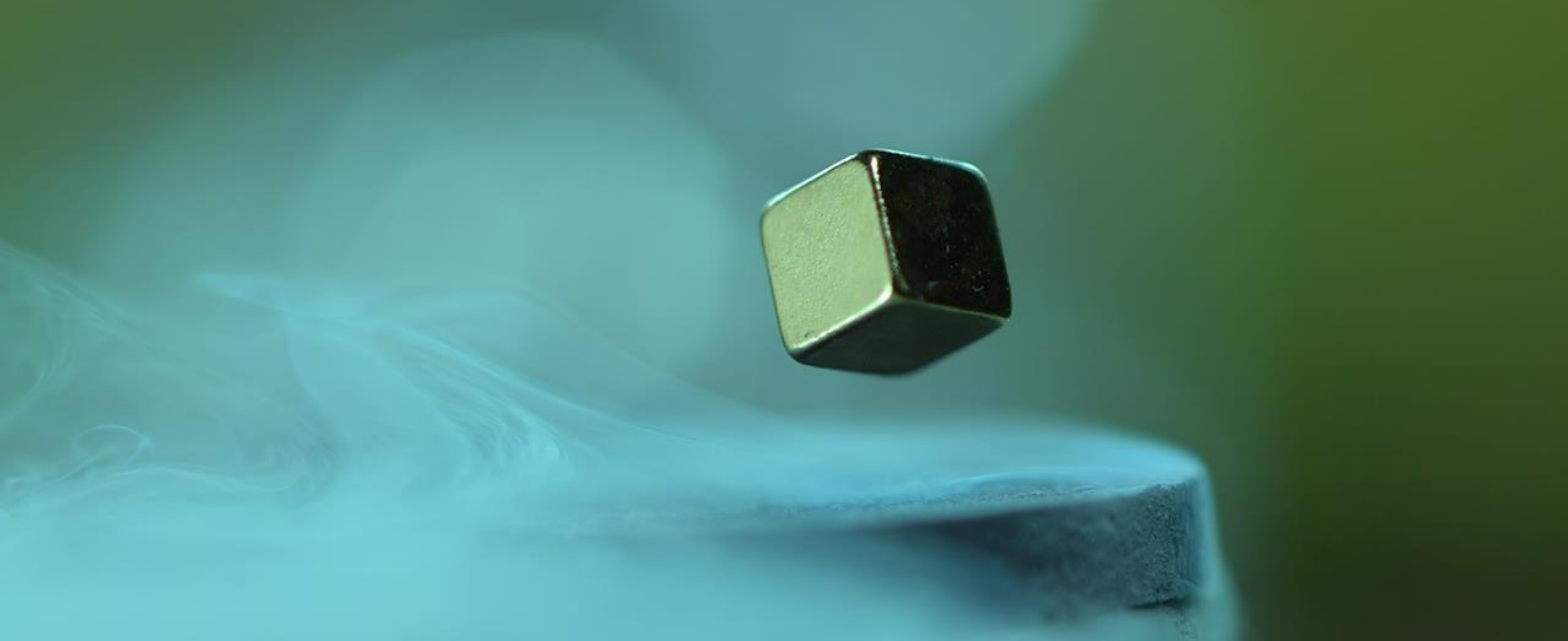
第十九章 磁场中的磁介质



第十九章 磁场中的磁介质

19.1 磁介质

19.2 磁介质基本规律

19.3 铁磁质 ferromagnet

19.4 简单磁路

19.1 磁介质

一. 磁介质的分类

介质对场有影响 总场是

$$\boxed{\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'}$$

传导电流产生

介质产生

类比电介质中的电场

在介质均匀充满磁场的情况下

定义 $\mu_r=\dfrac{B}{B_0}$ 介质的相对磁导率

$\mu_r \geq 1$ 顺磁质

$\mu_r \leq 1$ 抗磁质

线性介质

$\mu_r >> 1$ 铁磁质

磁介质的种类

$\mu_r < 1$

- $\boxed{\text{一般抗磁性}}$ $\mu_r \approx 1$ 如：Cu，Ag，Cl_2，H_2 …
- 完全抗磁性 $\mu_r = 0$ 超导体处于超导态

迈斯纳效应

$\mu_r > 1$

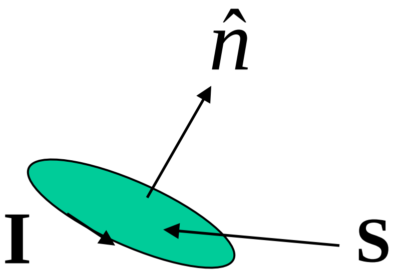
- $\boxed{\text{顺磁性}}$ $\mu_r \approx 1$ 如：Mn，Al，O_2，N_2 …
- 反铁磁性 $\mu_r \approx 1$ 如：FeO，CoO，MnO …
- $\boxed{\text{铁磁性}}$ $\mu_r >> 1$ 如：Fe，Co，Ni …
- 亚铁磁性 $\mu_r >> 1$ 如：Fe_3O_4, Mn_3O_4 等铁氧体

几种磁介质的相对磁化率 $\chi_m = \mu_r - 1$

磁介质种类		相对磁导率
抗磁性 $\mu_r < 1$	铋(239K)	-1.7×10^{-4}
	汞(239K)	-2.9×10^{-5}
	铜(293K)	-1.0×10^{-5}
	氢(气体)	-4.0×10^{-5}
顺磁性 $\mu_r > 1$	氧(液体，90K)	7.7×10^{-3}
	氧(气体，293K)	3.4×10^{-3}
	铝(293K)	1.7×10^{-5}
	铂(293K)	2.6×10^{-4}
铁磁性 $\mu_r >> 1$	纯铁	5000(与H有关)
	硅钢	700(与H有关)
	坡莫合金	1×10^{5}(与H有关)

二. 磁介质的磁化

1.磁矩



$$\vec{m} = IS\hat{n} \equiv \vec{p}_m$$

磁场中力矩 $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

能量 $W = -\vec{m} \cdot \vec{B}$

实验发现粒子一般有磁矩

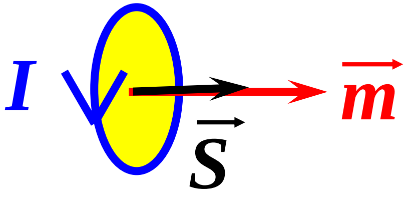
分子磁矩 = 核磁矩 + 电子轨道磁矩 + 电子自旋磁矩

实验证明

$$\vec{m} = \mu_m \vec{L}$$

粒子磁矩　磁矩因子　自旋或轨道角动量

a. 电子的磁矩



电子的轨道运动电流 $I = e \cdot \dfrac{v}{2\pi r}$

轨道磁矩 $m = \dfrac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \dfrac{evr}{2}$

电子轨道运动的角动量 $L = m_e vr$

电子轨道磁矩与轨道角动量的关系：$\vec{m} = -\dfrac{e}{2m_e}\vec{L}$

电子自旋磁矩和自旋角动量 $\vec{S}$ 的关系：$\vec{m} = -g\dfrac{e}{2m_e}\vec{S}$

g 因子 2

b. 质子和中子的磁矩

质子轨道磁矩 $\vec{m}=\frac{e}{2m_p}\vec{L},$

中子无轨道磁矩

质子和中子都有自旋磁矩 $\vec{m}=g\frac{e}{2m_p}\vec{S}$

质子$g=5.5857,$

中子$g=-3.8261$

c. 原子核的磁矩

原子核的自旋磁矩 $\vec{m}=g\frac{e}{2m_p}\vec{I}$

$\vec{I}$ 为核的自旋角动量，因子g由原子核决定

核磁矩远小于电子磁矩

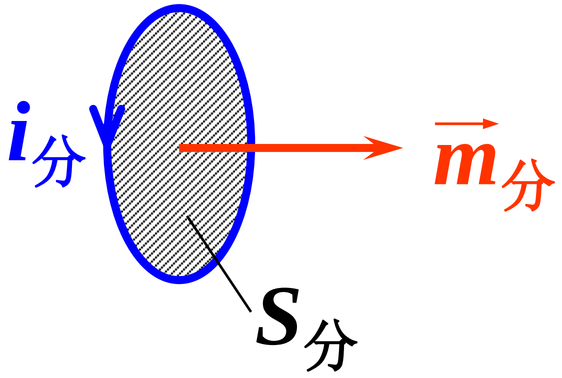
d. 分子磁矩和分子电流

电子轨道磁矩

电子自旋磁矩

原子核的磁矩

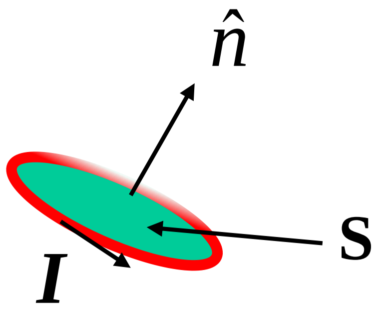
} 分子磁矩 $\vec{m}_{\text{分}}$ (molecular magnetic moment) $\xrightarrow{\text{等效}}$ 分子电流 $i_{\text{分}}$ (molecular current)



安培的分子电流模型

分子电流不是真实电流

例:



导线截面积 S_0

$$\vec{m} = \mu_m \vec{L} \qquad ?$$

$$I = jS_0 = nevS_0$$

$$L = 2\pi RS_0 nRm_e v$$

$$\mu_m = \frac{IS}{L} = \frac{e}{2m_e}$$

只和载流子的特性有关

2. 线性磁介质磁化的微观解释

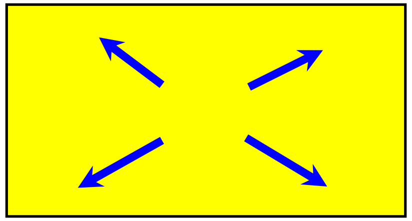
$$\text{分子磁矩}\begin{cases} \neq 0 & \text{顺磁质} \quad \text{paramagnet} \\ = 0 & \text{抗磁质} \quad \text{diamagnet} \end{cases}$$

1) 顺磁性

顺磁质分子有固有的分子磁矩（主要是电子贡献)

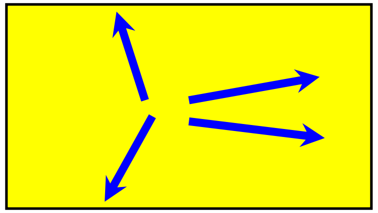
$\boldsymbol{m}_{分} \sim 10^{-23}\mathrm{A\ m}^2$。

$\vec{B}_0 = 0$



热运动使 $\vec{m}_{分}$ 完全混乱，不显磁性。

$\vec{B}_0 \neq 0 \longrightarrow$

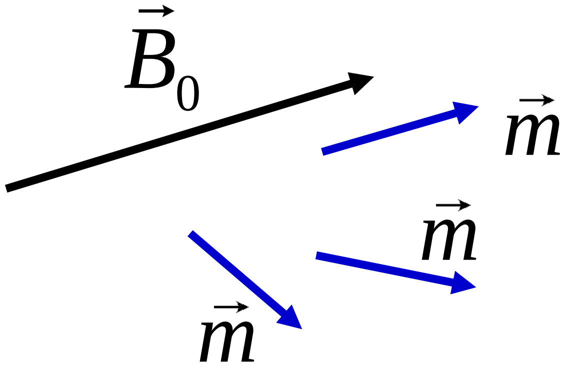


$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$W = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

