信号与系统 2018 答案 （A卷）

1. 不定项选择题答案表格 1：

1. A	2.BC	3.B	4.B	5.ABCD
6.B	7. E	8. C	9.D	10.D
11. ABEF	12. AB	13. C	14. B,	15. D

2. 判断对错题答案表格 2：

1. ×	2. ×	3. ×	4. ×	5. ×
6. √	7. √	8. √	9. √	10. √

三、填空题：（5×2=10 分，将答案写在题目中空线上）

1、$\left[e^{-at}\cdot\delta(t)\right]*\left[\cos^2(t)\cdot u(t)\right]=\underline{\cos^2(t)\cdot u(t)}$。

2、信号 $\delta\left[\sin(t)\right]$ 的直流分量等于：$\dfrac{1}{\pi}$ 。

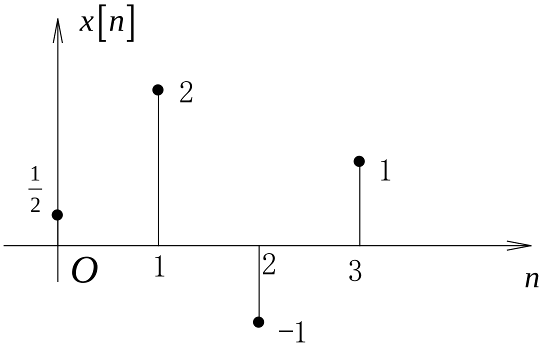
3、已知信号 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(\omega)$，那么 $t\dfrac{d}{dt}f(t)$ 的傅里叶变换为：$\underline{j\dfrac{d}{d\omega}\left[j\omega F(\omega)\right]}$。

4、$r(t)=Sa\left(\dfrac{2\pi}{3}t\right)*\left[\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-3k)\right]=\underline{\dfrac{1+\cos\dfrac{2\pi}{3}t}{2}}$。

5、如果连续时间线性时不变系统的输入信号 $x(t)=Ce^{\lambda_1 t}$ 的指数 λ_1 是系统齐次方程单特征根，那么信号对应的强迫响应为的一般表达式为：$\underline{(c_0t+c_1)e^{\lambda_1 t}}$。（待定系数使用 $c_0,c_1....$ 等表示）

注：一般表达式（带有待定系数的表达式）也可以写成：$(c_1t+c_0)e^{\lambda_1 t}$

6、 已知序列长度为 $N=4$，如下图所示：

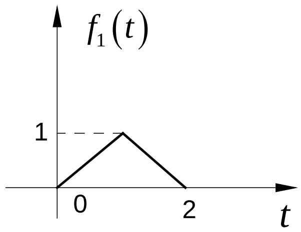


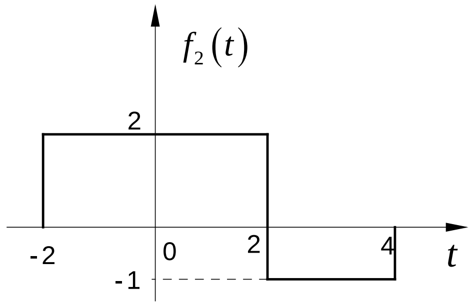
$y[n]=x[n]\otimes_5 x[n]$

则 $y[2]=$ ___3___。（其中*是卷积运算）

Cconv(a,a,5)=(-1.75,3,3,-3,5)

7、已知 $f(t)=f_1(t)*f_2(t)$， $f_1(t),f_2(t)$ 分别如下图所示：





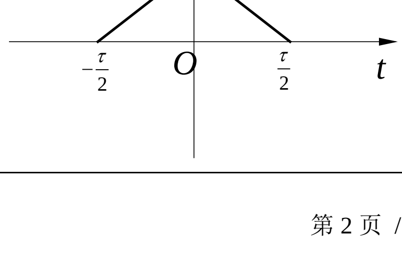
则 $f(3)$ ___0.5___。

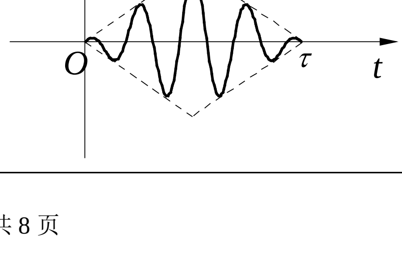
8、 离散时间序列 $x[n]=e^{-j\frac{7}{3}\pi n}+3$ 的周期为：___6/7___。

