

波动光学

引言

第一章 光的干涉

第二章 光的衍射

第三章 光的偏振

- 光学是一门历史悠久的学科

人类认识自然，90%的信息来自视觉。

- 光学又是一门长时间保持生机勃勃的学科

过去50多年，光科学取得了革命性发展

光究竟是什么？

- 光是微粒流

- 几何光学

- 以光的直线传播规律为基础

- 研究各种成像光学仪器的理论

- 光是波，光是电磁波

- 波动光学

- 以光的电磁理论为基础

- 研究光的传播规律，特别是干涉、衍射

光究竟是什么？

- 光是粒子也是波，是量子化了的电磁场

——量子光学

以光的量子理论为基础

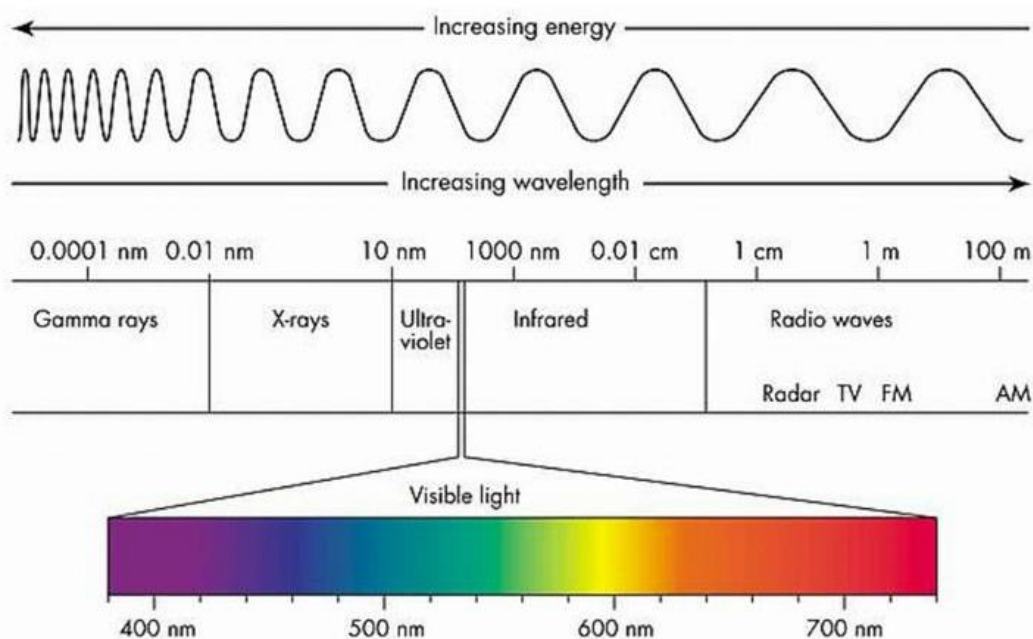
研究光与物质相互作用的规律；

不断深化着对光本性的认识。

光究竟是什么???

光学学科特点

- “光”是频率很高的电磁波
- 波长比周围物体小很多，又比原子大得多
- 频率太高，而每个光子能量有太小；
- 研究方法既有别于无线电波，也别于粒子物理；
- 光强（光辐射的平均能流密度）是唯一能获得的测量参数；

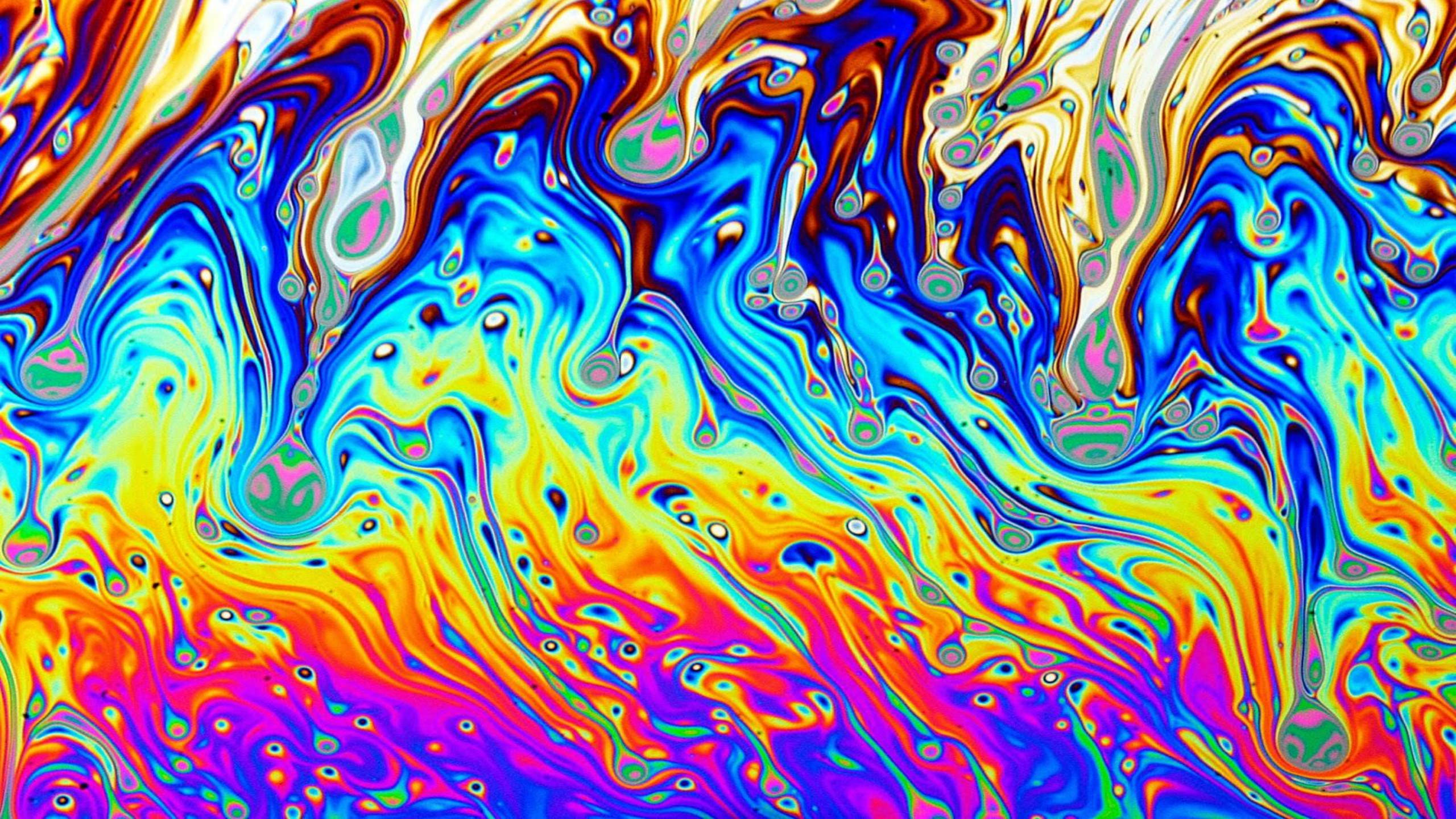


光学学科特点

- 波动光学的主线是波的叠加原理
- 波的叠加原理是波动光学（干涉、衍射、偏振）的重要理论基础
- 光学在物理学发展中角色特殊而重要

光学的特点

- 光学在物理学发展中角色特殊而重要
- 相对论、量子论和量子力学的相继建立过程中光科学扮演了极为重要的角色，广义相对论也将光列为宇宙学的内在要素；
- 创造了许多从未有过的极端物理条件：如超短脉冲、极低的温度、极强的电场强度...
- 激光发明后的13次Nobel奖，其中10次是物理奖，3次是化学奖与光学有关。
- 光学具有极强的渗透性，应用于方方面面。



第二十二章 光的干涉 Interference

22.1 光波表示与叠加原理

22.2 双缝干涉

22.3 光源的发光特性

22.4 时间相干性

22.5 空间相干性

22.6 光程

22.7 薄膜干涉 (1) - 等厚条纹

22.8 薄膜干涉 (2) - 等倾条纹

22.9 迈克耳孙干涉仪

- 叠加原理统帅整个波动光学；
- 干涉：两列波叠加时，在空间某区域光的强弱有稳定的分布；
- 相干条件：振动方向相同、频率相同、位相差恒定；
- “稳定分布”还取决于探测器响应。

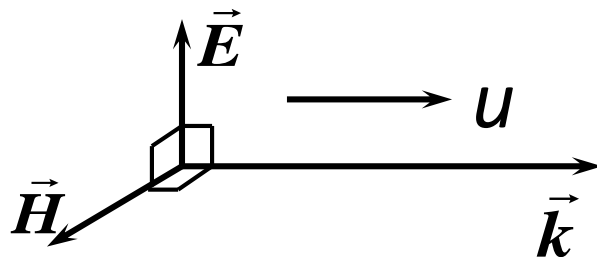
22.1 光波表示与叠加原理

一. 光波（电磁波）的性质

1. 光波是横波 (transverse wave)

$$\vec{E} \perp \vec{H}$$

$$\vec{E} \times \vec{H} = \vec{S}$$



2. E 与 H 比例关系 $\sqrt{\mu}H = \sqrt{\epsilon}E$;

3. 光波速度

$$u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r\epsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n}$$

$$n = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r} \quad n \text{ 为介质的折射率}$$

