第20章 电磁感应
（Electromagnetic Induction）

- 20.1 法拉第电磁感应定律
- 20.2 电磁感应定律和磁通连续定理的普适性
- 20.3 动生电动势
- 20.4 感生电动势和感生电场假设
- 20.5 涡流*
- 20.6互感
- 20.7自感
- 20.8LR电路的暂态过程*
- 20.9磁场的能量
- 20.10电场和磁场的相对性*

用矢量场的数学性质来表达电磁学规律，就是建立 E 和 B（或 H）的通量和环流所满足的方程。

我们已经得到四个方程：

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_{(S内)} q_{0i} \qquad （高斯定理）$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 \qquad （环路定理，静电场）$$

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad （磁通连续定理）$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_{(L内)} I_{0i} \qquad （安培环路定理，稳恒磁场）$$

如何推广到随时间变化的普遍情况？

√ $$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{(S内)} q_{0i}$$

电场普遍规律

? $$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$$

静电场

电磁感应—感生电场假设

— “磁生电”

√ $$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

磁场普遍规律

? $$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum_{(L内)} I_{0i}$$

稳恒磁场

位移电流假设

— “电生磁”

20.1 法拉第电磁感应定律

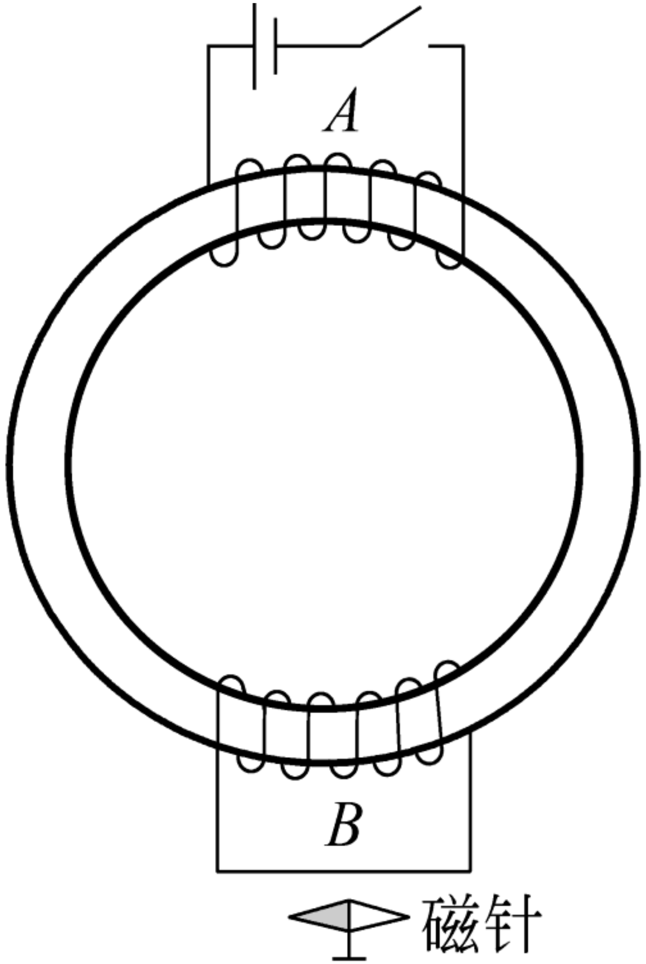
奥斯特发现电流的磁效应后，人们自然会想到：
磁能不能生电？

1831年，法拉第发现电磁感应现象，奠定了
“磁生电”的实验基础。

麦克斯韦提出感生电场假设，静电场的环路定理→随时间
变化的普遍情况→揭示了“磁生电”的机理。

电磁感应现象的发现为人类获取电能开辟了道路，引起了
一场重大的工业和技术革命。

1831年8月29日，法拉第实验发现：

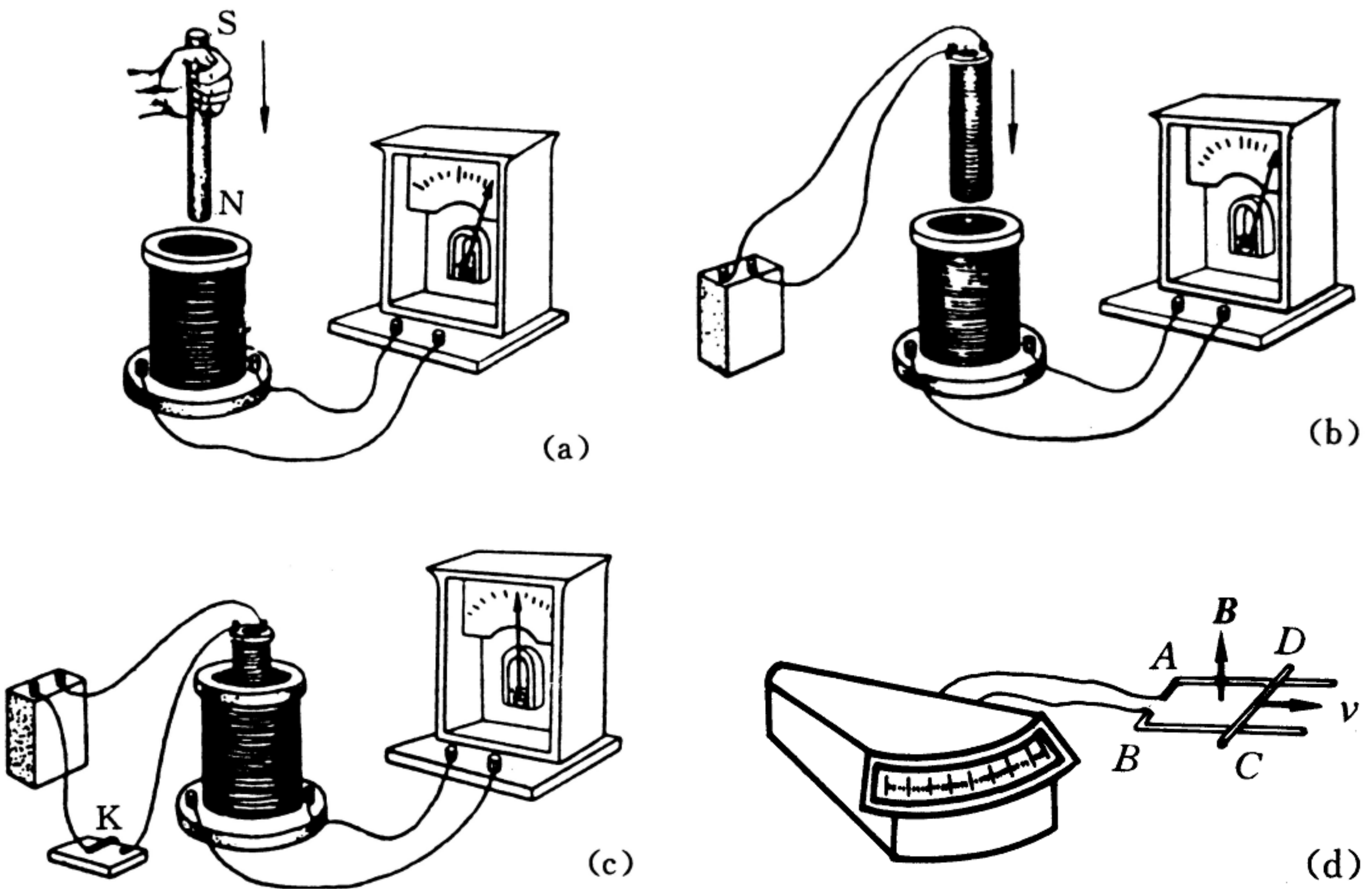


•合上开关，线圈A接通电流瞬间，磁针偏转，随即复原。

•打开开关，A电流中断瞬间，磁针反向偏转，随即复原。

•磁针偏转并复原：线圈B中出现瞬间感应电流

结论：磁通变化 → 感应电流



法拉第发现，以下情况产生感应电流：

变化的电流，运动的稳恒电流，变化的磁场，运动的磁铁，
磁场中运动的导线。

（演示实验）

1825年，瑞士物理学家科拉顿为避免磁铁影响电流计，特意把电流计放在隔壁房间。他先把磁铁插入线圈，再跑过去观察电流计的偏转，当然每次得到的都是零结果

——失去观察瞬时变化的良机

法拉第进一步发现：导体回路中的感应电流正比于导体的导电能力——感应电流是由与导体性质无关的感应电动势产生，即使没有导体，回路中的感应电动势依然存在

——感应电动势比感应电流更为本质

结论：磁通变化→ 感应电动势

法拉第对感应电流的方向虽然作了一定说明，但未能概括出简单而明确的阐述。

1834年，楞次（H.F.E.Lenz）提出了感应电流方向的判据——楞次定律：导体回路中感应电流的方向，总是使得感应电流所激发的磁场阻碍引起感应电流的磁通量的变化。

楞次定律表述的感应电流的方向是能量守恒定律的必然结果。

（演示实验）

1845年，诺埃曼（F.E.Neumann）在法拉第和楞次研究的基础上给出：

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

——法拉第电磁感应定律：当穿过回路的磁通量发生变化时，回路中感应电动势的大小与穿过回路的磁通量对时间的变化率成正比，感应电动势的方向按照楞次定律判定。

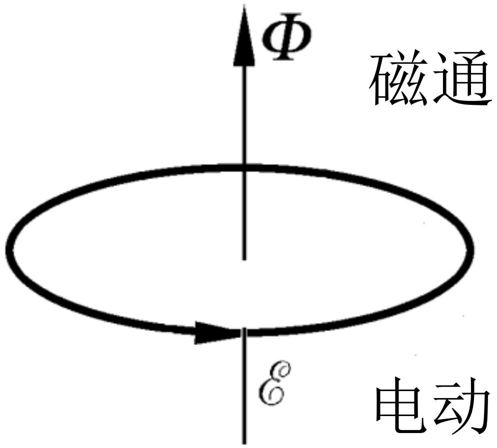
若回路由N 匝线圈串连

Φ → 全磁通： $\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \cdots + \Phi_N$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