$\vec{B}_0$使$\vec{m}_{分}$排列趋于$\vec{B}_0$方向, 显现磁性。

热运动有均匀取向趋势

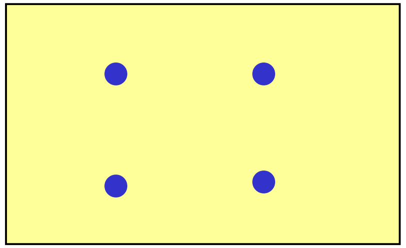


$$\frac{n(\theta)}{n_0} \propto e^{-\frac{W}{kT}} = e^{\frac{mB\cos\theta}{kT}}$$

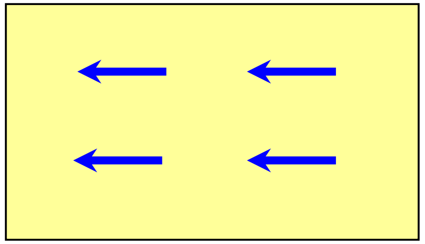
2) 抗磁性

抗磁质的分子固有磁矩为 0。

$\vec{B}_0 = 0$

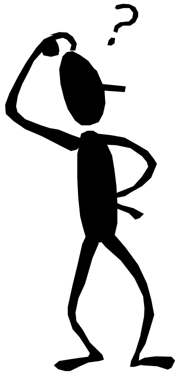


$\vec{B}_0$



$\vec{m}_{分} = 0$，

不显磁性



附加磁矩 $\Delta\vec{m}_{分} \uparrow\downarrow \vec{B}_0$

显示抗磁性

为什么 $\Delta\vec{m}_{分}$ 反平行于$\vec{B}_0$呢？

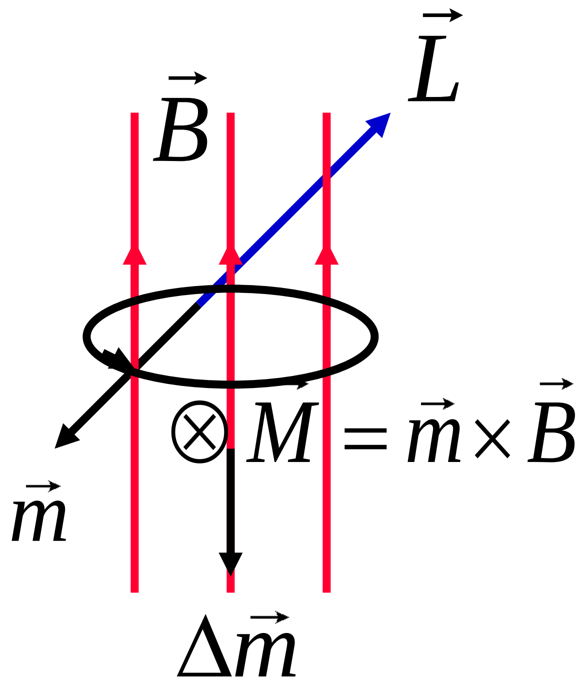
分子磁矩 = 核磁矩 + 电子轨道磁矩 + 电子自旋磁矩 = 0

其中一磁矩，如某电子轨道磁矩 $\vec{m}=\mu\vec{L}$

$$\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}=\mu\vec{L}\times\vec{B}=\dot{\vec{L}}=\vec{\Omega}\times\vec{L}$$

（粒子角动量在弱外场下大小不变）

$\vec{\Omega}=-\mu\vec{B}$ 拉莫尔进动频率



与拉莫尔进动相对应的转动惯量设为 Γ

进动角动量 $$\Delta\vec{L} = \Gamma\vec{\Omega}$$

附加磁矩或感应磁矩 $$\Delta\vec{m} = \mu\Delta\vec{L} = -\mu^2\Gamma\vec{B}$$

总的感应磁矩与外场B反向
减弱外场B，这是抗磁介质的机理。

顺磁介质也有感应磁矩产生，但与磁矩顺排效果相比可忽略。

19.2 磁介质基本规律

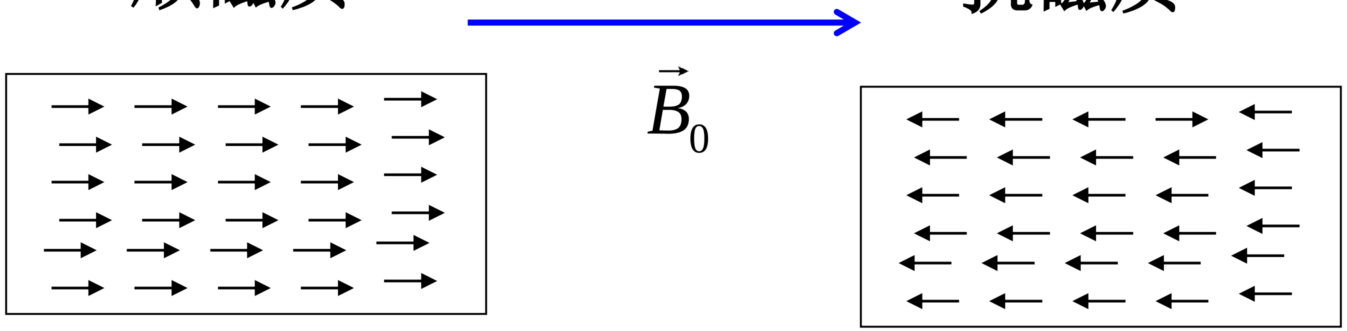
1. 磁化强度

$$\boxed{\vec{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_i \vec{m}_i}{\Delta V}}$$

平均分子磁矩

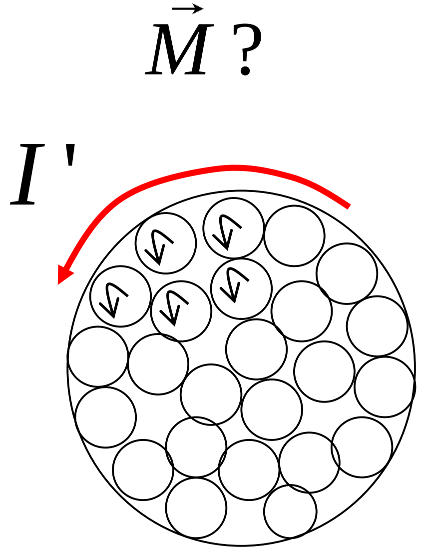
$$\boxed{\vec{m}_{平均} = i_{平均}\vec{S}_{平均} = \frac{\vec{M}}{n}}$$

顺磁质　　　　抗磁质



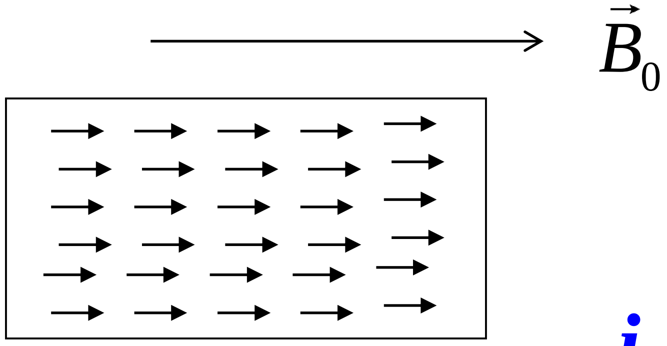
没有外磁场，顺磁介质每个磁矩均匀取向

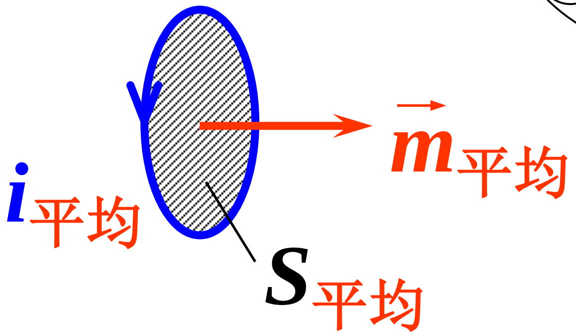
$$\sum_i \vec{m}_i = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{m}_{平均}=0$$



