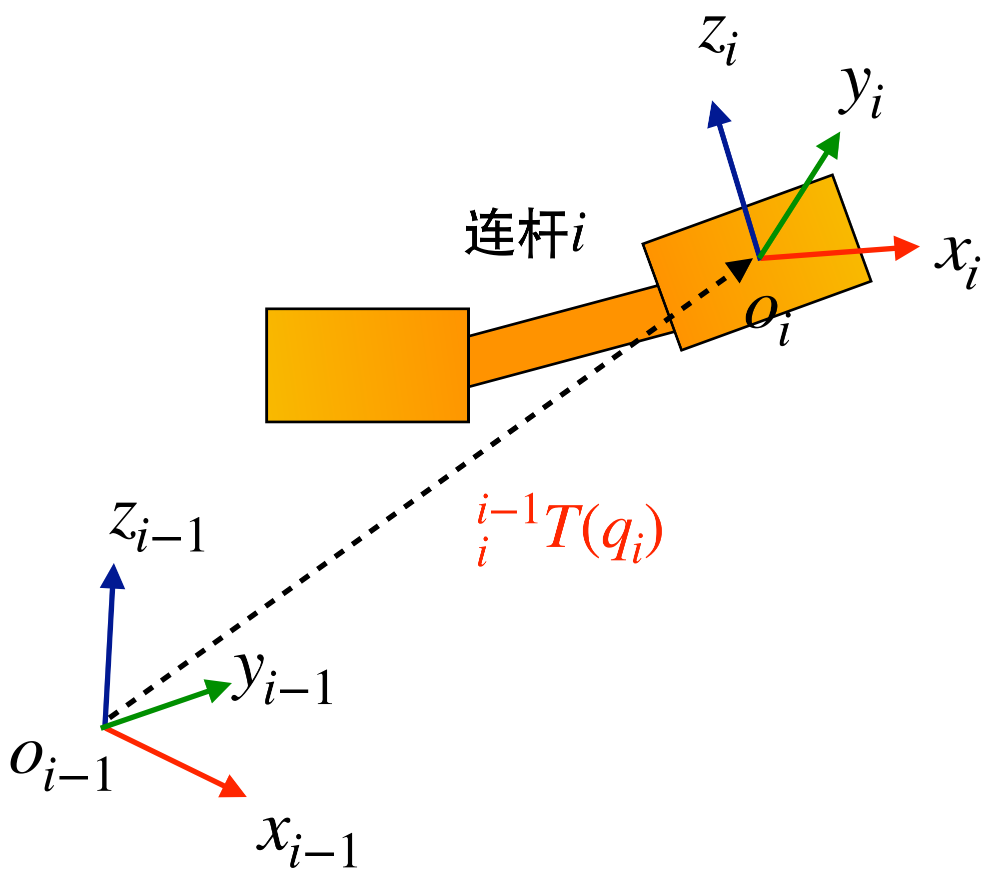
① 通常，$q_1(t)$描述了机器人连杆1相对于底座（连杆0）的运动；以此类推，$q_i(t)$描述了第i个连杆对于第$i-1$个连杆的相对运动，数学上可以用${}^{i-1}_{i}T(q_i)$描述。

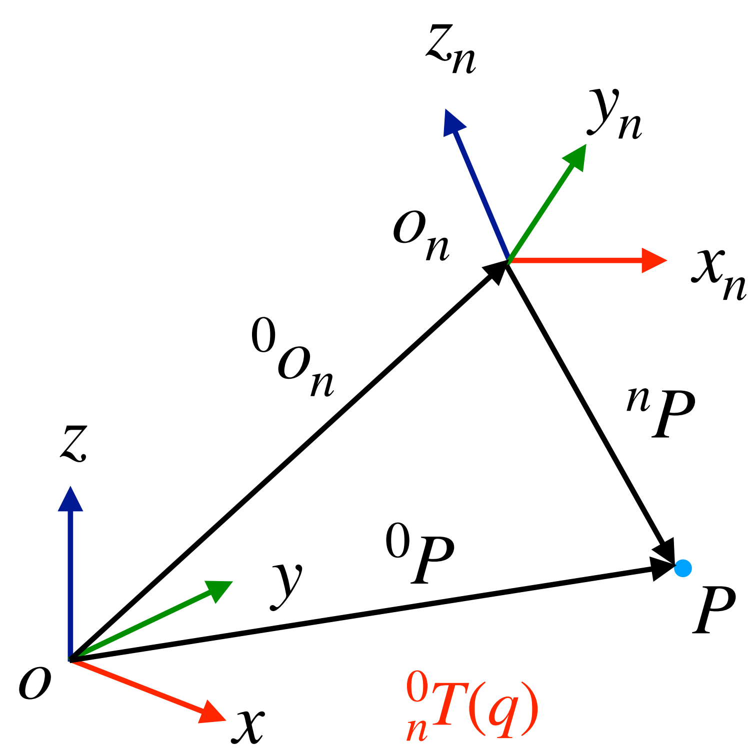
② 因此，机器人的末端P可以表示为：

$$
\begin{aligned}
{}^0P &= {}^0_1T(q_1){}^1_2T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n){}^nP \\
&= {}^0_nT(q_n){}^nP
\end{aligned}
,
$$

其中：

- ${}^nP$是末端执行器坐标系中的P点（通常为常值）；
- ${}^0P$是基坐标系下的P点。





① 通常，$q_1(t)$描述了机器人连杆1相对于底座（连杆0）的运动；以此类推，$q_i(t)$描述了第i个连杆对于第$i-1$个连杆的相对运动，数学上可以用${}^{i-1}_{i}T(q_i)$描述。

② 因此，机器人的末端P可以表示为：

$$\begin{aligned}{}^0P &= {}^0_1T(q_1){}^1_2T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n){}^nP \\ &= {}^0_nT(q_n){}^nP\end{aligned},$$

其中：

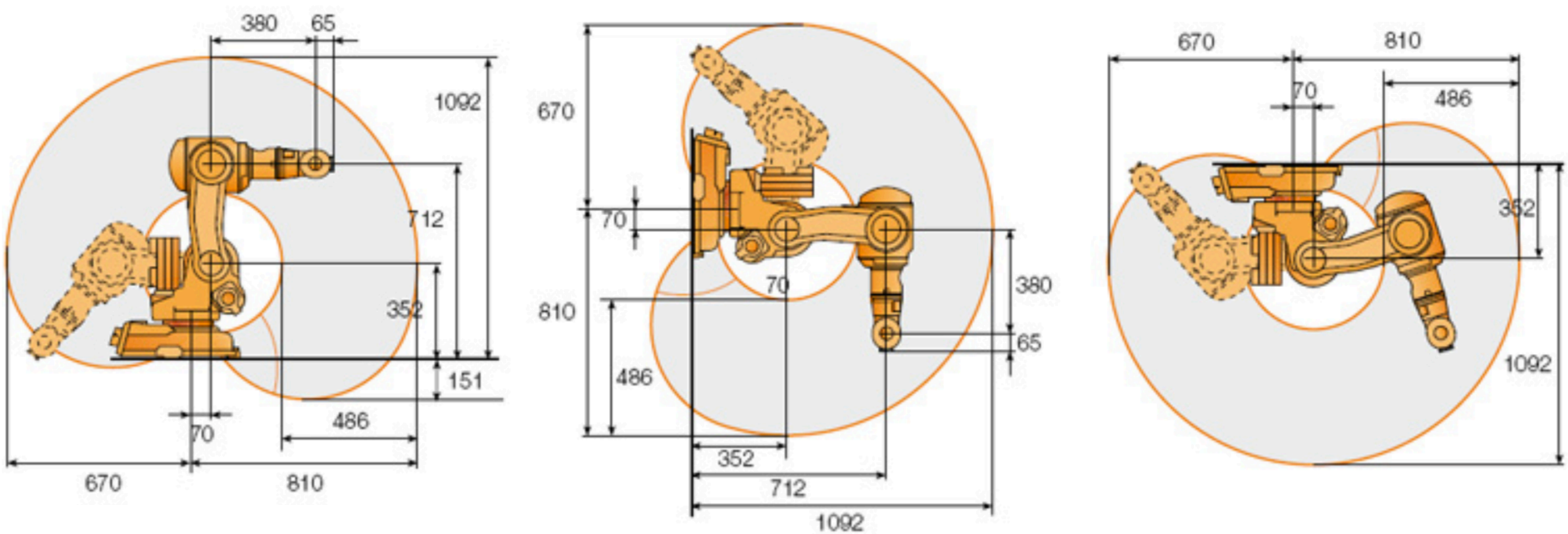
- ${}^nP$是末端执行器坐标系中的P点（通常为常值）；
- ${}^0P$是基坐标系下的P点。

③ 该表达式体现了由关节变量构成的关节空间（JS）到由末端位置姿态所构成的任务空间（OS）的映射${}^0_nT(q)$。通常，关节空间的维度会不小于任务空间的维度。

① 由于每个关节都有实际的运动范围，实际关节角度是关节空间的一个子集；

② 这个子集所对应的任务空间中的子集就是机器人末端实际所能到达的位置和姿态；

③ 我们通常称任务空间中机器人末端实际所能到达的位置和姿态所构成的空间为机器人的工作空间（WS：Work space），它是机器人操作空间(OS)的一个子集。



某工业机器人说明书上的工作空间示意图

$$\boxed{{}^{0}P} = \boxed{{}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n)}\,\boxed{{}^{n}P}$$

$$ {}^{0}P = {}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n)\,{}^{n}P $$

$$ q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix} $$

$$ {}^{0}P = {}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n)\,{}^{n}P $$

$$ P(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_m(t) \end{bmatrix} \qquad q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix} $$

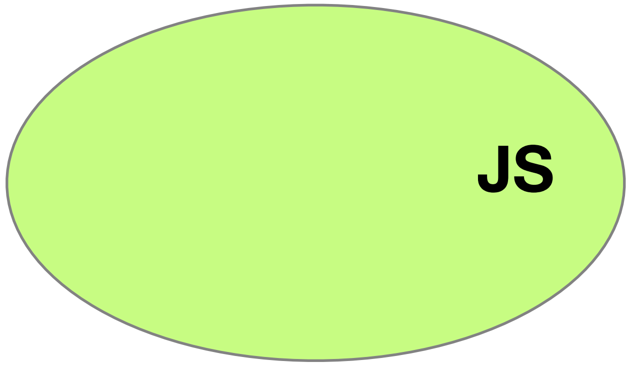
$$\boxed{{}^{0}P} = \boxed{{}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n)}\,\boxed{{}^{n}P}$$

$$P(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_m(t) \end{bmatrix} \xleftarrow{\;T(q) = T(q_1, q_2, \cdots, q_n)\;} q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix}$$

$$ {}^{0}P = {}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n)\,{}^{n}P $$

$$ P(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_m(t) \end{bmatrix} \xleftarrow{\;T(q) = T(q_1, q_2, \cdots, q_n)\;} q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix} $$

关节空间
Joint Space



$$ {}^0P = {}^0_1T(q_1)\,{}^1_2T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{\;\;\;n}T(q_n)\,{}^nP $$

$$ P(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_m(t) \end{bmatrix} \xleftarrow{\;T(q) = T(q_1, q_2, \cdots, q_n)\;} q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix} $$

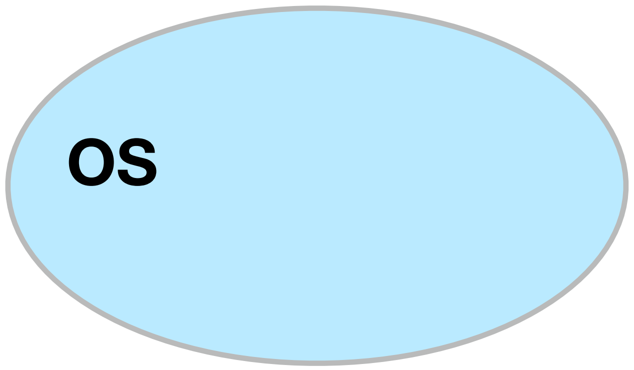
操作空间
Operational Space

关节空间
Joint Space

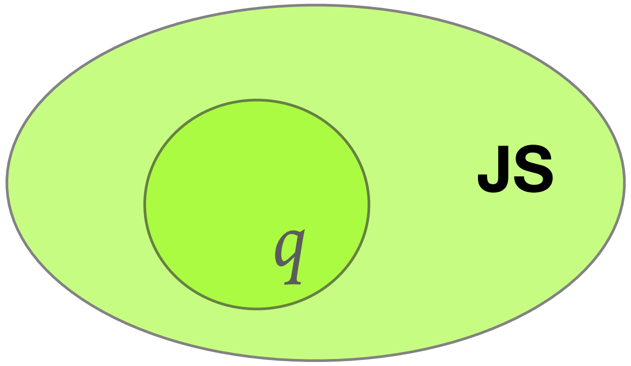
$$
{}^{0}P = {}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n)\,{}^{n}P
$$

$$
P(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_m(t) \end{bmatrix} \xleftarrow{\;T(q) = T(q_1, q_2, \cdots, q_n)\;} q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix}
$$

操作空间
Operational Space



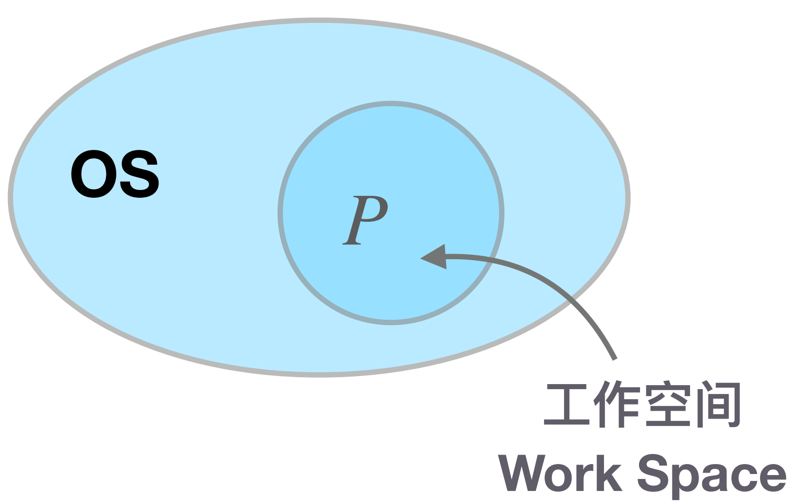
关节空间
Joint Space



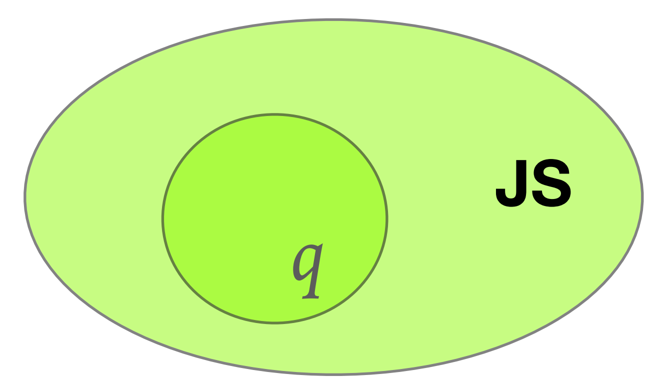
$$ {}^{0}P = {}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{\;\;n}T(q_n)\,{}^{n}P $$

$$ P(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_m(t) \end{bmatrix} \xleftarrow{\;T(q) = T(q_1, q_2, \cdots, q_n)\;} q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix} $$

操作空间
Operational Space

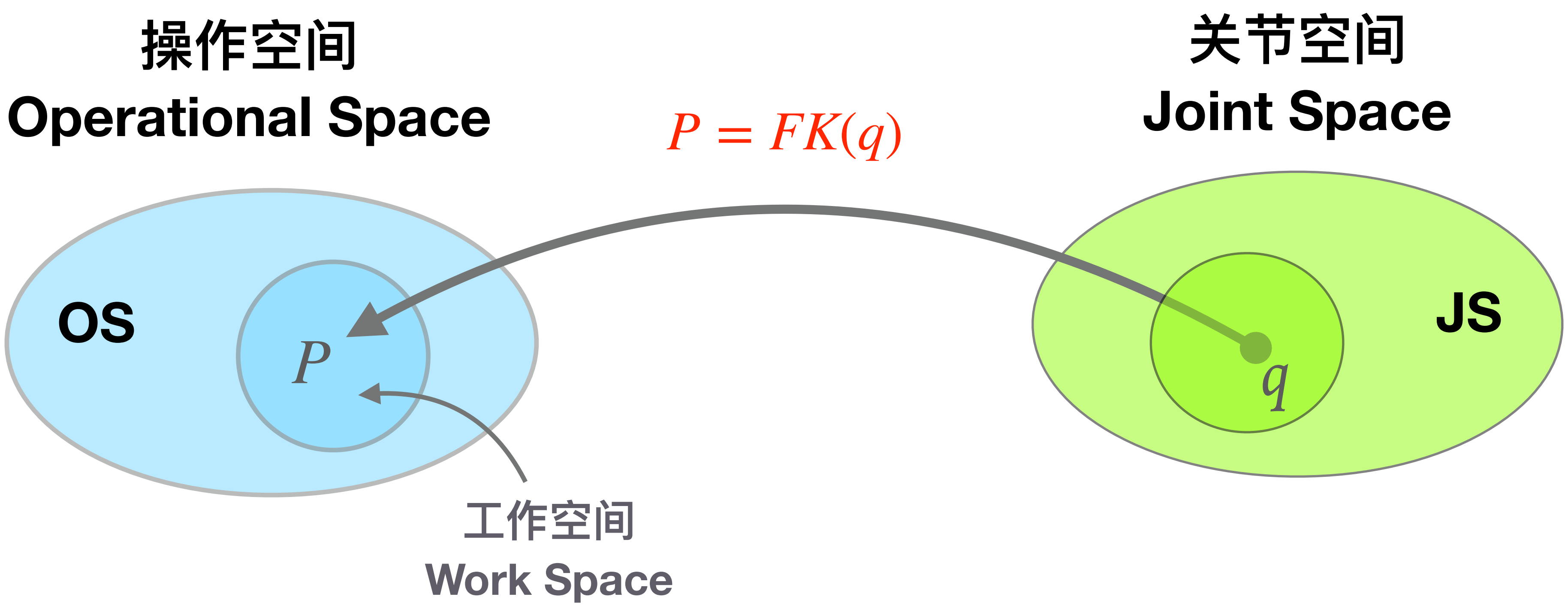


关节空间
Joint Space



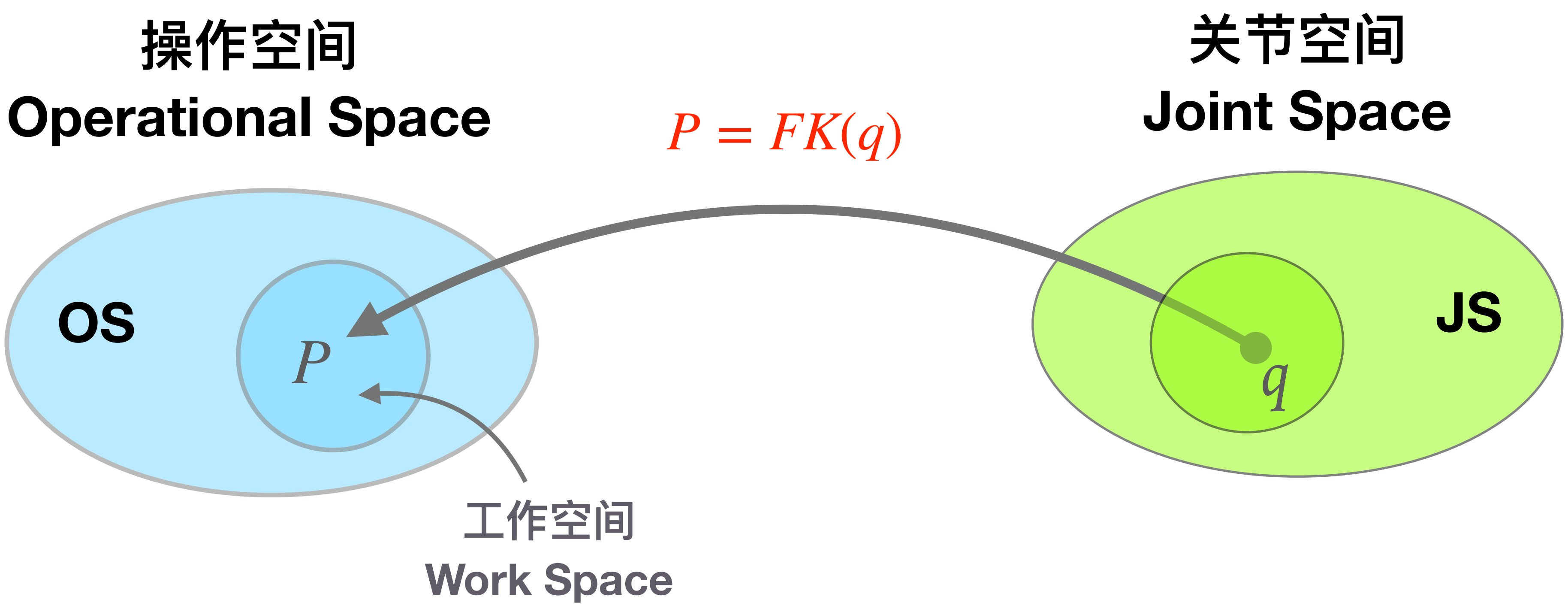
$$\boxed{{}^{0}P} = \boxed{{}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n)}\,\boxed{{}^{n}P}$$

$$P(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_m(t) \end{bmatrix} \xleftarrow{\ T(q) = T(q_1, q_2, \cdots, q_n)\ } q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix}$$

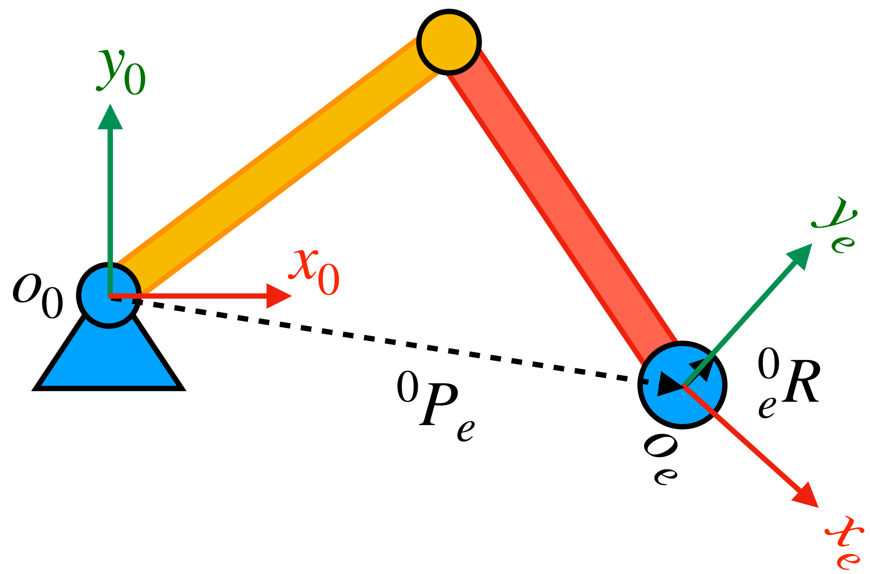


$$ {}^{0}P = {}^{0}_{1}T(q_1)\,{}^{1}_{2}T(q_2)\cdots{}^{n-1}_{n}T(q_n)\,{}^{n}P $$