约定：ε和Φ的正方向互成右手螺旋关系

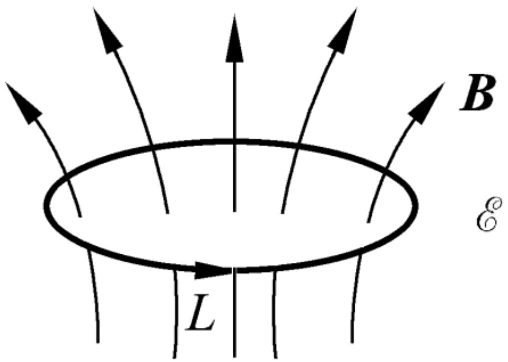
——只有这样，式中的负号才体现楞次定律。

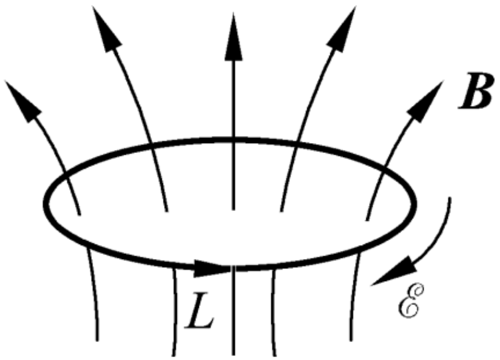


如何计算感应电动势 ？

•方法1：设定回路 L 的绕向和磁场 B的方向互成右手螺旋关系，并把 L 的绕向定义成 ε 的正方向

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$



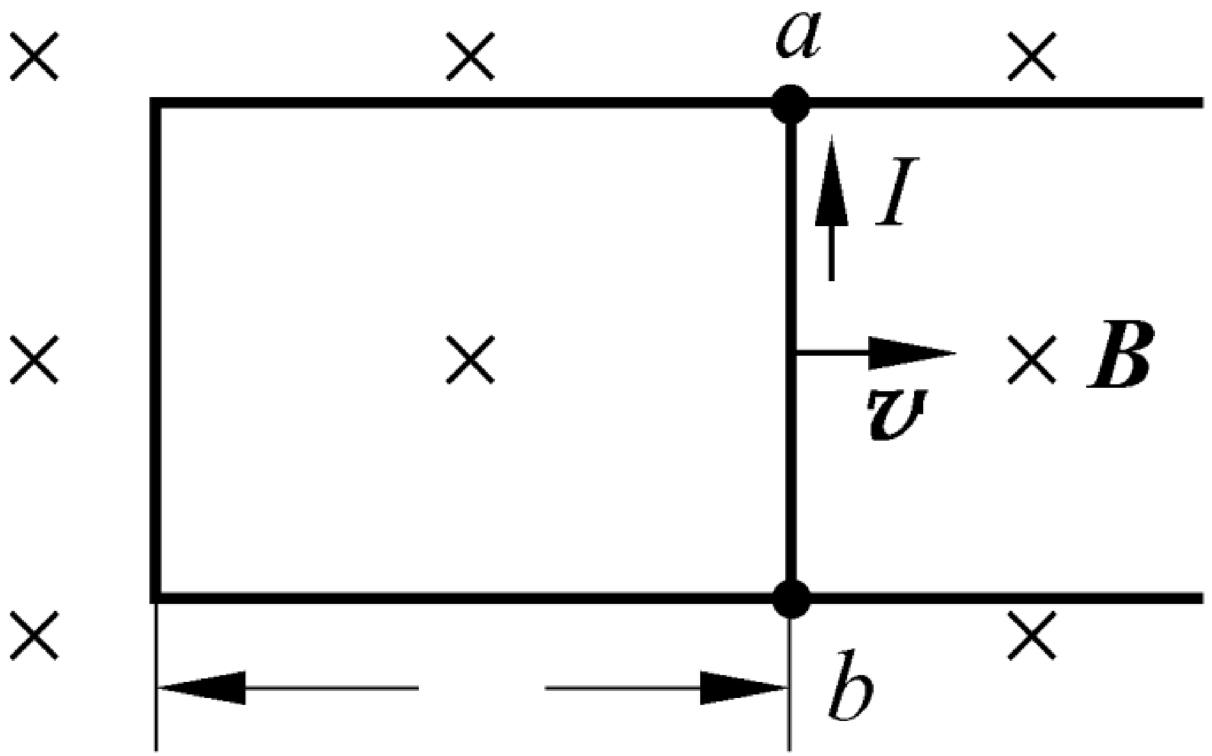


若 **d*Φ*/dt < 0，ε > 0，ε与*L*的绕向相同。**

若 **d*Φ*/dt > 0，ε < 0，ε与*L*的绕向相反。**

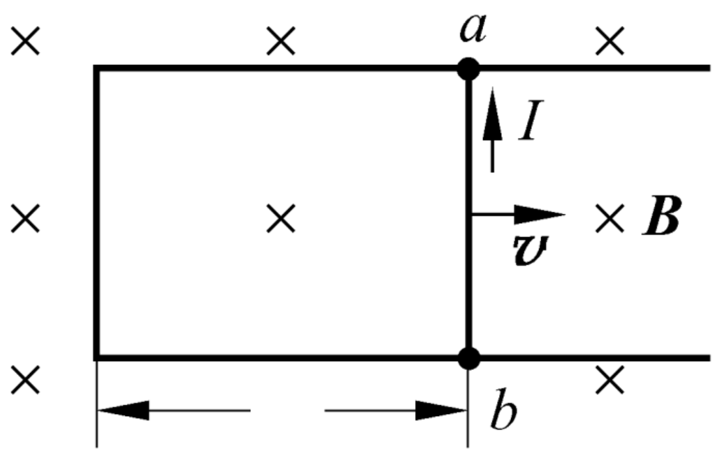
•方法2：按 $\varepsilon = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$ 算出 ε 的大小，按楞次定律判定方向。

例：在导体回路L中，长度为l = 0.5m 的 ab 段导体以速度v=4.0m s^{-1} 向右匀速滑动。整个回路处在 B=0.5T 的匀强磁场中，B的方向垂直于回路平面向里，ab段导体的电阻为 R=0.2Ω，不计回路其他部分的电阻。 求：（1）回路中的感应电动势；（2）回路中的感应电流；（3）维持ab作匀速运动所需的外力。



解： 设定回路L的绕向和磁场B的方向互成右手螺旋关系，并把L的绕向定义成回路中感应电动势的正方向。

穿过L的磁通量：



$$\Phi = Blx$$

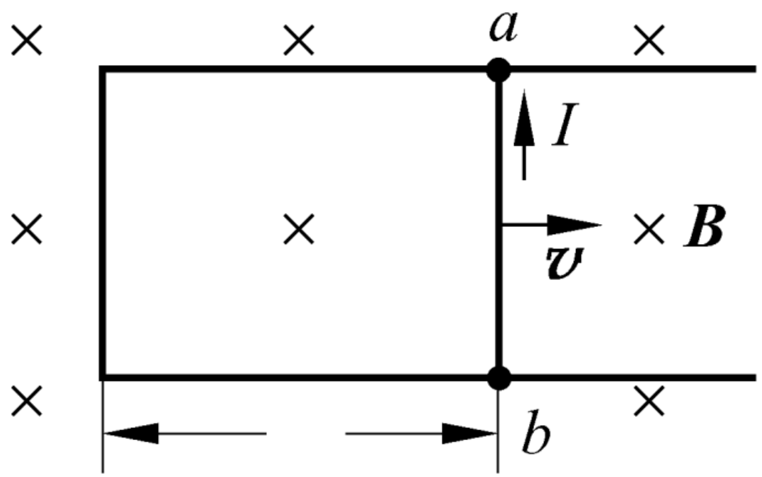
（1）感应电动势：

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bl\frac{dx}{dt} = -Blv = -1.0V$$

负号：ε 的方向与 L的绕向相反，b→a。

（2）感应电流

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=-\frac{1.0}{0.2}=-5.0\text{A}$$



（3）所需的外力。根据安培定律，ab所受安培力的方向向左，大小为

$$f=BlI=0.5\times0.5\times5.0=1.25\text{N}$$

因此，维持ab作匀速运动所需外力的方向向右，大小为 1.25N 。

20.2 电磁感应定律和磁通连续定理的普适性

如前所述，稳恒磁场满足磁通连续定理，对于随时间变化的磁场呢？

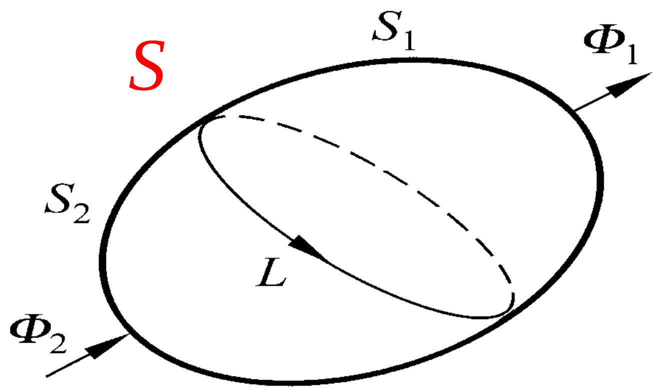
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

- $\vec{B}$是任意磁场，包括随时间变化磁场。
- 曲面 S 不唯一，只有通过所有以 L 为边界的曲面S的磁通量相等，法拉第电磁感应定律才有确定意义。

$$\Phi_1 = \Phi_2$$

$$\iint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



S_1和S_2组成一个闭合面S。对于S，把指向闭合面外部的方向取为面元法向，

Φ_2反号，通过S的磁通量：

$$\oiint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} - \iint_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

——为使电磁感应定律成立，任意磁场都必须满足磁通连续定理

——关于磁场的普遍规律

磁通可按不同方式变化：

- 磁场稳恒、回路运动 ：动生电动势 Lorentz力
- 磁场变化、回路静止 ：感生电动势 感生电场（假设）

【思考】对应的非静电力？

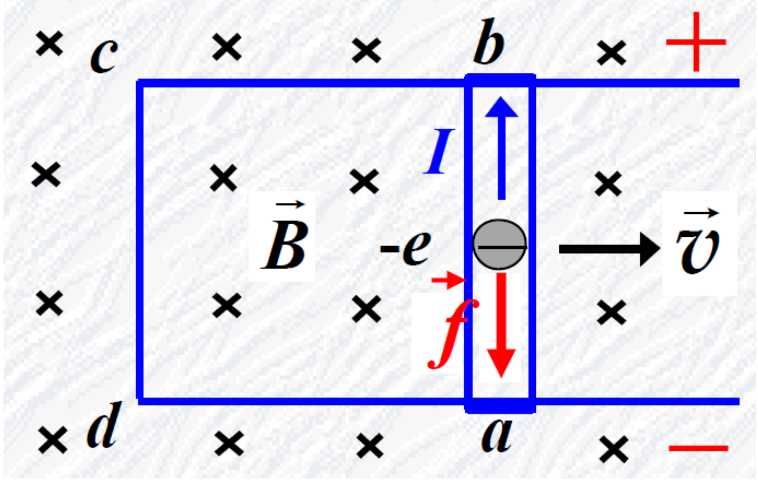
- 一般情况：回路运动，同时磁场变化

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \varepsilon_{动生} + \varepsilon_{感生}$$