外磁场中

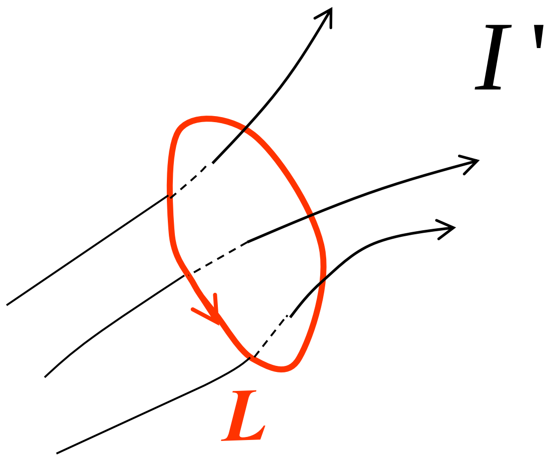
均匀磁化圆柱体





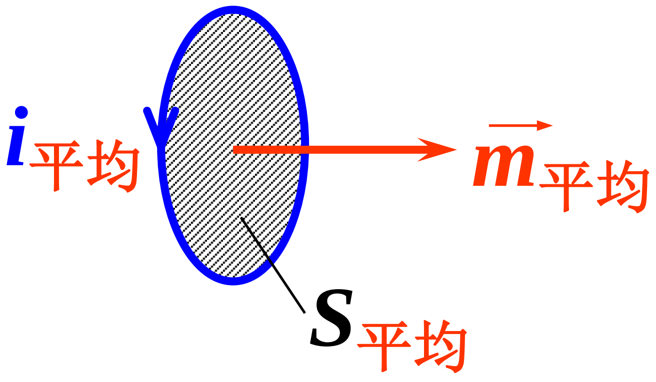
2. 磁化电流

$$\boxed{\oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l} = \sum I'}$$

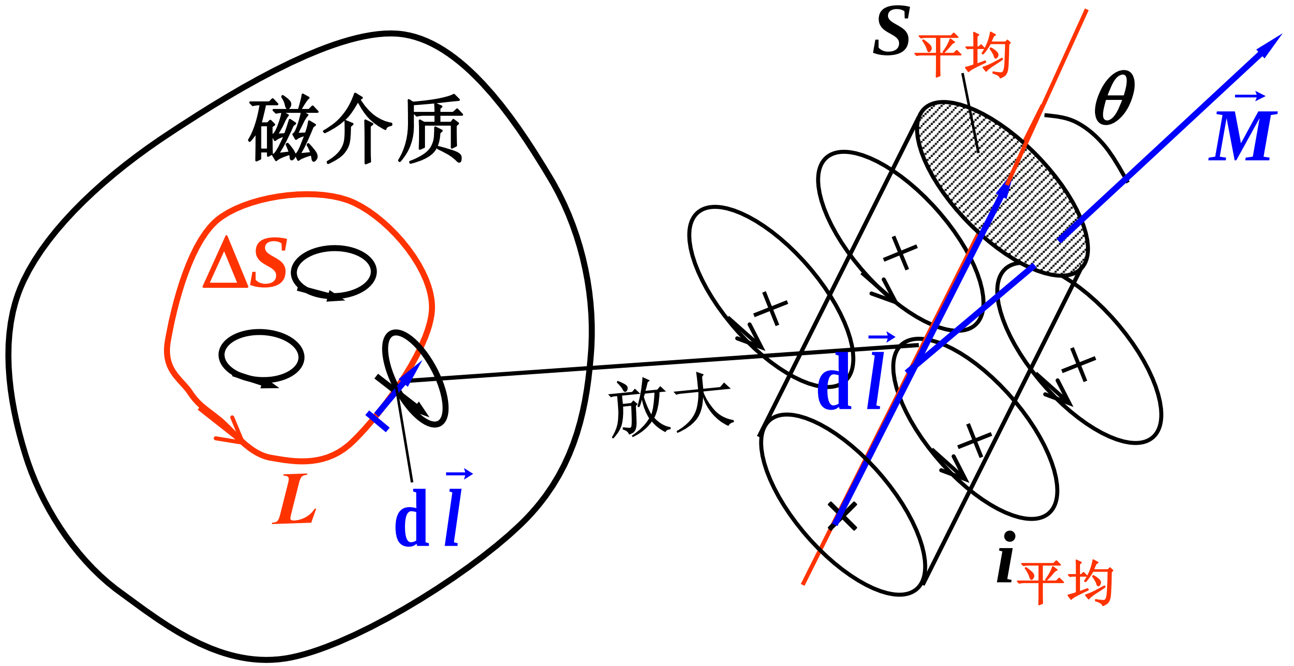


束缚电流或磁化电流

只是一种等效电流，不是真正意义上的电流。



介质内：



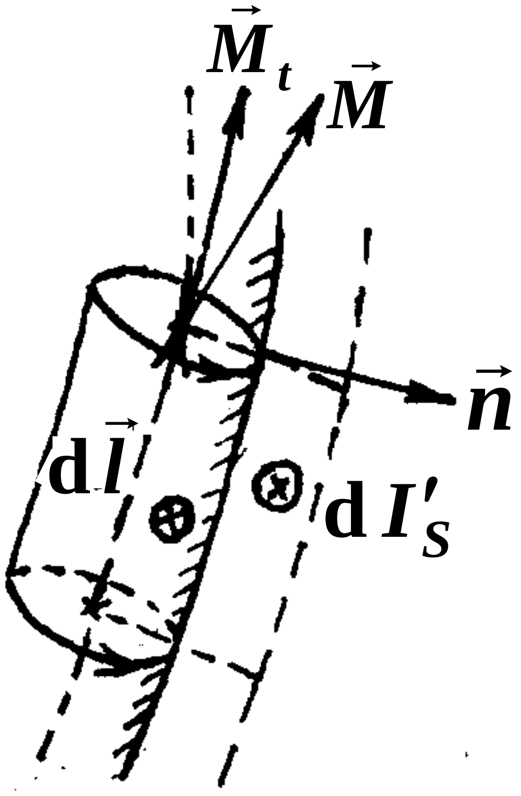
设分子浓度为 n，则套住 dl 的分子电流：

$$\mathrm{d}I' = n \cdot i_{平均} \cdot (S_{平均} \cdot \cos\theta \cdot \mathrm{d}l)$$

$$= M \cdot \mathrm{d}l \cdot \cos\theta = \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

穿过 L 所围曲面 ΔS 的磁化电流 $\boxed{\sum I' = \oint_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

介质表面：



选 $\mathrm{d}\vec{l} \,/\!/\, \vec{M}_t$

$$\mathrm{d}I'_S = \vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = M_t\cdot\mathrm{d}l$$

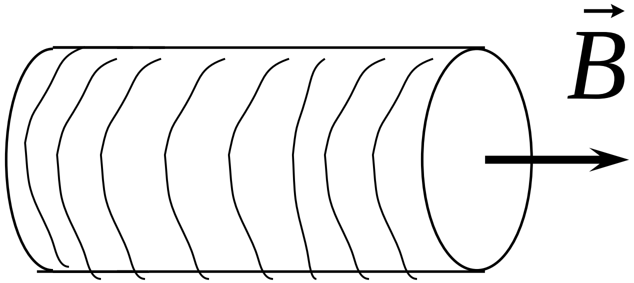
磁化面电流密度

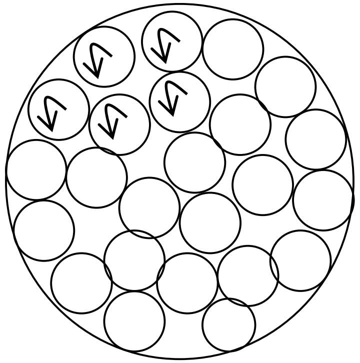
$$j'_S = \frac{\mathrm{d}I'_S}{\mathrm{d}l} = M_t$$

$$\boxed{\vec{j}'_s = \vec{M}\times\vec{e}_n}$$

称为束缚面电流密度或磁化面电流密度

例 长直螺线管内部充满均匀的各向同性介质，被均匀磁化, 磁化强度 M. 求介质产生的磁场.





均匀磁化处，无磁化电流

$$\sum I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \vec{M} \cdot \oint_L d\vec{l} = 0$$

表面磁化电流面密度 M $\quad B_0 = \mu_0 n I$

$B_z' = \mu_0 M$ 磁化电流等效了介质

3. 有介质时的环路定理

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I = \mu_0 \sum (I_0 + I')$$

$$\oint \Big(\underbrace{\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}_{\vec{H}}\Big)\cdot d\vec{l} = \sum I_0$$

$$\boxed{\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_0}$$

4. $\vec{B}$ $\vec{M}$ $\vec{H}$ 三者的关系

普遍 $$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}}$$ magnetic intensity

代入

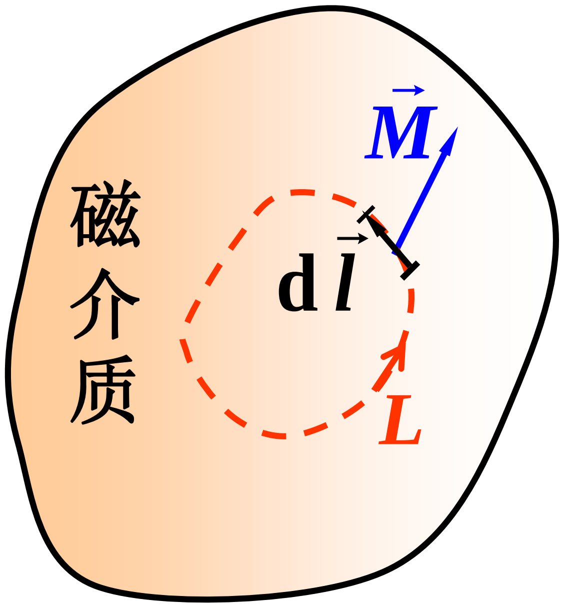
特殊各向同性 $$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H} = (\mu_r - 1)\vec{H}} \rightarrow \boxed{\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}}$$

线性介质 μ_r 为常数

*铁芯内上述关系不正确

例3 已知各向同性均匀磁介质内传导电流密度 $\vec{j}_0$，求磁化电流密度

解:



$$I' = \oint_L \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad I_0 = \oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

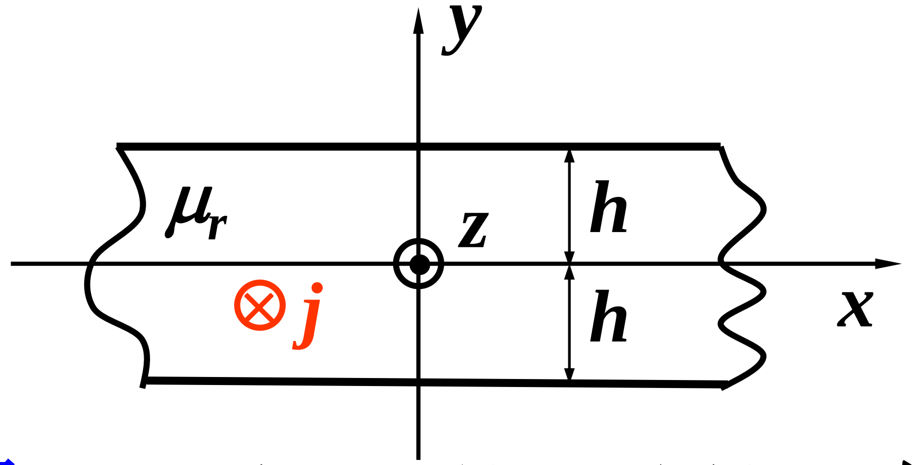
$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} = (\mu_r - 1)\vec{H}$$

$$I' = \chi_m I_0 = (\mu_r - 1) I_0$$

L可任取

$$\vec{j}' = \chi_m \vec{j}_0 = (\mu_r - 1)\vec{j}_0$$

例4　如图示，已知均匀载流无限大厚平板



电流密度为j（沿z），

导体相对磁导率为μ_r，

求：$\vec{B}$和$\vec{j}'_S$

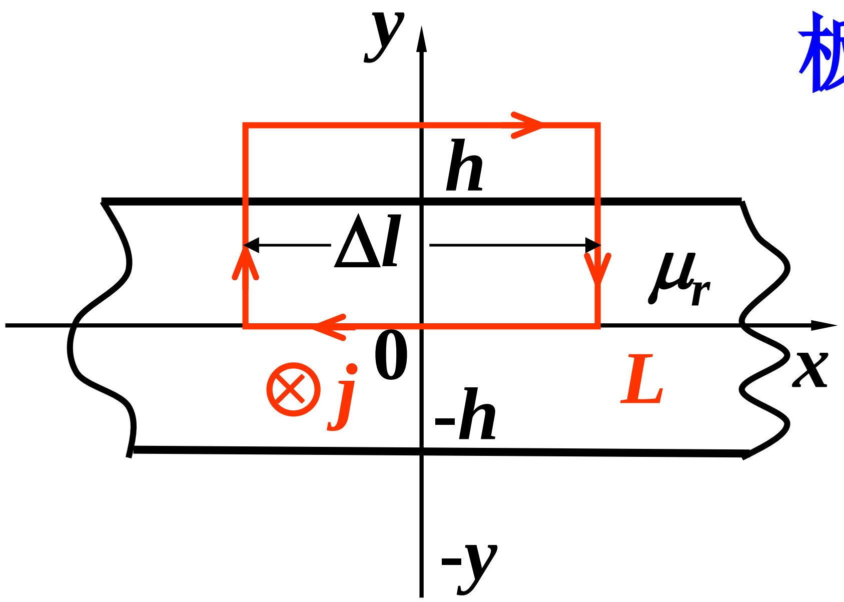
解：　分析 $\vec{B}$ 的对称性　(轴矢量镜像对称性)