9、已知三角脉冲 $f_1(t)$ 信号的傅里叶变换为： $F_1(\omega)=\frac{E\tau}{4}Sa^2\left(\frac{\omega\tau}{4}\right)$，求

$f_2(t)=f_1\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\cos(\omega_0 t)$ 的傅里叶变换 $F_2(\omega)=$

$F_2(\omega)=\frac{1}{2}\left[F_1(\omega+\omega_0)+F_1(\omega-\omega_0)\right]=\frac{E\tau}{8}\left[Sa^2\left[\frac{\tau}{4}(\omega+\omega_0)\right]+Sa^2\left[\frac{\tau}{4}(\omega-\omega_0)\right]\right]$。





10、信号 $Sa(100t)+Sa^2(60t)$ 的Nyquist采样频率为：<u>240 rad/s</u>。

四、简答题：（5×3=15 分，将答案写在答题纸上，注明题目标号）

五、计算题：（6+6+8=20 分，将答案写在答题纸上，注明题目标号）

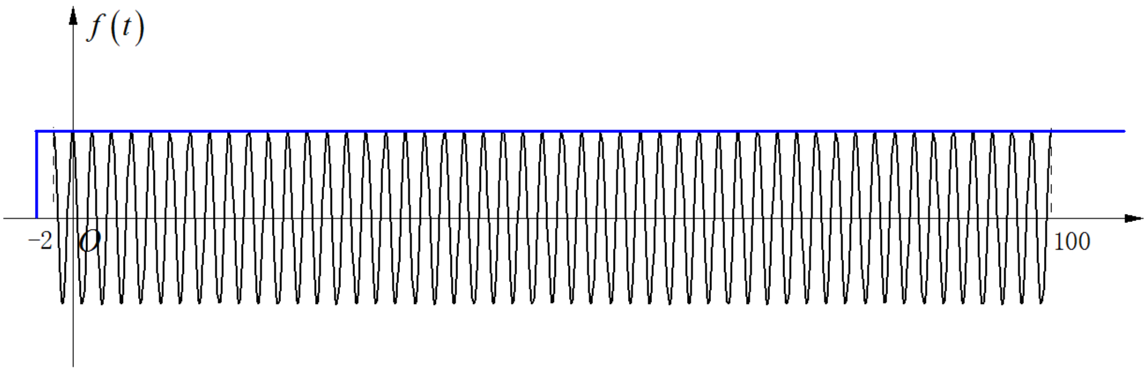
1、已知 LTI 系统的单位冲击响应信号为：

$$h(t)=\begin{cases}\cos(\pi t) & -2<t<100 \\ 0 & otherwise\end{cases},$$

求系统在 $x(t)=u(-t)$ 作用下的输出。

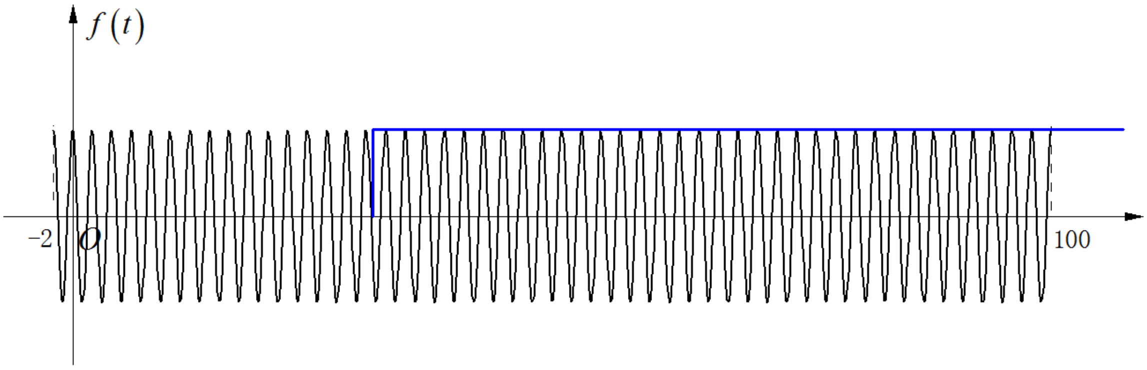
解：

(1) 当 $t<-2$ 时：



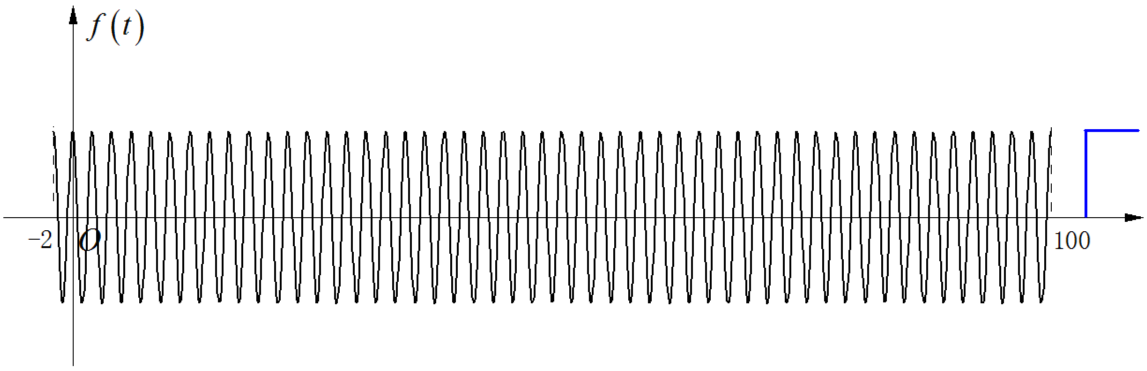
$y(t)=0$

(2) 当 $-2\le t<100$ 时：



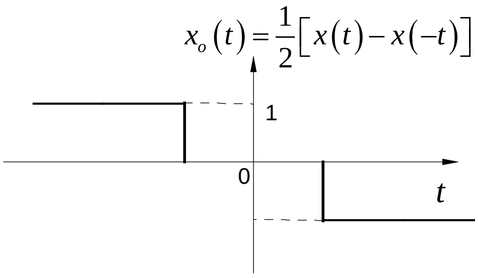
$y(t)=-\sin(t+2)$

(3) 当$t\geq 100$时：

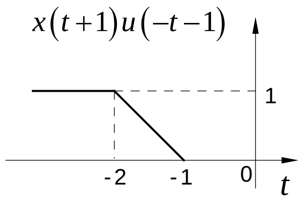


$y(t)=0$

2、已知下图（a）中$x_o(t)$是信号$x(t)$的奇部，图（b）是$x(t+1)\cdot u(-t-1)$。画出$x(t)$的偶部$x_e(t)$的波形。



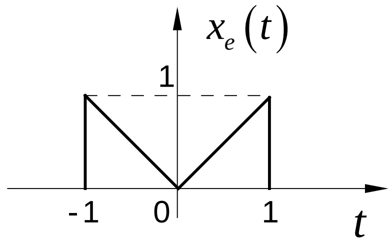
(a)



(b)

求解：

最后的答案为：