非铁磁

二. 平面单色光波描述

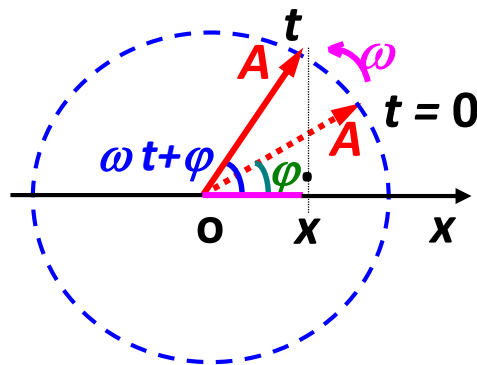
1. 波函数 $\vec{E} = \vec{E}_0(p) \cos[\omega t - \varphi(p)]$
 $E = E_0(p) \cos[\omega t - \varphi(p)]$

2. 复振幅表示

$$\tilde{E} = E_0(p) e^{-i[\omega t - \varphi(p)]} = E_0(p) e^{i\varphi(p)} \cdot e^{-i\omega t}$$

复振幅 $\tilde{E}(p) = E_0(p) e^{i\varphi(p)}$

3. 旋转矢量表示



4. 波线、波面

二. 同频率、同振动方向光波叠加

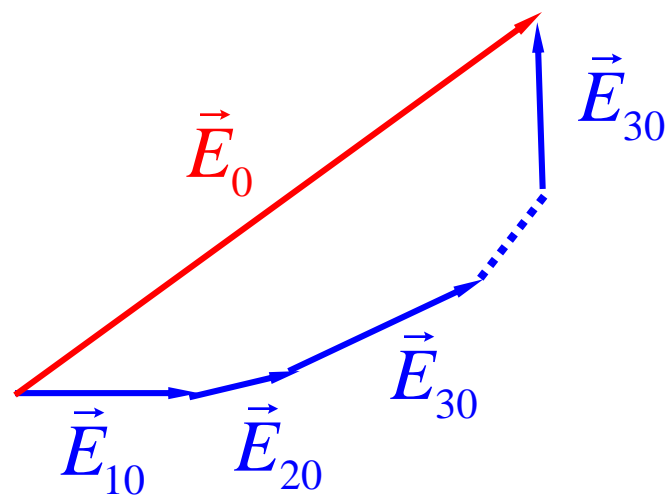
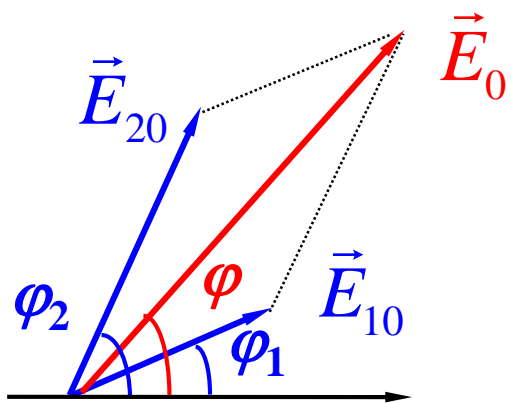
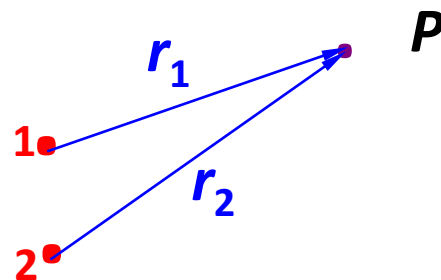
前提: E 不太强, 满足光波独立传播与线性叠加原理

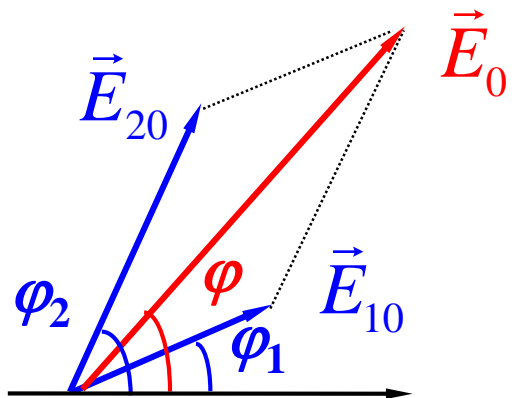
P : $E_1 = E_{10} \cos(\omega t + \varphi_1)$

$$E_2 = E_{20} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\vec{E}(p, t) = \vec{E}_1(p, t) + \vec{E}_2(p, t) + \vec{E}_3(p, t) + \dots$$





$$E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos \Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$I \propto E_0^2, \text{ 又 } I_1 \propto E_{10}^2, \quad I_2 \propto E_{20}^2$$

$$\therefore \text{光强 } I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$$

干涉项

非相干光源: $\overline{\cos \Delta\varphi} = 0$

非相干叠加: $I = I_1 + I_2$

完全相干光源: $\overline{\cos \Delta\varphi} = \cos \Delta\varphi$

▲ 相长（明） $\Delta\varphi = \pm 2k\pi, (k = 0, 1, 2\cdots)$

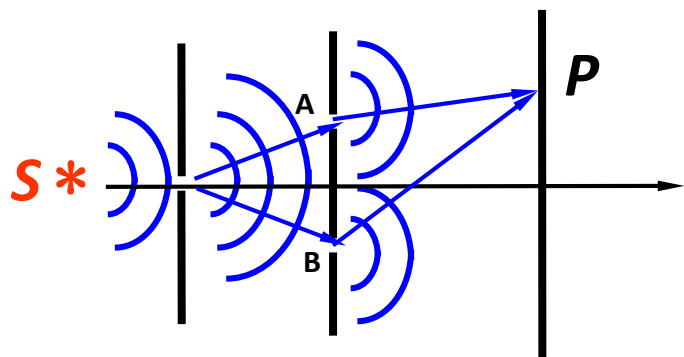
$$I = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

▲ 相消（暗） $\Delta\varphi = \pm(2k + 1)\pi, (k = 0, 1, 2\cdots)$

$$I = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

22.2 双缝干涉

一. 杨氏干涉实验

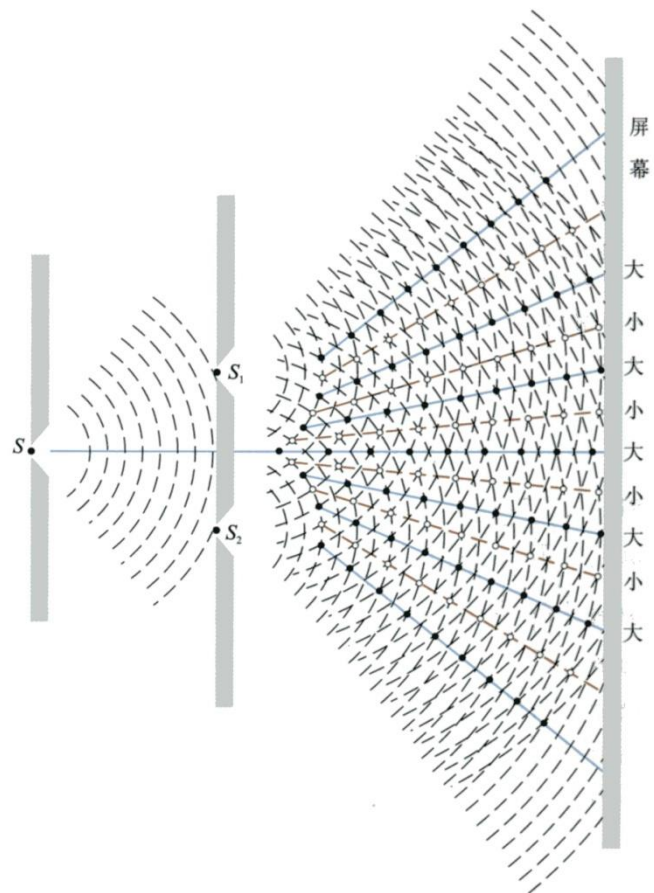


分波面法



Young, Thomas

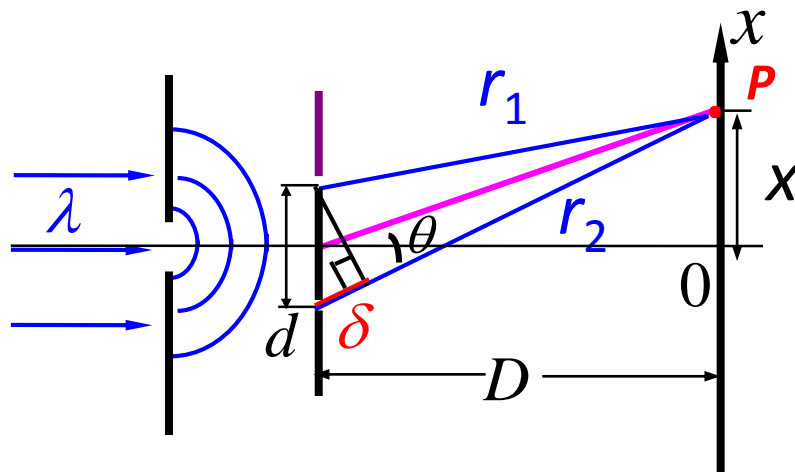
- 1801 引入干涉概念
论证光的波动说...
- 粒子波动性、单光子干涉...