yz平面，以及平行于yz平面的镜像对称性

xz平面的镜像对称性

$\vec{B}$只有x分量，且 $y=0$ 处为零

$$\vec{B}=\mu_o\mu_r\vec{H}$$



板外： 对图示矩形回路 L，

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = j\cdot(\Delta l\cdot h)$$

$$H_{外}\cdot\Delta l = jh\cdot\Delta l$$

$$\boldsymbol{H_{外} = jh}$$

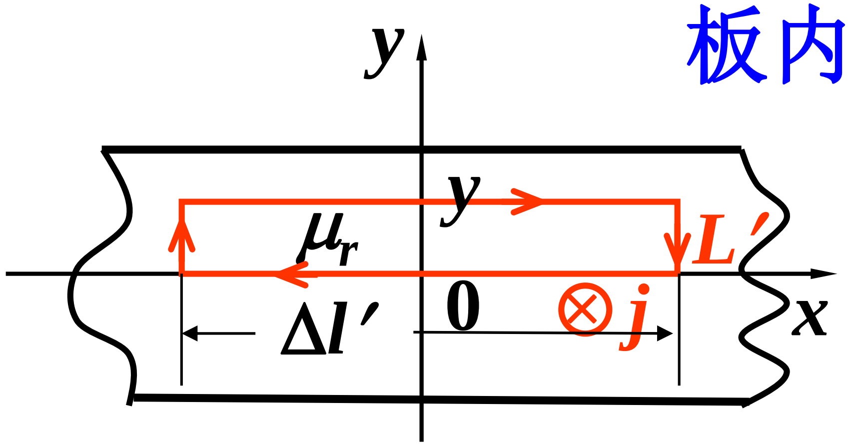
$$\boxed{\vec{H} = jh\hat{x} \qquad y > h}$$

同理对下半部分

$$\boxed{\vec{H} = -jh\hat{x} \qquad y < -h}$$

$$\vec{B}_{外} = \mu_0\vec{H}_{外}$$

板内： 对图示矩形回路 L'



$$\oint_{L'} \vec{H}_{内} \cdot d\vec{l} = j \cdot (\Delta l' \cdot y)$$

$$H_{内} \cdot \Delta l' = jy \cdot \Delta l'$$

同理对下半部分

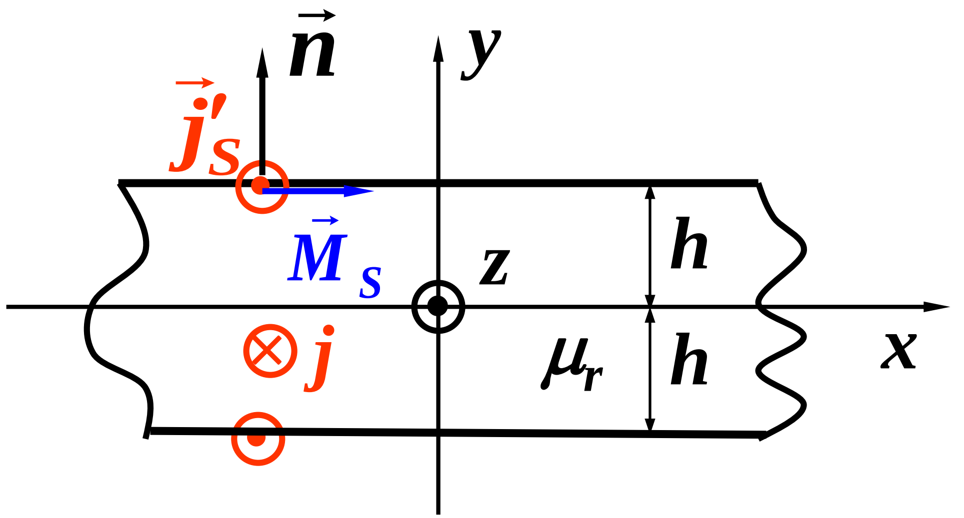
$$\boxed{\vec{H} = jy\hat{x} \qquad 0 < y < h}$$

$$\boxed{\vec{H} = -jy\hat{x} \qquad 0 > y > -h}$$

$$\vec{B}_{内} = \mu_0 \mu_r \vec{H}_{内}$$

板内磁化电流密度

$$\vec{M} = (\mu_r - 1)\vec{H} \qquad \vec{j}\,' = (\mu_r - 1)\vec{j}$$



磁化面电流密度

$$\vec{j}'_S = \vec{M}_S \times \vec{e}_n$$

$$\vec{M}_S = \chi_m \vec{H}_{内S}$$
$$= (\mu_r - 1)\vec{H}_{内S}$$

上表面： $\vec{e}_n = \hat{y}$， $\vec{M}_S = (\mu_r - 1)(jh\hat{x})$

$$\vec{j}'_S = (\mu_r - 1)\, jh\hat{z} = -(\mu_r - 1)h \cdot \vec{j}$$

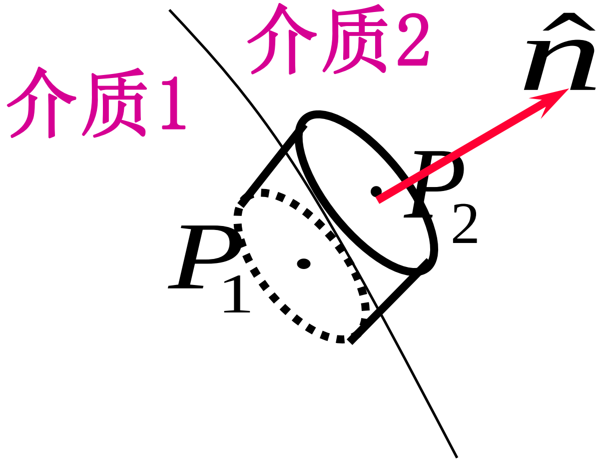
下表面： $\vec{e}_n = -\hat{y}$， $\vec{M}_S = (\mu_r - 1)(-jh\hat{x})$

$$\vec{j}'_S = -(\mu_r - 1)h \cdot \vec{j}$$ （同上表面）

5. 稳恒磁场在物质分界面上的边界条件

界面某点P两侧的磁场场量的关系

过场点作扁圆柱面



由 $$\oint\!\!\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

得 $$\boxed{B_{1n}=B_{2n}}$$

由介质方程有 $$\boxed{\frac{H_{2n}}{H_{1n}}=\frac{\mu_1}{\mu_2}}$$

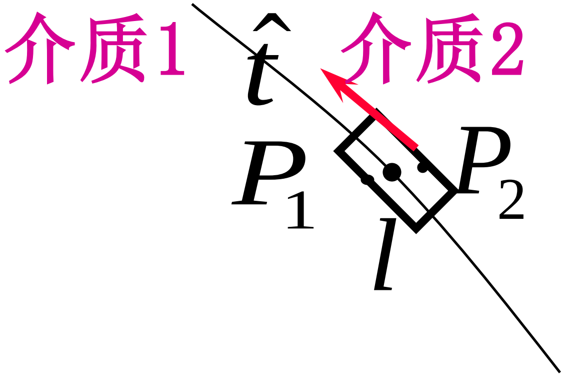
过场点作狭长矩形回路

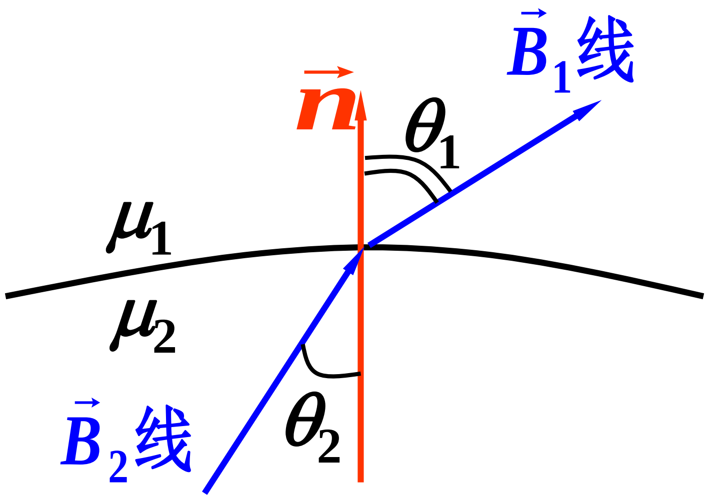
由于 $J_0 = 0$

有 $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0$

得 $\boxed{H_{1t} = H_{2t}}$

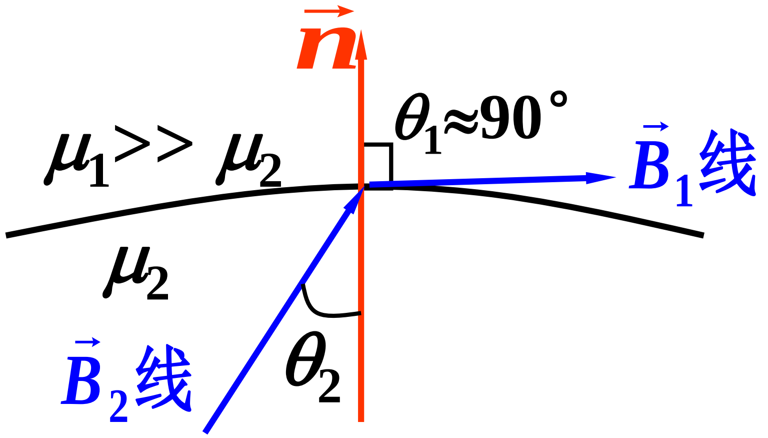
由介质方程有 $\boxed{\dfrac{B_{2t}}{B_{1t}} = \dfrac{\mu_2}{\mu_1}}$





$$\frac{1}{\mu_1}\mathrm{tg}\,\theta_1=\frac{1}{\mu_2}\mathrm{tg}\,\theta_2$$

若 $\mu_1>\mu_2$，则 $\theta_1>\theta_2$ ，



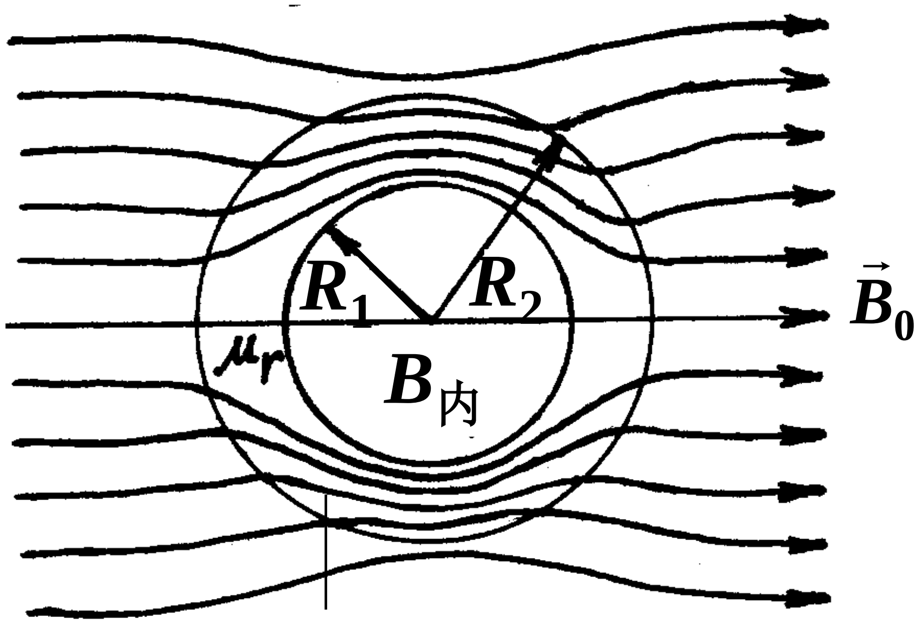
当 $\mu_1>>\mu_2$ 时，

$$\mathrm{tg}\,\theta_1=\frac{\mu_1}{\mu_2}\mathrm{tg}\,\theta_2>>1,\ \theta_2\neq 0\ ,\ \theta_1\approx\frac{\pi}{2}\ 。$$