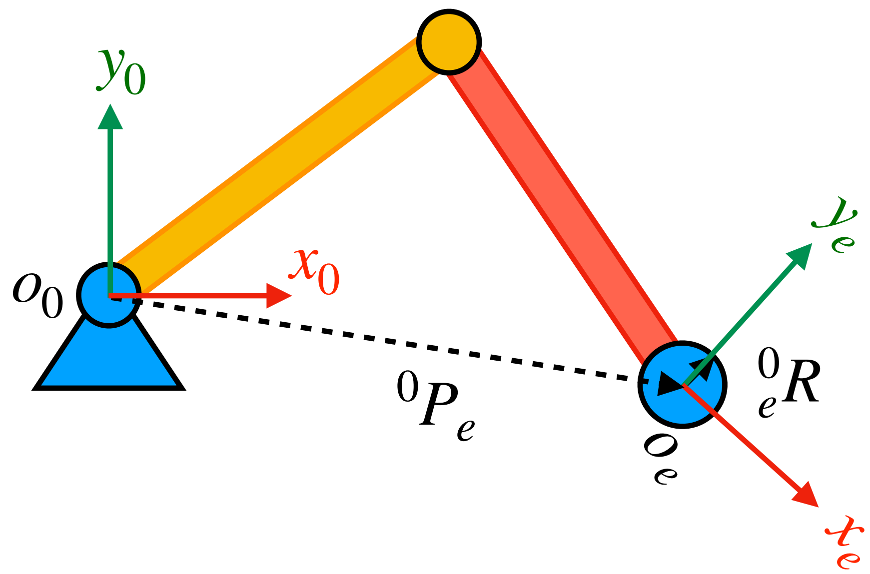
$$ P(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_m(t) \end{bmatrix} \xleftarrow{\;T(q) = T(q_1, q_2, \cdots, q_n)\;} q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix} $$



正运动学（FK）：从关节空间（JS）到操作空间(OS)的映射$P = FK(q)$

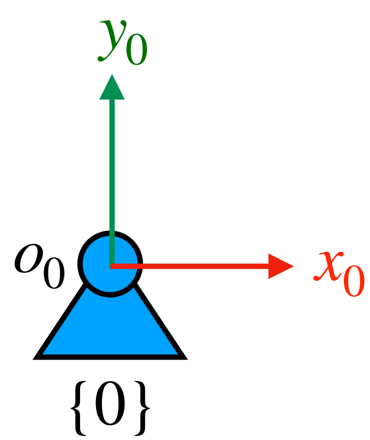


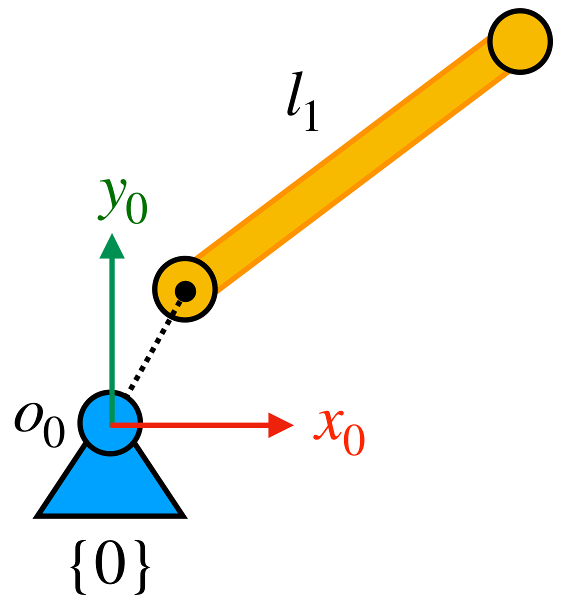
y_0
o_0
x_0
^0P_e
y_e
^0_eR
o_e
x_e



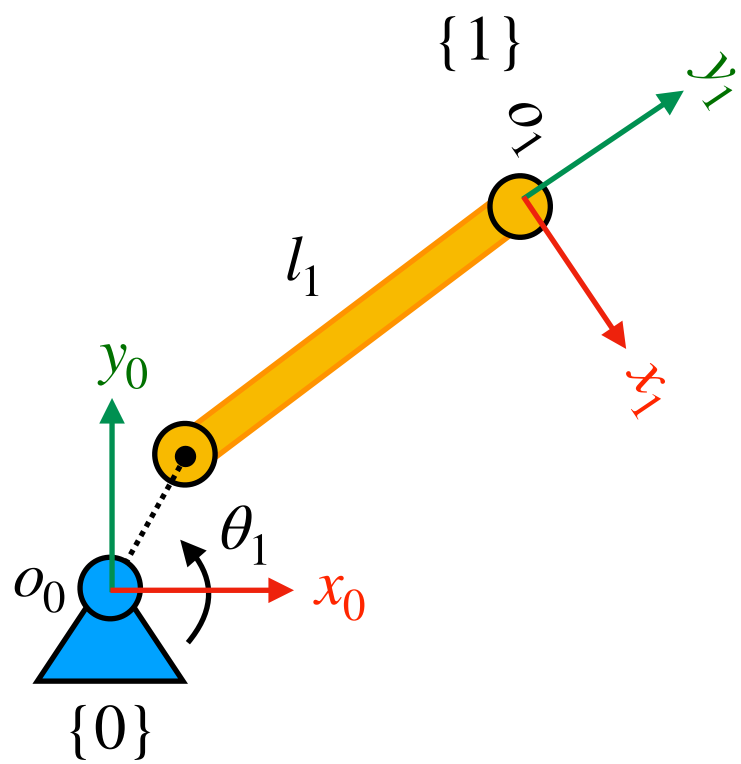
目标: 在基坐标系$\{0\}$下表示末端执行器坐标系$\{e\}$的位置和姿态。也就是，我们用机器人的各个关节叫表示$\{e\}$和$\{0\}$之间的齐次变换矩阵：

$$ {}^0_eT = \begin{bmatrix} {}^0_eR & {}^0P_e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} $$

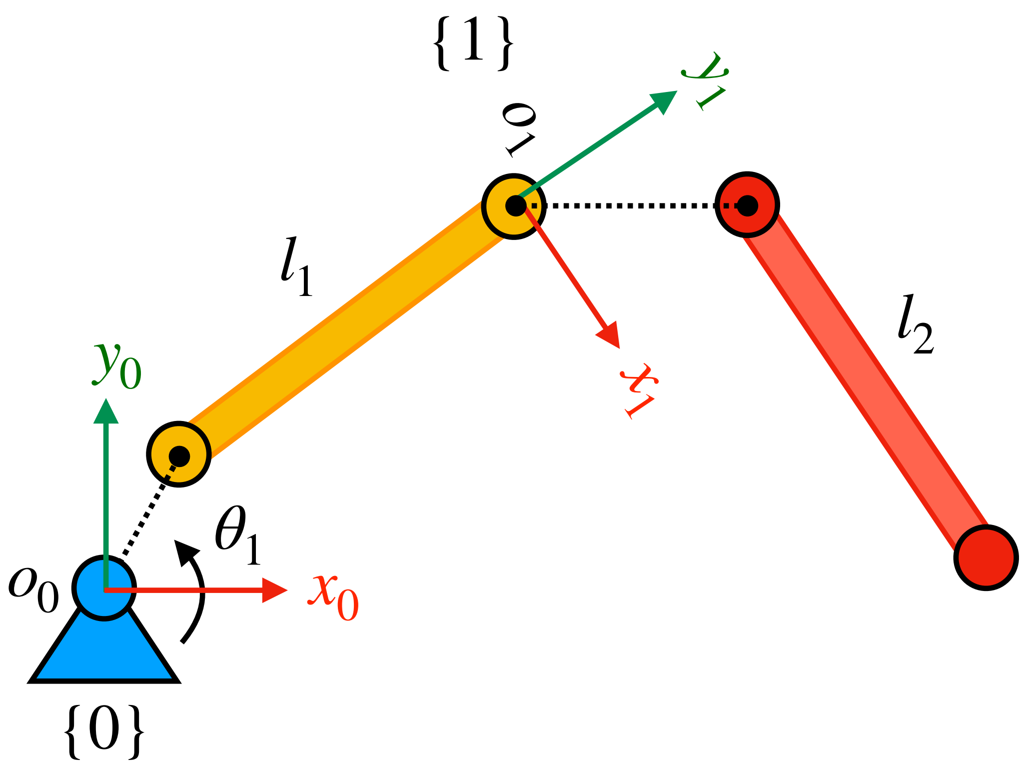

y_0
o_0
x_0
$\{0\}$

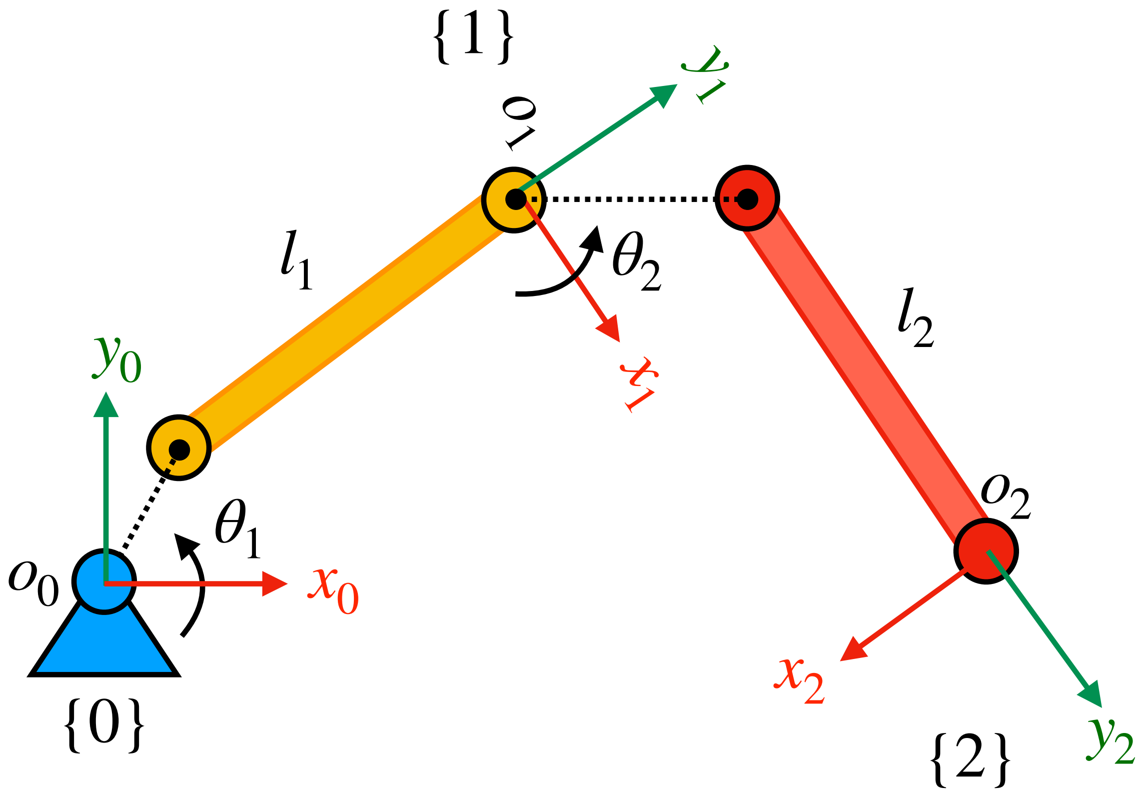


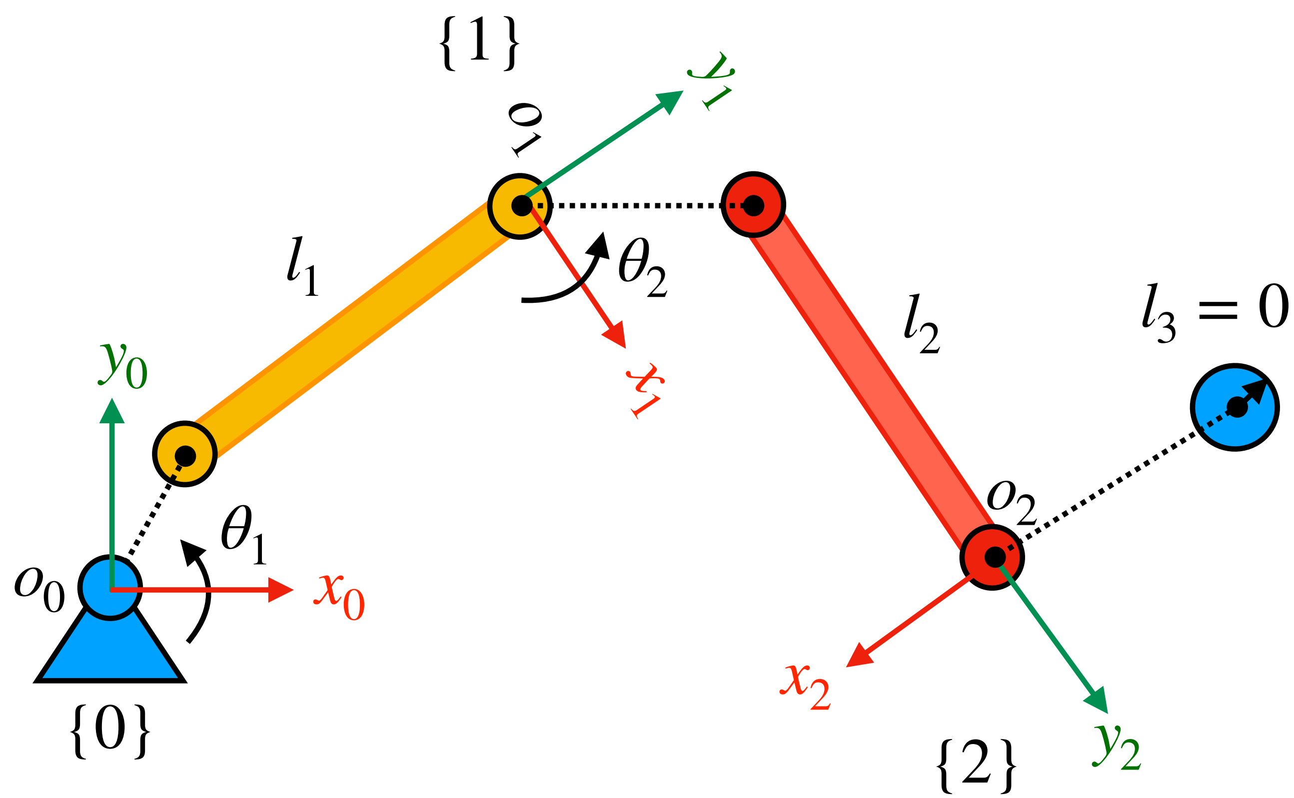
l_1
y_0
o_0
x_0
{0}

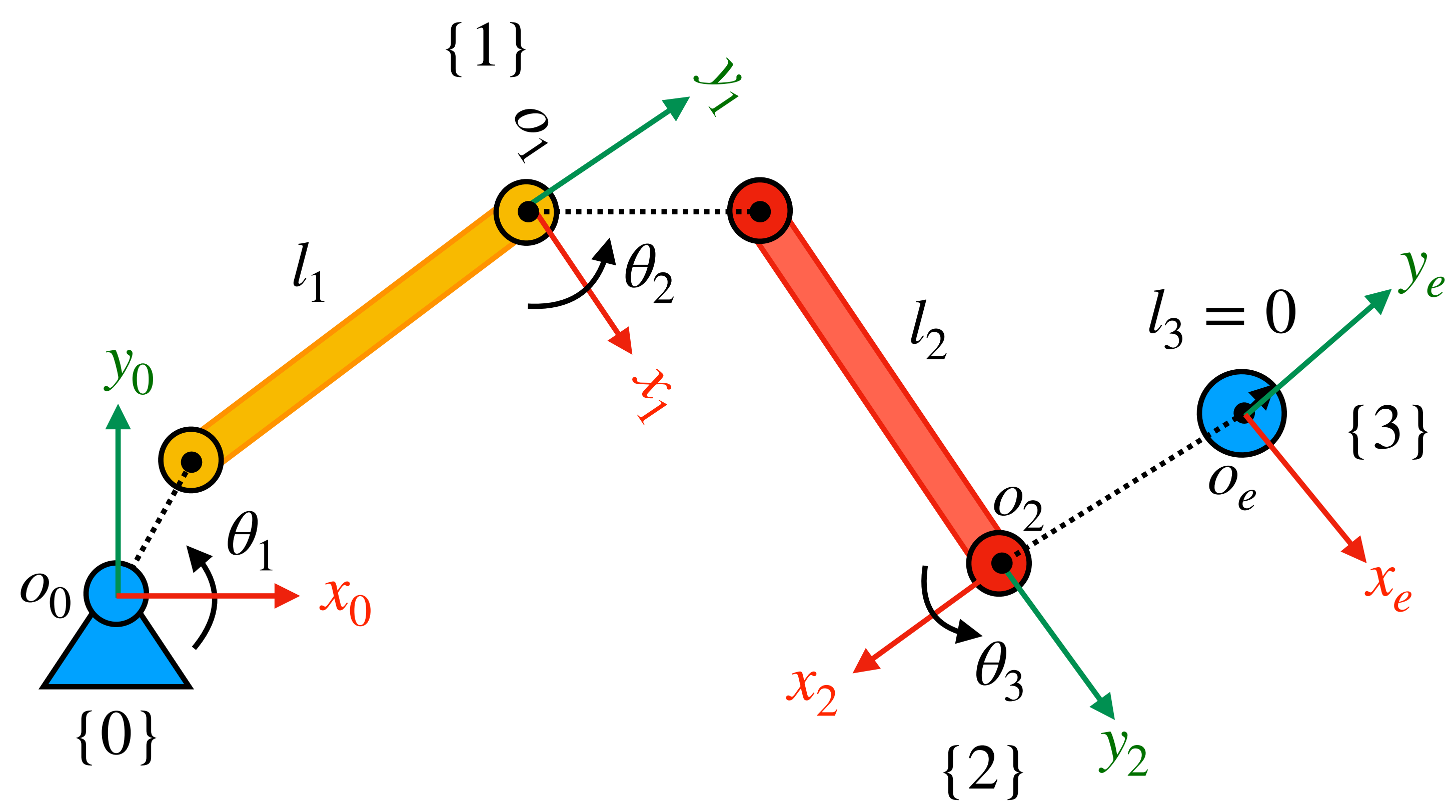


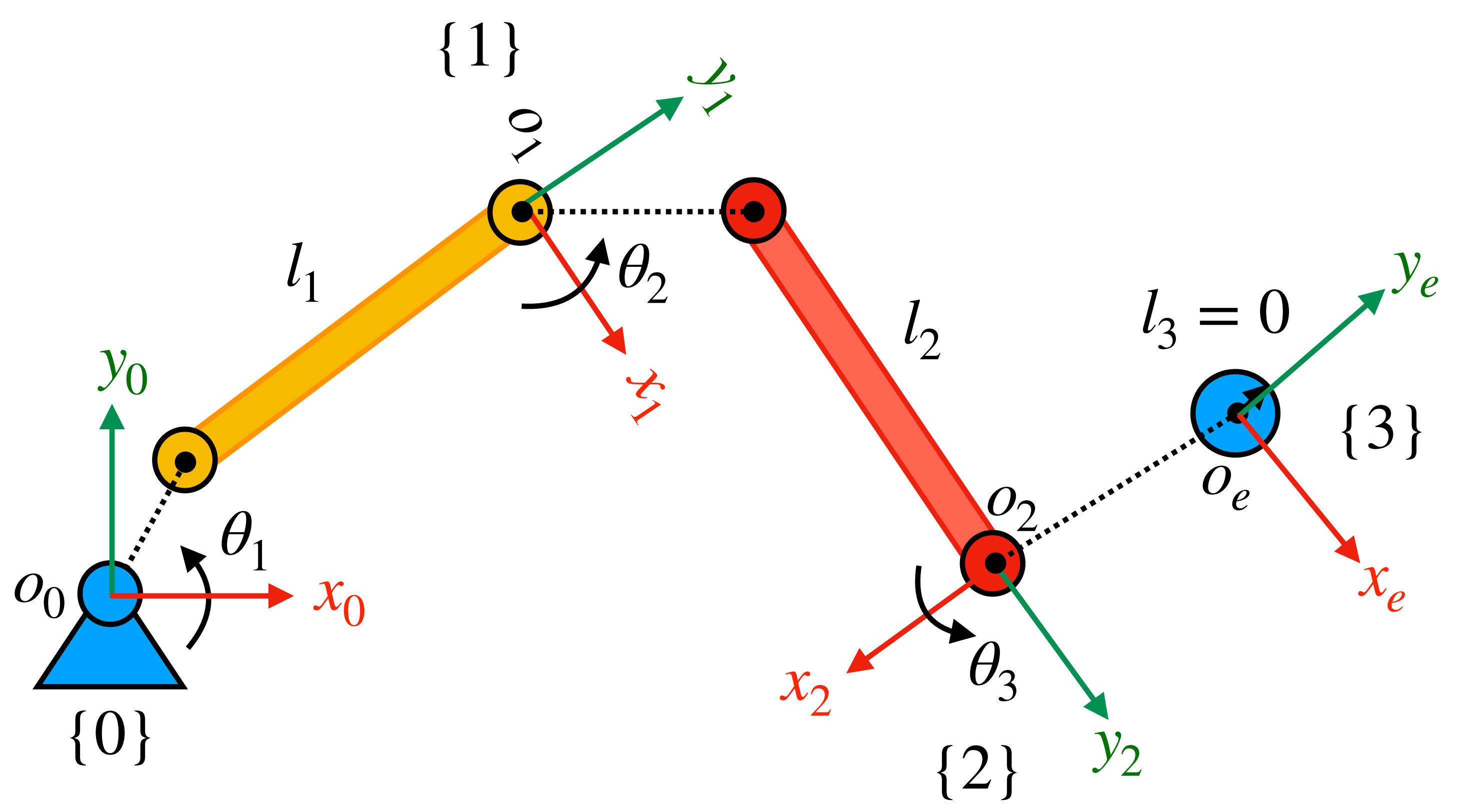
{1}
y_1
o_1
l_1
x_1
y_0
θ_1
o_0
x_0
{0}


{1}
y_1
o_1
l_1
l_2
x_1
y_0
θ_1
o_0
x_0
{0}


{1}
y_1
o_1
l_1
θ_2
l_2
x_1
y_0
o_2
θ_1
o_0
x_0
x_2
{0}
{2}
y_2


{1}
o_1
y_1
l_1
θ_2
x_1
l_2
$l_3 = 0$
y_0
θ_1
o_0
x_0
o_2
x_2
{0}
{2}
y_2


{1}
y_1
o_1
l_1
θ_2
x_1
l_2
y_e
$l_3 = 0$
y_0
{3}
o_2
o_e
θ_1
o_0
x_0
x_e
x_2
θ_3
{0}
{2}
y_2