杨氏实验示意图

二. 双缝干涉

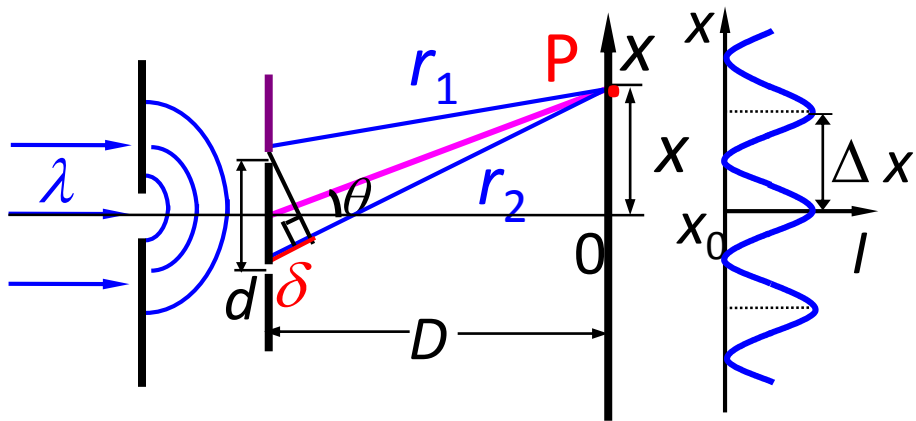
单色光入射



$$d \gg \lambda, D \gg d \quad (d \sim 10^{-4} \text{m}, D \sim \text{m})$$

波程差: $\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta \approx d \tan \theta = d \cdot \frac{x}{D}$

相位差: $\Delta \varphi = \frac{\delta}{\lambda} 2\pi$



明纹

$$\delta = \pm k\lambda, x_{\pm k} = \pm k \frac{D}{d} \lambda, k = 0, 1, 2, \dots$$

暗纹

$$\delta = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2}, x_{\pm(2k+1)} = \pm(2k + 1) \frac{D}{2d} \lambda$$

条纹间距:

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$

明纹 $\delta = \pm k\lambda, x_{\pm k} = \pm k \frac{D}{d} \lambda, k = 0, 1, 2, \dots$

暗纹 $\delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, x_{\pm(2k+1)} = \pm(2k+1)\frac{D}{2d} \lambda$

条纹间距: $\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$

条纹特点:

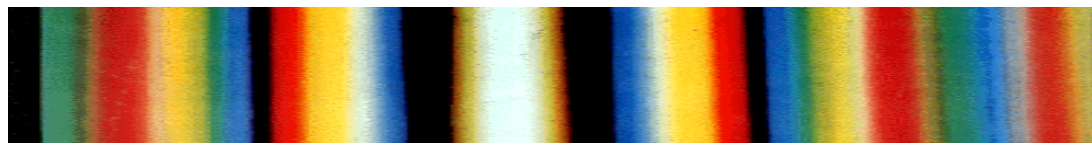
- (1) 一系列平行的明暗相间的条纹;
- (2) θ 不太大时条纹等间距;
- (3) 中间级次低, 两边级次高;

(条纹级次 = 相应的 $\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$ 之值)

(4) $\Delta x \propto \lambda$,

白光入射时，0级明纹中心为白色
(可用来定0级位置)，

其余级明纹构成彩带，级次重叠。



白光入射的杨氏双缝干涉照片



红光入射的杨氏双缝干涉照片

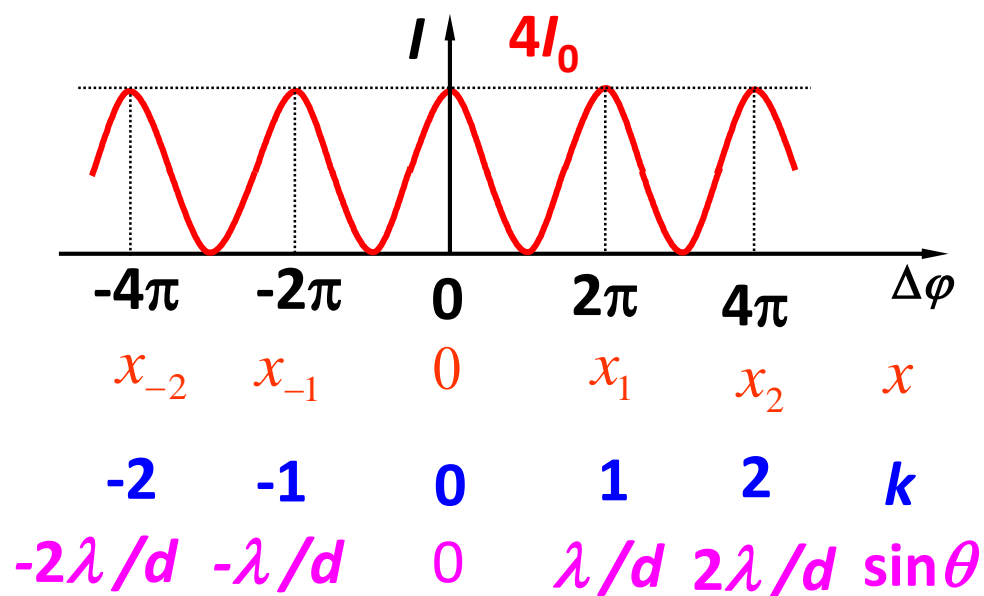
二 . 光强公式

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi ,$$

若 $I_1 = I_2 = I_0 ,$

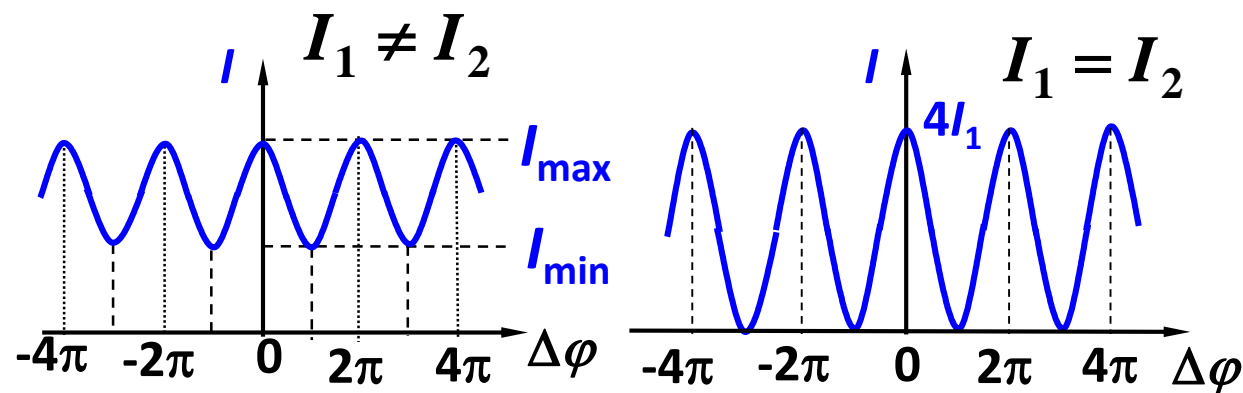
则 $I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \quad (\Delta\varphi = \frac{d \sin \theta}{\lambda} 2\pi)$

光
强
曲
线



三. 条纹衬比度 (contrast)

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$



衬比度差 ($V < 1$)

衬比度好 ($V = 1$)

▲ 决定衬比度的因素: 振幅比, 单色性, 宽度

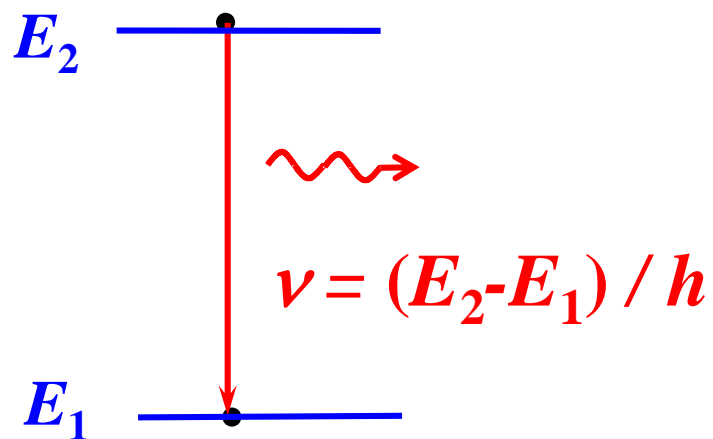
干涉条纹可反映光的全部信息 (强度, 相位)