在μ_1很大的介质1中，$\vec{B}$线几乎平行界面，

这就是铁磁质中 $\vec{B}$线沿铁芯延续的情形。

▲ 静磁屏蔽



计算表明：

屏蔽系数

$$B_内 = kB_0$$

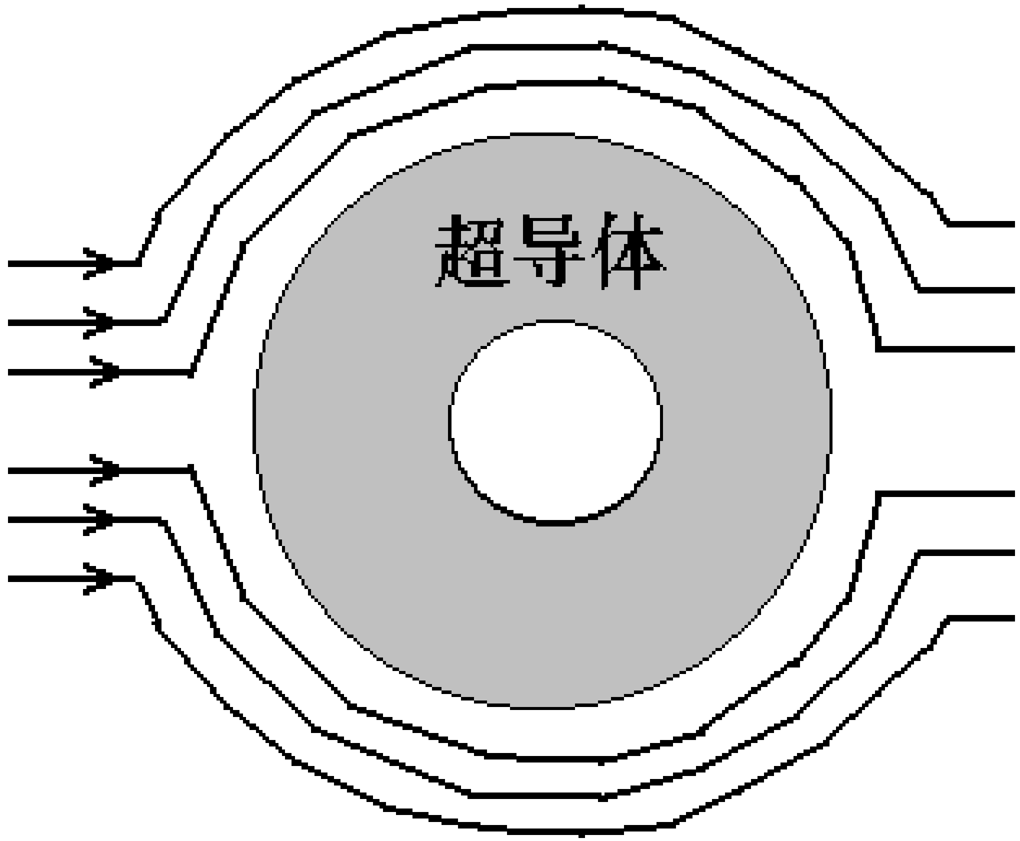
若 $\begin{cases} \mu_r = 4000 \\ R_2 = 10\text{cm} \end{cases}$

则 $\begin{cases} t = 0.1\text{cm}时， k = 5\% \\ t = 1\text{cm}时， k = 0.5\% \end{cases}$

$$t = (R_2 - R_1) << R_2$$

精密探头、显象管…都需要磁屏蔽。

完全磁屏蔽



完全磁屏蔽

(Meissner效应)