解法：

① 序贯地为每一个连杆（刚性）建立一个固联的坐标系$\{i\}$；

② 并求取相邻坐标系之间的齐次变换矩阵${}^{i-1}_{i}T$；

③ 依据右乘的计算规则，求出：

$$ {}^{0}_{e}T = {}^{0}_{1}T(\theta_1){}^{1}_{2}T(\theta_2){}^{2}_{e}T(\theta_3) $$

机器人正运动学的DH方法（STDDH）和改进DH方法(MDH)

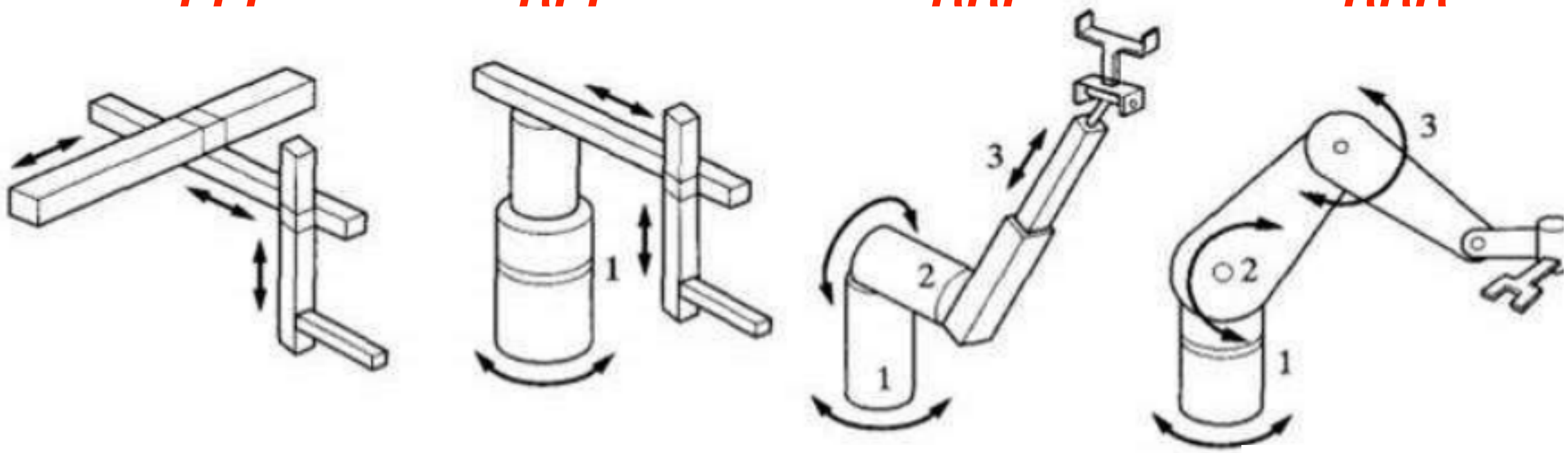
① *1955*年，*Denavit*和*Hartenberg*(迪纳维特和哈坦伯格)提出一种采用*4*个参数描述相邻两个坐标系的建模方法，逐步被工业界接受为机器人的标准建模方法－标准*DH*。

② *1986*年*Khalil*， *Kleinfinger*提出了改进的*DH*方法，将与连杆相固联的坐标系和驱动轴绑定，解决了此前标准*DH*方法在应用上出现的一些问题。

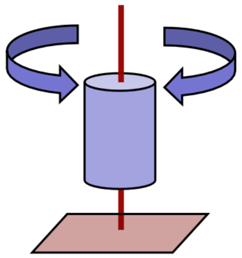
③ 同学们在参考机器人学相关书籍时，请注意区分该书所采用的是标准*DH*方法还是改进的*DH*方法。

机器人构型和关节

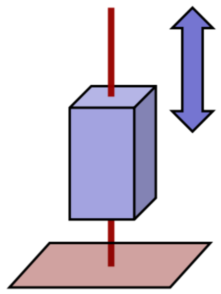
PPP	RPP	RRP	RRR



直角坐标（笛卡儿）	圆柱坐标	球体坐标	关节型

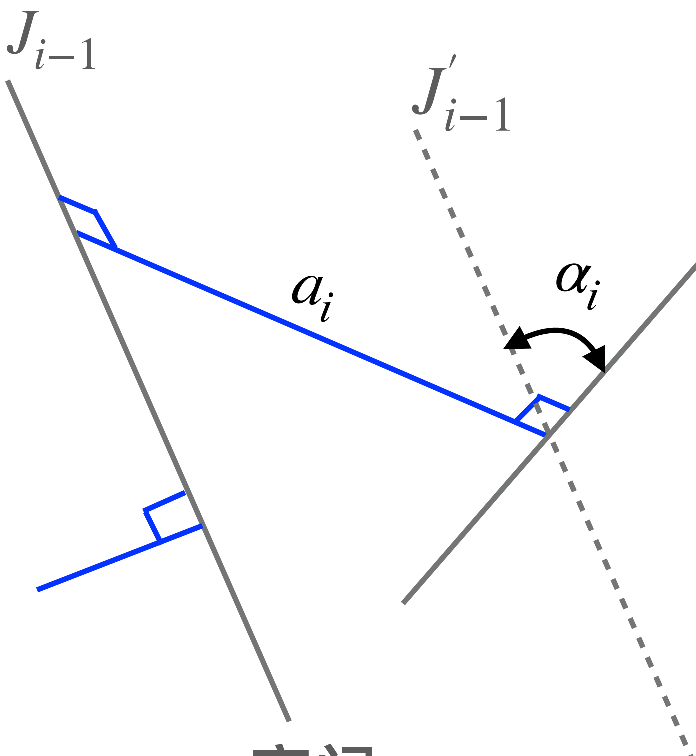


+

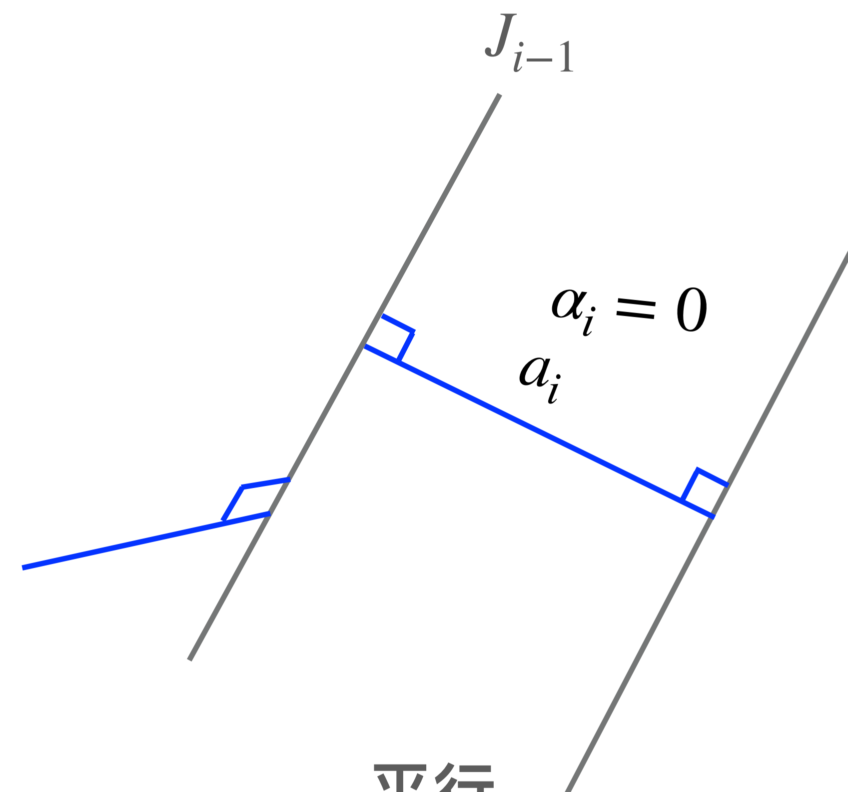


回转（*Revolution*）　　移动（*Primatic*）

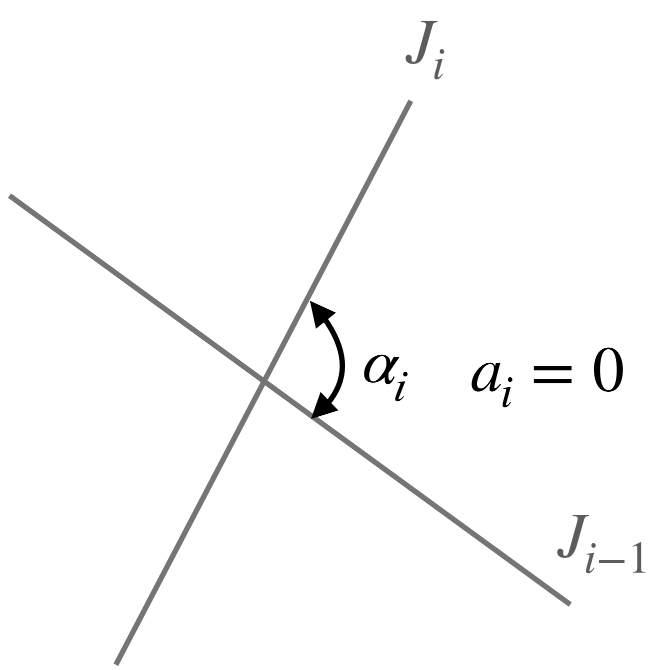
标准DH方法



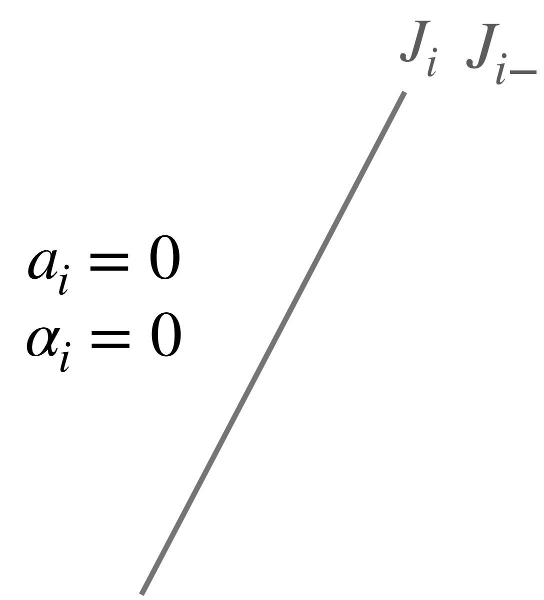
空间



平行



相交

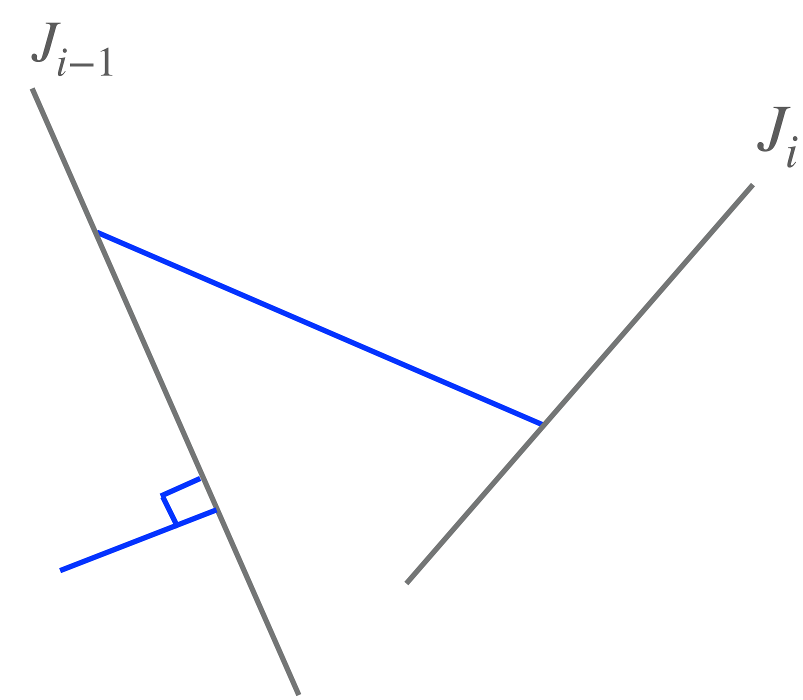


重合

标准DH方法

标准DH方法

$$ {}^{i-1}_{\ \ i}T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} $$



① **需要6个元素：坐标变换矩阵3个+坐标系平移分量3个；**

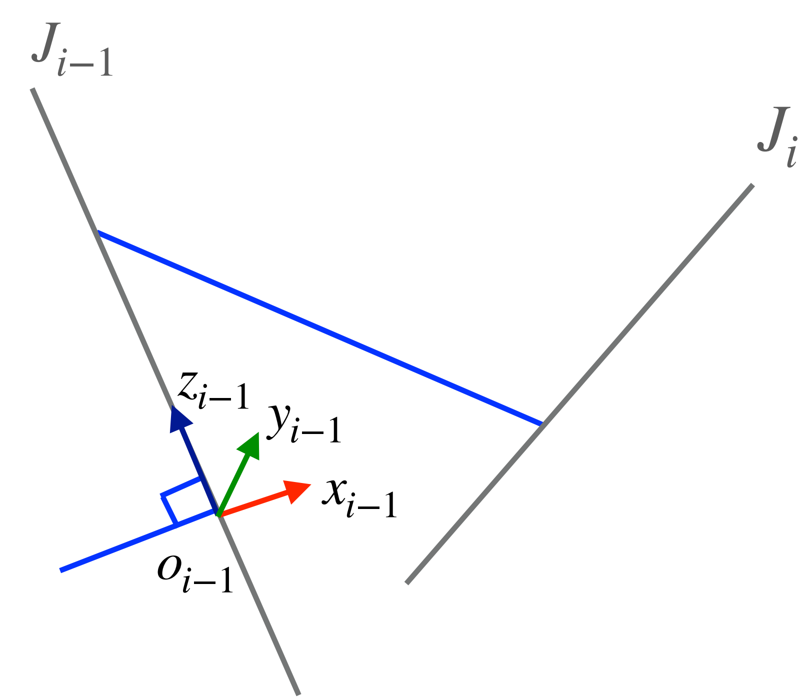
② **DH方法只需要依次做4次基础齐次坐标变换矩阵，每次做1个平移或1个旋转，即做4次基础齐次坐标变换，4次中只有1个关节变量。**

标准DH方法

$$ {}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} $$

① 需要**6**个元素：坐标变换矩阵**3**个+坐标系平移分量**3**个；

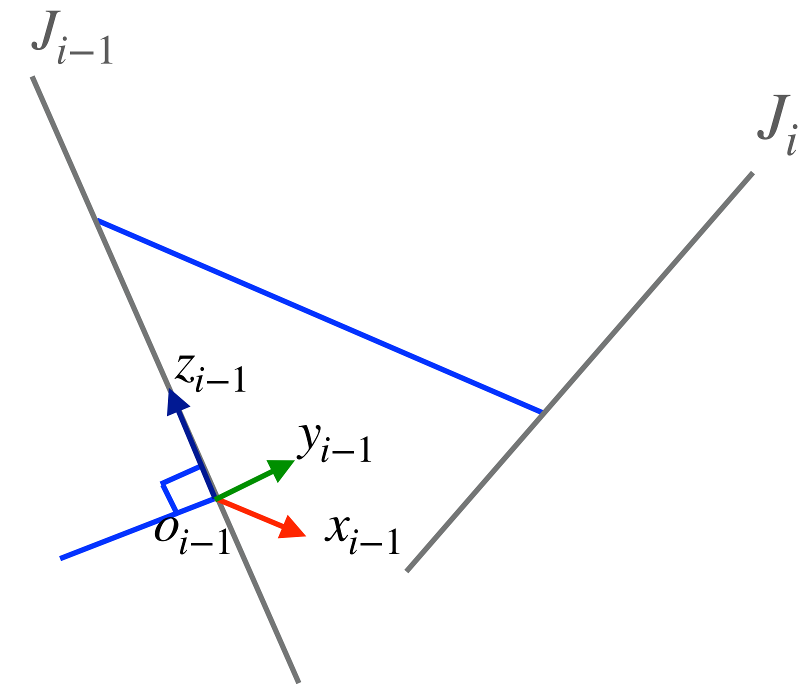
② DH方法只需要依次做**4**次基础齐次坐标变换矩阵，每次做1个平移或1个旋转，即做**4**次基础齐次坐标变换，**4**次中只有**1**个关节变量。



Σ_{i-1}

标准DH方法

$$ {}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} $$



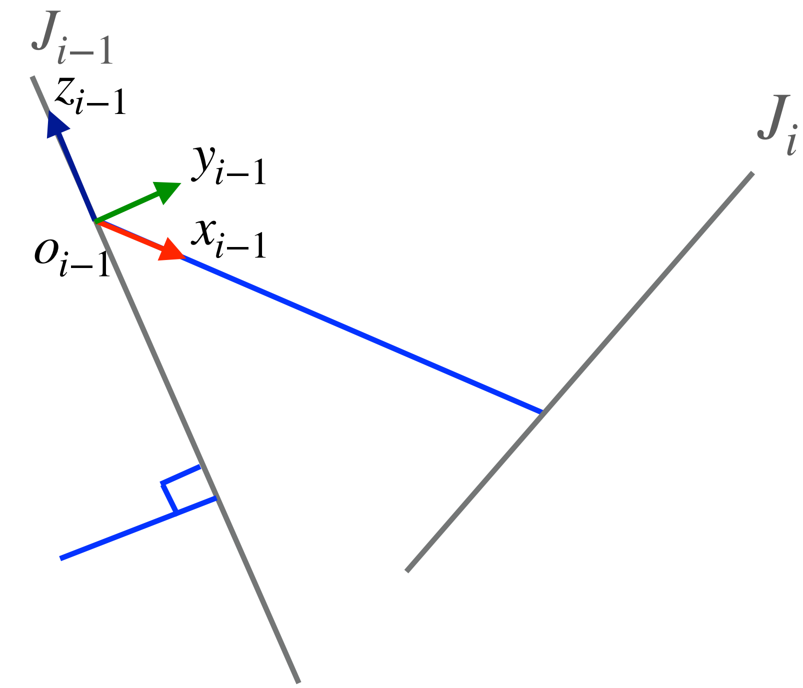
① 需要6个元素：坐标变换矩阵3个+坐标系平移分量3个；

② DH方法只需要依次做4次基础齐次坐标变换矩阵，每次做1个平移或1个旋转，即做4次基础齐次坐标变换，4次中只有1个关节变量。

$$ \Sigma_{i-1} \xrightarrow{Rot_z(\theta)} \Sigma_{i-1}^{\theta} $$

标准DH方法

$$ {}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} $$



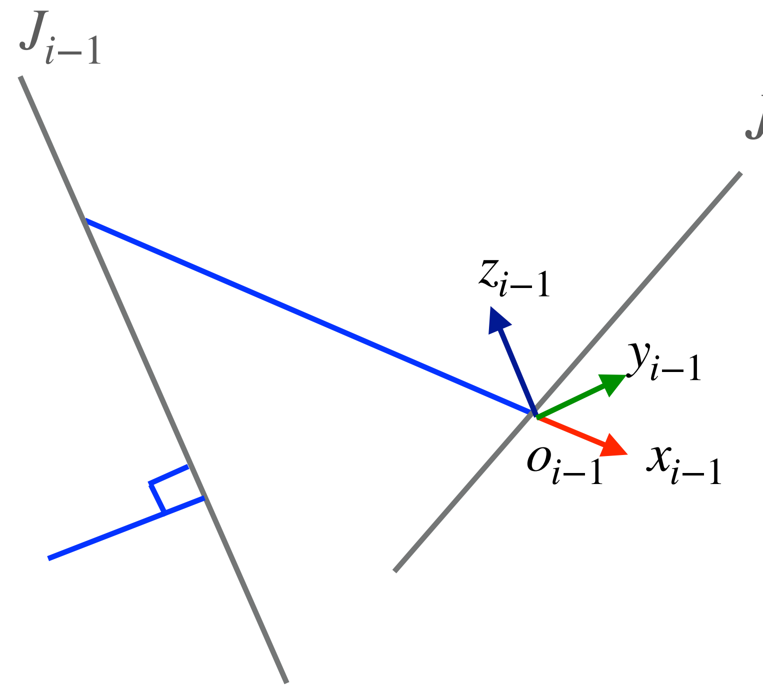
① **需要6个元素：坐标变换矩阵3个+坐标系平移分量3个；**

② **DH方法只需要依次做4次基础齐次坐标变换矩阵，每次做1个平移或1个旋转，即做4次基础齐次坐标变换，4次中只有1个关节变量。**

$$ \Sigma_{i-1} \xrightarrow{Rot_z(\theta)} \Sigma_{i-1}^{\theta} \xrightarrow{Trans_z(d)} \Sigma_{i-1}^{d} $$

标准DH方法

$$ {}^{i-1}_{\ \ i}T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} $$



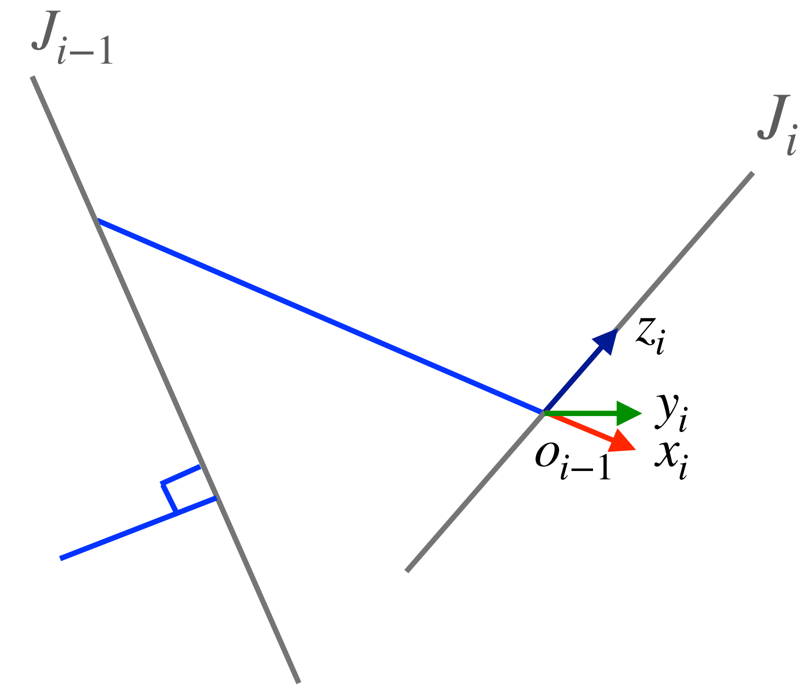
① 需要6个元素：坐标变换矩阵3个+坐标系平移分量3个；

② DH方法只需要依次做4次基础齐次坐标变换矩阵，每次做1个平移或1个旋转，即做4次基础齐次坐标变换，4次中只有1个关节变量。

$$ \Sigma_{i-1} \xrightarrow{Rot_z(\theta)} \Sigma_{i-1}^{\theta} \xrightarrow{Trans_z(d)} \Sigma_{i-1}^{d} \xrightarrow{Trans_x(a)} \Sigma_{i-1}^{a} $$