ε ——感应电动势

20.3 动生（motional）电动势

回路或其一部分相对稳恒磁场运动，引起穿过回路的磁通变化——动生电动势

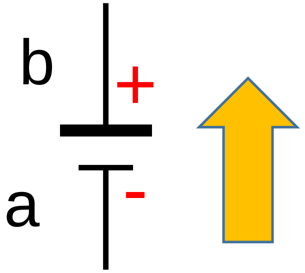


非静电力：Lorentz力

$$\vec{E}_{ne} = \vec{f}/(-e) = \vec{v} \times \vec{B}$$

动生电动势：

$$\varepsilon_{ab} = \int_{a(-)}^{b(+)} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



$$\varepsilon_{ab} = vB \cdot \overline{ab}$$

b、a点间的电势差：

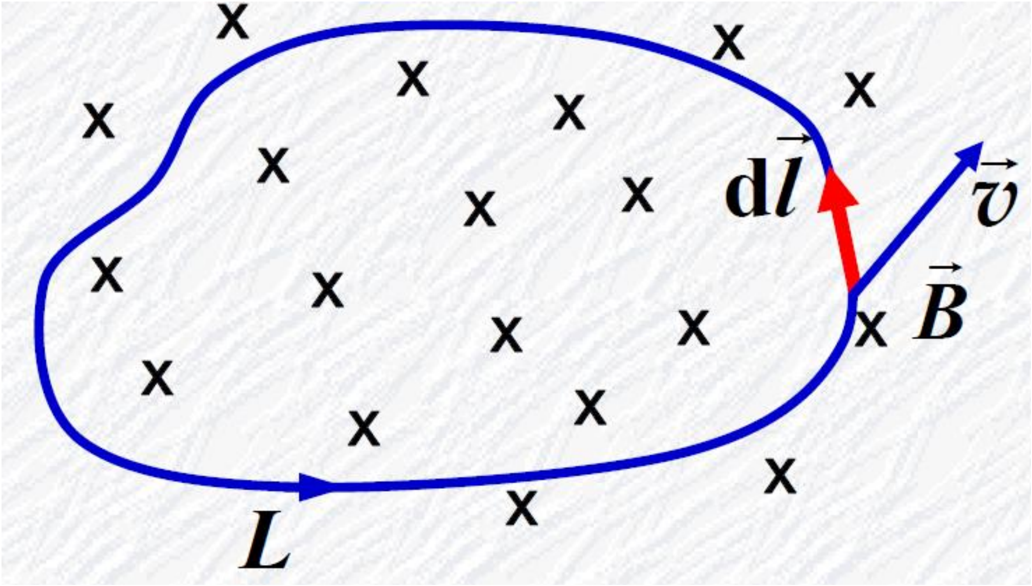
【思考】

$$\varepsilon \overset{?}{=} -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_b - U_a = \varepsilon_{ab} - rI \qquad U_b > U_a$$

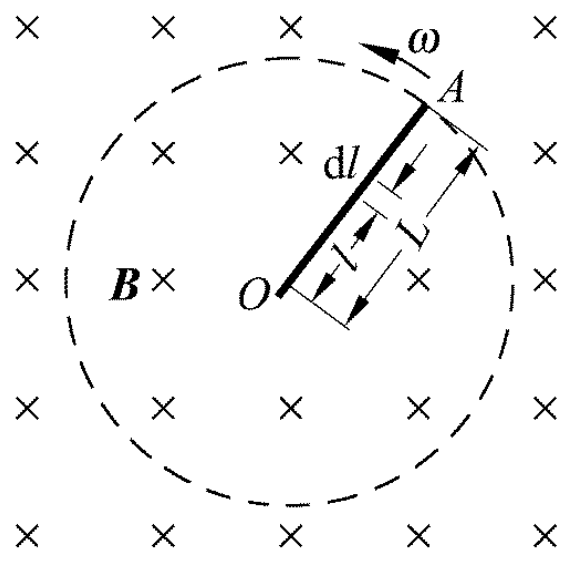
任意形状的导线回路L，在恒定磁场中运动或形变，回路中产生的动生电动势为

$$\varepsilon = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



回路L的绕向——ε的正方向

例：长度为L的铜棒在磁感应强度为B的匀强磁场中以角速度ω绕棒的O端逆时针转动。求：（1）铜棒中的动生电动势；（2）铜棒两端的电势差。



解（1）铜棒中的动生电动势

设棒L的方向为沿径向向外，距O点l远处取一线元dl，其运动速度v的大小为ωl，铜棒中的动生电动势：

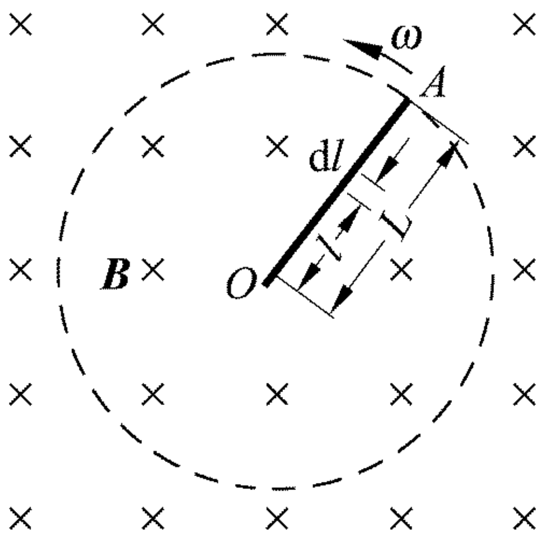
$$\varepsilon=\int_0^L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=-\omega B\int_0^L l dl=-\frac{1}{2}B\omega L^2$$

负号表示ε与L的方向相反：A→O

【思考】用磁通量变化率计算？

（2）铜棒两端的电势差

ε的方向：A→O

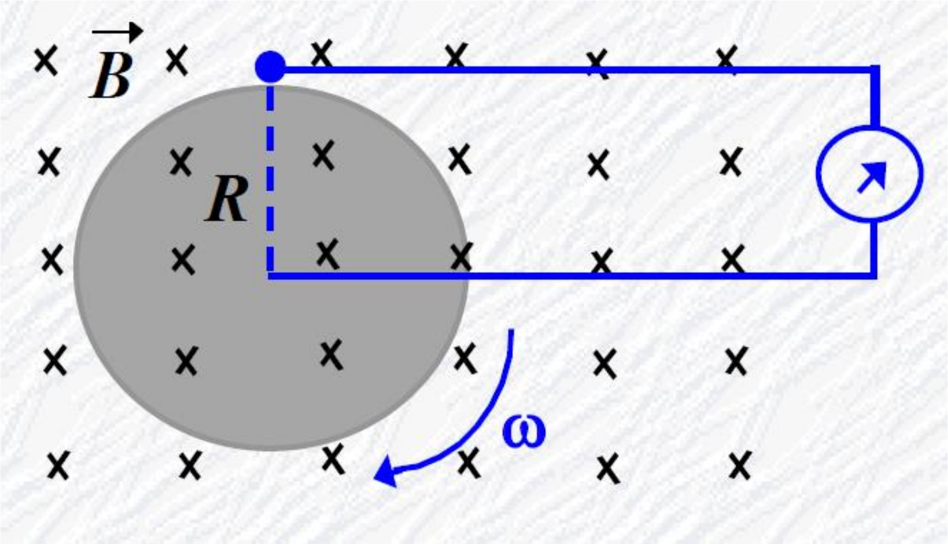


铜棒中的自由电子趋向A，形成由O指向A的静电场，把铜棒看作电源，则O端是正极，A端是负极。

当静电场的作用与电动势的驱动达到平衡时，感应电流消失，铜棒两端的电势差等于棒中动生电动势的大小

$$\varphi_o - \varphi_A = \frac{1}{2} B\omega l^2$$

例:法拉第圆盘（金属）

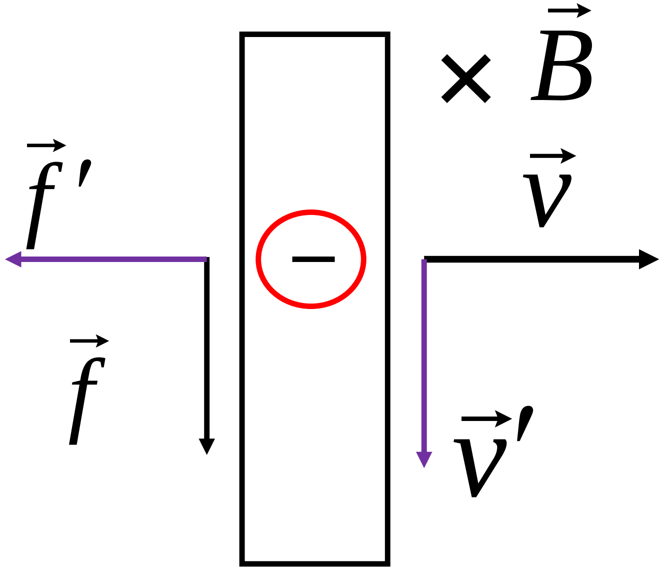


R 切割 B 线→动生电动势：

$$\varepsilon = \int_0^R \omega r B dr = \frac{1}{2} B\omega R^2$$

【思考】正号代表什么意义？

例Lorentz 力不作功，只传递能量。



$$\vec{f} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{f}' = -e\vec{v}' \times \vec{B}$$

$$\vec{f} \cdot \vec{v}' = evBv'$$

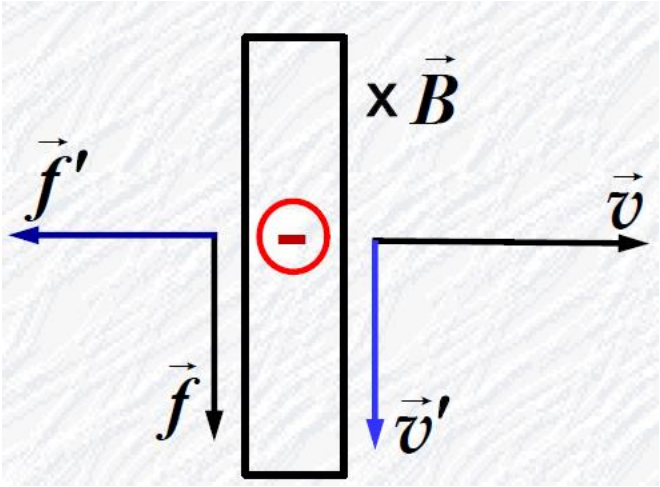
$$\vec{f}' \cdot \vec{v} = -ev'Bv$$

$$\vec{f} \cdot \vec{v}' = -\vec{f}' \cdot \vec{v}$$

Lorentz 力不作功是指：

$$(\vec{f} + \vec{f}') \cdot (\vec{v} + \vec{v}') = \vec{f} \cdot \vec{v}' + \vec{f}' \cdot \vec{v} = 0$$

外力作功→感生电流能量



$$\vec{f}_{外}$$

$$\vec{f}_{外}=-f'$$

$$\underline{\vec{f}_{外}\cdot\vec{v}}=-\vec{f}'\cdot\vec{v}=\underline{\vec{f}\cdot\vec{v}'}$$

20.4 感生（induced）电动势和感生电场假设

回路静止，仅由磁场变化引起磁通变化所产生的电动势——感生电动势：

$$\varepsilon_{感}=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d}{dt}\iint_{(S固定)}\vec{B}\cdot d\vec{S}=-\iint_{(S固定)}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

问：产生感生电动势的非静电力？

麦克斯韦感生电场假设：变化磁场会在周围空间激发电场，并称之为感生电场——引起感生电动势的非静电力，即

$$\varepsilon_{感}=\oint_{L}\vec{E}_{感}\cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon_{感} = -\iint_{(S固定)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$ （电磁感应定律）

$$\varepsilon_{感} = \oint_{L} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l}$$ （感生电场假设）

——感生电场所满足的环路定理：

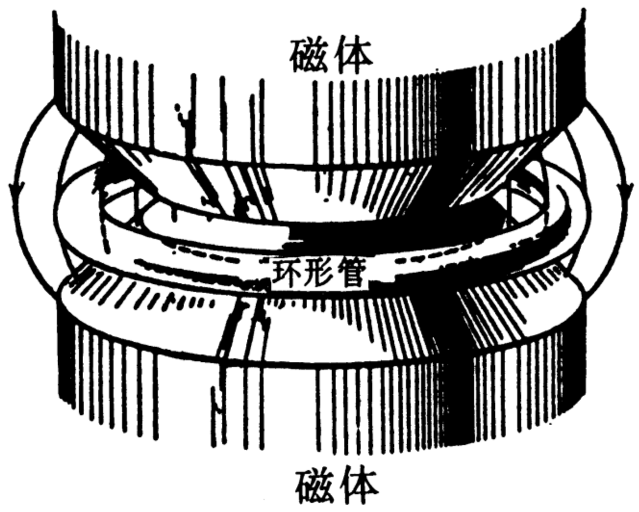
$$\oint_{L} \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\iint_{(S固定)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