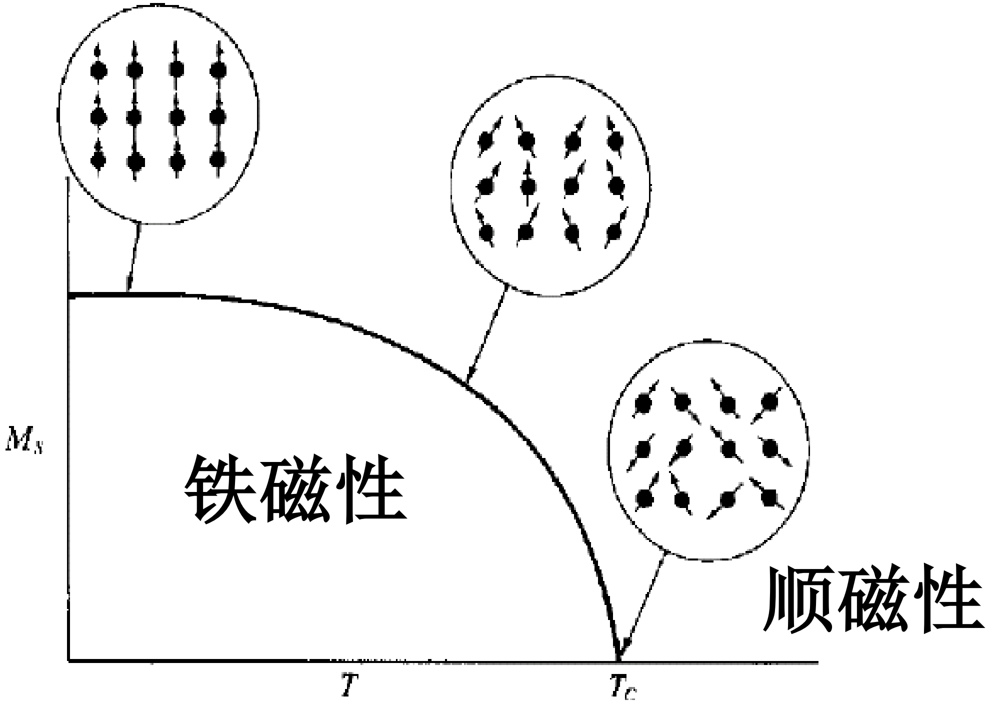
（演示实验）

19.3 铁磁质 ferromagnet

一、磁畴 domain

铁磁质 $\vec{m} \neq 0$

外斯 – “分子场” 唯像理论



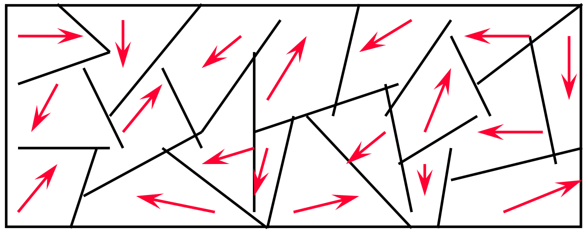
1）居里点

$T < T_c$ 铁磁性 $T > T_c$ 顺磁性

纯铁 $T_c = 770^o C$ 纯镍 $T_c = 358^o C$

2）磁畴

居里点下，铁磁介质磁矩自发顺排，线度 $10^{-4}m$

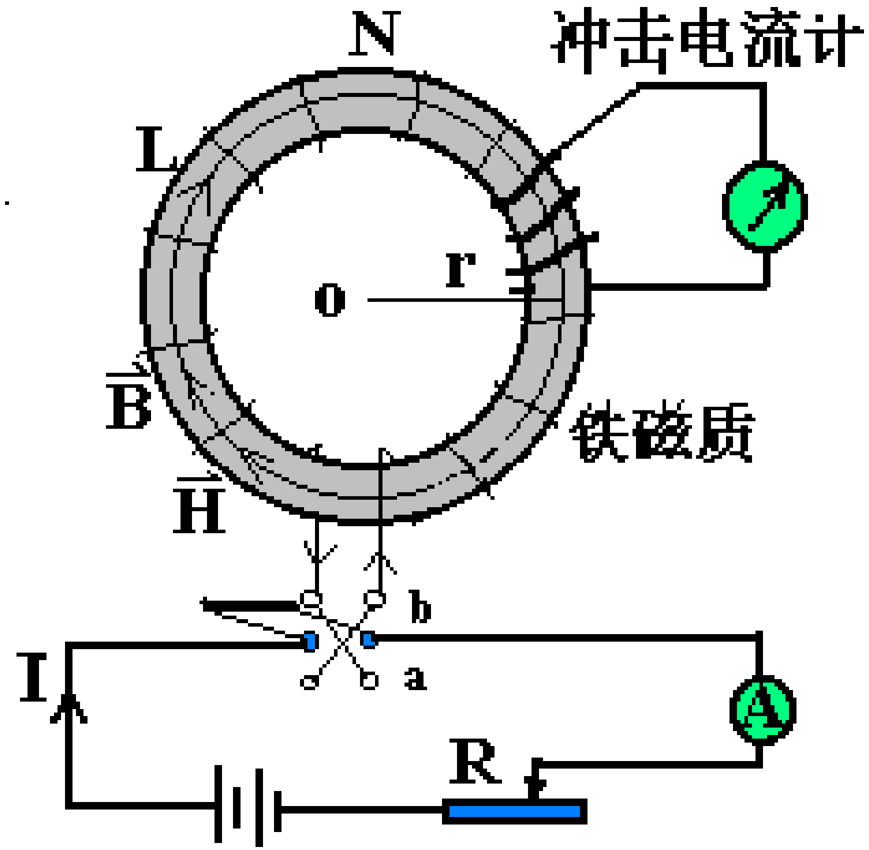


量子效应，不是磁矩间经典电磁相互作用

没有外加磁场, 磁畴通常无规取向

外加磁场，磁畴边界慢慢移动，与外磁场顺排的磁畴边界扩大，反之则缩小。

二、磁化曲线

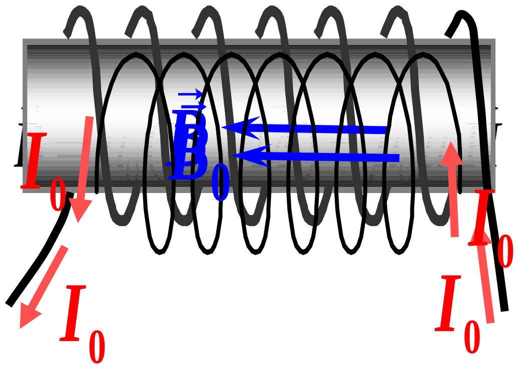


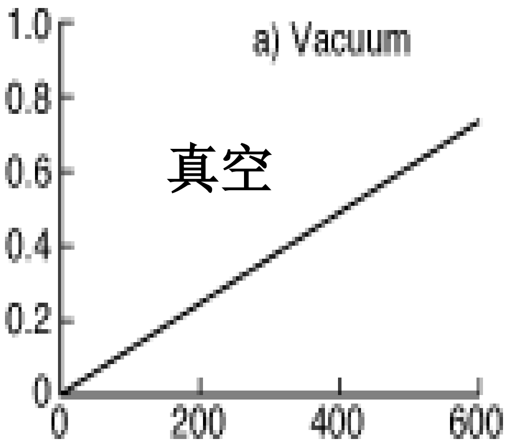
内部 $H=\dfrac{NI}{2\pi r}$

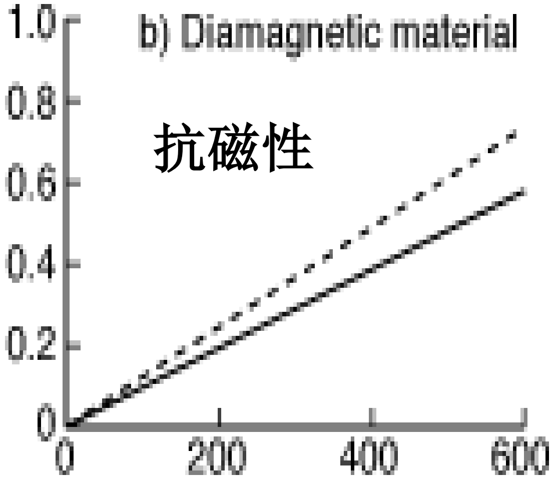
I 励磁电流

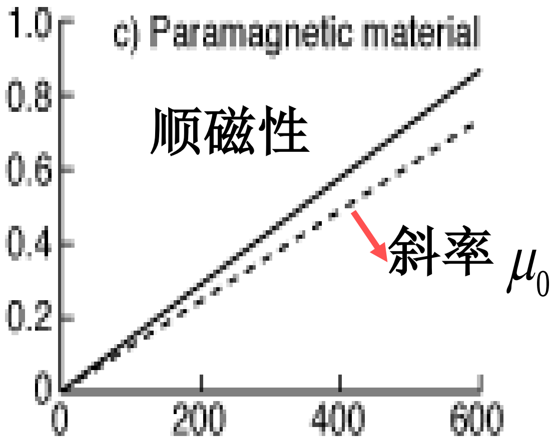
起始磁化曲线

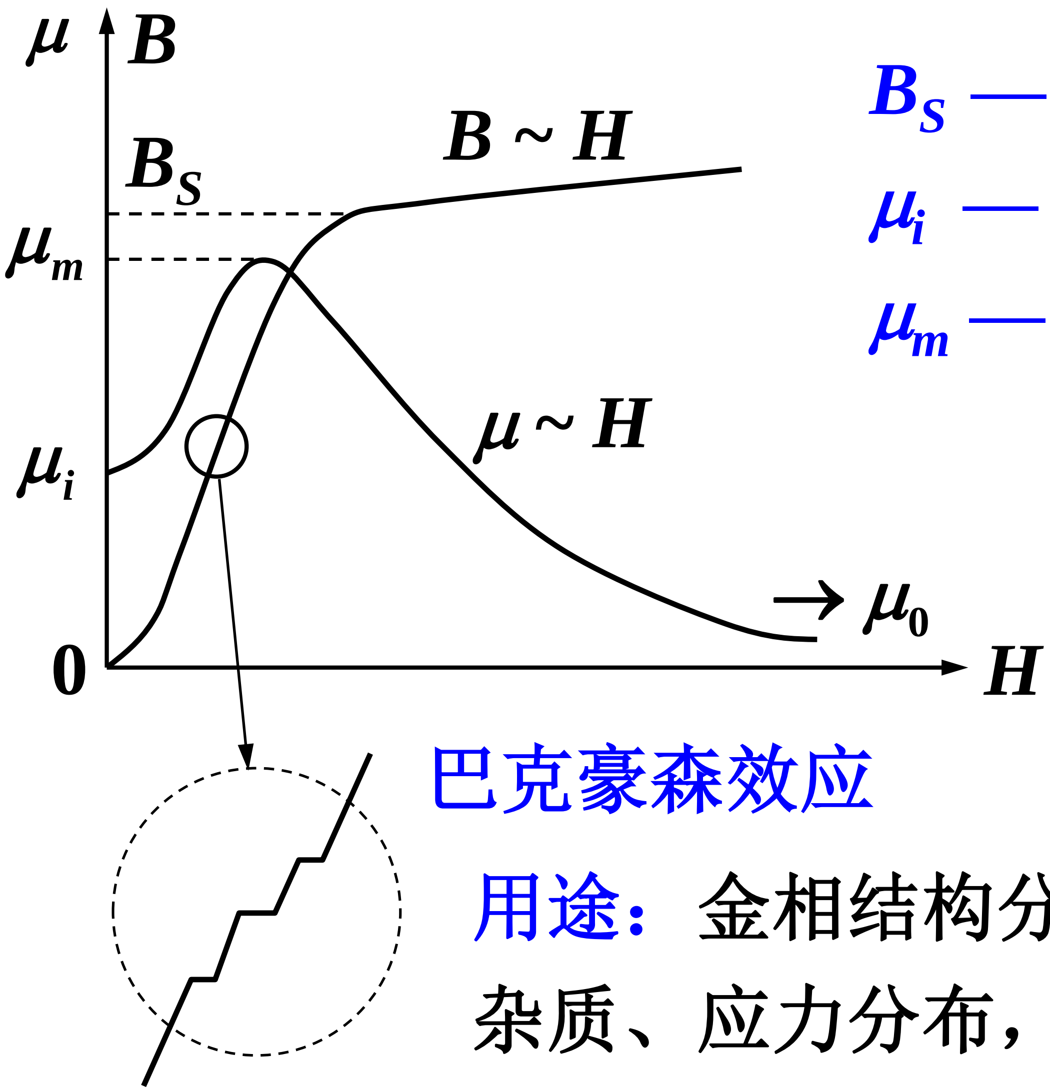
顺磁性和抗磁性物质











B_S — 饱和磁感强度

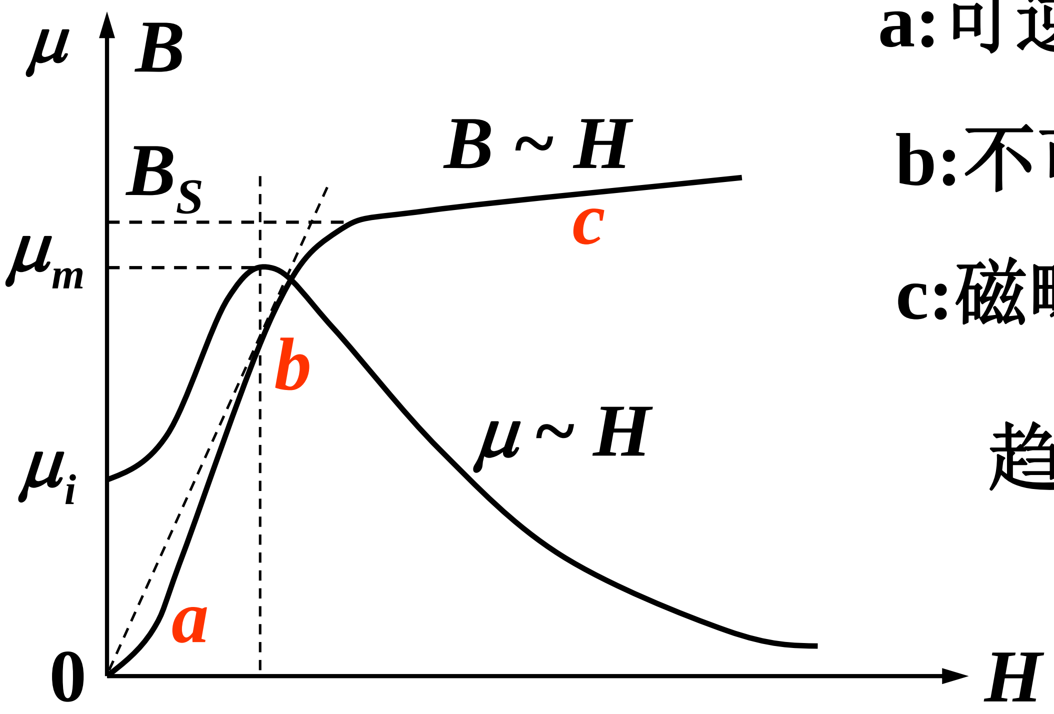
μ_i — 起始磁导率

μ_m — 最大磁导率

巴克豪森效应

用途：金相结构分析，测晶粒度、杂质、应力分布，是无损探测。

磁化过程

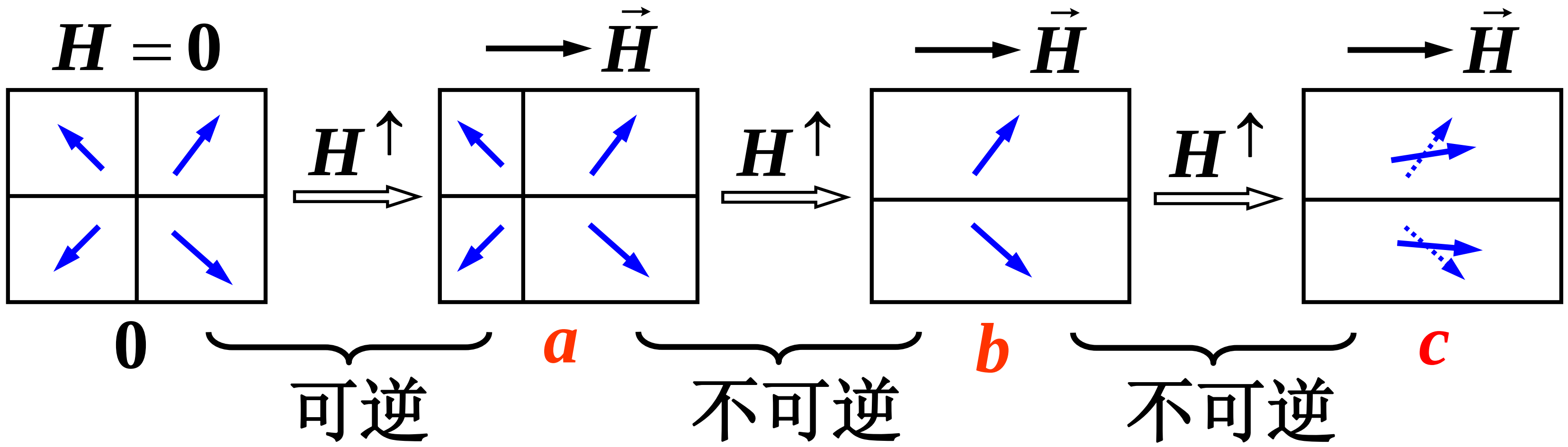


a:可逆位移

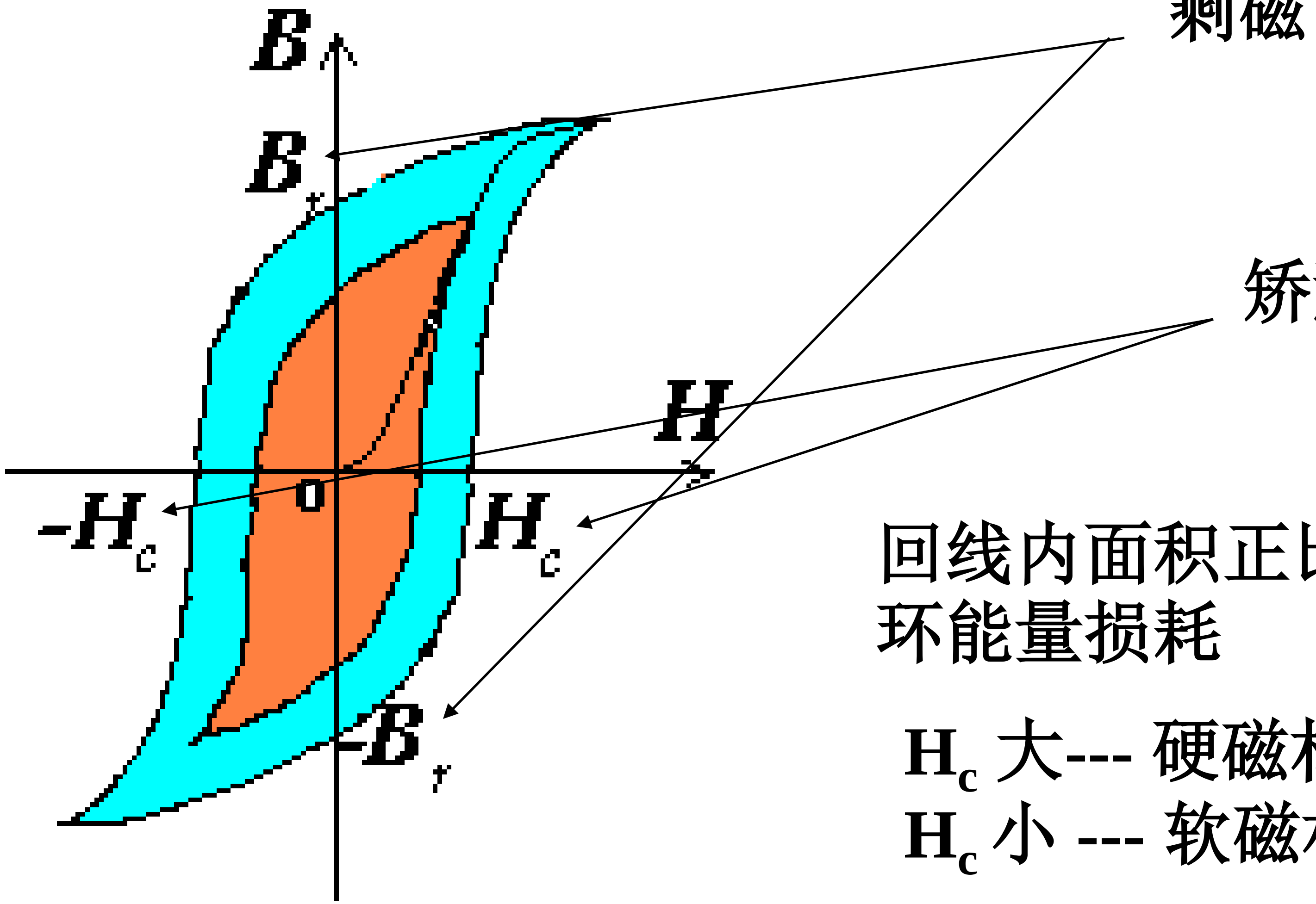
b:不可逆磁化

c:磁畴磁矩转动

趋近饱和



磁滞回线

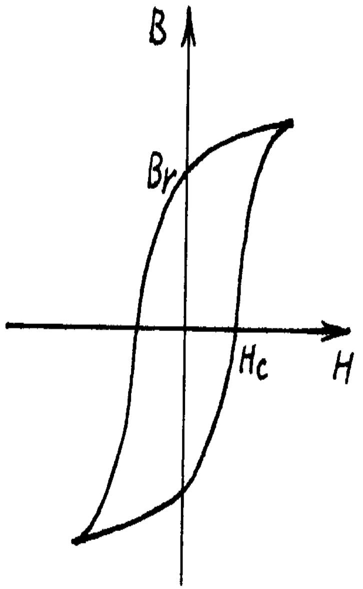


回线内面积正比于一次循环能量损耗

H_c 大--- 硬磁材料
H_c 小 --- 软磁材料

磁畴边界的不可逆性，引起磁滞现象

硬磁和软磁材料