标准DH方法

$$ {}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} $$



① 需要6个元素：坐标变换矩阵3个+坐标系平移分量3个；

② DH方法只需要依次做4次基础齐次坐标变换矩阵，每次做1个平移或1个旋转，即做4次基础齐次坐标变换，4次中只有1个关节变量。

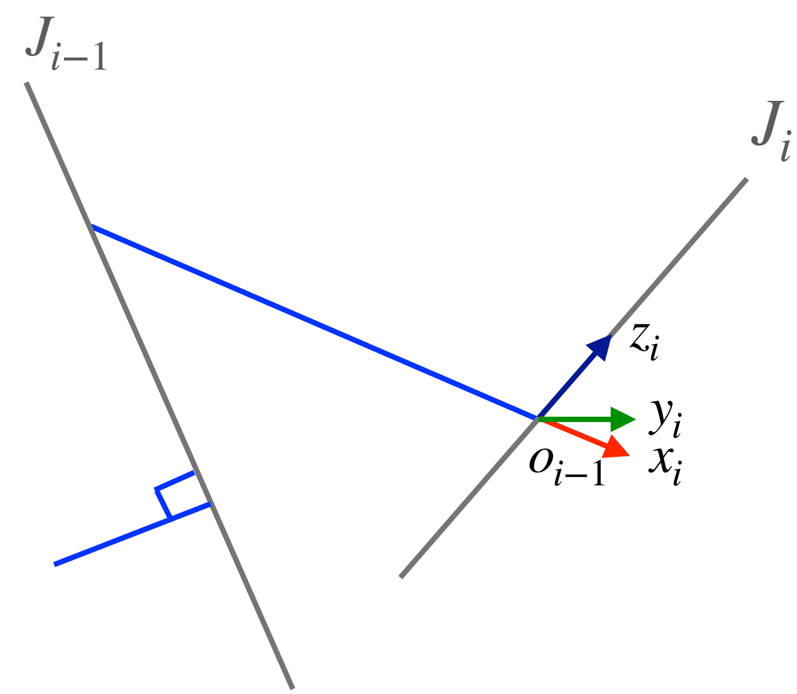
$$ \Sigma_{i-1} \xrightarrow{Rot_z(\theta)} \Sigma_{i-1}^{\theta} \xrightarrow{Trans_z(d)} \Sigma_{i-1}^{d} \xrightarrow{Trans_x(a)} \Sigma_{i-1}^{a} \xrightarrow{Rot_x(\alpha)} \Sigma_i \ (\Sigma_{i-1}^{\alpha}) $$

标准DH方法

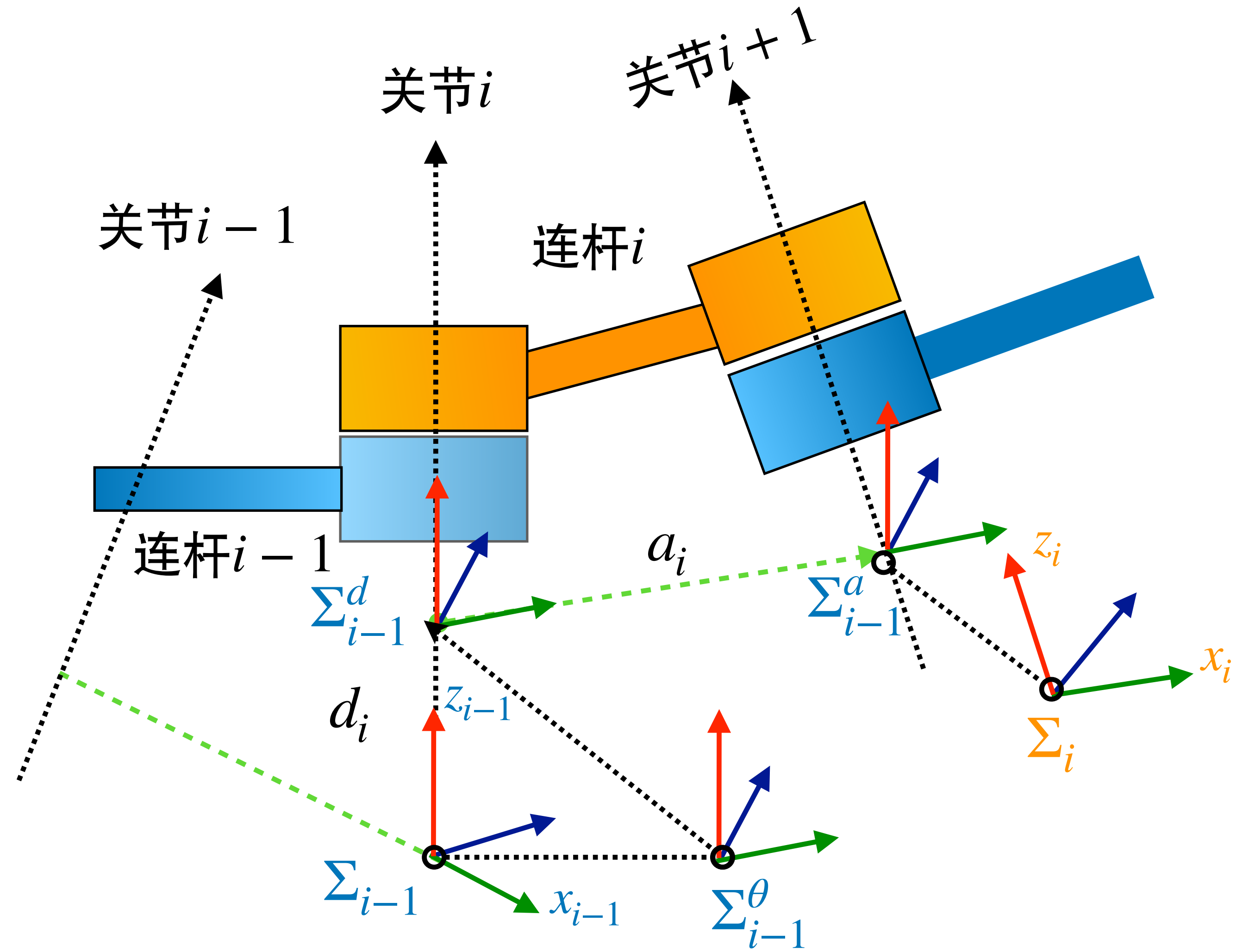
$$
{}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

① 需要**6**个元素：坐标变换矩阵**3**个+坐标系平移分量**3**个；

② DH方法只需要依次做**4**次基础齐次坐标变换矩阵，每次做1个平移或1个旋转，即做**4**次基础齐次坐标变换，**4**次中只有**1**个关节变量。



$$
\begin{tikzcd} \Sigma_{i-1} \arrow[r, "Rot_z(\theta)"] \arrow[rrrr, bend right, "{}^{i-1}_{i}T"'] & \Sigma^{\theta}_{i-1} \arrow[r, "Trans_z(d)"] & \Sigma^{d}_{i-1} \arrow[r, "Trans_x(a)"] & \Sigma^{a}_{i-1} \arrow[r, "Rot_x(\alpha)"] & \Sigma_i \ (\Sigma^{\alpha}_{i-1}) \end{tikzcd}
$$



连杆+坐标系

$$\begin{tikzcd}
\Sigma_{i-1} \arrow[r, "Rot_z(\theta)"] \arrow[rrrr, bend right, "{}^{i-1}_{i}T"'] & \Sigma^\theta_{i-1} \arrow[r, "Trans_z(d)"] & \Sigma^d_{i-1} \arrow[r, "Trans_x(a)"] & \Sigma^a_{i-1} \arrow[r, "Rot_x(\alpha)"] & \Sigma_i \ (\Sigma^\alpha_{i-1})
\end{tikzcd}$$

坐标变换过程

$${}^{i-1}_{i}T = Rot_z(\theta) \cdot Trans_z(d) \cdot Trans_x(a) \cdot Rot_x(\alpha)\text{或}$$

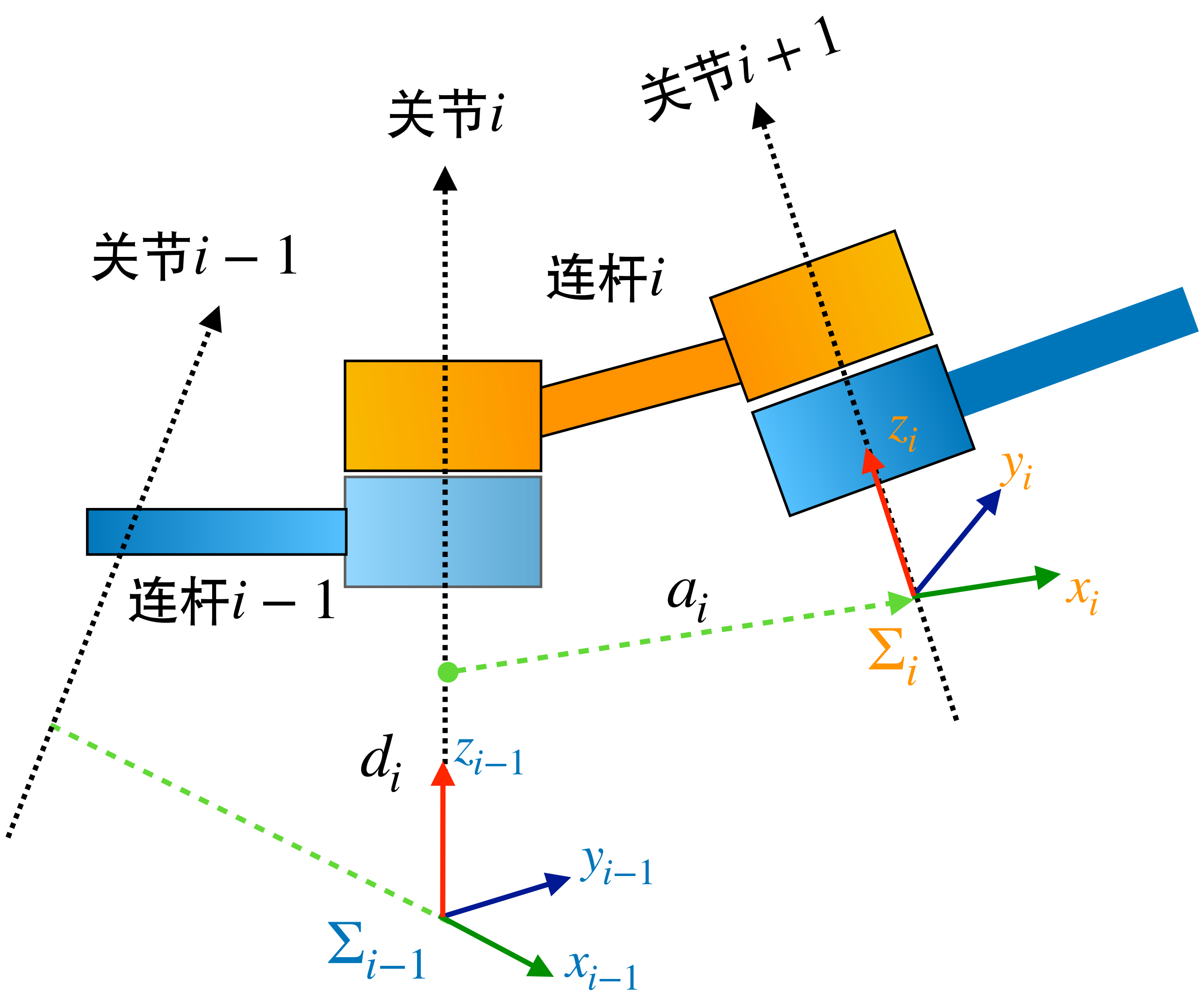
$${}^{i-1}_{i}T = Trans_z(d) \cdot Rot_z(\theta) \cdot Trans_x(a) \cdot Rot_x(\alpha)\text{或}$$

$${}^{i-1}_{i}T = Trans_z(d) \cdot Rot_z(\theta) \cdot Rot_x(\alpha) \cdot Trans_x(a)\text{或}$$

$${}^{i-1}_{i}T = Rot_z(\theta) \cdot Trans_z(d) \cdot Rot_x(\alpha) \cdot Trans_x(a)$$

变换种类

DH方法



① **连杆：**从底座开始，每一个刚体做为一个连杆，从0到n，共$n+1$个;

② **关节：**连接两个杆件的部分，分成旋转关节和滑动关节两类，共n个；

③ **坐标系：**坐标系$\{i\}$与连杆i固联，其z轴是关节$i+1$的轴线，从0到n，共$n+1$个（其中特殊的是基坐标系$\{0\}$和末端坐标系$\{n\}$）。

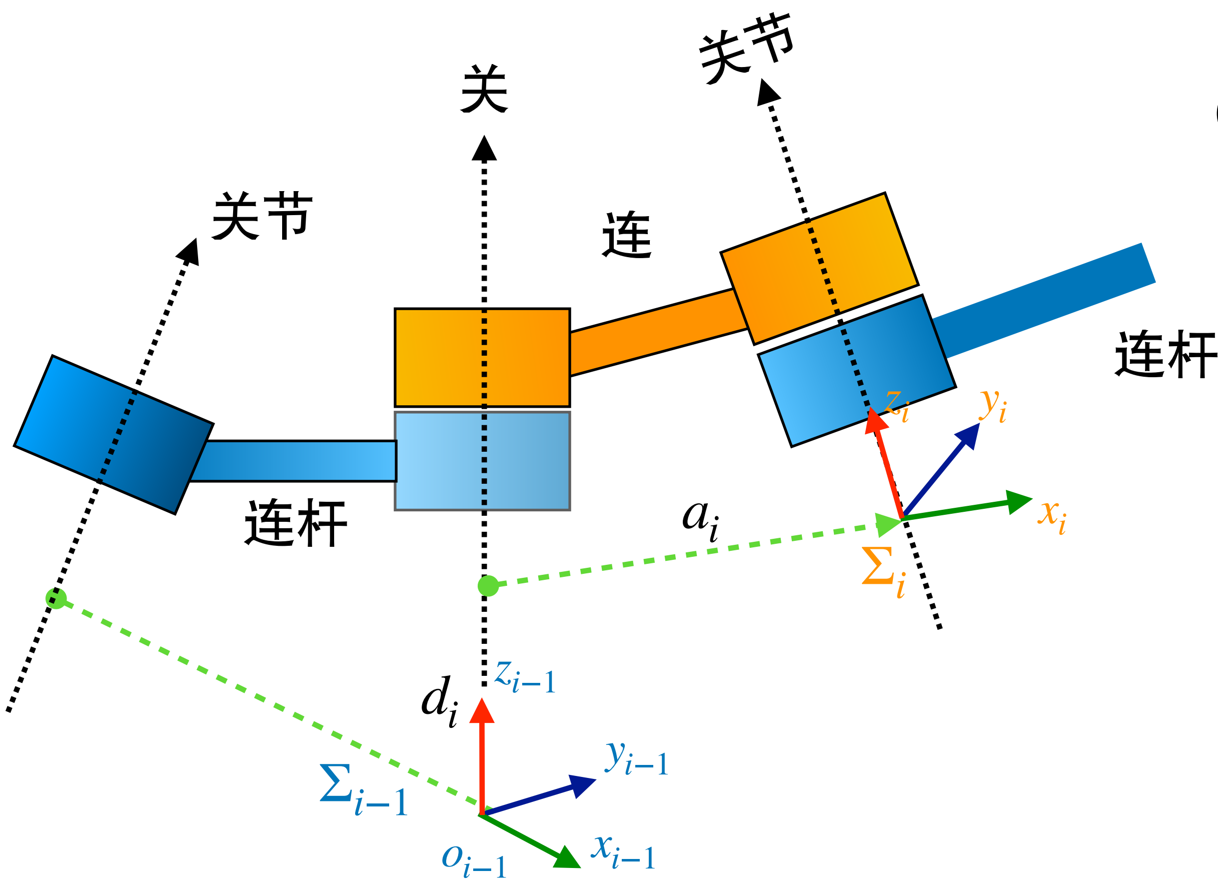
DH参数：

① 关节角度 (θ_i)：旋转关节的关节变量，表示$\{i-1\}$绕关节i（z_{i-1}轴）转动的角度；

② 连杆偏移 (d_i)：滑动关节的关节变量，表示$\{i-1\}$沿关节i（z_{i-1}轴）移动的距离；

③ 连杆长度 (a_i)：相邻坐标轴z_{i-1}和z_i之间的距离；

④ 连杆扭角 (α_i)：$\{i-1\}$相对于x'_{i-1}（x_i）的扭转的角度；



① z轴：旋转关节的z轴按右手规则，转角θ为关节变量；移动关节的z轴为沿关节轴线运动方向，连杆偏移d为关节变量。

② x轴：

① 情况1（z_{i-1}与z_i轴不平行也不相交）：取两z轴公垂线方向作为x_i轴方向；

② 情况2（z_{i-1}与z_i轴平行）：挑选与前一关节的公垂线共线的一条公垂线。

③ 情况3（z_{i-1}与z_i轴相交）：取$z_i \times z_{i-1}$的叉积方向作为轴。

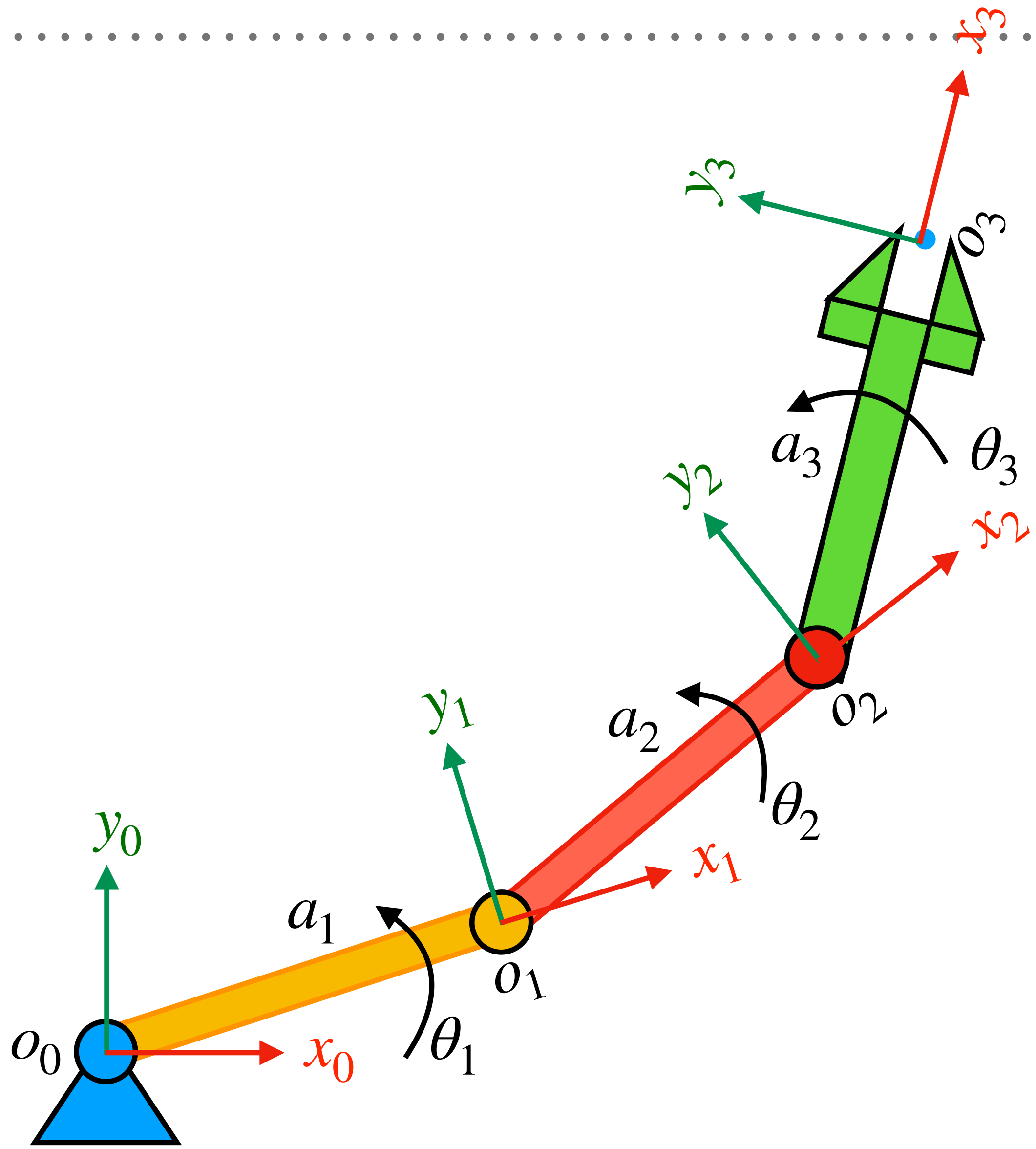
④ 情况4（z_{i-1}与z_i轴重合）：自定x轴

③ y轴：取x轴、z轴叉积方向（右手）。

④ 末端：执行器Σ_n的z轴与z_{n-1}平行。

⑤ 基座：Σ_0的原点在Z_0轴上取适当点。

平面三自由度机器人示例



连杆	theta	d	a	alpha
1	theta1	0	a1	0
2	theta2	0	a2	0
3	theta3	0	a3	0

$$^0_1T = TR_z(\theta_1)\cdot TT_x(a_1)$$
$$^1_2T = TR_z(\theta_2)\cdot TT_x(a_2)$$
$$^2_3T = TR_z(\theta_3)\cdot TT_x(a_3)$$

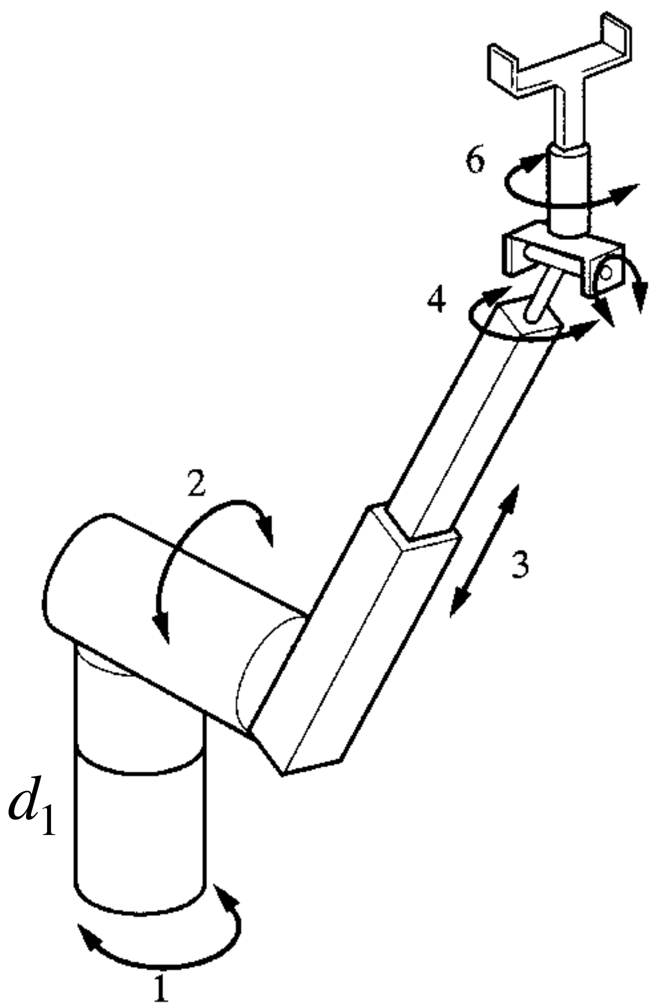
$$^0_3T = {}^0_1T(\theta_1)\cdot {}^1_2T(\theta_1)\cdot {}^2_3T(\theta_1)$$

