运筹期中往年题

2022

一、 (20 分) 简答题

$$
\begin{aligned}
&\max c^T x \\
&\text{s.t. } l_i \le x_i \le u_i, \quad i = 1, \ldots, n
\end{aligned}
$$

其中， l_i, u_i 为常变量, 且有 $l_i \le u_i, \forall i = 1, \cdots, n$ 。

1. 请说明该问题的对偶问题是否存在可行解。
2. 请说明该问题的对偶问题是否存在最优解。

二、考虑如下线珄规划问题

$$
\begin{aligned}
&\max(3,-1,-1,0,0,0)x \\
\text{s.t. } &\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} \\
&x \ge 0
\end{aligned}
$$

请说明此问题是否有有限的目标函数值.

三、 (20 分) 假设有 10 个物品, 每个物品的重量为 w_i, 价值为 $v_i, i = 1, ..., 10$; 有 2 个背包, 每个背包能承载的重量上限为 $c_j, j = 1, 2$ 。在用背包装物品时, 需要考虑四个条件:

1. 若选择物品 1 就必须选择物品 2 (注: 物品 1 和物品 2 不需要一定在同一背包中)
2. 物品 3、 物品 4 和物品 5 至少选一个;
3. 物品 6、 物品 7 和物品 8 最多选两个;
4. 物品 9 和物品 10 任选其中一个 (不能都不选, 也不能全选)。
   现用两个背包来装载物品, 每个物品只能放在其中一个背包中, 且背包中物品总重量不能超过该背包承载重量的上限。以装载物品的价值总和最大为目标, 试建立该问题的整数线性规划模型。

2023

一、 (25 分) 判断以下说法是否正确, 并简述理由:

1. 若某个标准线性规划问题的可行基矩阵不相同, 则对应的顶点也一定不同;
2. 若某线性规划问题没有顶点, 则该问题的可行解集是空集;
3. 若求极大值的标准线性规划问题的最优目标值趋于无穷, 其对偶问题没有可行解;
4. 割平面法可以用于求解纯整数线性规划问题;
5. 标准线性规划问题的最优值可以在非顶点上得到。

二、 (25 分) 对含参数线性规划问题 (参数 $t \ge 0$)

$$
\begin{aligned}
\max \quad & z = x_1 + 3x_2 \\
\text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 6 - t \\
& -x_1 + 2x_2 \leq 6 + 2t \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

1. $t = 0$ 时, 用单纯形法求解该问题;
2. $t = 1$ 时, 用对偶单纯形法求解该问题的最优值和最优解。

unknown

已知原问题为

$$
\begin{aligned}
&\min 6x_1 + 7x_2 \\
&\text{ s.t. } 7x_1 + 7x_2 \geq 24 \\
&6x_1 + x_2 \geq 6 \\
&2.5x_1 + x_2 \geq 5 \\
&x_1 + 0.75x_2 \geq 3 \\
&0.75x_1 + x_2 \geq 3 \\
&0.4x_1 + x_2 \geq 2 \\
&x_1 + 6x_2 \geq 6 \\
&x_1 \geq 1 \\
&x_2 \geq 1
\end{aligned}
$$

写出对偶问题, 并求出对偶问题的最优解。