L 的绕向： $E_{感}$的正方向

感生电场——有旋场、涡旋电场

——从理论上揭示变化磁场如何激发电场

例：电子感应加速器（Betatron）



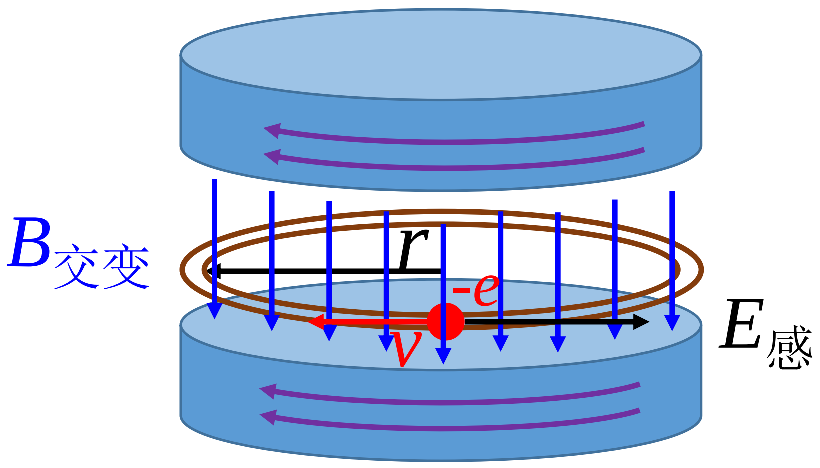
$$\oint_L \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\iint_{（S固定）} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

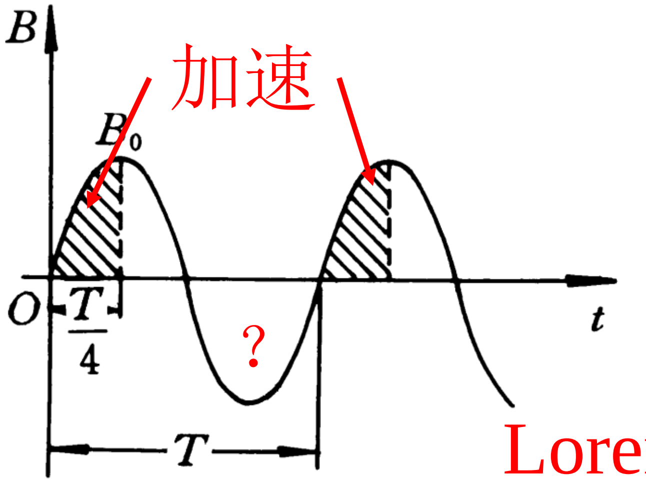
B 轴对称→E感 轴对称

$$2\pi r E_{感} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E_{感} = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

$E_{感} < 0$ --加速电子





Lorentz 力必须指向圆心

环流等于零的电场，称为势场。静电场就是一种势场：

$$\oint_L \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = 0$$

电场可分解成势场和涡旋场：

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_{感}$$

真空中电场的基本规律

积分形式：

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho dV$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\frac{d\Phi}{dt}=-\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

微分形式：

$$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

计算感应电动势的两个公式

1、通量法则

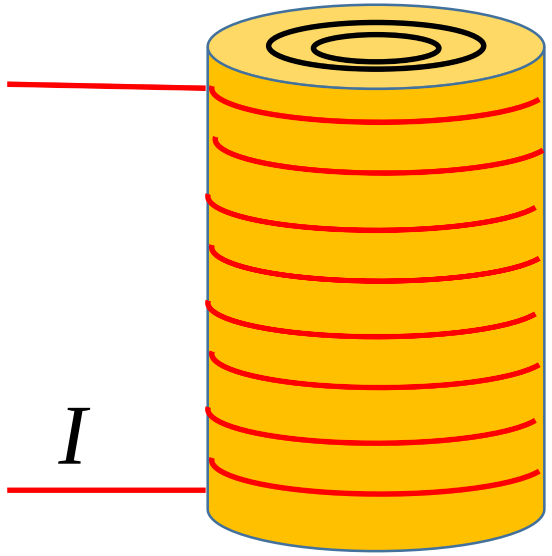
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

2、按动生、感生电动势计算

$$\varepsilon = \oint_{(B\text{固定})} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} - \iint_{S(\text{固定})} \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

*20.5 涡电流

大块导体处于变化的磁场或在磁场中运动时，导体中的感应电流呈涡旋状，叫作**涡电流**，简称**涡流**。



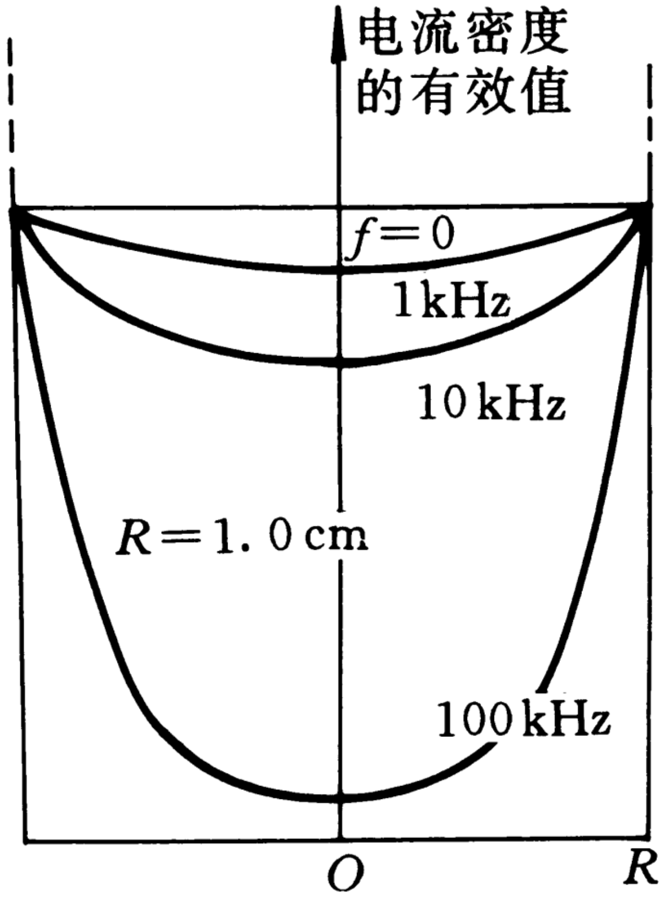
涡流热效应：与普通电流一样要产生焦耳热。

涡流机械效应：导体在磁场中运动时涡流受安培力作用，按楞次定律，安培力将阻碍该导体的运动，产生机械效应。

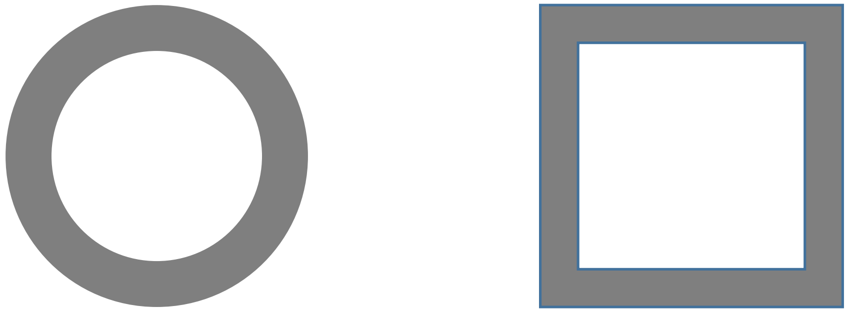
（演示实验）

趋肤效应：

交变电流流过导体时，变化的电磁场在导体中引起涡流，而变化的涡流又反过来激发变化的电磁场，如此互相影响，致使交变电流在导线横截面上不再均匀分布，而是向导线表面集中，称为趋肤效应。