22.3 光源的发光特性

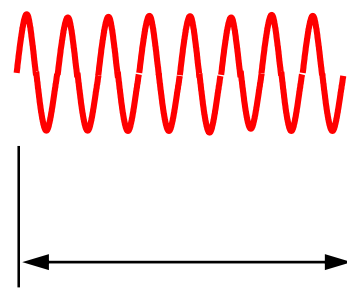
一. 光源 (light source)

光源的最基本发光单元是分子、原子等。

能级跃迁辐射

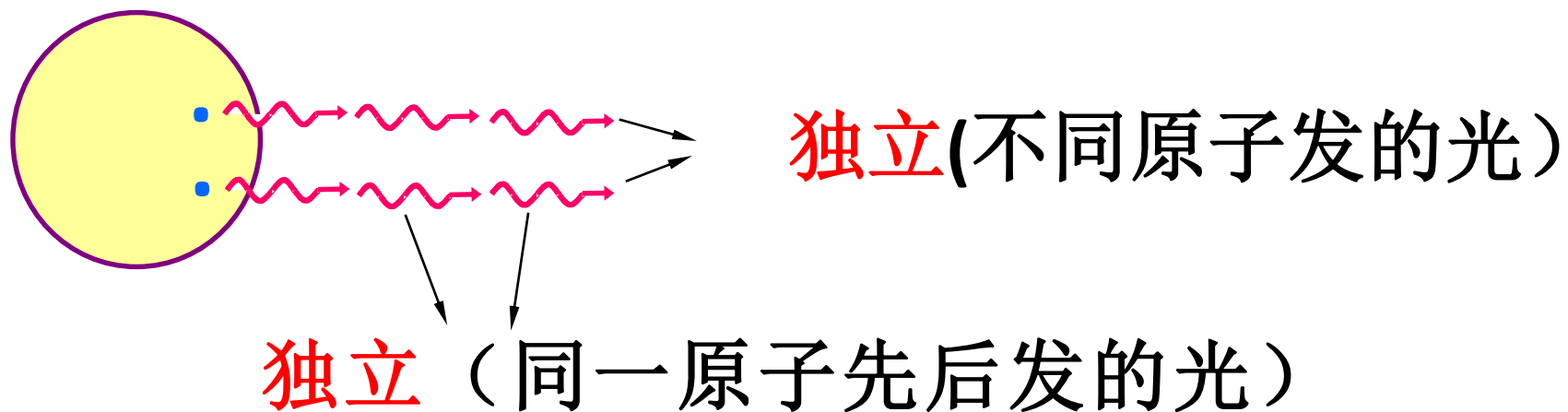


波列 →



波列长 $L = \tau c$

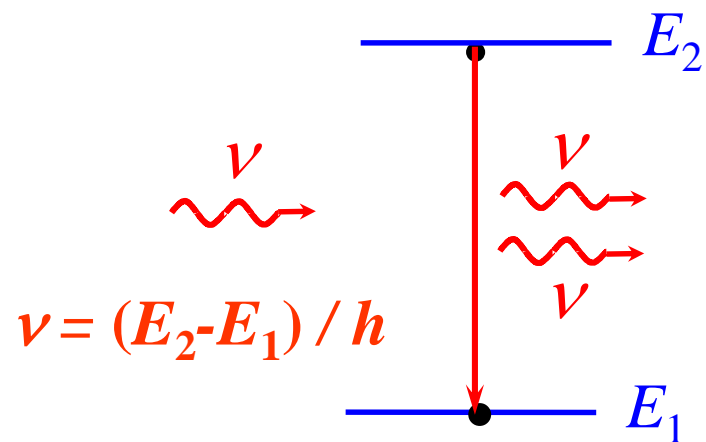
1. 普通光源：自发辐射



传播方向, 频率, 相位, 振动方向

都不相同

2. 激光光源：受激辐射



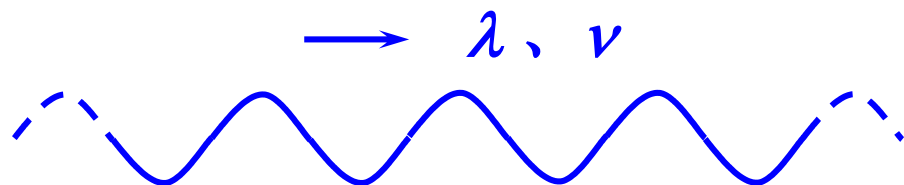
与入射光波
完全一样

传播方向，频率，
相位，振动方向

22.4 时间相干性 (temporal coherence)

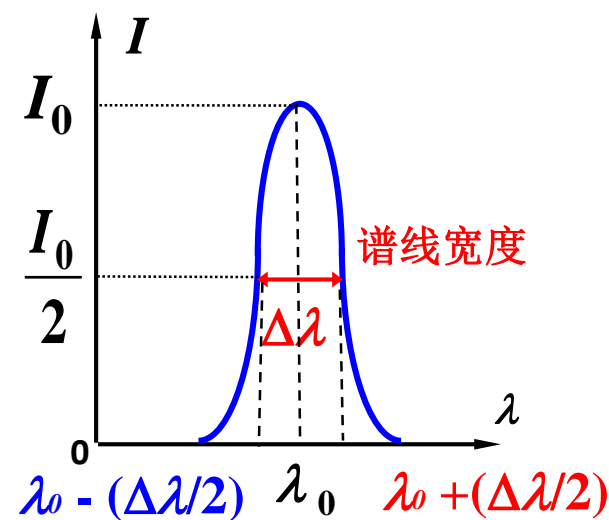
一. 光的非单色性

1. 理想的单色光 $E = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$



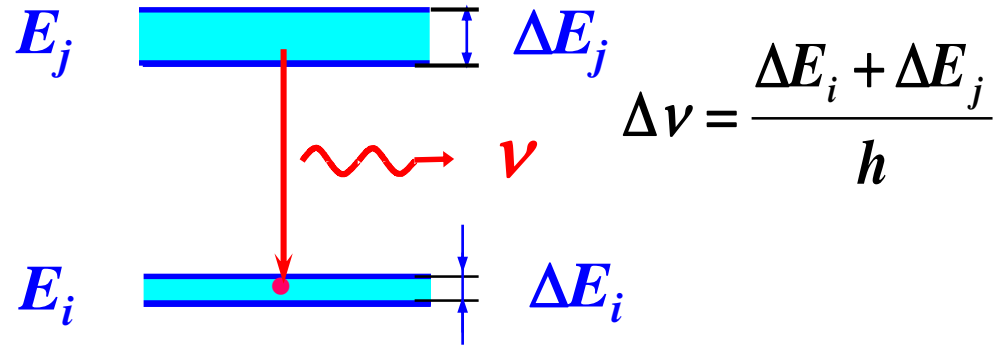
2. 准单色光、谱线宽度

准单色光：在某个中心波长(频率)附近有一定波长(频率)范围的光。



3. 造成谱线宽度的原因:

(1) 自然宽度



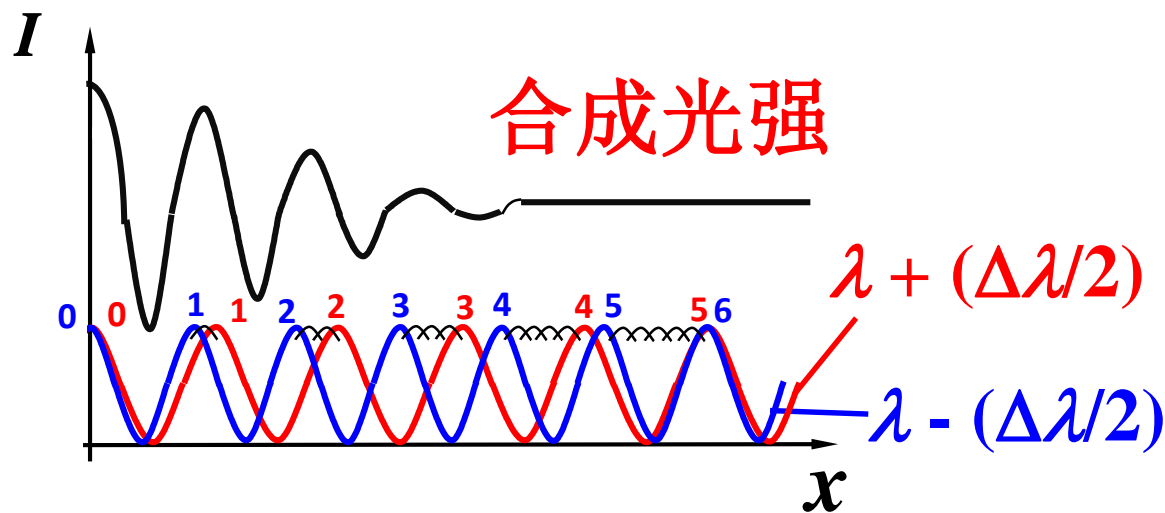
(2) 多普勒增宽

$$\Delta \nu \propto \bar{v} \propto \sqrt{T}, \quad T^{\uparrow} \rightarrow \Delta \nu^{\uparrow}$$