3、已知信号 $x(t)$ 的傅里叶变换为 $X(\omega)=\begin{cases}|\omega|e^{-j3\omega}, & 0\le|\omega|<1\\ 0 & otherwise\end{cases}$，

求：$\int_{-\infty}^{0}x(\tau)d\tau$ 的值。

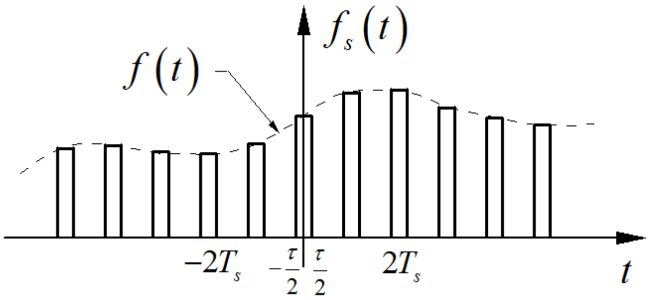
解：$y(t)=x(t)\cdot u(-t)$

$$\begin{aligned}Y(\omega)&=\frac{1}{2\pi}X(\omega)*U(-\omega)\\&=\frac{1}{2\pi}X(\omega)*\left[\frac{-1}{j\omega}+\pi\delta(-\omega)\right]\\&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\tau)\left[\frac{-1}{j(\omega-\tau)}+\pi\delta(\omega+\tau)\right]d\tau\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Y(0)&=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}|\omega|e^{-j3\omega}\left[\frac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)\right]d\omega\\&=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}|\omega|e^{-j3\omega}\frac{1}{j\omega}d\omega\\&=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}\frac{|\omega|}{j\omega}(\cos 3\omega-j\sin 3\omega)d\omega\\&=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}\frac{|\omega|}{\omega}(-\sin 3\omega)d\omega\\&=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{1}-\sin 3\omega d\omega=\frac{1}{3\pi}\cos 3\omega\Big|_{0}^{1}=\frac{1}{3\pi}(\cos 3-1)\end{aligned}$$