电流变化的频率越高，趋肤效应越强，高频情况下可认为电流只在导线表面很薄的一层中流过，所以在高频电路中采用空心导线代替实心导线。

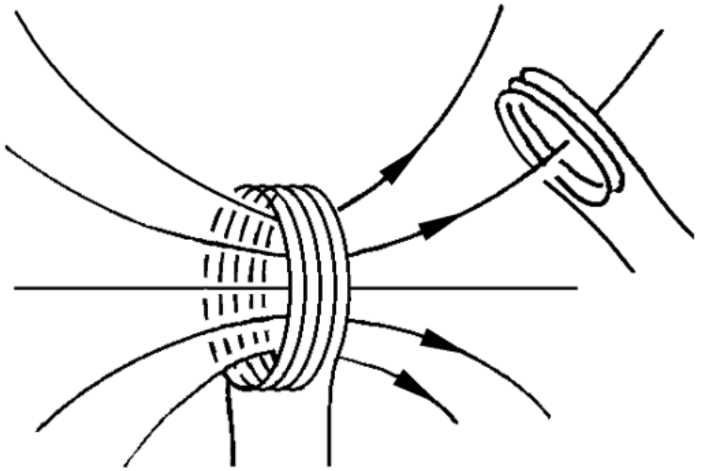


波导管

趋肤效应减小了导线的截面，增大了电阻，在高频电路中一般采用多股编织导线。利用趋肤效应可以对金属进行表面淬火。

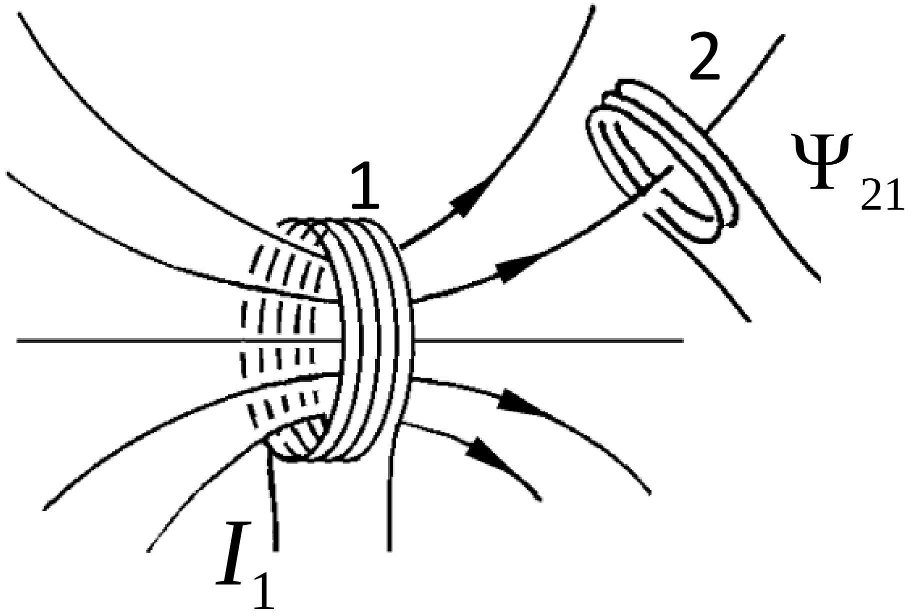
（演示实验）

20.6 互感



一个线圈的电流随时间变化时，磁场相应变化，使穿过另一个邻近线圈的全磁通发生变化而引起感应电动势，这种现象称为互感。在另一线圈中引起的感应电动势称为互感电动势。

互感电动势不仅与电流改变的快慢有关，而且还与这两个线圈的结构和相对位置，以及周围介质的性质有关。

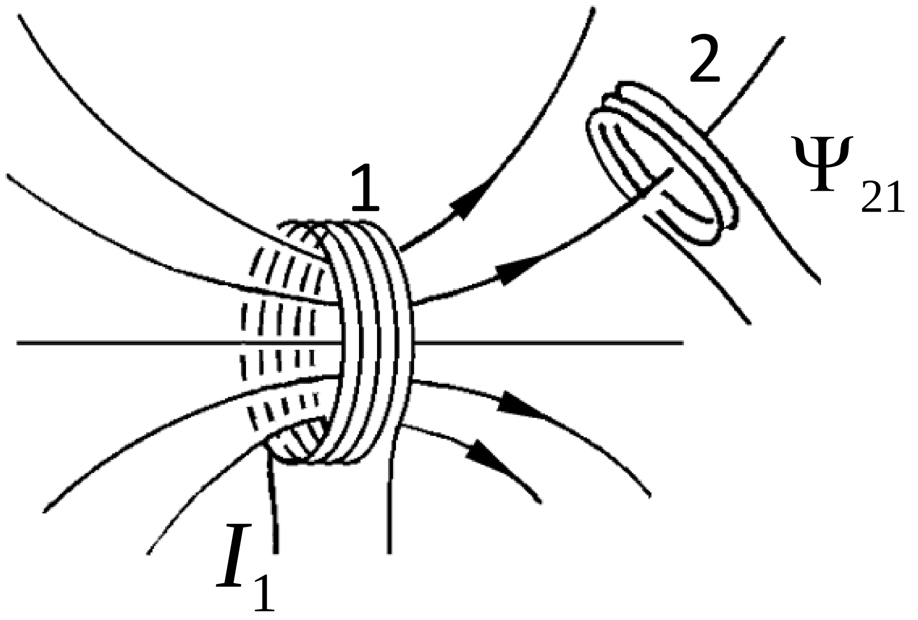


设线圈1通有电流I_1，穿过邻近线圈2的全磁通为Ψ_{21}。按毕奥-萨伐尔定律，Ψ_{21}与I_1成正比，比例系数用M_{21}表示，有

$$\Psi_{21} = M_{21} I_1$$

线圈2通有电流I_2时，线圈1中的全磁通为

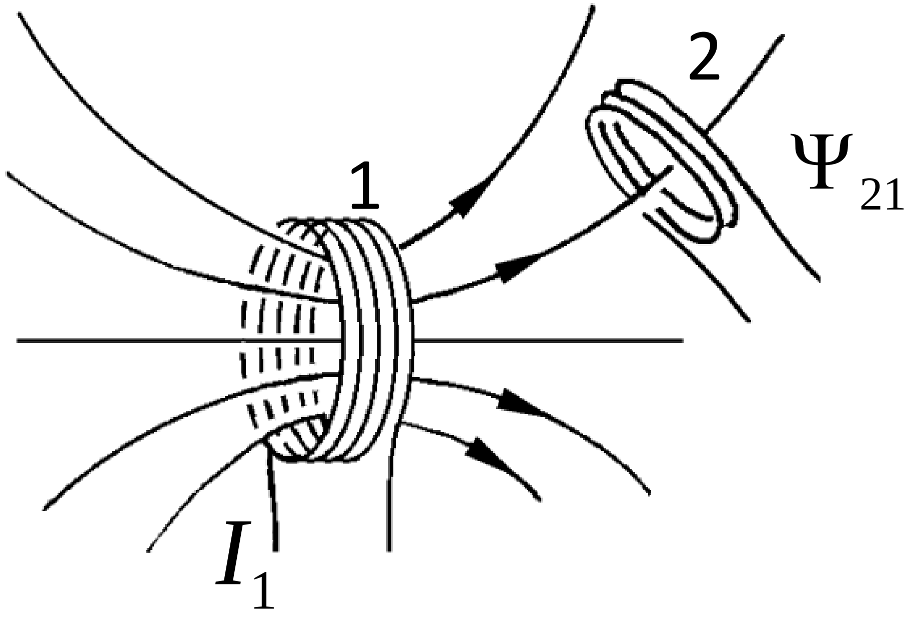
$$\Psi_{12} = M_{12} I_2$$



可以证明：

$$M_{12} = M_{21} = M$$

M叫互感系数，简称互感，单位是H（亨［利］）。



保持线圈的结构和相对位置不变、周围无铁磁质，这时互感M为常量，由I_1变化引起的线圈2中的互感电动势：

$$\varepsilon_{21}=-\frac{d\Psi_{21}}{dt}=-M\frac{dI_1}{dt}$$

同理

$$\varepsilon_{12}=-\frac{d\Psi_{12}}{dt}=-M\frac{dI_2}{dt}$$

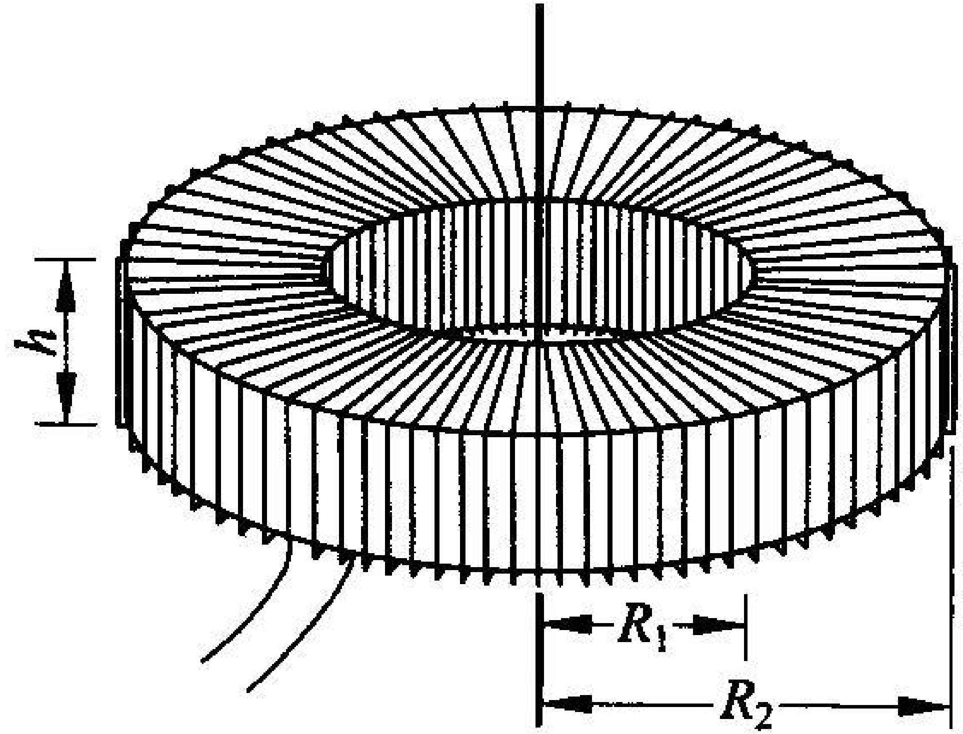
互感的应用：

通过互感可把能量或信号由一个线圈传递到另一个线圈。

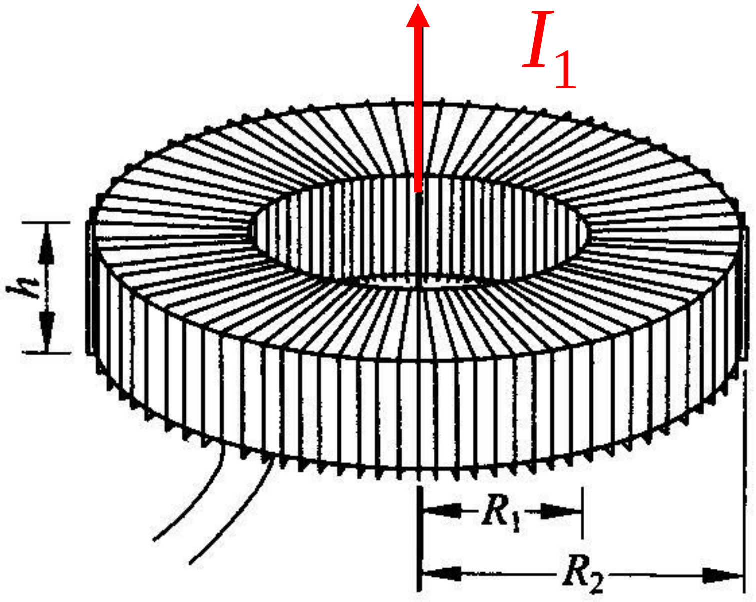
如：电源变压器、中周变压器、输入、输出变压器以及电压和电流互感器等。

由于互感，电路之间会互相干扰。可采用磁屏蔽等方法来减小这种干扰。

例：一长直导线沿截面为矩形、总匝数为$\boldsymbol{N}$ 的密绕螺绕环的轴线放置，求长直导线与密绕螺绕环之间的互感系数 $\boldsymbol{M_{21}}$和$\boldsymbol{M_{12}}$，说明$\boldsymbol{M_{21}}=\boldsymbol{M_{12}}$。



解



（1）设长直导线中通有电流I_1，穿过螺绕环横截面的全磁通：

$$\Psi_{21} = N\int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 N h I_1}{2\pi} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