(3) 碰撞增宽

$$\Delta \nu \propto \bar{z} \propto p \quad (T \text{ 一定}), \quad p^{\uparrow} \rightarrow \Delta \nu^{\uparrow}$$

二. 非单色性对干涉条纹的影响



设能产生干涉的最大级次为 k_M ，则应有：

$$k_M(\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}) = (k_M + 1)(\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2})$$

又 $\lambda \gg \Delta\lambda$

→ $k_M = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

三 . 相干长度与相干时间

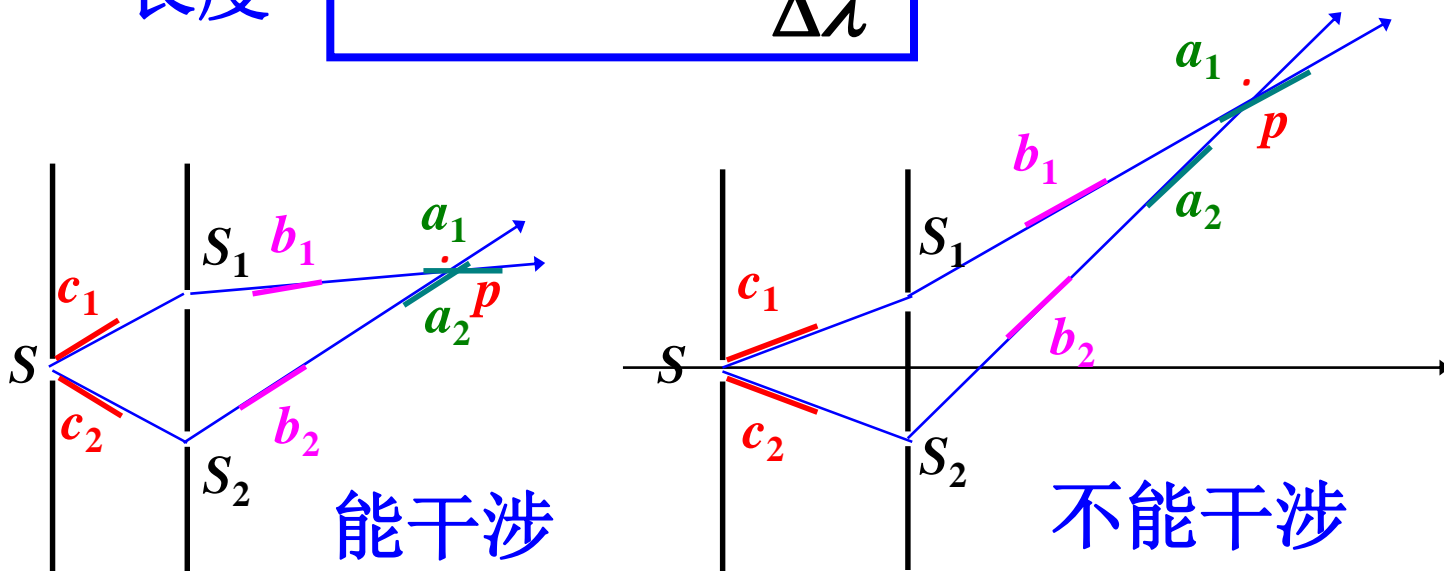
1.相干长度 (coherent length)

能发生干涉的最大波程差叫相干长度。

相干
长度

$$\delta_M = k_M \lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

λ : 中心波长



波列长度就是相干长度。

只有同一波列分成的两部分, 经过不同的路程再相遇时, 才能发生干涉。

2.相干时间 (coherent length)

光通过相干长度所需时间叫相干时间。

相干时间 $\tau = \frac{\delta_M}{c}$ $\Delta\lambda \downarrow \rightarrow \delta_M^\uparrow \rightarrow \tau^\uparrow$

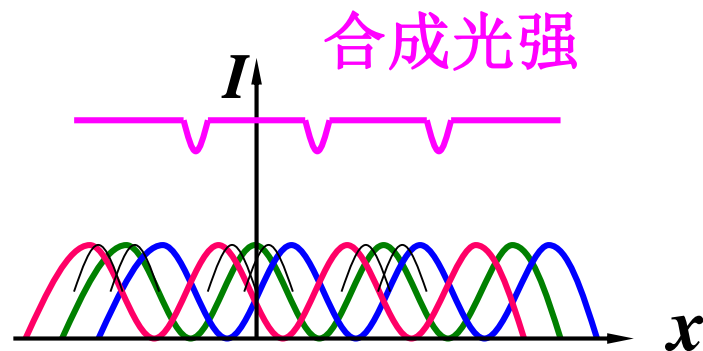
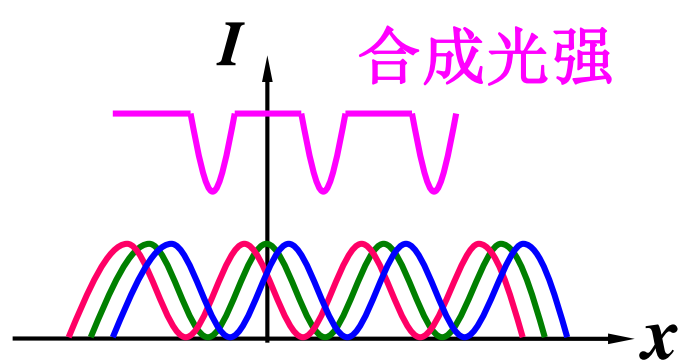
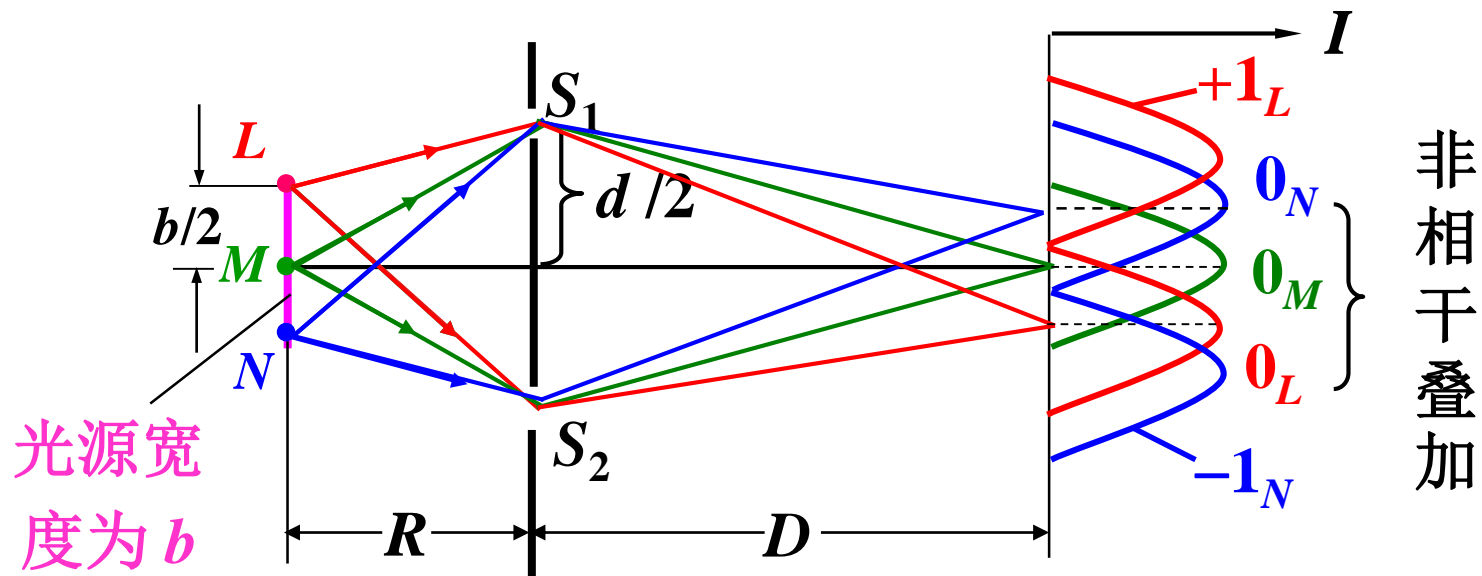
时间相干性的好坏，就是用相干长度 δ_M (波列长度) 或相干时间 τ (波列延续时间)的长短来衡量的。