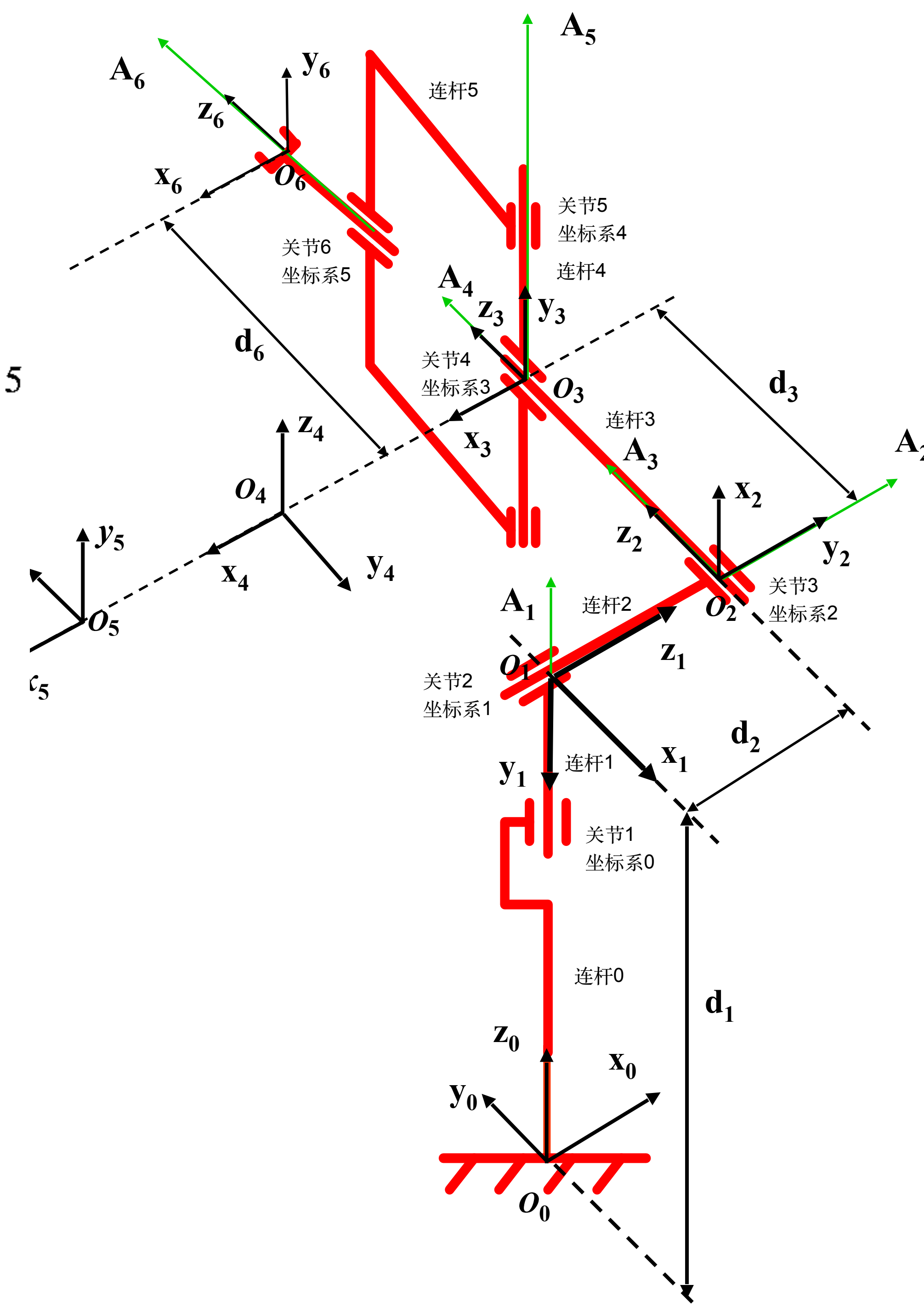
平面机器人是三个回转关节：

① z轴都垂直指向直面之外；

② Σ_1，Σ_2和Σ_3的x轴都沿着连杆的长轴方向。

STANFORD机器人的正运动学

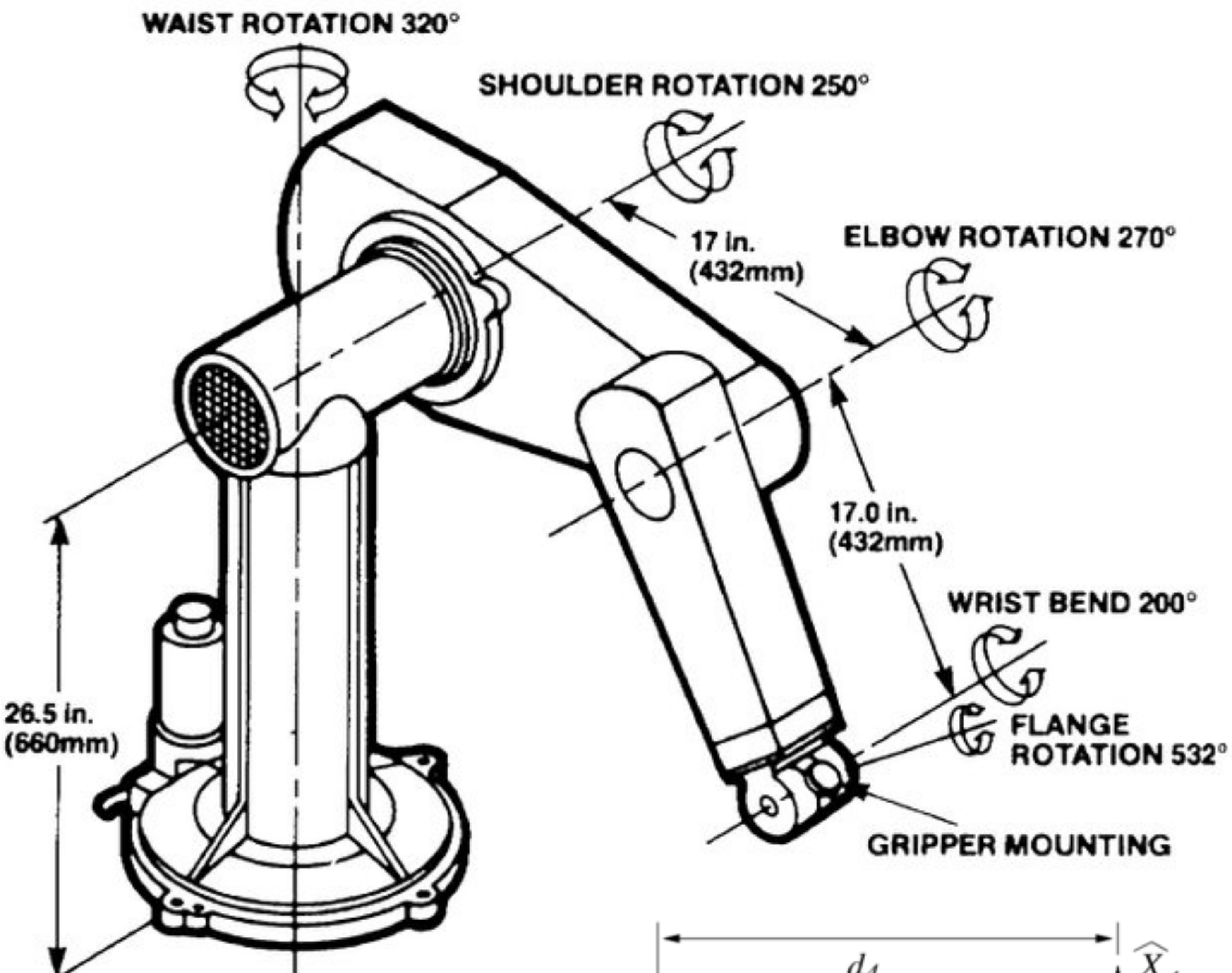


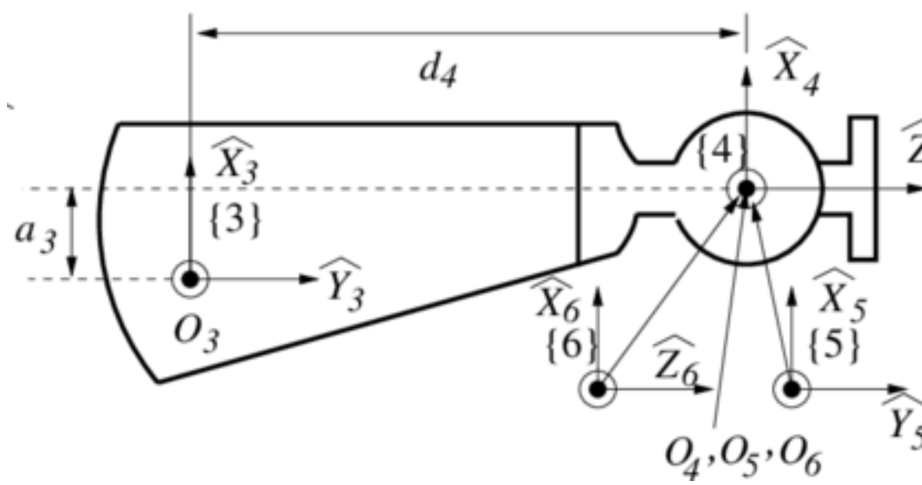


Stanford 机器人的杆件坐标参数

关节 i	θ_i	α_i	a_i	d_i
1	$\theta_1=-90$	-90	0	d_1
2	$\theta_2=-90$	90	0	d_2
3	-90	0	0	d_3
4	$\theta_4=0$	-90	0	0
5	$\theta_5=0$	90	0	0
6	$\theta_6=0$	0	0	d_6

PUMA560机器人的正运动学

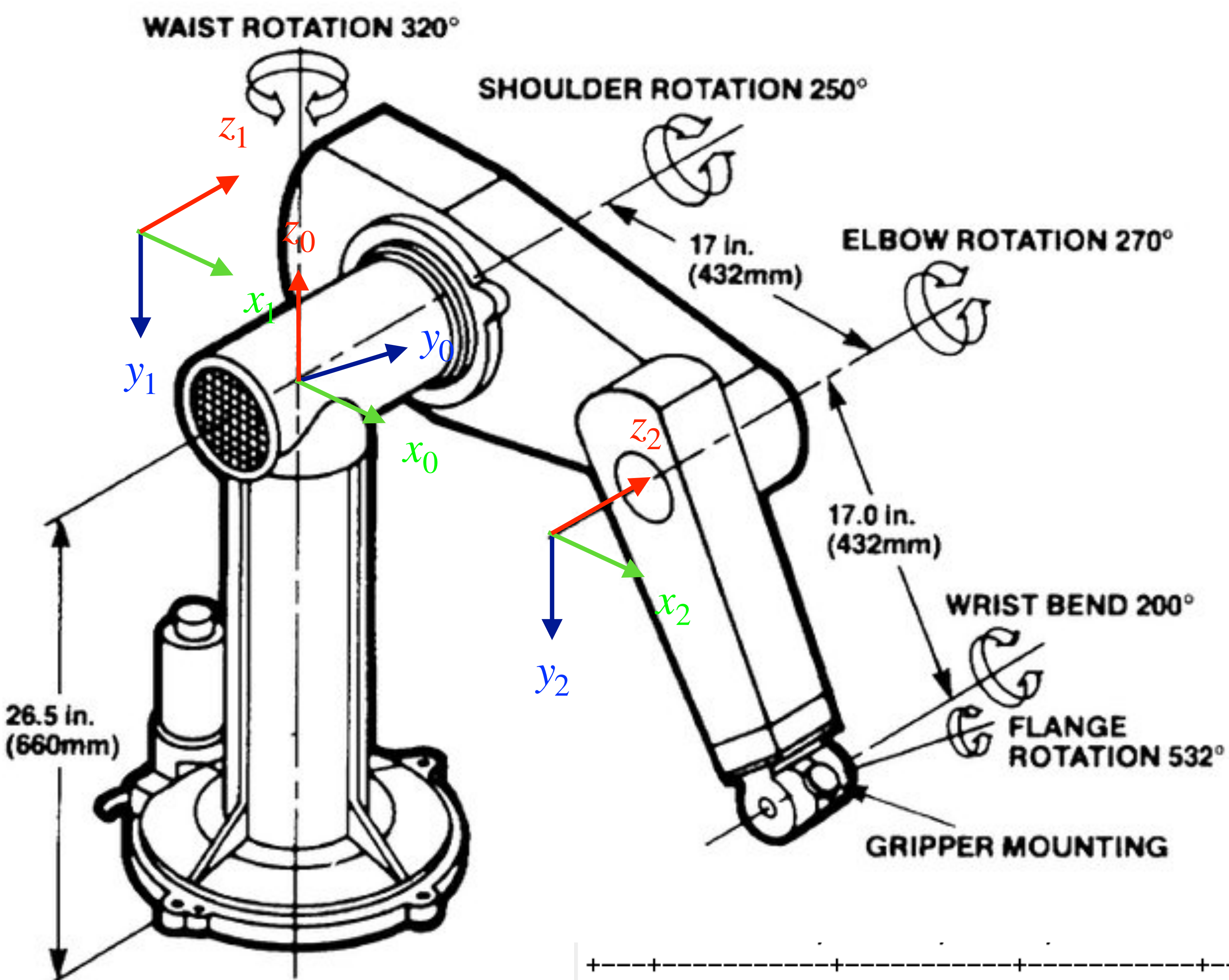


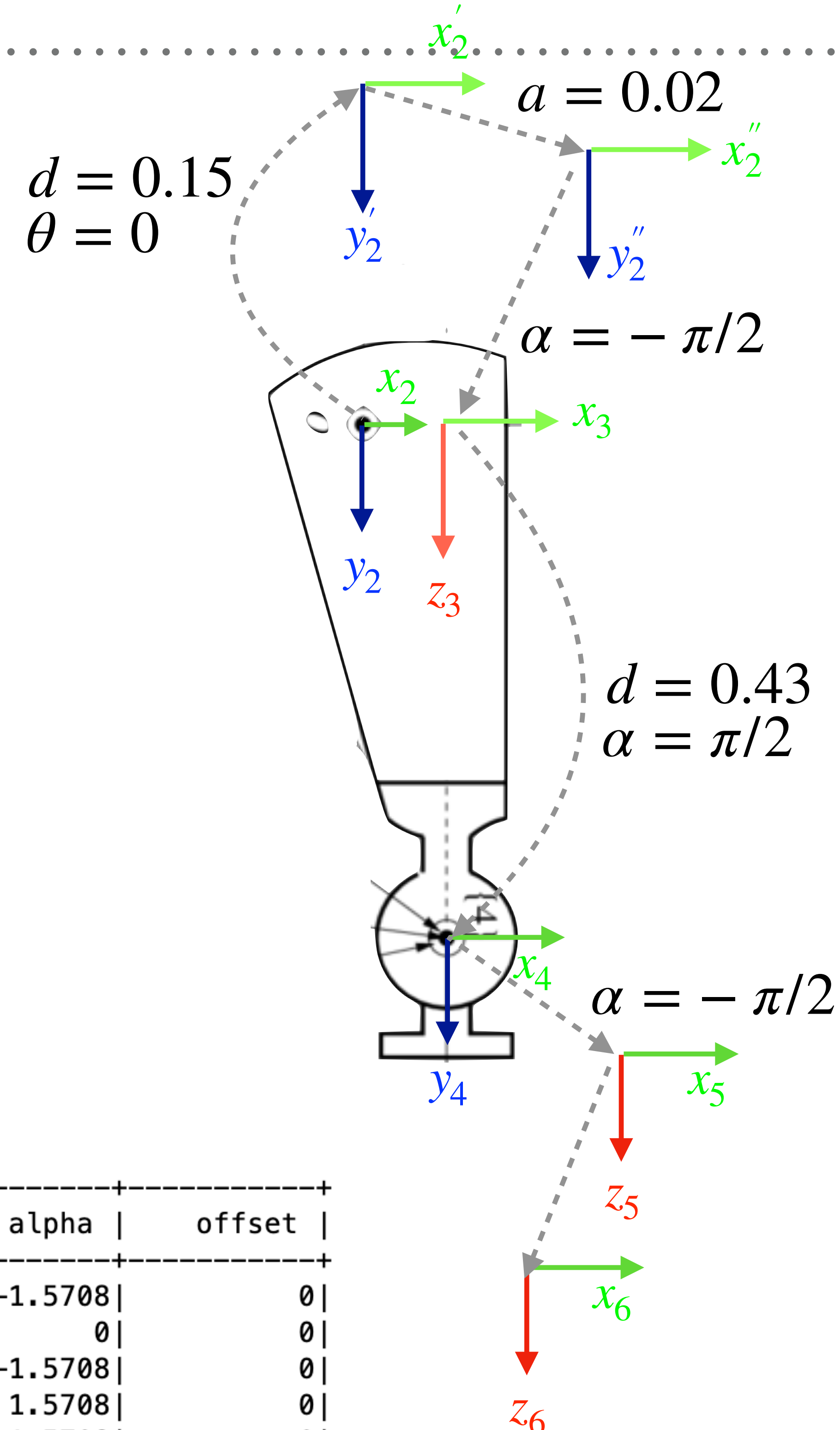


Left Down

Right Up

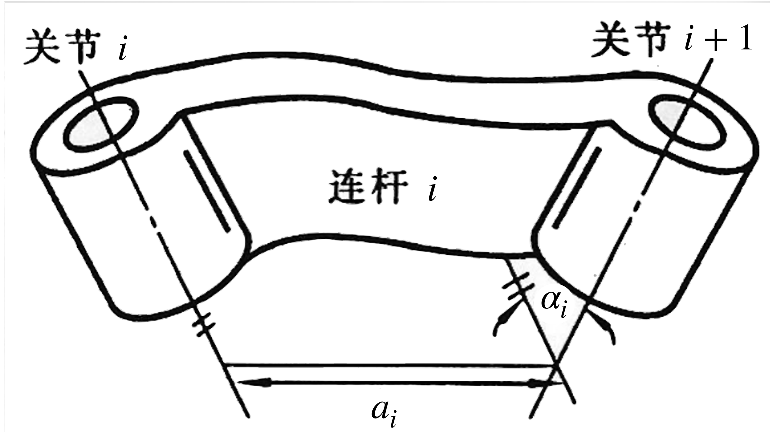
PUMA560机器人的正运动学

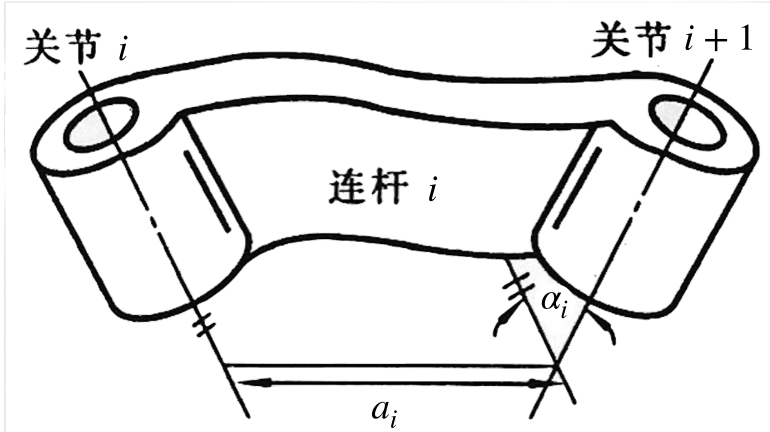




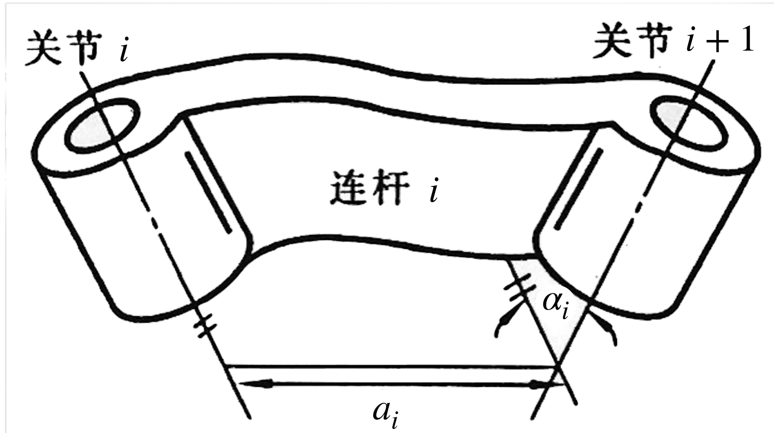
初始位型：Left Down

j	theta	d	a	alpha	offset
1	q1	0	0	-1.5708	0
2	q2	0	0.4318	0	0
3	q3	0.1505	0.0203	-1.5708	0
4	q4	0.4318	0	1.5708	0
5	q5	0	0	-1.5708	0
6	q6	0	0	0	0


关节 i
关节 $i+1$
连杆 i
α_i
a_i

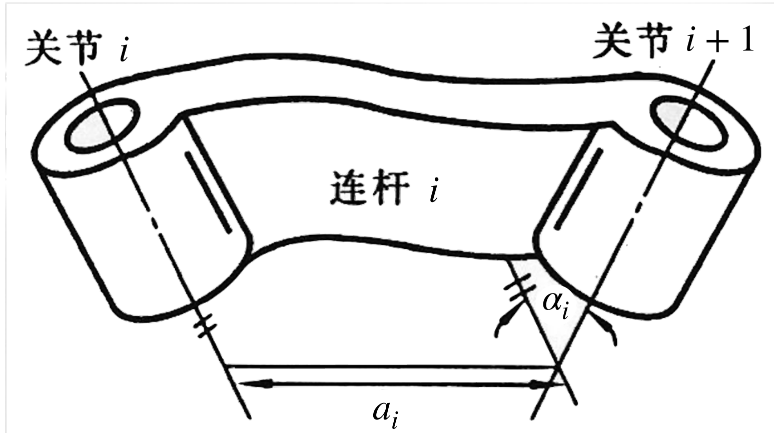


目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。



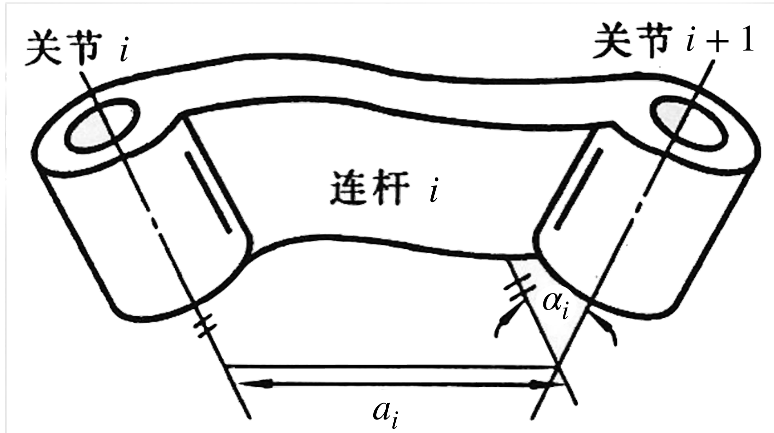
目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：