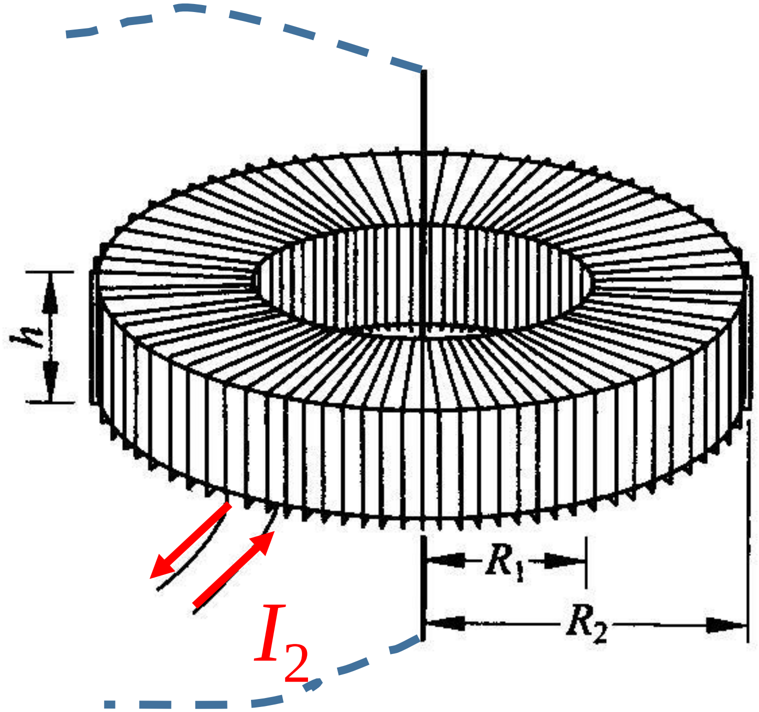
互感系数：

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

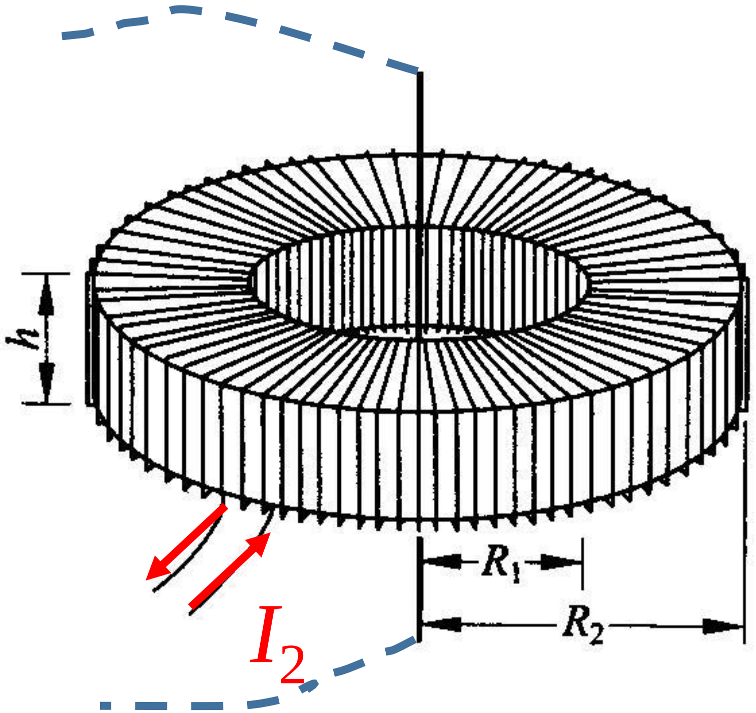
（2）设螺绕环中通有电流I_2

长直导线--在无穷远处闭合

——穿过长直导线回路的全磁通Ψ_{12}，就是通过螺绕环横截面的磁通量。



以长直导线为轴线，在螺绕环内作一半径为r 的圆回路，由安培环路定理：

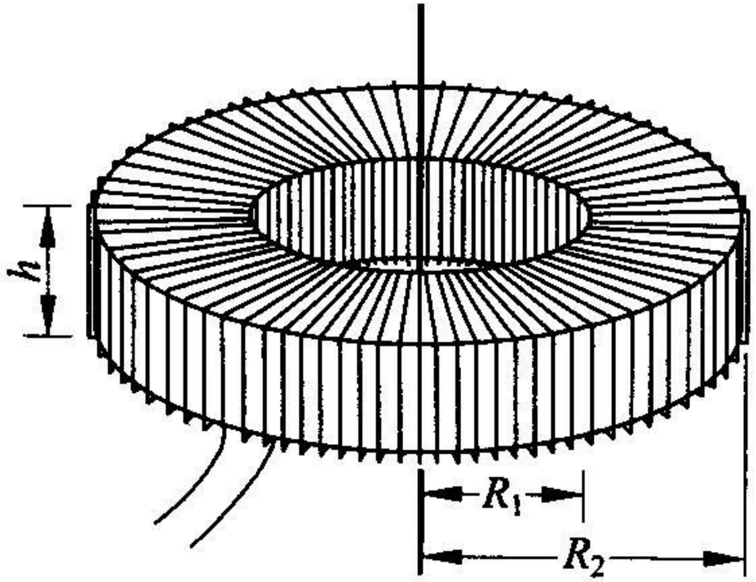


$$2\pi r B = \mu_0 N I_2 \qquad B = \frac{\mu_0 N I_2}{2\pi r}$$

穿过长直导线回路的全磁通：

$$\Psi_{12} = \int_{R_1}^{R_2} B h dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 N I_2}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 N h I_2}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Psi_{12} = \frac{\mu_0 N h I_2}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$



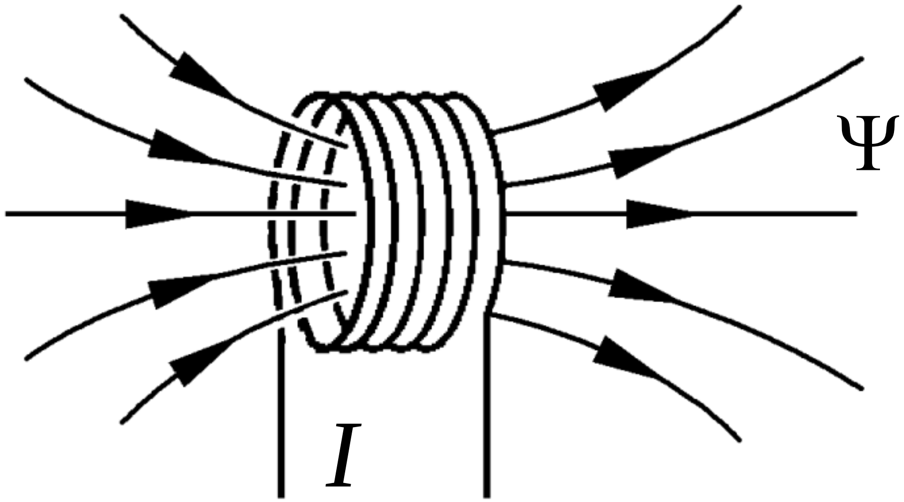
互感系数：

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

由此看出：

$$M_{21} = M_{12}$$

20.7 自感

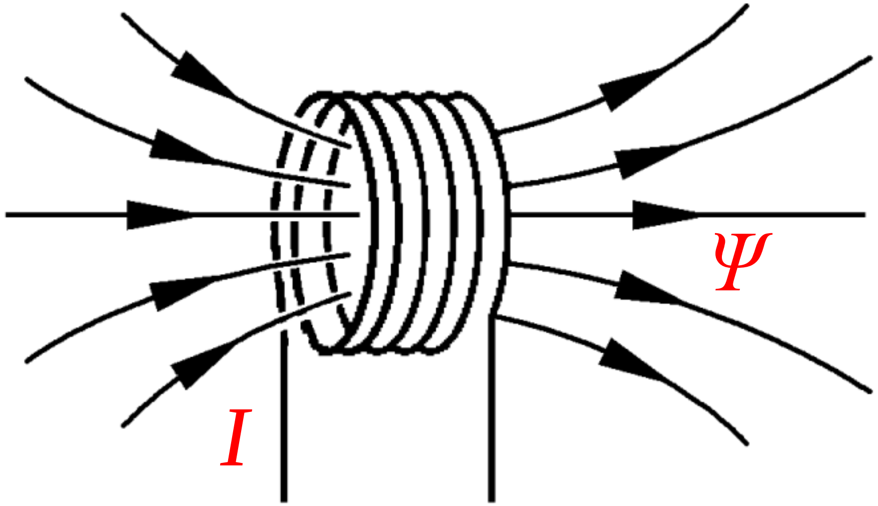


电流I变化→穿过线圈自身的全磁通Ψ变化→产生感应电动势，这种现象称为自感，所产生的感应电动势称为自感电动势。

全磁通：

$$\Psi = LI$$

L：自感系数，自感，单位：H（亨［利］）

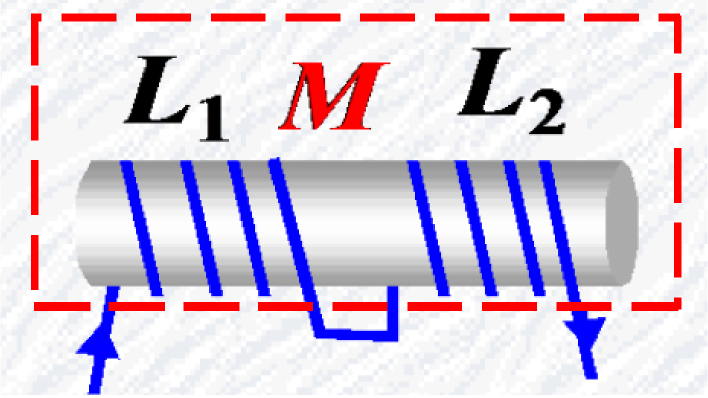


保持线圈的结构不变，周围无铁磁质，这时自感L为常量，由电流I 的变化所产生的自感电动势：

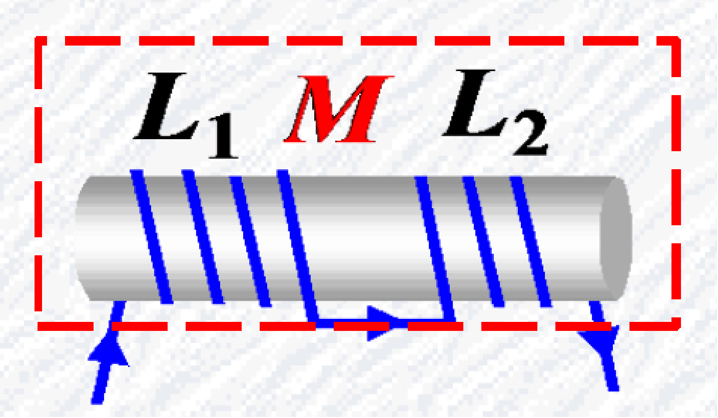
$$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

- 已经把 I 的方向规定为 ε的正方向
- ε 总是阻碍 I 的变化，L 可用来表示线圈“电磁惯性”的大小。

【例】求总自感 L



顺接

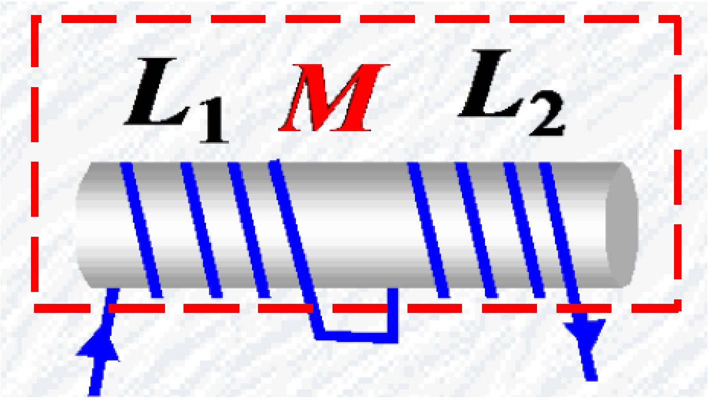


反接

总自感： $L?$

总电动势： $\varepsilon = -\frac{dL}{dt}$

1、顺接



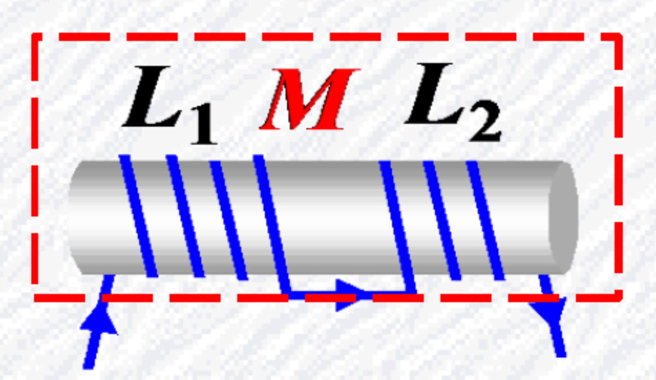
磁场彼此加强，自感电动势和互感电动势同向。

总电动势：$$\varepsilon = -L_1\frac{dI}{dt} - M\frac{dI}{dt} - L_2\frac{dI}{dt} - M\frac{dI}{dt}$$

$$= -(L_1 + L_2 + 2M)\frac{dI}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