光的单色性好，相干长度和相干时间就长，
时间相干性也就好。

22.5 空间相干性 (spatial coherence)

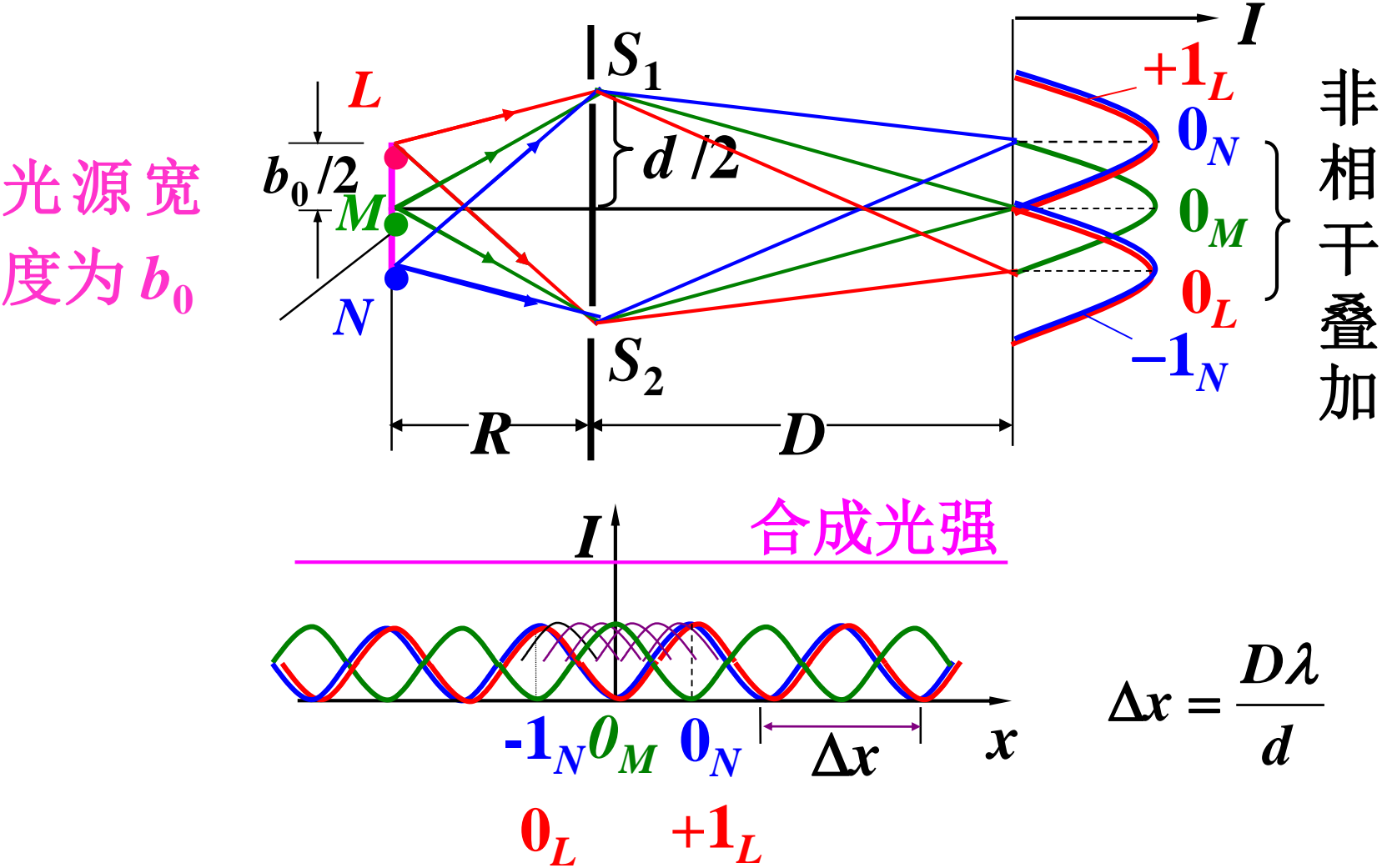
一. 空间相干性的概念

光源宽度对条纹衬比度的影响。



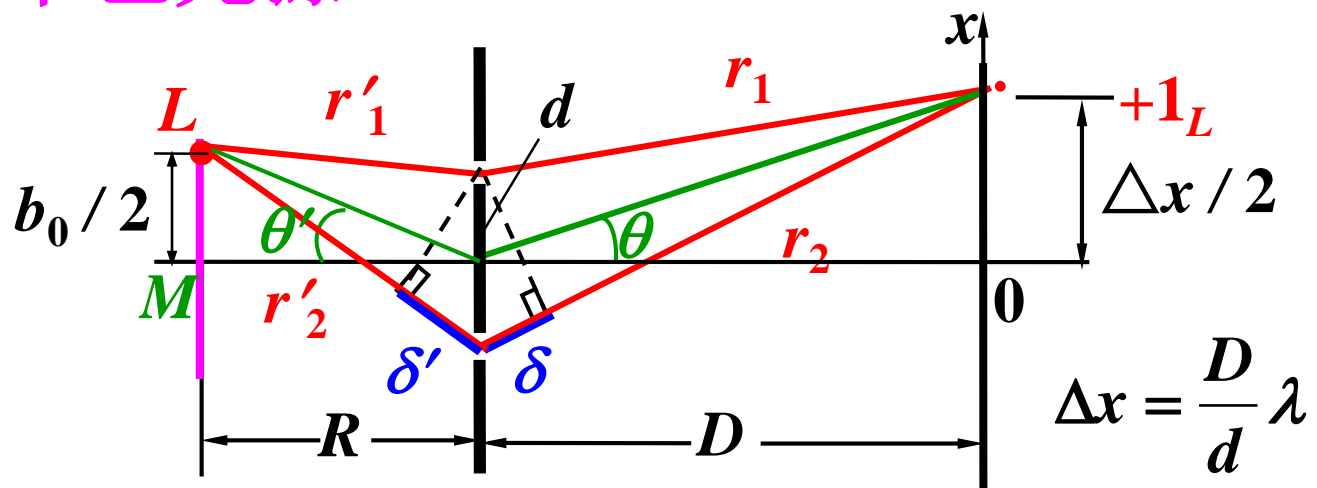
二. 极限宽度 b_0

光源宽度 b 增大到 b_0 时，干涉条纹刚好消失：



b_0 - 光源的极限宽度，其计算如下：

单色光源



一级明纹： $(r_2 + r'_2) - (r_1 + r'_1) = \delta + \delta' = \lambda$

$$\left. \begin{aligned} D \gg d : \quad \delta &\approx d \cdot \sin \theta \approx d \cdot \frac{\Delta x / 2}{D} = \frac{\lambda}{2} \\ R \gg b_0, d : \quad \delta' &\approx d \cdot \sin \theta' \approx d \cdot \frac{b_0 / 2}{R} \end{aligned} \right\} \frac{d \cdot b_0}{2R} = \frac{\lambda}{2}$$