六、频谱分析题：（10 分，将答案写在答题纸上）

已知 $f(t)$ 和 $F(\omega)$ 是一对傅里叶变换，$F(\omega)$ 为频带有限信号，$|\omega| \le \omega_m$。用周期矩形脉冲 $p(t)$ 把 $f(t)$ 进行平顶采用得到 $f_s(t)$，如下图所示：



采样周期为 T_s.

（1）写出描述对信号进行矩形脉冲平顶采样的数学表达式。

（2）求 $f_s(t)$ 的频谱；

（3）描述从 $f_s(t)$ 恢复出 $f(t)$ 的方法。

解 （1） $f(s) = \left[f(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \right] * p(t)$

$p(t)$ 是宽度为 τ，高度为 1 的矩形脉冲信号。

（2） $f_s(t)$ 的频谱为：

$$F_s(\omega) = \tau Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \cdot \frac{1}{T_s} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s)$$

$$= \frac{\tau}{T_s} Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s)$$

其中：$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$

（3）如果上述采样满足采样定理，将上述采样波形通过幅频特性如下的低通滤波器可以恢复 f(t)：

$$H(\omega)=\begin{cases}\dfrac{T_s}{\tau Sa\left(\dfrac{\omega\tau}{2}\right)}, & |\omega|\le\dfrac{\omega_s}{2}\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

七、系统分析题：（10 分，将答案写在答题纸上）

已知 LTI 连续时间系统的微分方程描述为：

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t)+5\frac{d}{dt}y(t)+6y(t)=\frac{d}{dt}x(t)-x(t)$$

系统的初始条件为 $y'(0_-)=y(0_-)=0$ 。

（1）求系统的单位冲激响应 $h(t)$；

（2）求该系统在输入 $x(t)=e^{-t}u(t)$ 作用下的系统输出响应；

（3）并分别指出在上述信号作用下的输出中的自由响应和强迫响应。

解：

（1）微分方程的特征根为 $\lambda_1=-2,\ \lambda_2=-3$

微分方程的齐次解为： $y_h(t)=c_1e^{-2t}+c_2e^{-3t}$

在 $\delta(t)$ 作用下，方程的右边为 $\delta'(t)-\delta(t)$，

方程没有特解，所以方程的完全解为：

$$y(t)=c_1e^{-2t}+c_2e^{-3t}$$

使用奇异函数匹配方法求解方程的初始条件：

根据方程右边奇异函数最高次项为 $\delta'(t)$，

因此，方程左边二阶导数项的奇异函数一般形式为：

$$y''(t)=a\delta'(t)+b\delta(t)+cu(t)$$

$$y'(t)=a\delta(t)+bu(t)$$

$$y(t)=au(t)$$

代入方程，可以得到奇异函数一般形式：

$$
\begin{aligned}
&a\delta'(t)+b\delta(t)+cu(t)+\\
&5\left[a\delta(t)+bu(t)\right]+\\
&6\cdot a\,u(t)=a\delta'(t)+(b+5a)\cdot\delta(t)+(c+5b+6a)u(t)=\delta'(t)-\delta(t)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases} a=1 \\ b+5a=-1 \\ c+5b+6a=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=1 \\ b=-6 \\ c=24 \end{cases}
$$

所以可以得到方程的初始条件：

$$y(0_+)=1,\ \ y'(0_+)=-6$$

$$
\begin{cases} c_1+c_2=1 \\ -2c_1-3c_2=-6 \end{cases} \qquad \begin{cases} c_1=-3 \\ c_2=4 \end{cases}
$$

$$h(t)=-3e^{-2t}+4e^{-3t},\ \ t\ge 0$$

（1）

$$y(t)=-2e^{-3t}+3e^{-2t}-e^{-t},\ \ t\ge 0$$