总自感：$$L = L_1 + L_2 + 2M$$

2、反接



磁场彼此减弱，自感电动势和互感电动势反向。

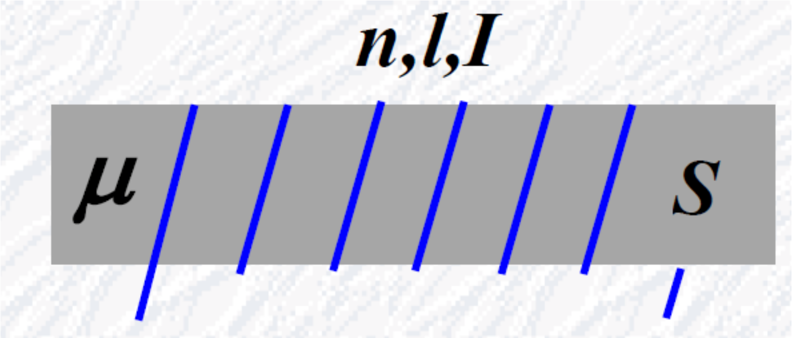
总电动势：$$\varepsilon = -L_1\frac{dI}{dt} - (-M\frac{dI}{dt}) - L_2\frac{dI}{dt} - (-M\frac{dI}{dt})$$

$$= -(L_1 + L_2 - 2M)\frac{dI}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

总自感：$$L = L_1 + L_2 - 2M$$

若 $L_1 + L_2 = 2M$ 则 $L = 0$

【例】求长直螺线管的自感系数



$$B = \mu_0 \mu_r nI = \mu nI$$

$$\Psi = nl \cdot BS = nl \cdot \mu nIS = n^2 \mu IlS = n^2 \mu IV$$

$$L = \frac{\Psi}{I} = n^2 \mu V$$ $V = lS$ ：螺线管体积

$$L = n^2 \mu_0 \mu_r V$$

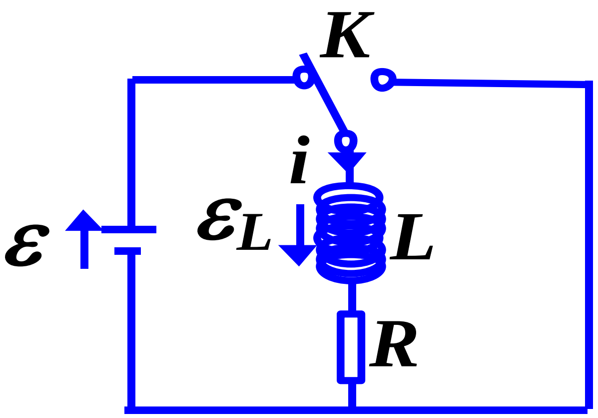
对密绕螺绕环也适用，为什么？

*20.8 *RL*电路的暂态过程

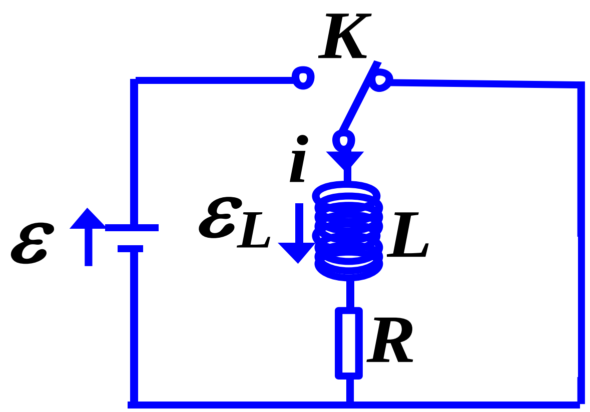
暂态过程：在阶跃电压作用下，从初始态逐渐变化到稳定态的过程。

前面讨论了*RC*电路：在阶跃电压下，电容器上的电荷q、电路中的电流i不会突变，而是随时间按指数增大或减小。

下面分析*RL*电路的暂态过程：

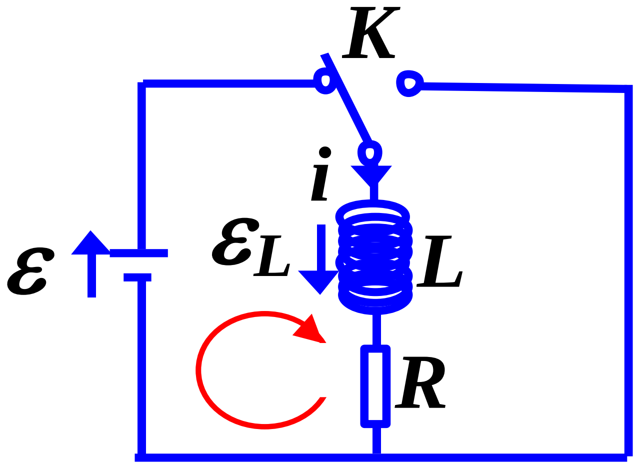


接通电源



断开电源并短接

一、接通电源

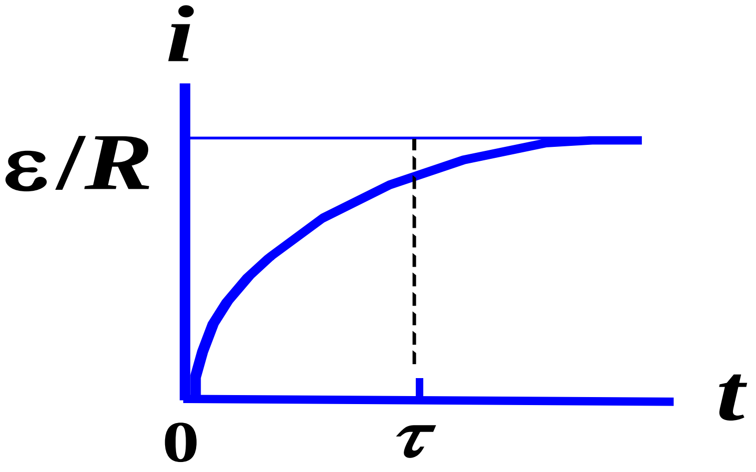


——似稳电路，基尔霍夫第二方程组：

$$-\varepsilon-\varepsilon_L+iR=0\ ,\quad \varepsilon_L=-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$\begin{cases} L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+iR=\varepsilon \\ t=0, i=0 \end{cases}$$

$$i=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

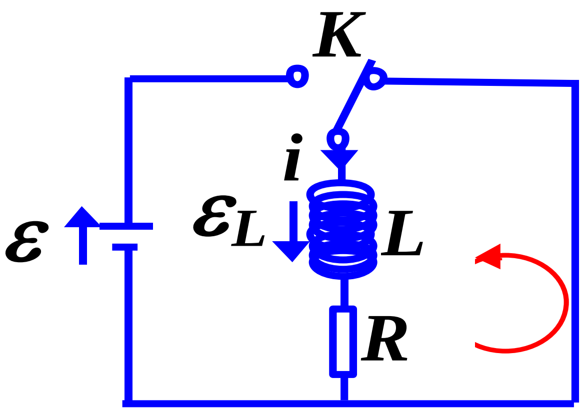


——电流随时间按指数增大

时间常数： $\tau=L/R$

表示电流与其最大值的差，变为最大值的 $1/e$ 所经过的时间。

二、断开电源并短接



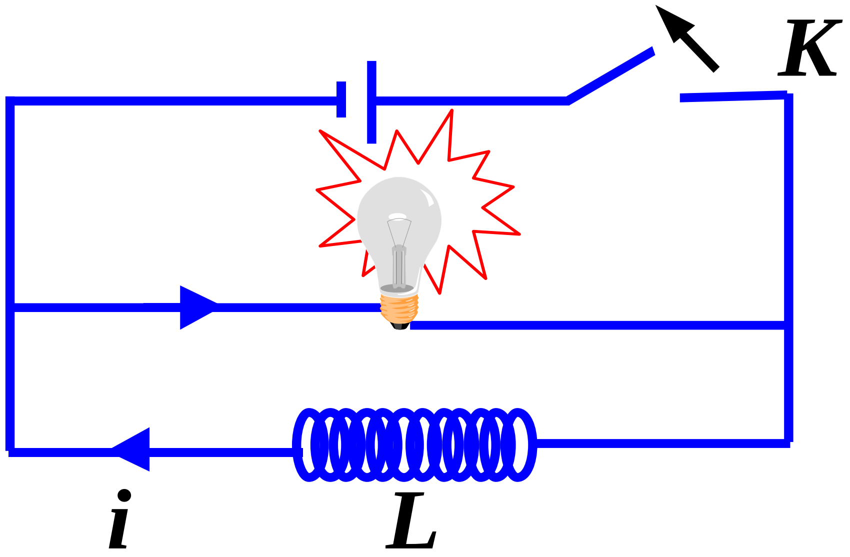
——电流随时间按指数减小

$$\begin{cases} L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + iR = 0 \\ t = 0, i = \dfrac{\varepsilon}{R} \end{cases}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\,\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\varepsilon}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

20.9 磁场的能量

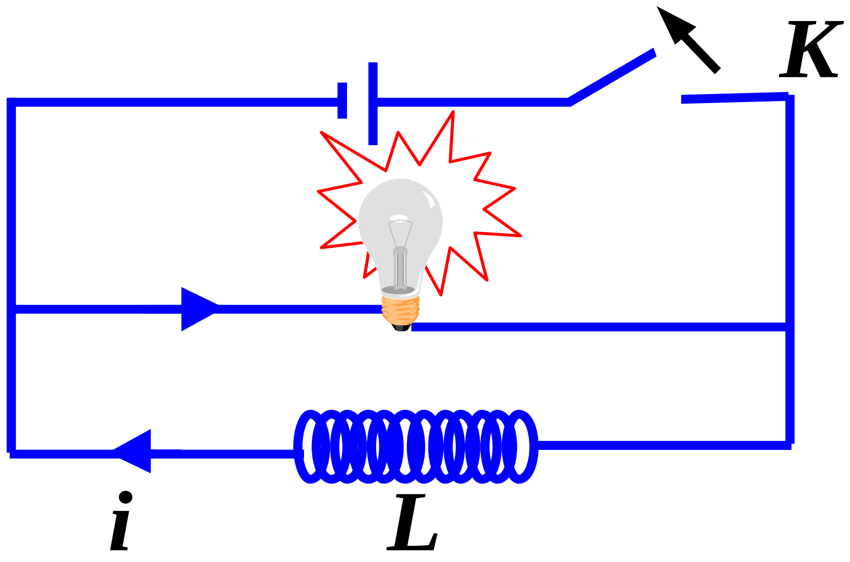
一、自感磁能



接通电源后，断开电源，灯为什么还亮一下？

—— 通电线圈 L 中的磁场具有能量

求通有电流 I 的自感线圈 L 中的磁能



自感电动势做功——消耗自感线圈中的能量：

$$\mathrm{d}W=\mathcal{E}_L\cdot i\mathrm{d}t=-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}i\mathrm{d}t=-Li\mathrm{d}i$$