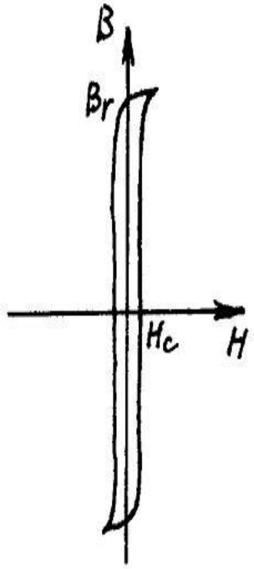
碳钢、钨钢

磁滞回线“胖”磁滞损耗大

H_c大(>10^2A/m)，一般10^4-10^6A/m

B_r 大（10^3-10^4 G）

适合制作永久磁铁、磁芯（记忆元件）等



坡莫合金 (Fe78%、Ni 22%)

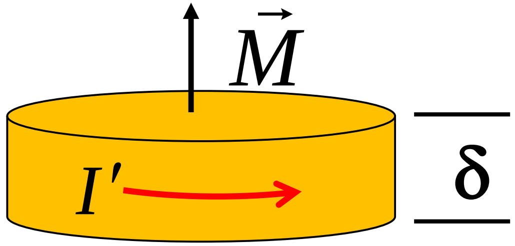
磁滞回线“瘦” 磁滞损耗小

H_c小 (<10^2A/m) 一般约1A/m

适于制作交流电磁铁、变压器铁芯等

（演示实验）

例: 沿轴均匀极化铁磁体，圆柱厚度 δ <<1, 半径 ***R*** ，求: 轴线上铁磁体外靠近底面的 ***B*** 和 ***H***



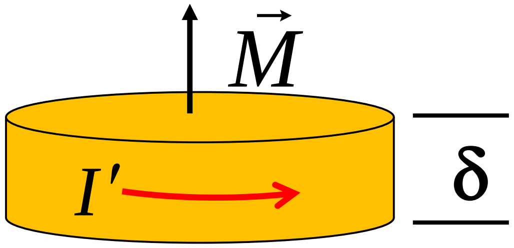
$$\vec{M} \neq (\mu_r - 1)\vec{H} \qquad \vec{B} \neq \mu_o \mu_r \vec{H}$$

解: 等效的电流应在圆柱侧面 $j' = M$

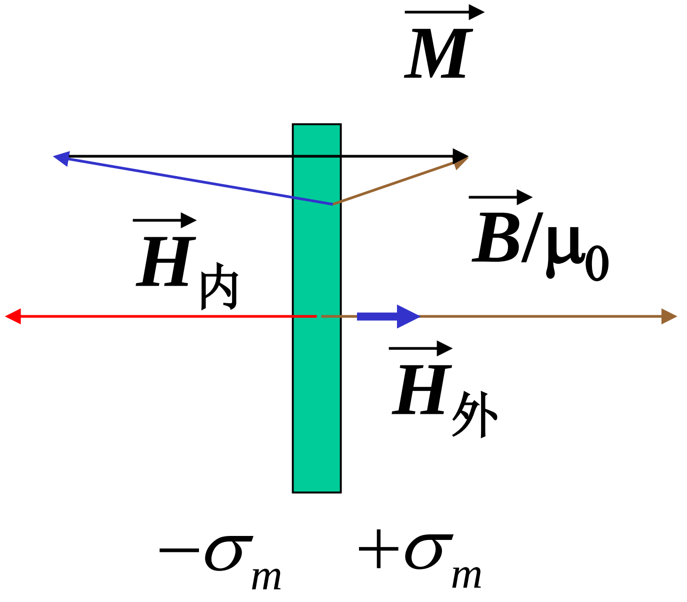
可看作环电流 $j'\delta$ 在中心的场

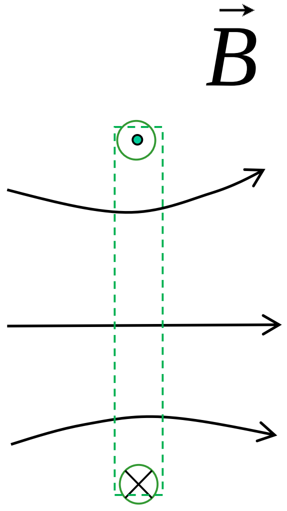
$$B = \frac{\mu_0 M \delta}{2R} \qquad H_{内} = M\left(\frac{\delta}{2R} - 1\right)$$

B 连续 $$H_{外} = M\frac{\delta}{2R}$$



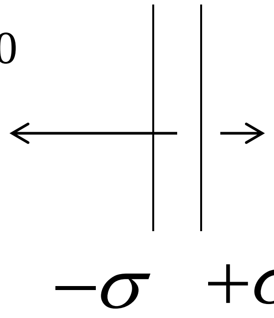
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}$$





$$H_{内} = M\left(\frac{\delta}{2R} - 1\right) \qquad H_{外} = M\frac{\delta}{2R}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

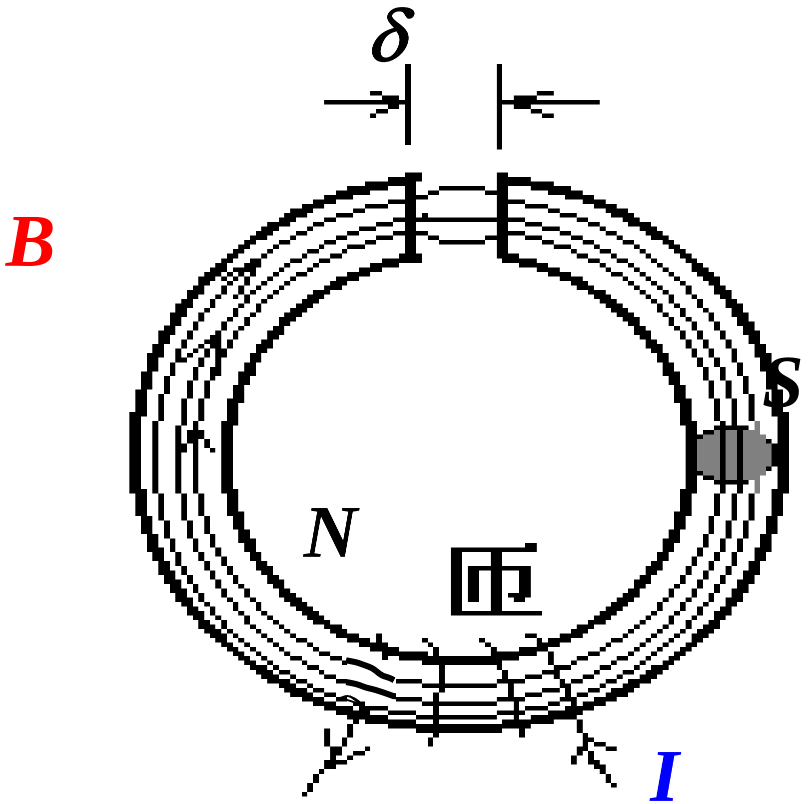


$$E \ll \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} \Leftrightarrow \vec{H}$$