目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。
做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

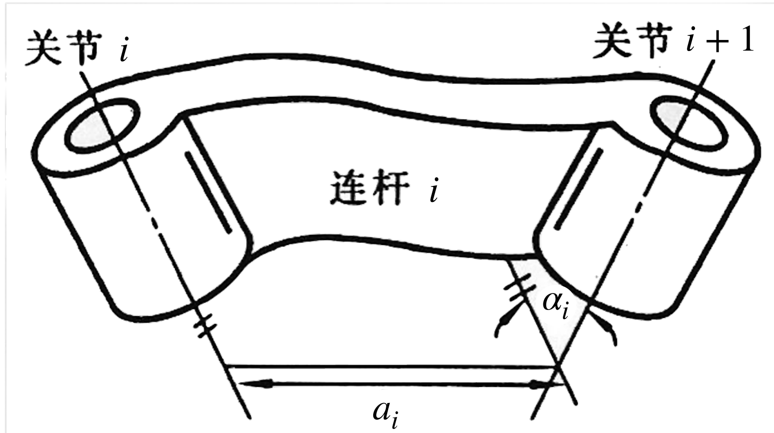


目标：找到Σ_0~Σ_n共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；



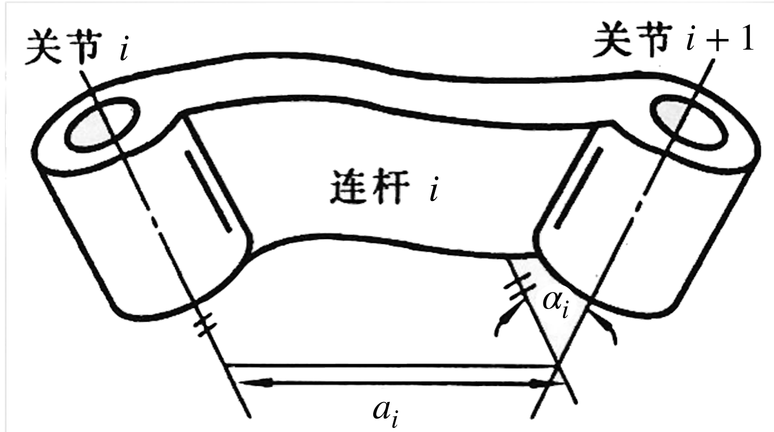
目标：找到Σ_0～Σ_n共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了Σ_{i-1}～Σ_i的四个基础变换；



目标：找到Σ_0～Σ_n共$n+1$个坐标系。

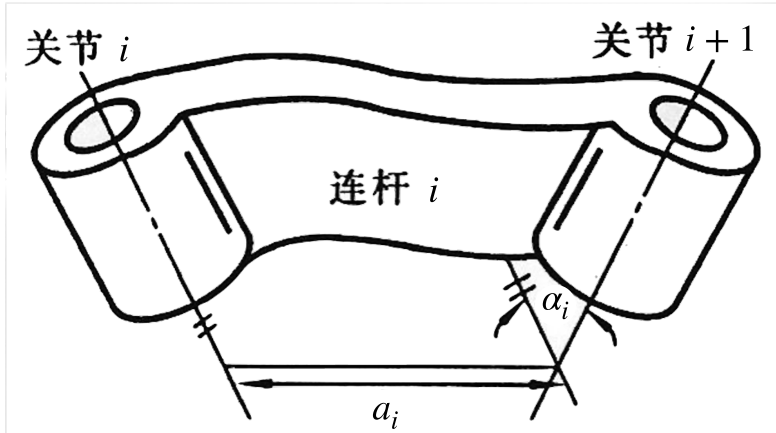
做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了Σ_{i-1}～Σ_i的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；



目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

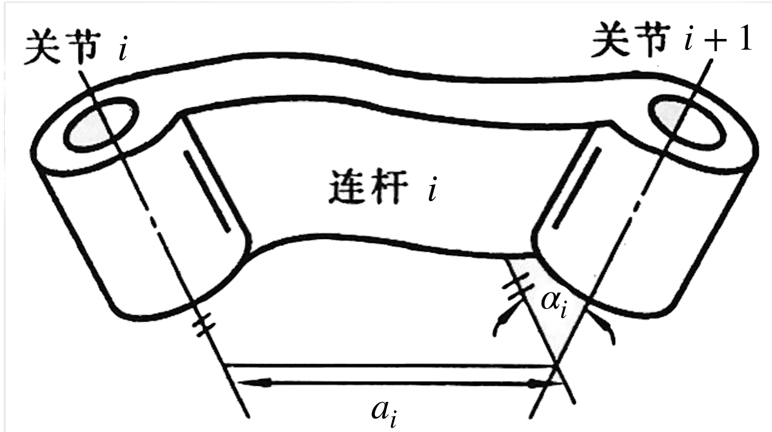
① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；



目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

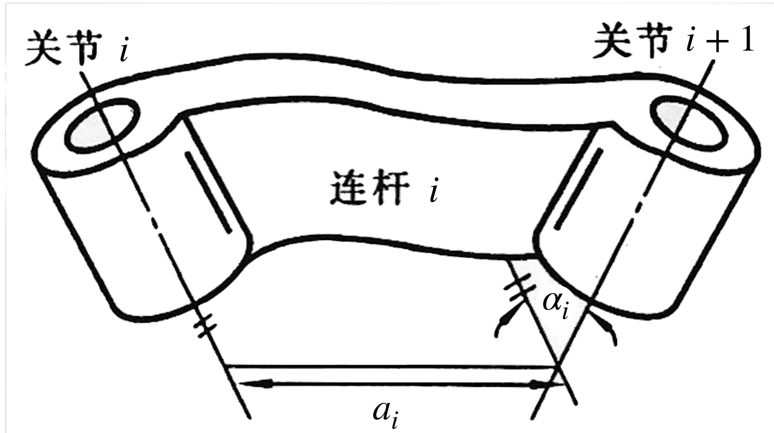
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{\ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

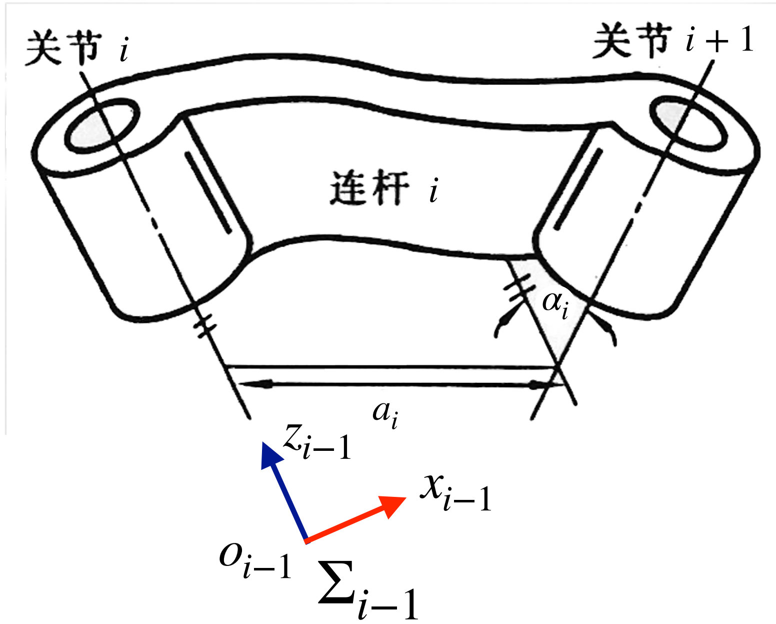
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$
{}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times 1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times 1} & 1 \end{bmatrix}
$$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

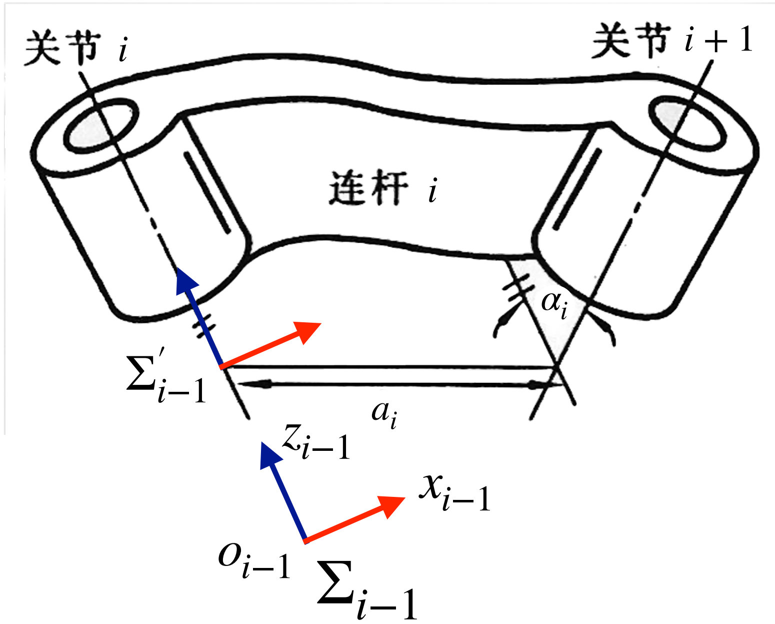
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{\ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \mathbf{0}_{3\times 1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{0}_{3\times 1} & 1 \end{bmatrix} $$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

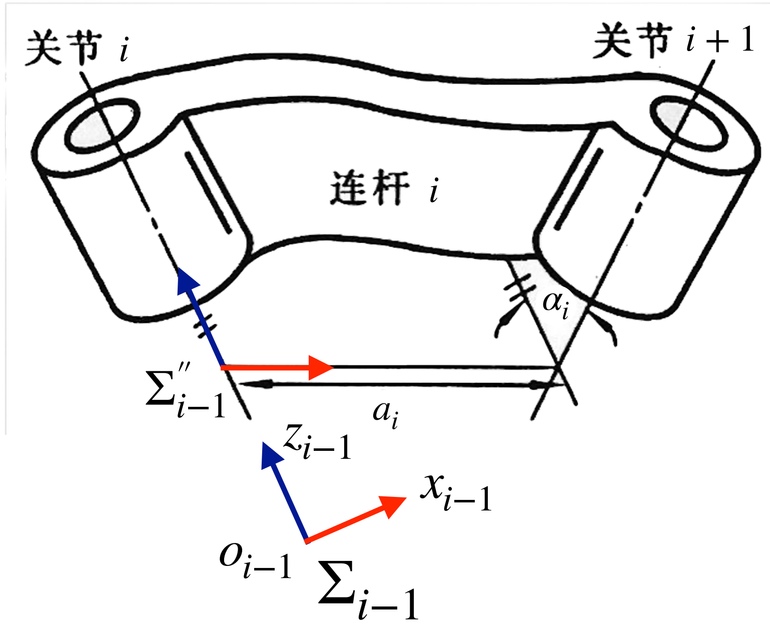
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

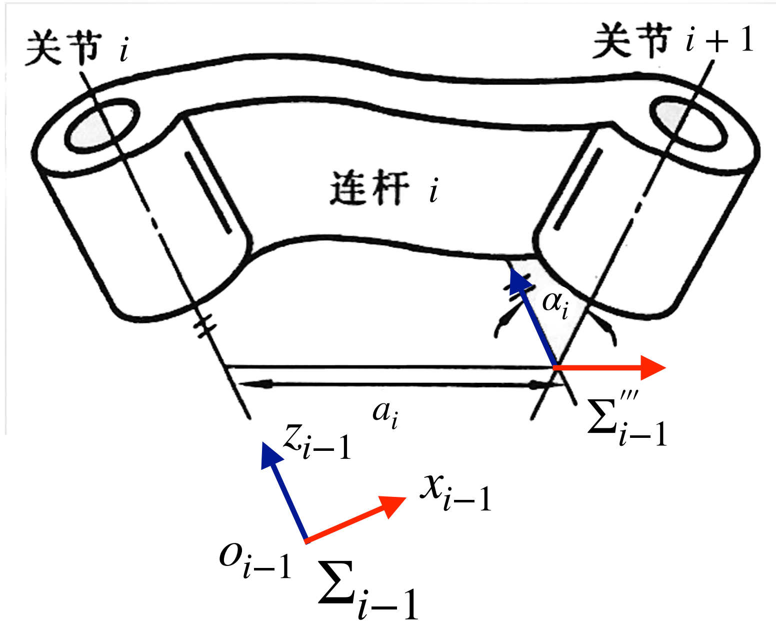
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$
{}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

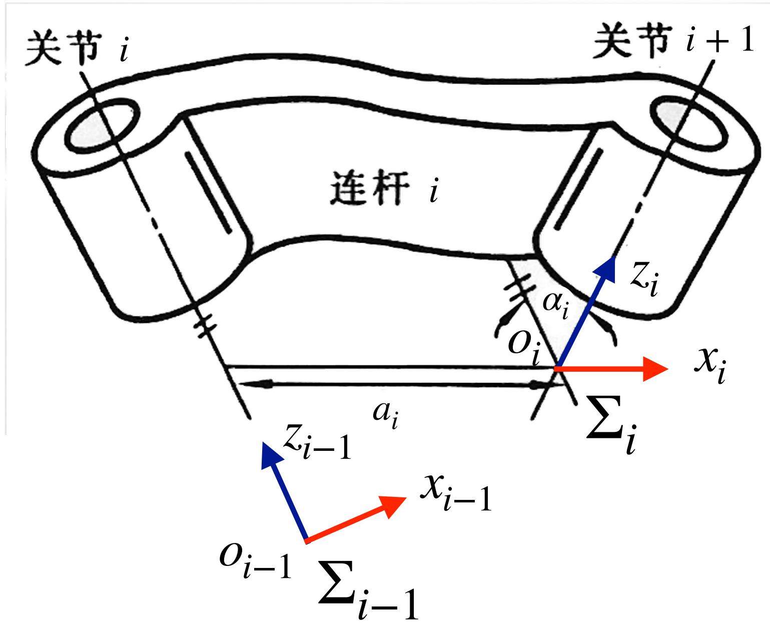
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{\ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

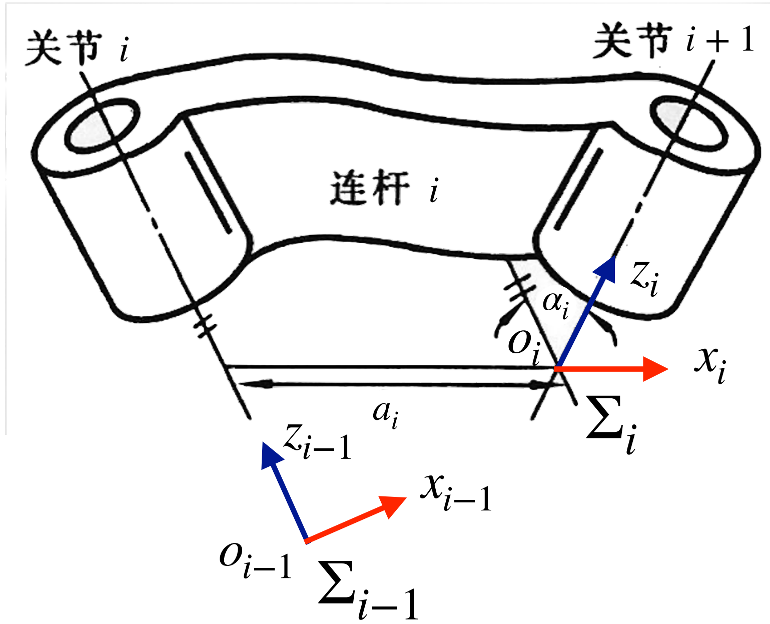
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix} $$

目标：找到$\Sigma_0\sim\Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

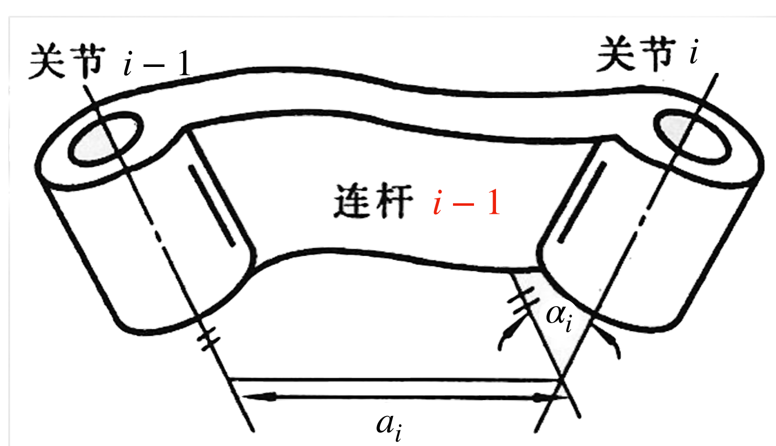
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1}\sim\Sigma_i$的四个基础变换；

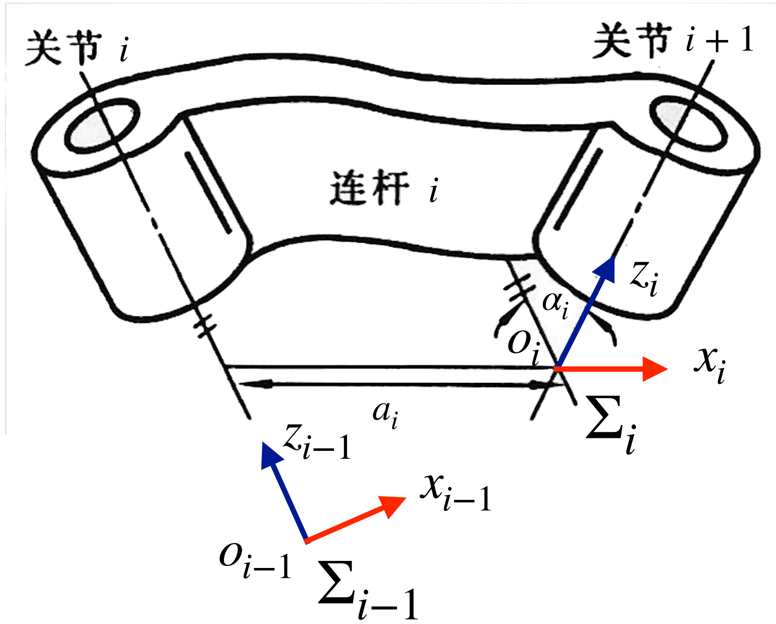
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix} $$



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

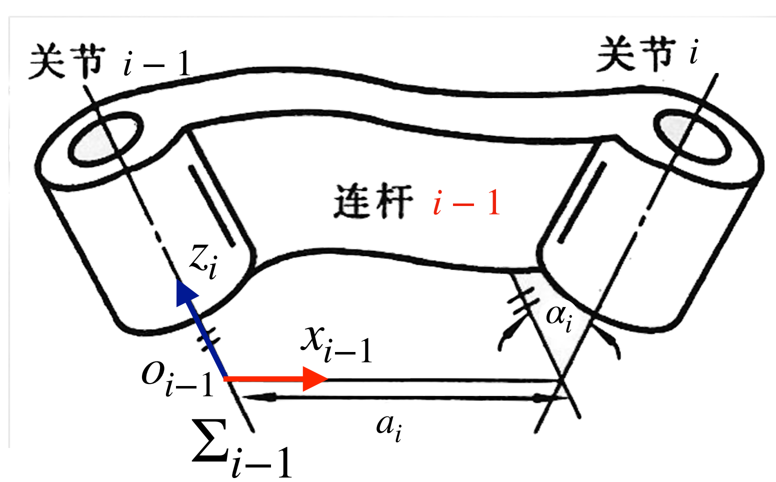
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

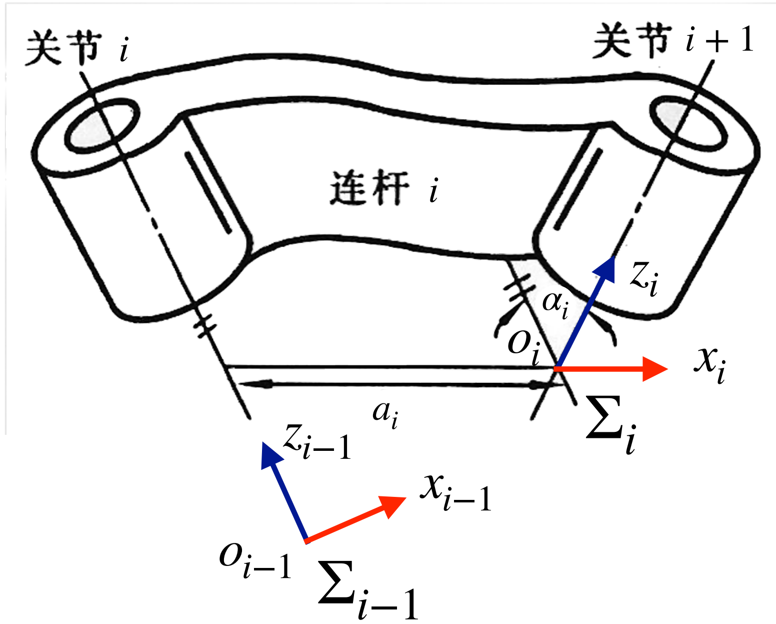
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$



$$^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix}$$

目标：找到$\Sigma_0\sim\Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

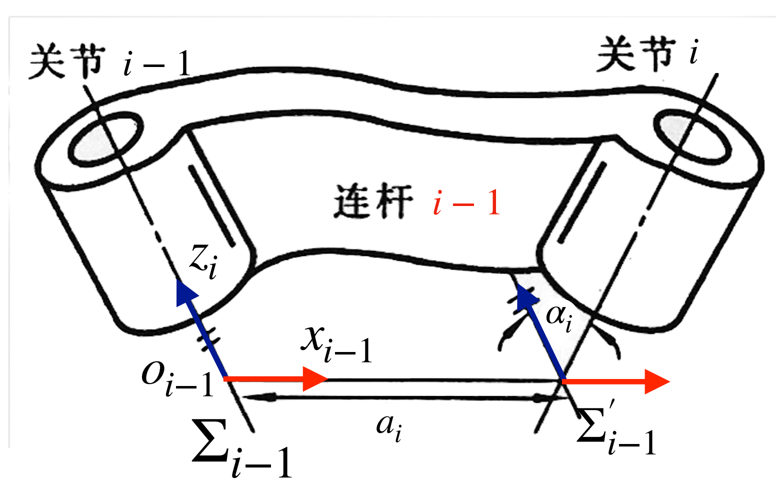
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1}\sim\Sigma_i$的四个基础变换；