由 $\frac{d \cdot b_0}{2R} = \frac{\lambda}{2}$ 有：

$$b_0 = \frac{R}{d} \lambda \text{ ——光源的极限宽度}$$

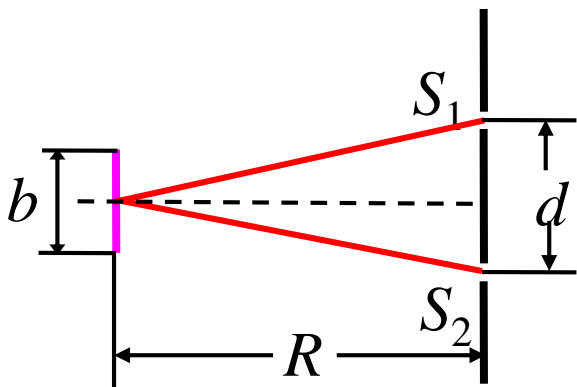
$b < b_0$ 时，才能观察到干涉条纹。

为观察到较清晰的干涉条纹通常取

$$b \leq b_0/4$$

三. 相干间隔和相干孔径角

1. 相干间隔



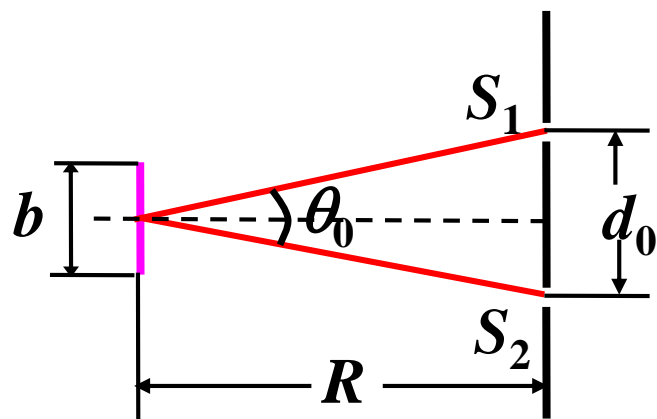
是光场中正对光源的平面上能够产生干涉的两个次波源间的最大距离。

由 $b < b_0 = \frac{R}{d} \lambda$, 必须 $d < \frac{R}{b} \lambda$

令 $d_0 = \frac{R}{b} \lambda$ —相干间隔

R 一定时, d_0 越大, 光场的空间相干性越好。

2. 相干孔径角



相干间隔也可以用相干孔径角来代替。

$$\theta_0 = \frac{d_0}{R} = \frac{\lambda}{b}$$

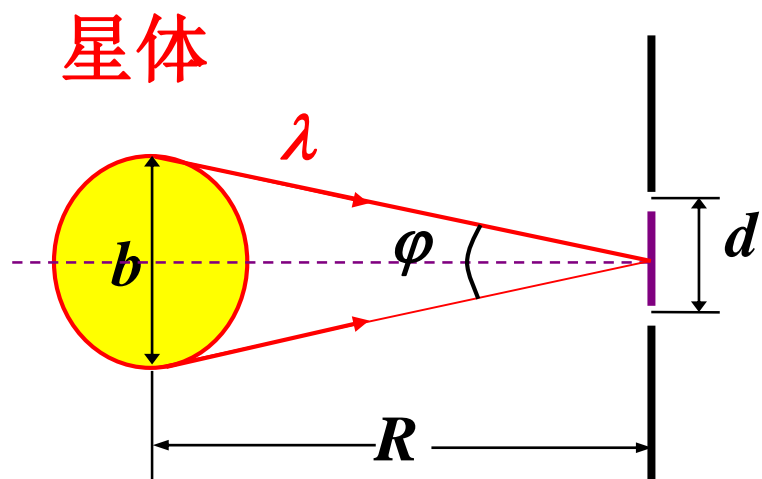
- d_0 对光源中心的张角。

在 θ_0 范围内的光场中，正对光源的平面上的任意两点的光振动是相干的。

θ_0 越大空间相干性越好。

★ 普通单色光源分波面干涉受到光源宽度的限制，
存在条纹亮度和衬比度的矛盾。而激光光源则不受以上限制。

四. 相干间隔的应用举例



利用空间相干性可以测遥远星体的角直径 φ

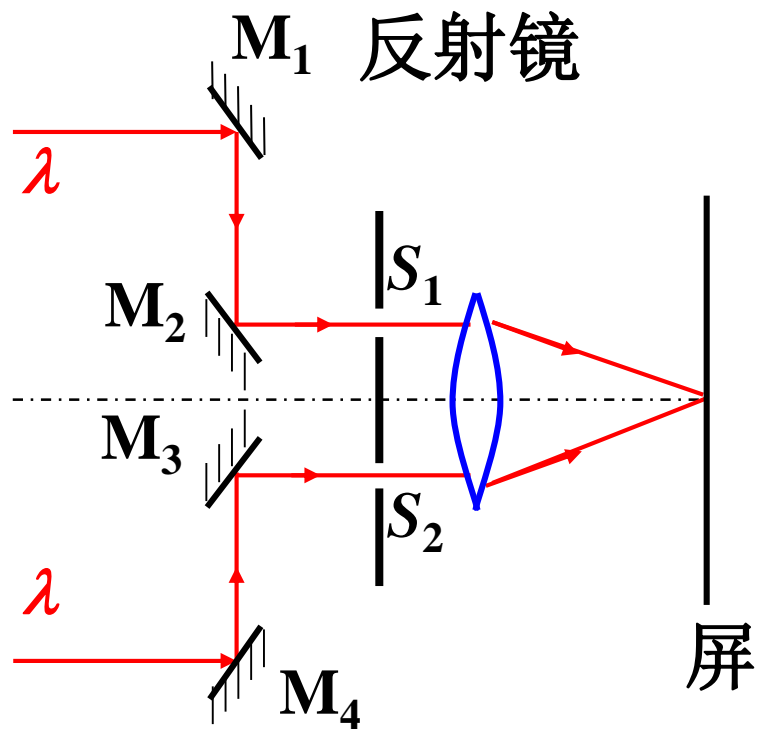
$$\varphi = \frac{b}{R}$$

使 $d = d_0$ ，则条纹消失。

$$\text{由 } d_0 = \frac{R}{b} \lambda = \frac{\lambda}{\varphi}, \quad \text{有 } \varphi = \frac{\lambda}{d_0}$$

$$\text{考虑到衍射的影响, 有 } \varphi = 1.22 \frac{\lambda}{d_0}$$

▲ 测星干涉仪：



迈克耳孙测星干涉仪

猎户座

α 星 $\lambda \approx 570 \text{ nm}$

1920年12月测得：

$$d_0 \approx 3.07 \text{ m}$$

得：

$$\varphi = 1.22 \frac{\lambda}{d_0} = \frac{570 \times 10^{-9}}{3.07}$$

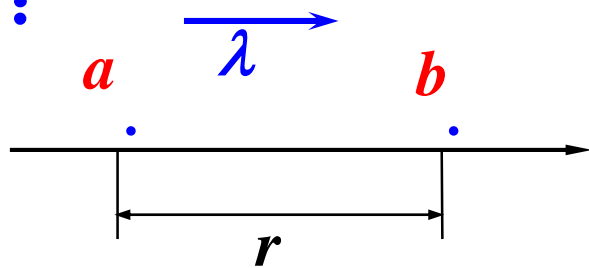
$$\approx 2 \times 10^{-3} \text{ rad} \approx 0.047''$$

22.6 光程 (optical path)

一. 光程

光经过不同介质时引起的相差，为方便计算，引入光程概念。

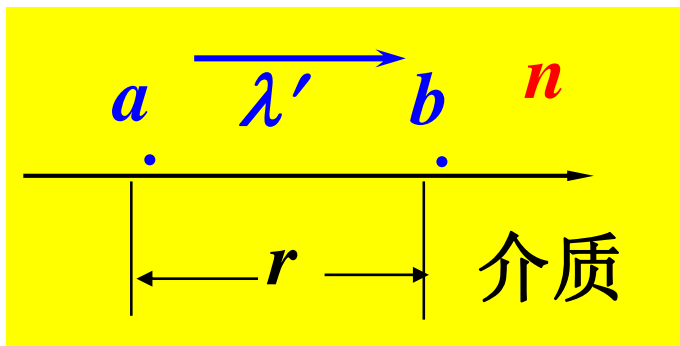
真空中：



$$\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a = \frac{r}{\lambda} 2\pi$$

λ — 真空中波长

介质中：



$$\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a = \frac{r}{\lambda'} 2\pi$$

λ' — 介质中波长

$$\lambda' = \frac{u}{\nu} = \frac{c/n}{\nu} = \frac{c}{\nu n} = \frac{\lambda}{n}$$

$$\longrightarrow \Delta\varphi = \frac{nr}{\lambda} 2\pi$$

这表明，光在介质中传播路程 r 和在真空中传播路程 nr 引起的相位差相同。

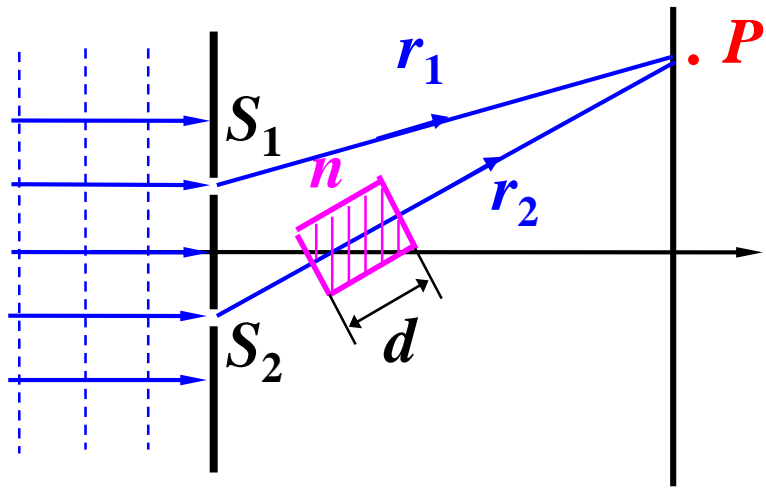
我们称 nr 为介质中与路程 r 相应的光程。

由此得到关系：

$$\text{相差} = \frac{\text{光程差}}{\lambda} 2\pi$$

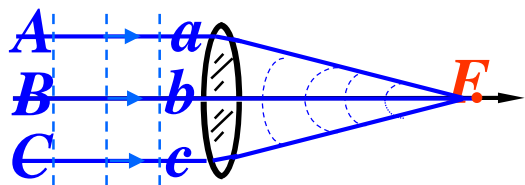
λ — 真空中波长

[例] 计算图中光通过路程 r_1 和 r_2 在 P 点的相差。

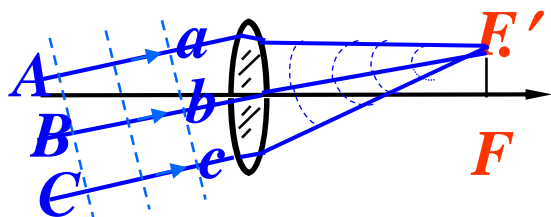


$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{2\pi}{\lambda} \{ [(r_2 - d) + nd] - r_1 \} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} [(r_2 - r_1) + (n - 1)d]\end{aligned}$$