“磁荷”

19.4 简单磁路



（简单）磁路铁芯构成磁力线集中的通路，铁芯外部相对较弱的磁场叫漏磁。

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}$$

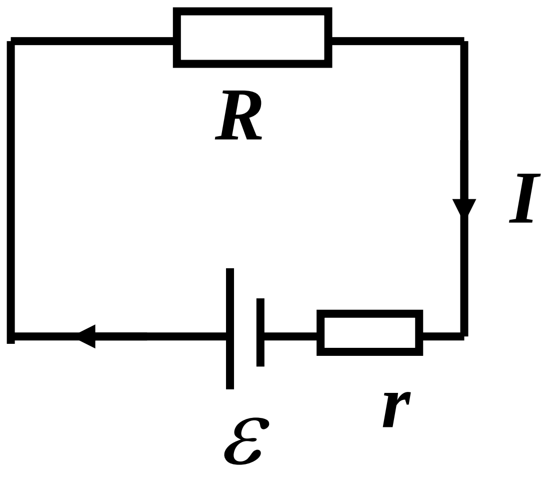
B处处相等、铁芯内***H***小，气隙处***H***大

类比关系

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{非})$$

$$\oint_L (\vec{E} + \vec{E}_{非}) \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{非} \cdot d\vec{l} = \varepsilon$$

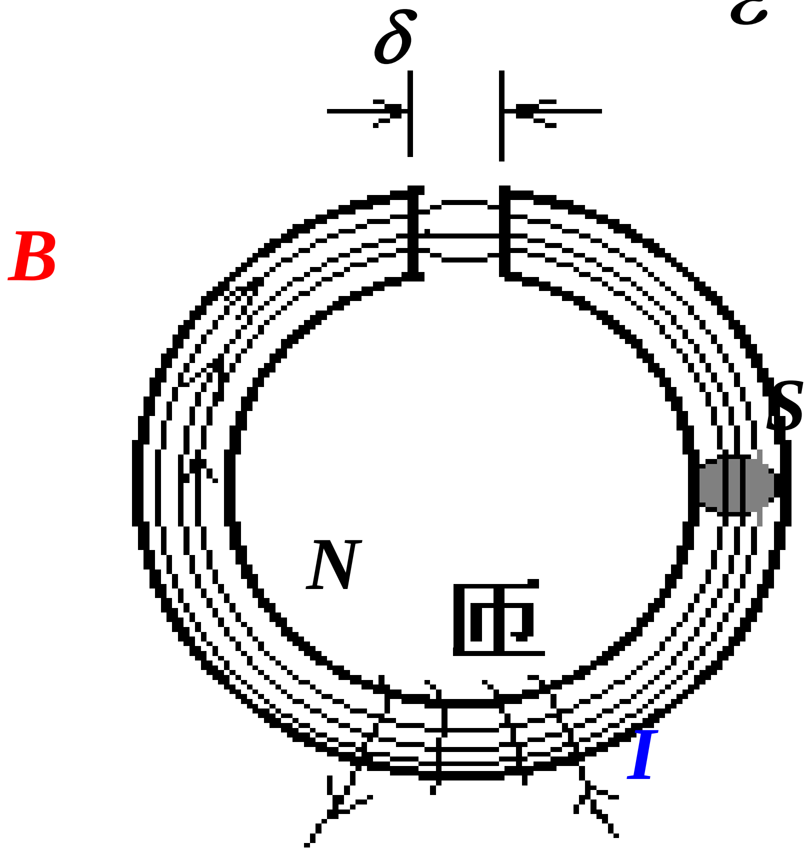
$$I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

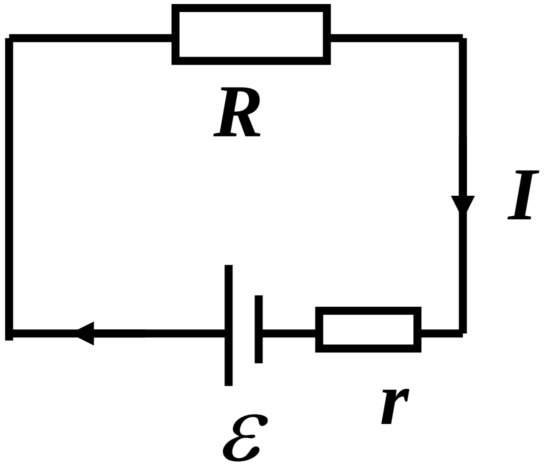
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

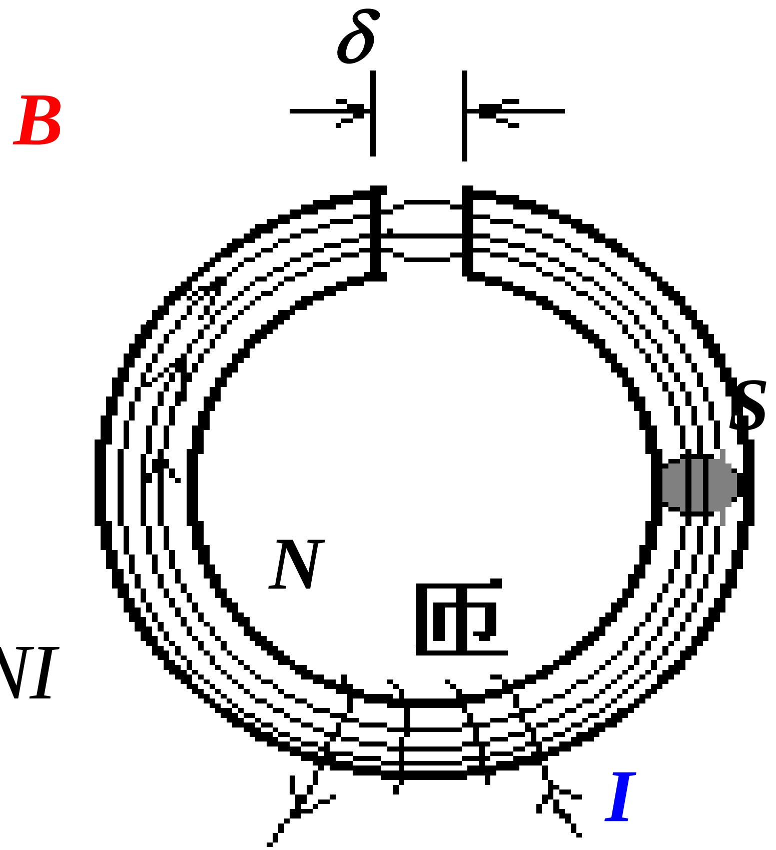


类比

$$R=\frac{l}{\sigma S}$$



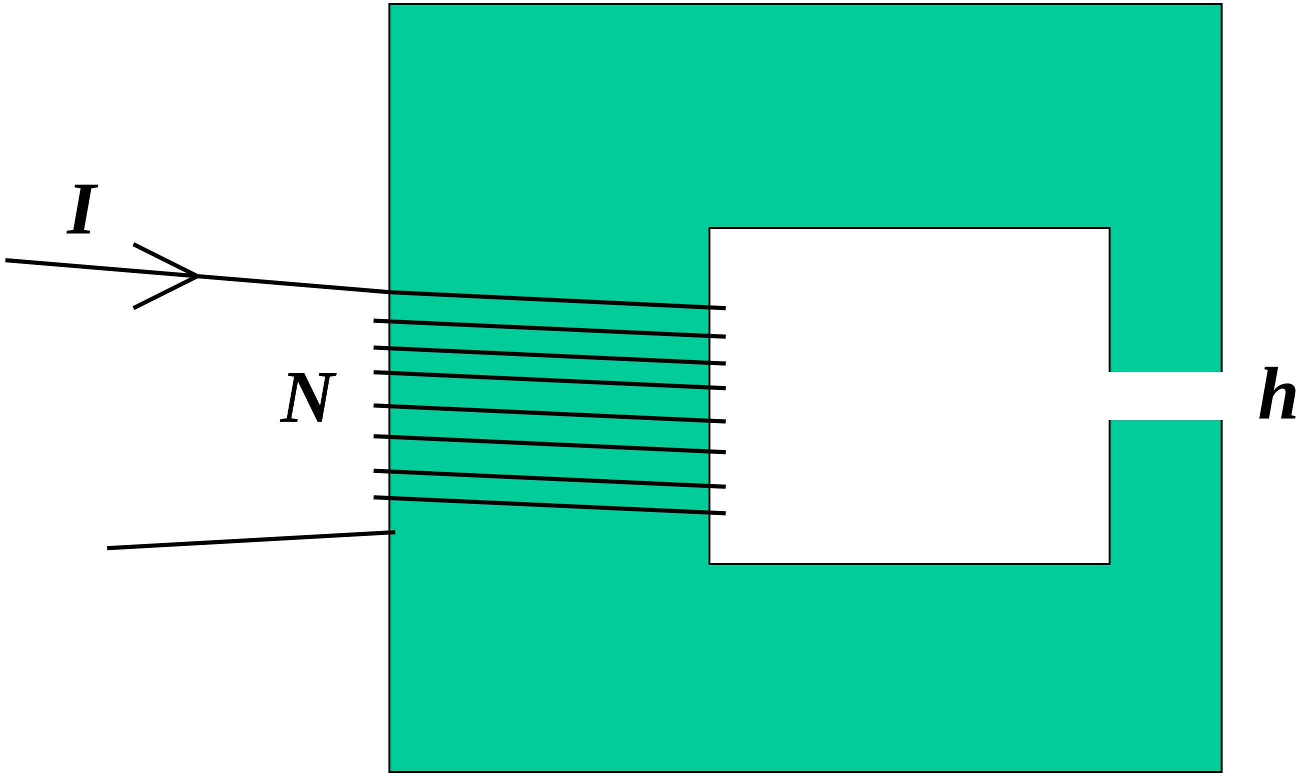
$$I(R+r)=\varepsilon$$



$$R_m=\frac{l}{\mu_r\mu_0 S}$$

$$\Phi\ \left(\frac{l}{\mu_r\mu_0 S}+\frac{\delta}{\mu_0 S}\right)=NI$$

例:



$$NI \approx Hh \qquad NI \approx \Phi R_m = BS\frac{h}{\mu_0 S} = \frac{Bh}{\mu_0}$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{h}$$