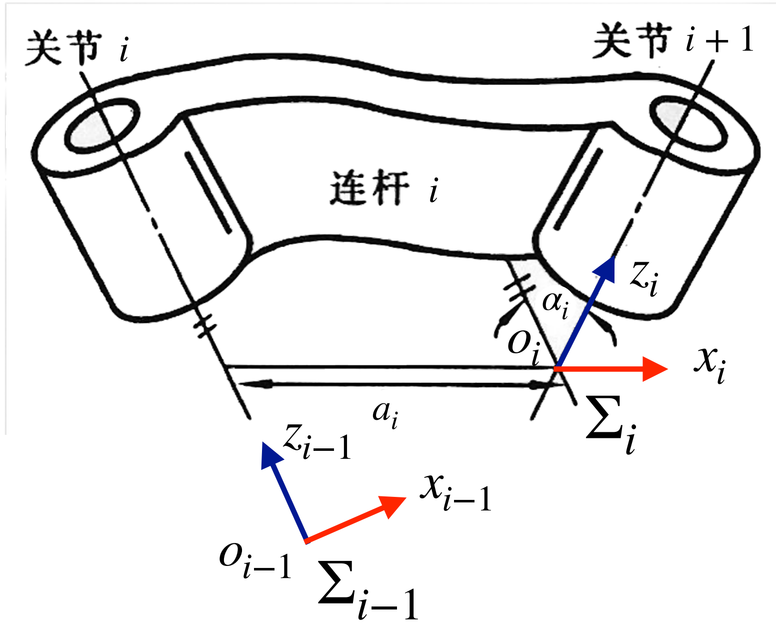
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix}$$



$$
{}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

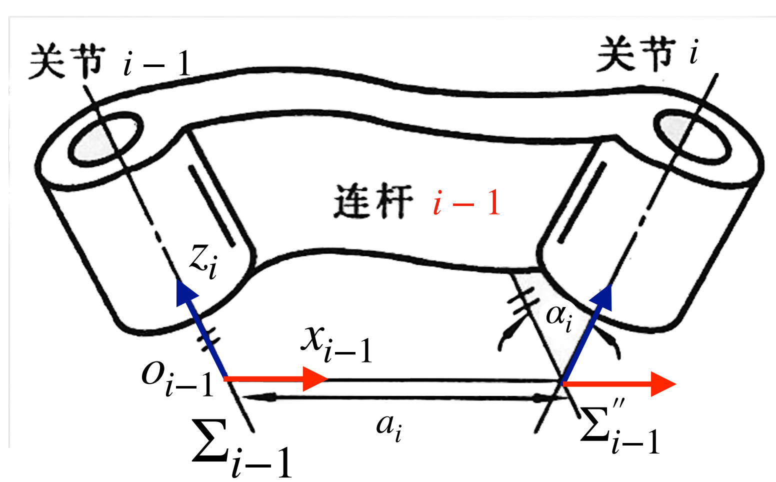
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

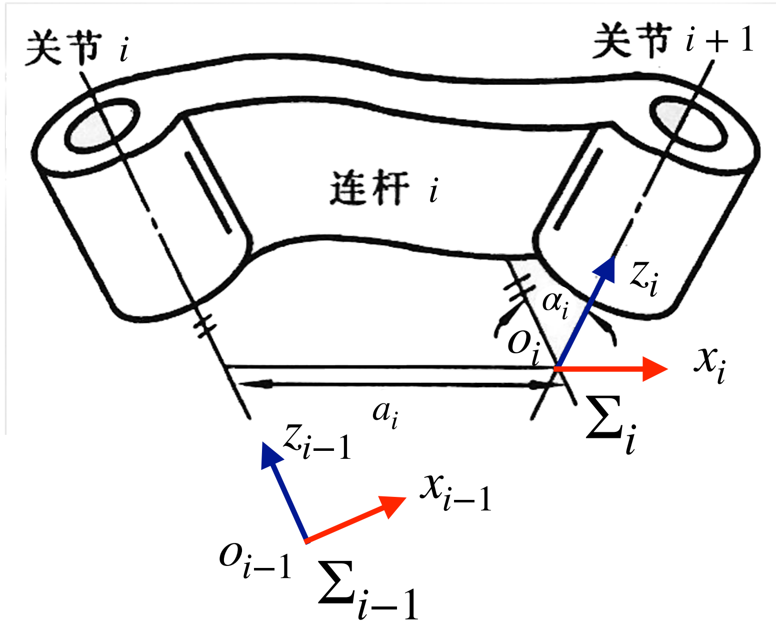
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$
{}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

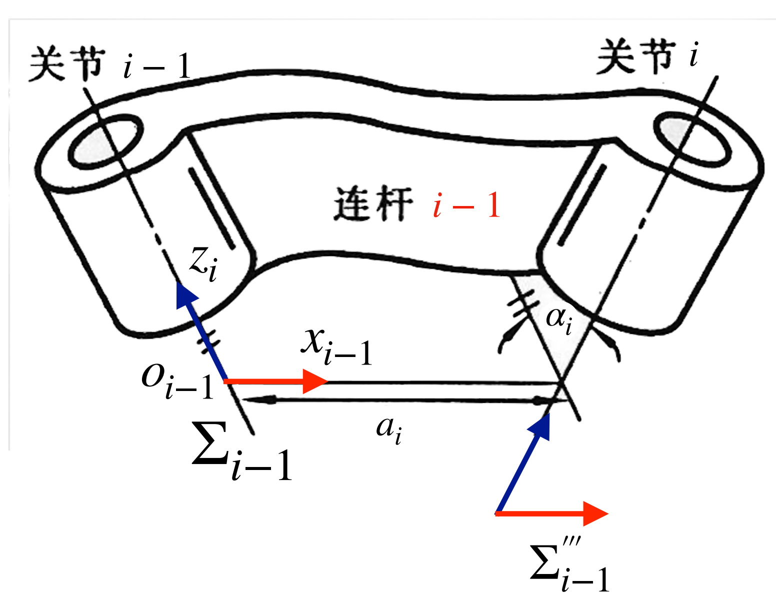
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

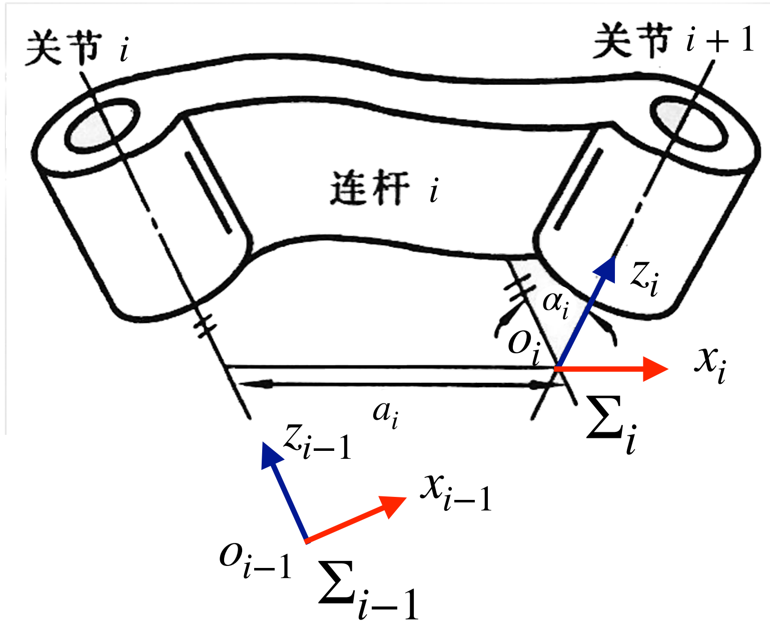
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$



$$
{}^{i-1}_{\ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

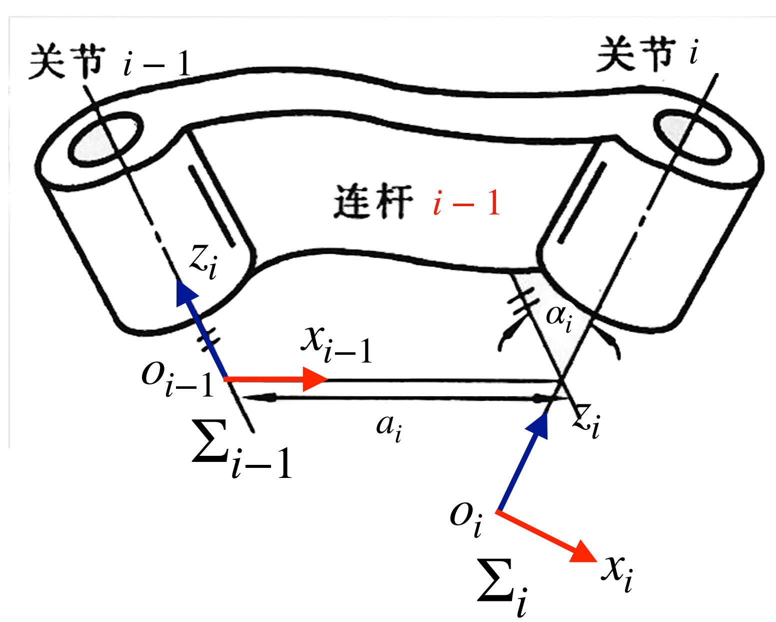
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

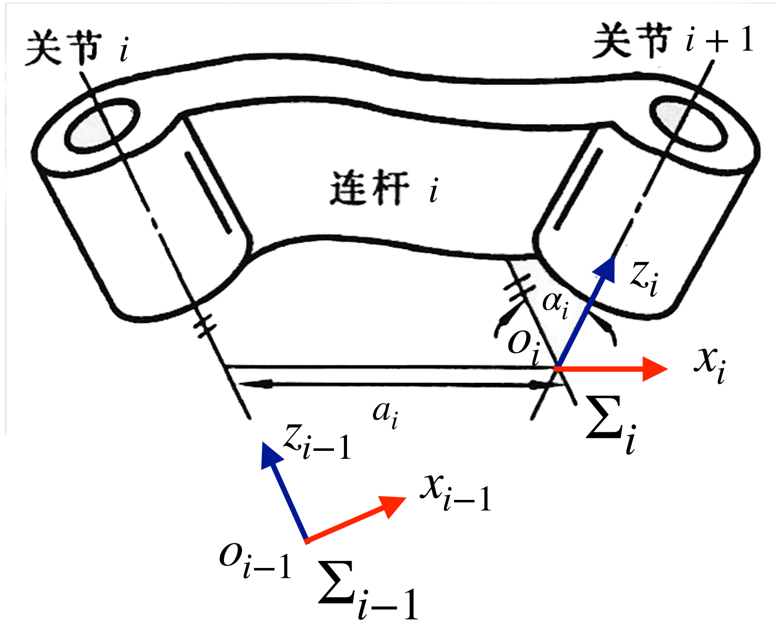
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$
{}^{i-1}_{\ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$

连杆0～n

目标：找到Σ_0～Σ_n共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

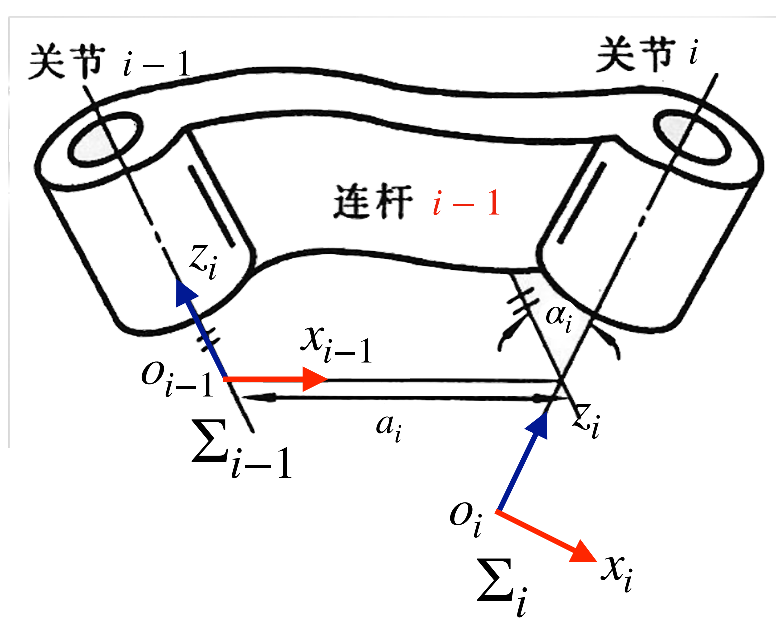
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了Σ_{i-1}～Σ_i的四个基础变换；

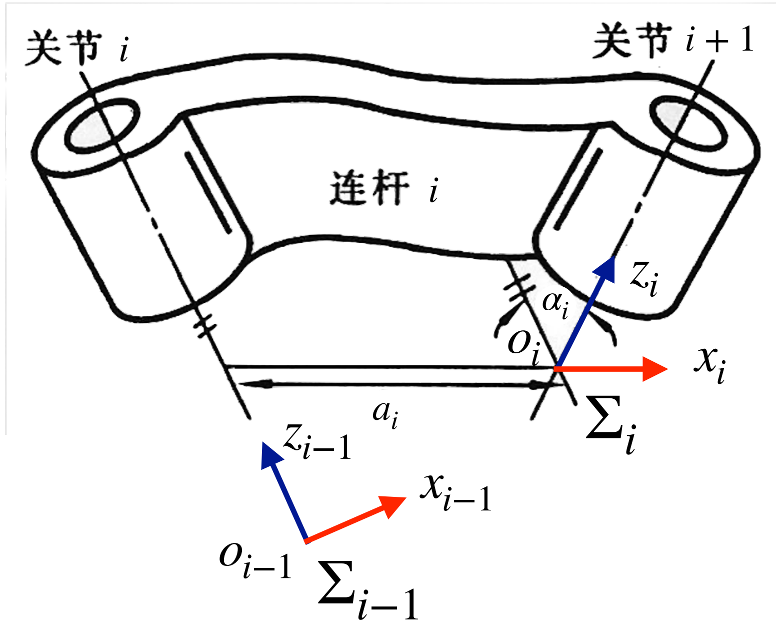
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$

连杆0～n

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

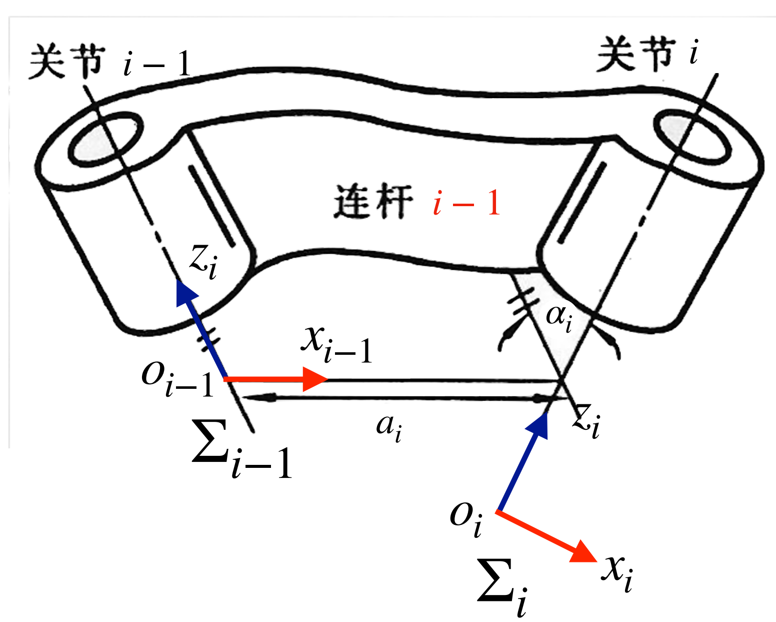
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

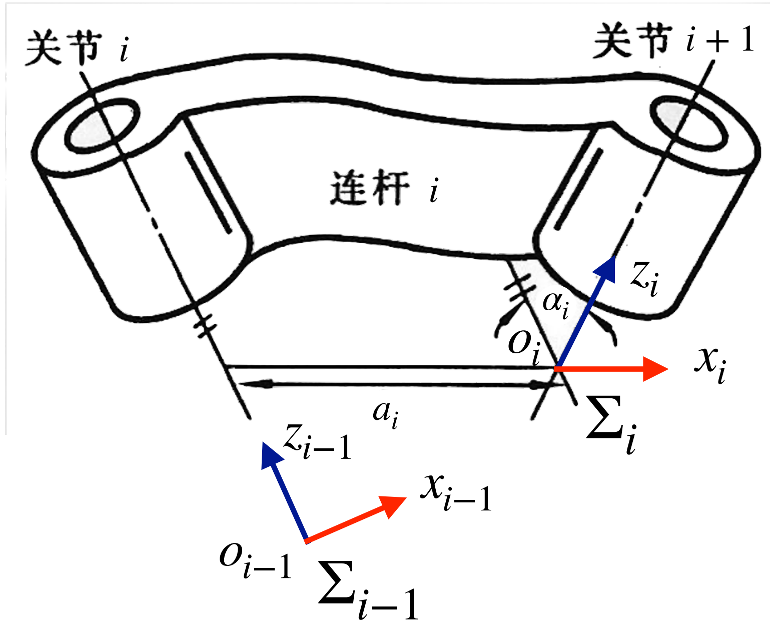
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$



$$
{}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$

连杆0～n

⇩

关节0～n

目标：找到Σ_0～Σ_n共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

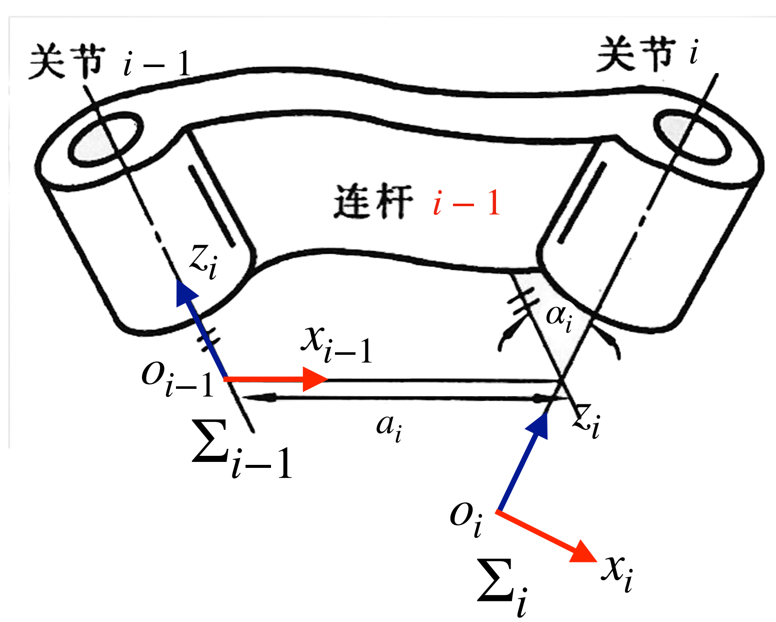
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了Σ_{i-1}～Σ_i的四个基础变换；

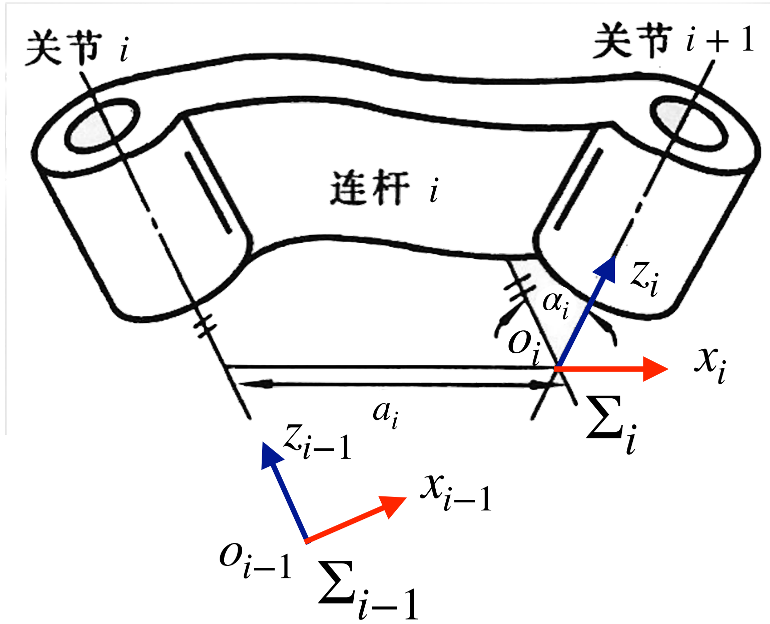
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$
{}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$



$$
{}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$

连杆0～n

⇩

关节0～n

⇩

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

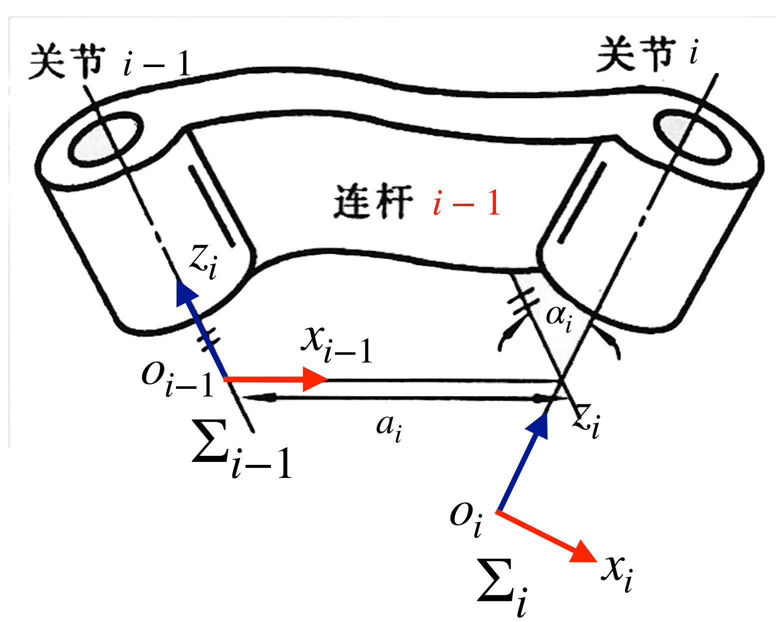
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

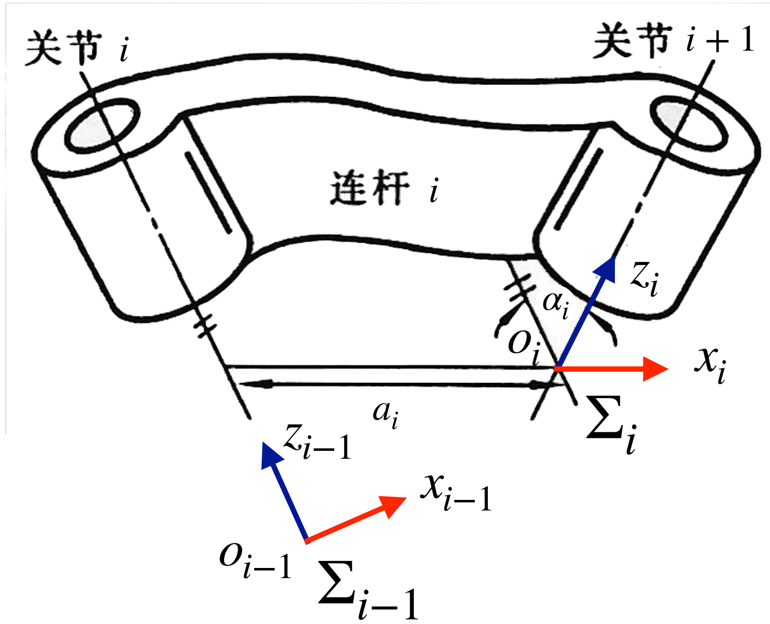
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