$$W=\int\mathrm{d}W=-L\int_I^0 i\mathrm{d}i=\frac{1}{2}LI^2$$

通有电流 I 的自感线圈 L 中的磁能：

$$W_L = \frac{1}{2} L I^2$$

——自感磁能总取正值

二、磁场的能量

磁能定域在磁场中，以填充非铁磁介质的长直螺线管为例：

$$L=\mu n^2 V,\quad B=\mu nI,\quad H=\frac{B}{\mu}$$

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\mu n^2 VI^2$$

$$=\frac{B^2}{2\mu}V=\frac{1}{2}BHV$$

磁场的能量密度：

$$w_m=\frac{1}{2}BH=\frac{B^2}{2\mu}$$

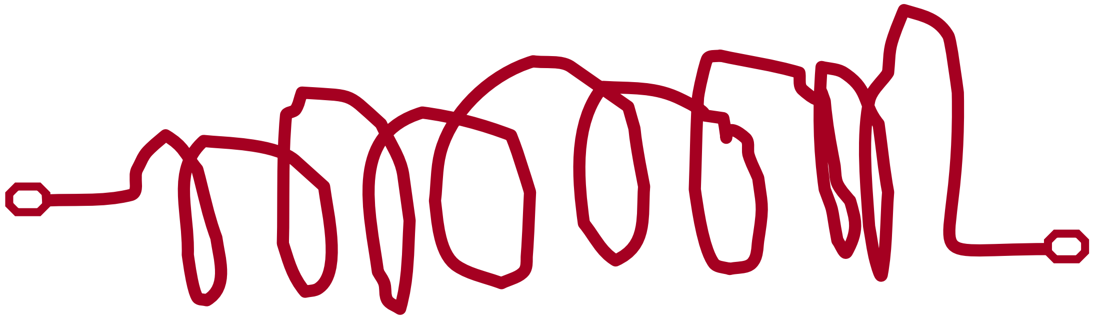
电磁场的能量密度（非铁磁介质）：

$$w=\frac{1}{2}(DE+BH)$$

普遍情况：

$$w=\frac{1}{2}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})$$

三、通过磁场能求自感



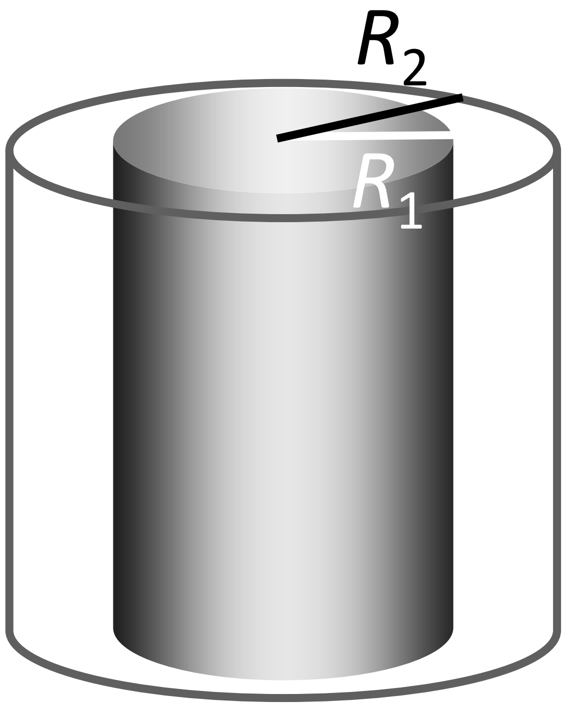
求 $L=?$

按全磁通求：$L=\dfrac{\Psi}{I}$ ，$\Psi=?$

通过磁场能量求：

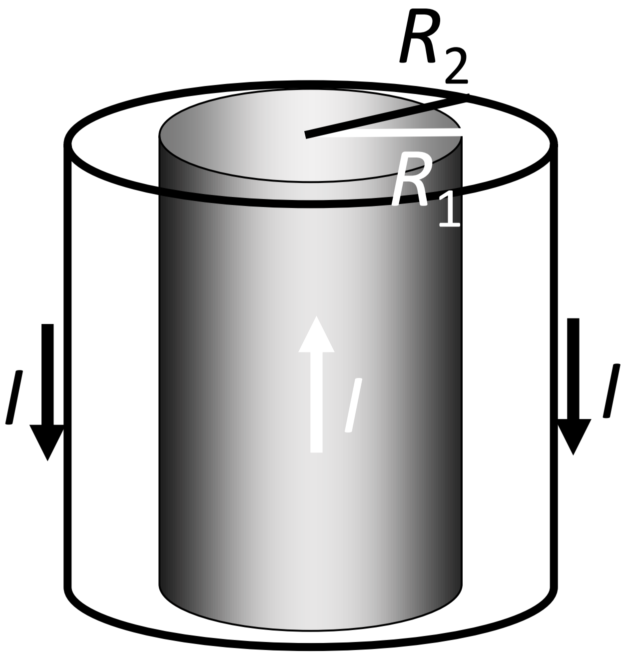
$$\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\iiint\vec{B}\cdot\vec{H}\mathrm{d}V$$

【例】同轴电缆由中心导体圆柱和外层导体圆筒组成，求单位长度的自感系数。



通过磁场能量求：设电流为I

$$B=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^2}, & 0<r<R_1\\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}, & R_1<r<R_2\\ 0, & r>R_2\end{cases}$$



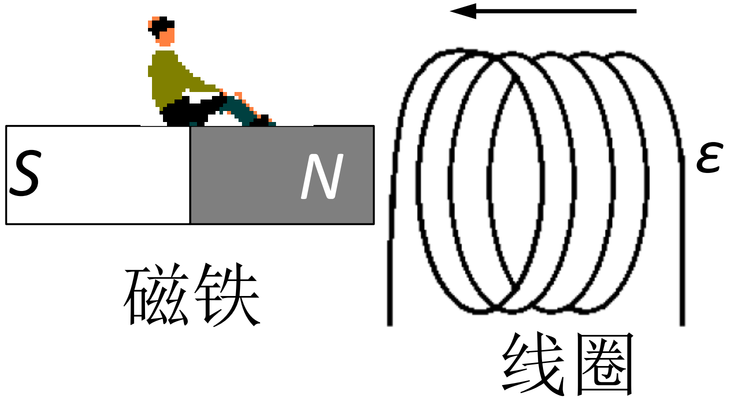
$$\frac{1}{2}LI^2=\int\frac{B^2}{2\mu_0}\cdot 2\pi r\mathrm{d}r\cdot 1$$

$$=\frac{\mu_0 I^2}{16\pi}+\frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\ln(R_2/R_1)$$

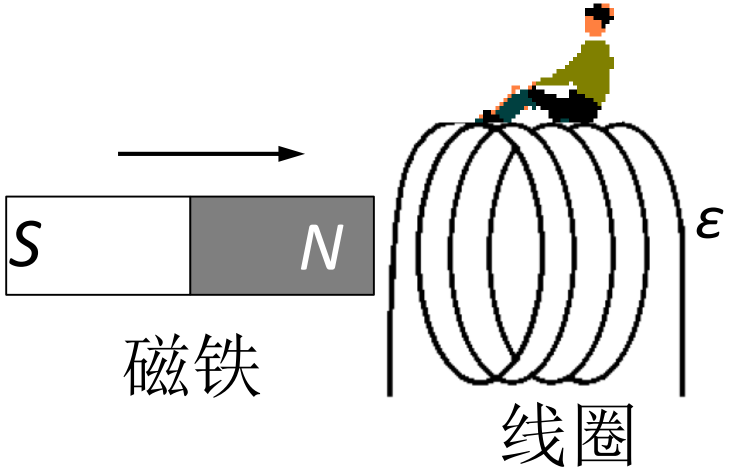
单位长度自感系数： $L=\dfrac{\mu_0}{8\pi}+\dfrac{\mu_0}{2\pi}\ln(R_2/R_1)$

【思考】按 $L=\Psi/I$ 求？

*20.10 电场和磁场的相对性



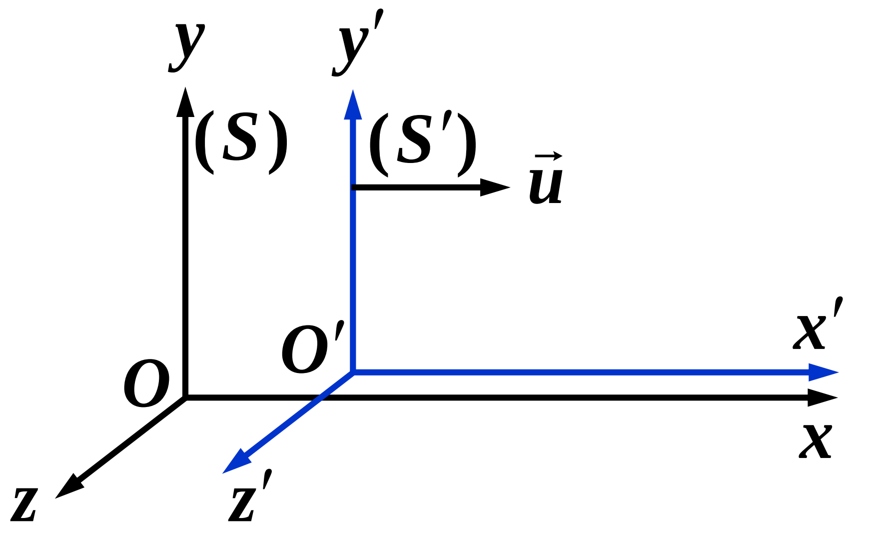
磁铁参考系：动生电动势，非静电力：洛伦兹力



线圈参考系：感生电动势，非静电力：感生电场

物理现象不应随参考系而变，在不同参考系中，同一电磁现象规律的表现形式为什么不同——这正是爱因斯坦在1905年发表的题为《论动体的电动力学》的论文中提出的问题。

狭义相对论认为：把电磁场划分为电场部分和磁场部分只有相对的意义，这种划分与观察者所在的参考系有关，电场和磁场具有相对性。



对于同一电磁场，同一时空点：

S 系：$P(x, y, z, t)$　　S' 系：$P'(x', y', z', t')$

场量：$\vec{E}, \vec{B}$　　场量：$\vec{E}', \vec{B}'$

求：$\vec{E}, \vec{B} \sim \vec{E}', \vec{B}'$ 之间相对论变换关系

可以由洛伦兹力和速度的相对论变换：

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow \vec{F}' = q(\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}')$$

（S 系）　　　　　　（S′系）

得到 $\vec{E},\vec{B} \sim \vec{E}',\vec{B}'$ 之间相对论变换关系：

$$E'_x = E_x \qquad B'_x = B_x$$

$$E'_y = \gamma\,(E_y - uB_z) \qquad B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{u}{c^2}E_z\right)$$

$$E'_z = \gamma\,(E_z + uB_y) \qquad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{u}{c^2}E_y\right)$$

推导过程参考：《电磁学》赵凯华等，P175—187

$$E'_x = E_x \qquad B'_x = B_x$$

$$E'_y = \gamma\,(E_y - uB_z) \qquad B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{u}{c^2}E_z\right)$$

$$E'_z = \gamma\,(E_z + uB_y) \qquad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{u}{c^2}E_y\right)$$

•把电磁场划分为电场部分和磁场部分，与观察者所在的参考系有关。

•在运动方向上电场、磁场的分量相等，在垂直于运动的方向上的分量互相不能分开。

•若场源电荷在某个惯性系中静止，则在这个参考系中只有静电场，没有磁场——可导出运动点电荷的电场和磁场。