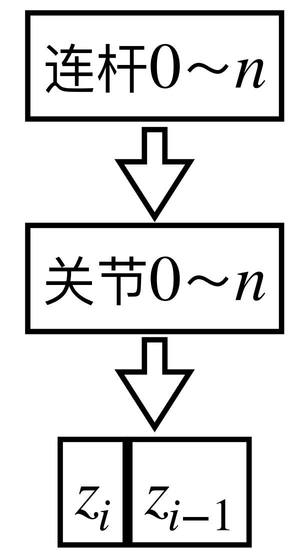
⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$
{}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$



$$ {}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$



目标：找到Σ_0~Σ_n共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

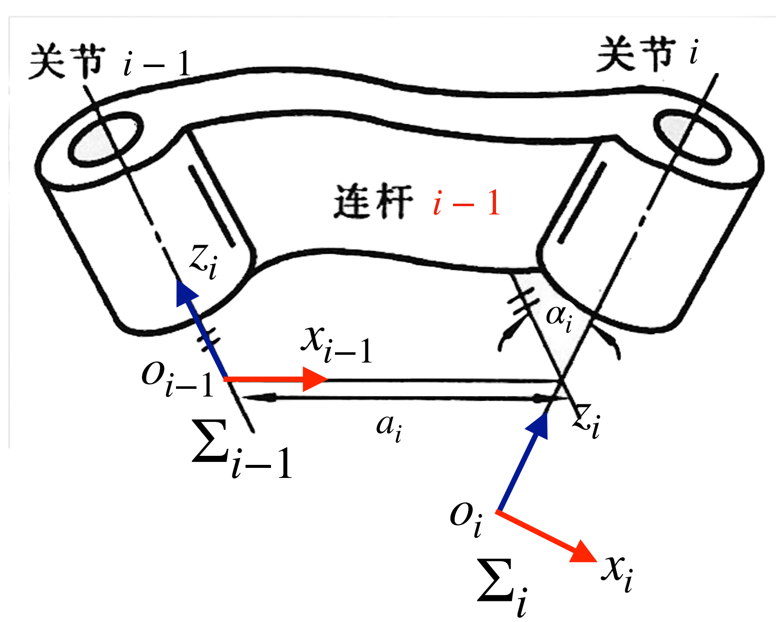
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了Σ_{i-1}~Σ_i的四个基础变换；

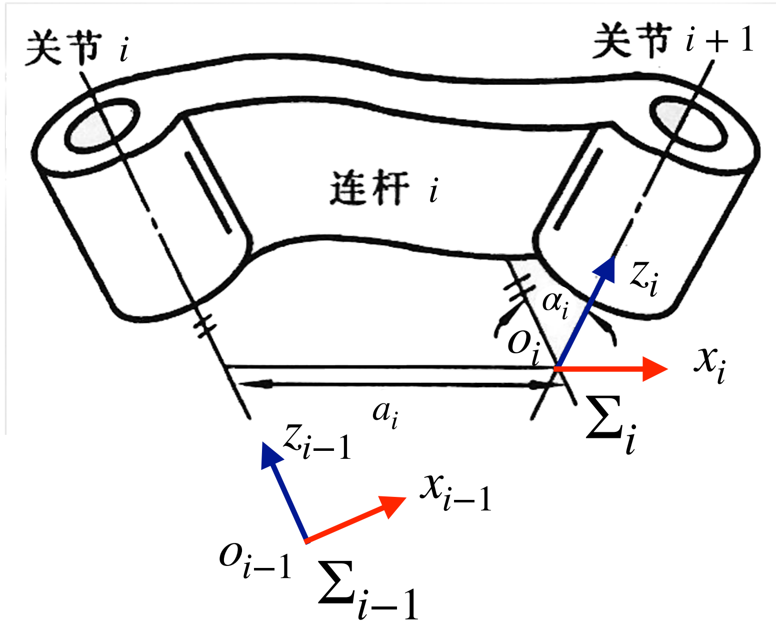
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ **修正D-H法则**：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$



$$^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix}$$

连杆0～n
⇩
关节0～n
⇩
z_i | z_{i-1}
⇩

目标：找到Σ_0～Σ_n共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

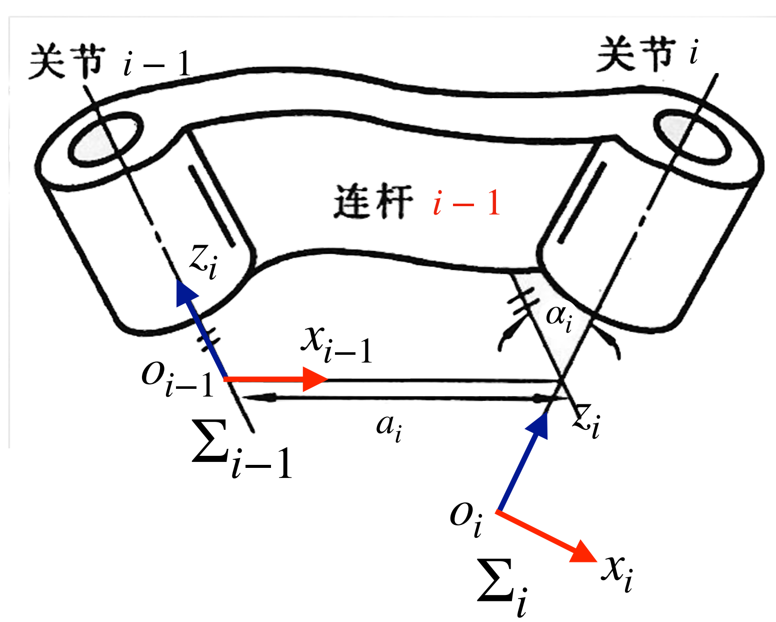
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了Σ_{i-1}～Σ_i的四个基础变换；

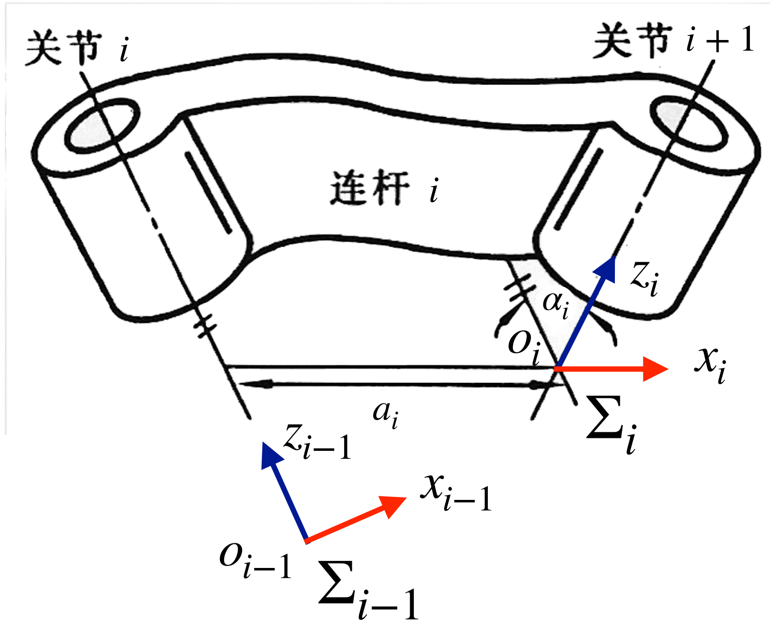
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

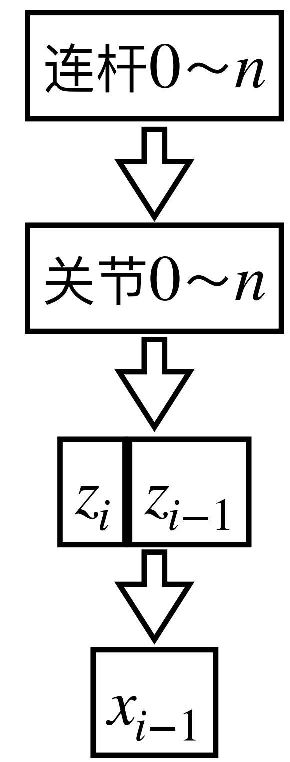
⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix}$$



$$
{}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$



目标：找到Σ_0～Σ_n共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

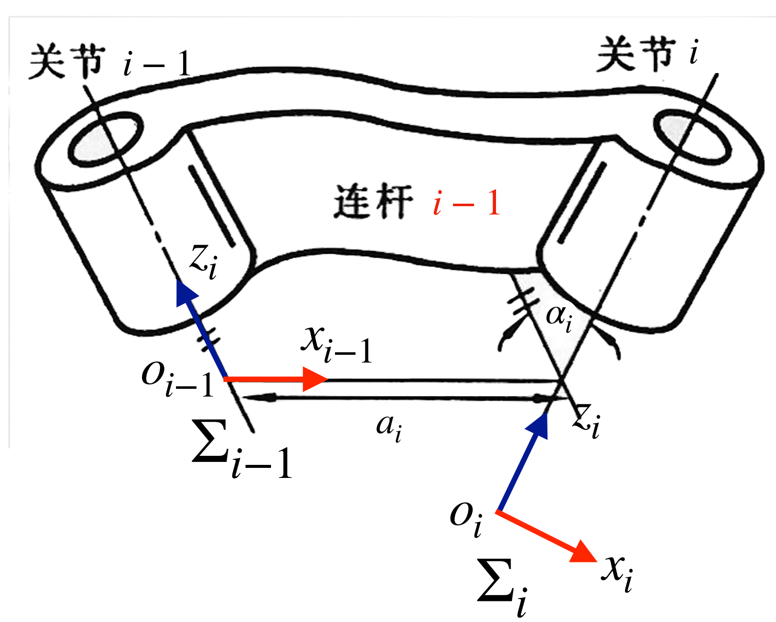
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了Σ_{i-1}～Σ_i的四个基础变换；

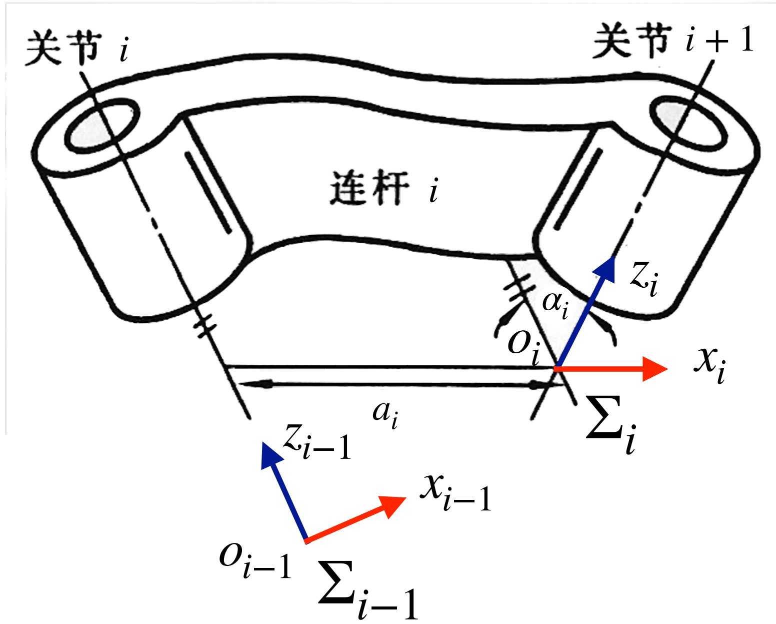
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

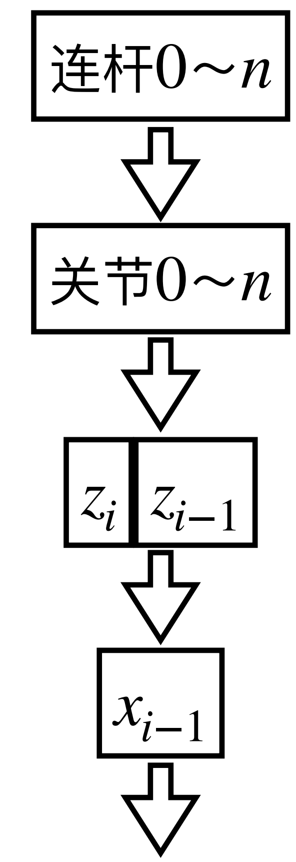
⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$
{}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix}
$$



$$ {}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix} \\ \mathbf{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix}\\ \mathbf{0}_{3\times 1} & 1\end{bmatrix} $$



目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

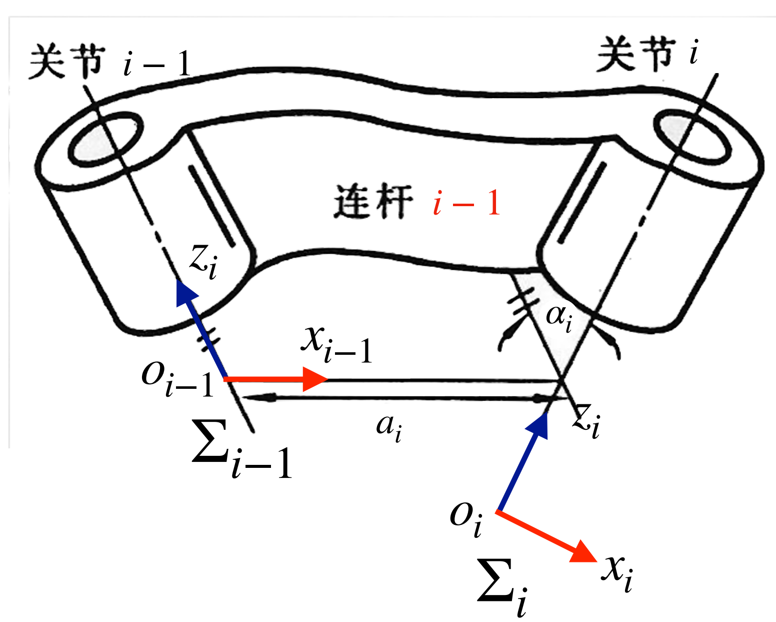
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

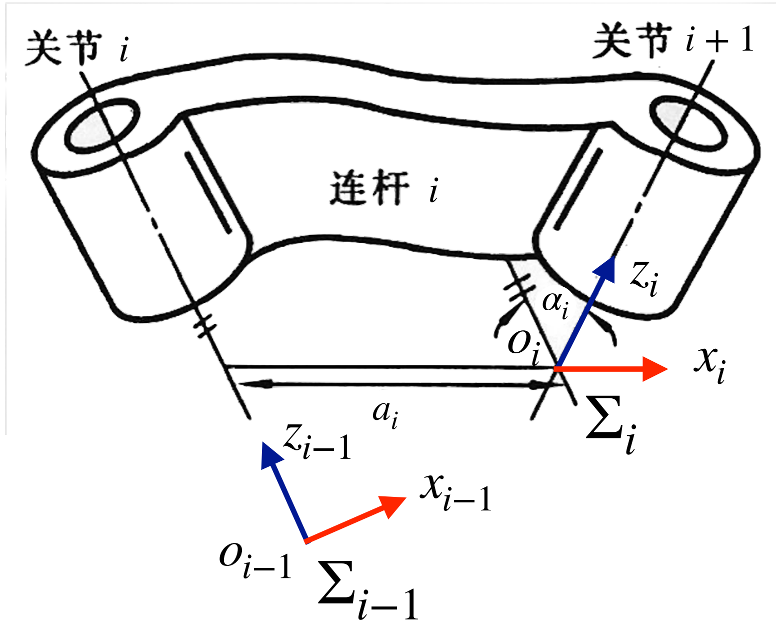
④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$ {}^{i-1}_{\ \ i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix}a_i\\0\\0\end{bmatrix} \\ \mathbf{0}_{3\times1} & 1\end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix}0\\0\\d_i\end{bmatrix}\\ \mathbf{0}_{3\times 1} & 1\end{bmatrix} $$



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$

目标：找到$\Sigma_0 \sim \Sigma_n$共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

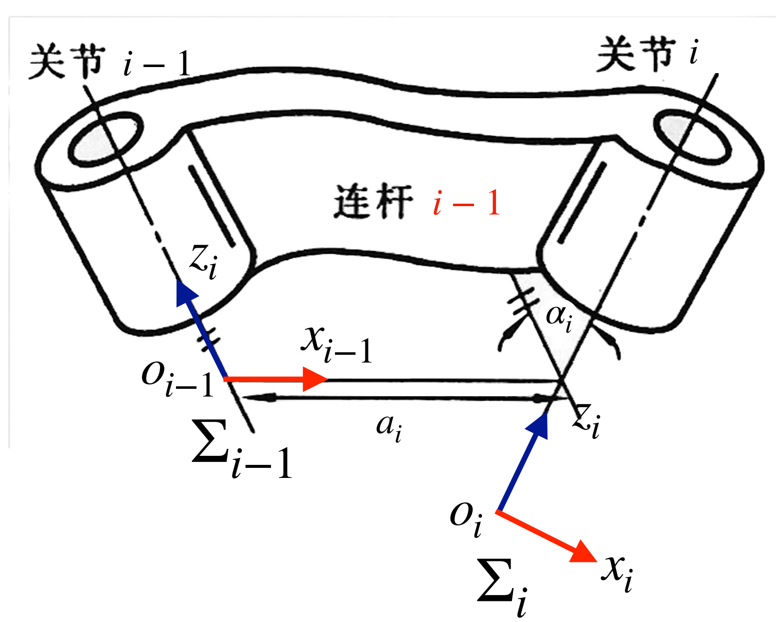
③ 这4个D-H参数描述了$\Sigma_{i-1} \sim \Sigma_i$的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

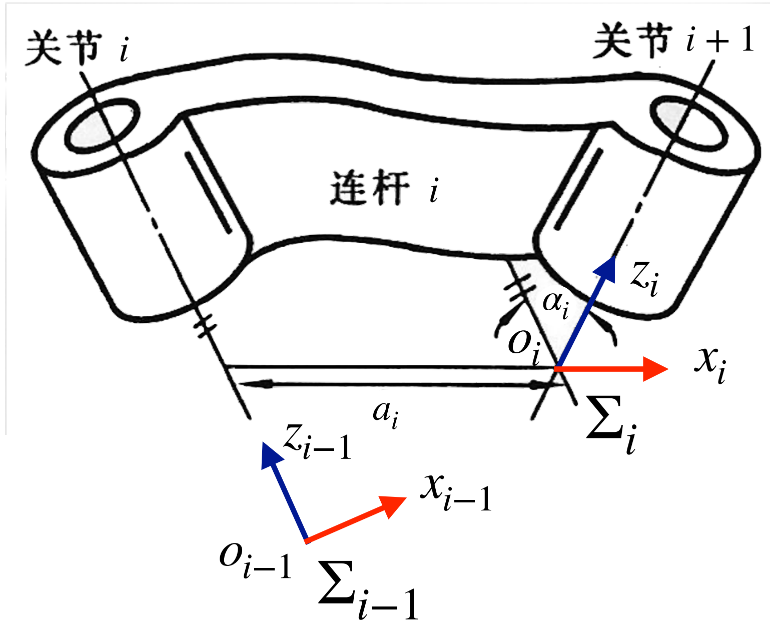
⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；

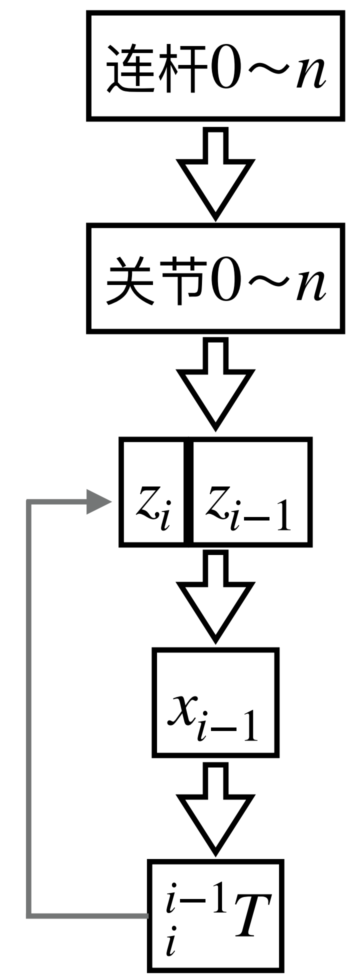
连杆$0 \sim n$ ⇩ 关节$0 \sim n$ ⇩ z_i | z_{i-1} ⇩ x_{i-1} ⇩ ${}^{i-1}_{i}T$



$$ {}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times1} & 1 \end{bmatrix} $$



$$
{}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times 1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times 1} & 1 \end{bmatrix}
$$



目标：找到Σ_0～Σ_n共$n+1$个坐标系。

做法：

① Σ_0-基坐标系+Σ_i和连杆i固联；

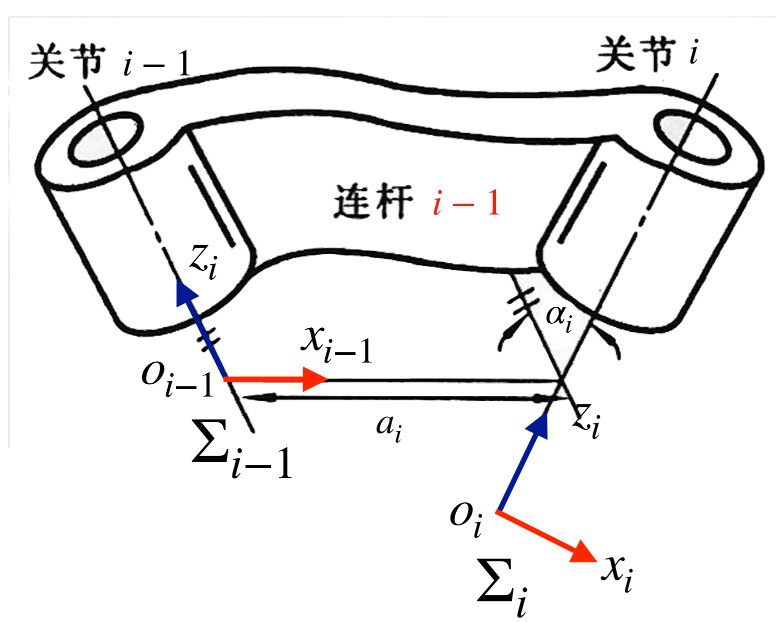
② 每个连杆由四个参数描述：a_i、α_i和d_i、θ_i；

③ 这4个D-H参数描述了Σ_{i-1}～Σ_i的四个基础变换；

④ 关节i：连杆i相对连杆$i-1$发生运动(d_i/θ_i)的轴；

⑤ D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的末端(关节$i+1$)；

⑥ 修正D-H法则：连杆i的固联坐标系Σ_i放置在连杆i的驱动端(关节i)；



$$
{}^{i-1}_{i}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_x(\alpha_i) & \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times 1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_z(\theta_i) & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{0}_{3\times 1} & 1 \end{bmatrix}
$$