二 . 透镜不会产生附加光程差



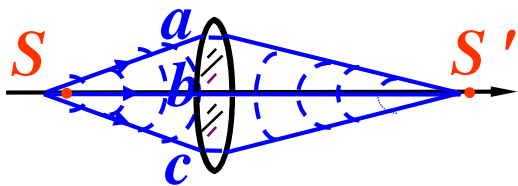
焦点 F 、 F' 都是亮点，
说明各光线在此同相叠加。



而 A 、 B 、 C 或 a 、 b 、 c 都在同相面上。

说明 $A \rightarrow F$ ， $B \rightarrow F$ ， $C \rightarrow F$

或 $A \rightarrow F'$ ， $B \rightarrow F'$ ， $C \rightarrow F'$



各光线等光程。物点到象点（亮点）各
光线之间的光程差为零。

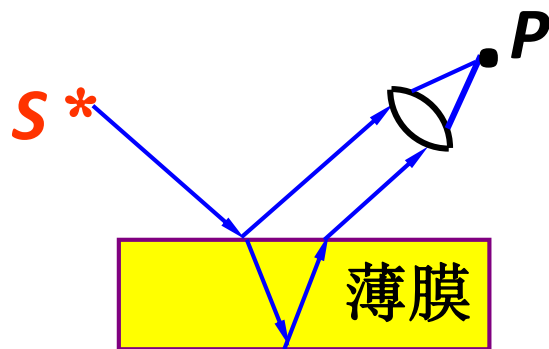
22.7 薄膜干涉 (film interference) (一)

(演示实验)

—— 等厚条纹 (equal thickness fringes)

▲ 薄膜干涉是分振幅干涉。

分振幅法:



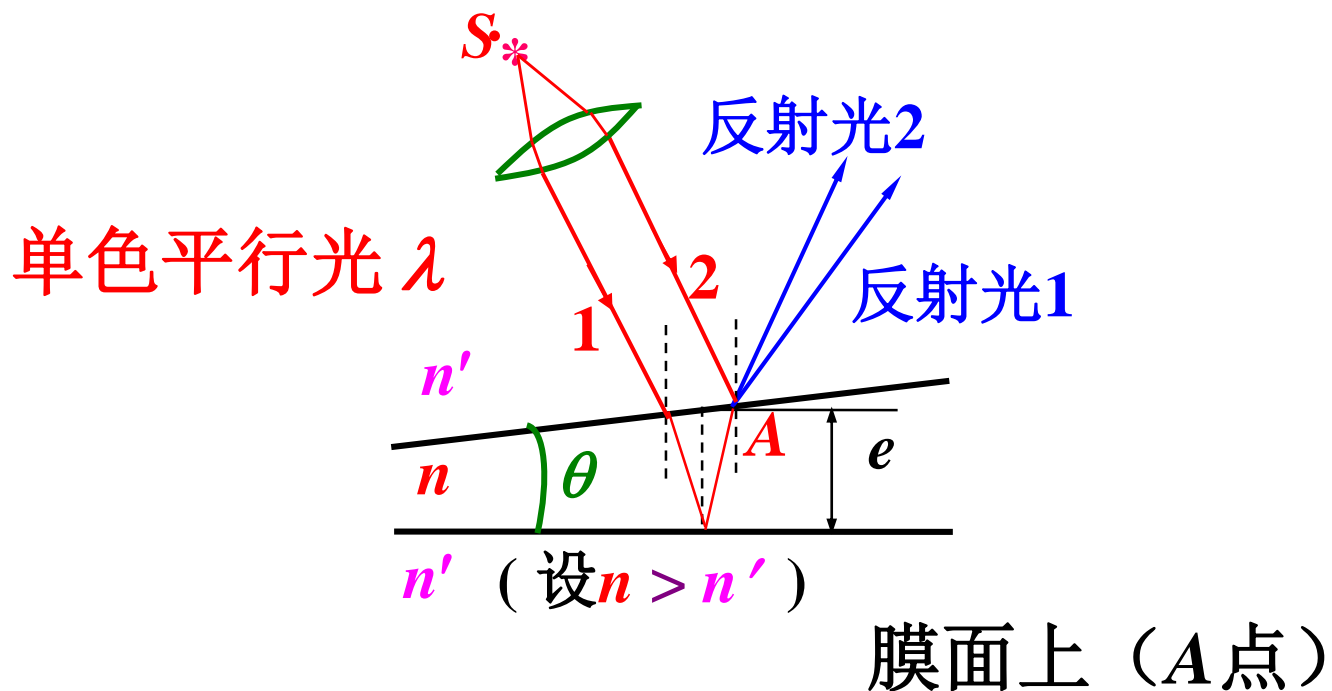
讨论厚度不均匀薄膜表面的等厚条纹和

厚度均匀薄膜在无穷远处的等倾条纹。

一. 劈尖 (wedge film) (劈形膜)

夹角很小的两个平面所构成的薄膜叫劈尖。

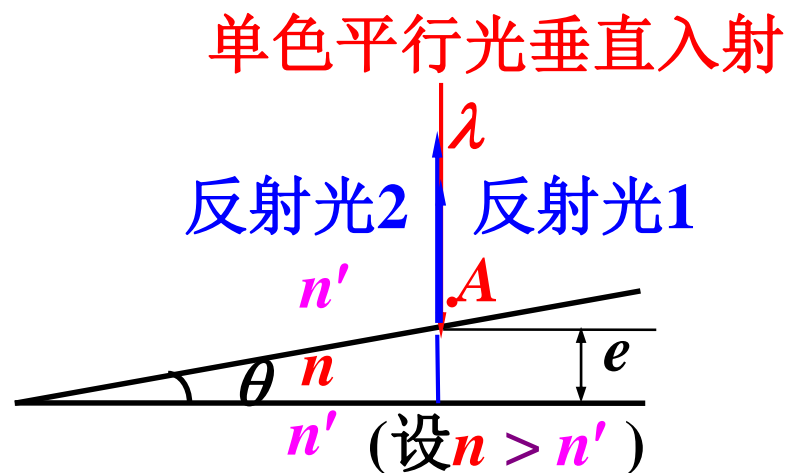
$$\theta : 10^{-4} \sim 10^{-5} \text{ rad}$$



1、2两束反射光相干叠加，可行成明暗条纹。

实际考虑：1)平行光垂直入射；2)劈尖夹角极小，

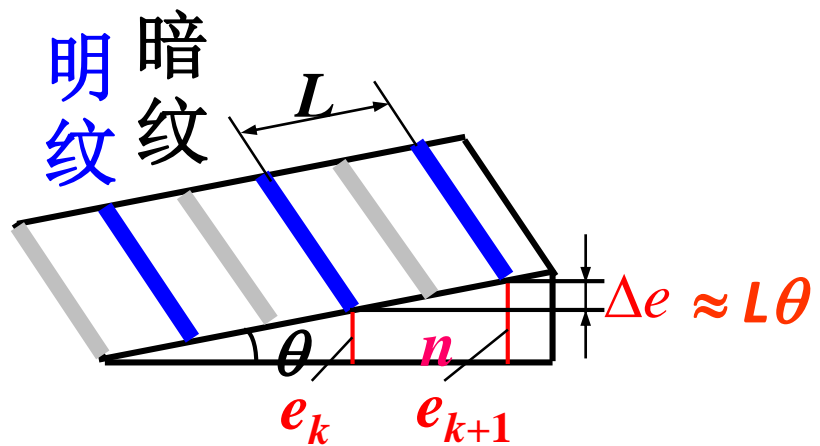
程差计算可简化： $\delta(e) \approx 2ne + \frac{\lambda}{2}$



明纹： $\delta(e) = k\lambda$, $k = 1, 2, 3 \dots$

暗纹： $\delta(e) = (2k' + 1)\frac{\lambda}{2}$, $k' = 0, 1, 2, 3 \dots$

同一厚度 e 对应同一级条纹 —— 等厚条纹



条纹间距: $L \approx \frac{\Delta e}{\theta}$

$$\text{又 } 2n\Delta e = \lambda$$

$$\therefore \boxed{L \approx \frac{\lambda}{2n\theta}} \quad \theta \downarrow \rightarrow L \uparrow$$

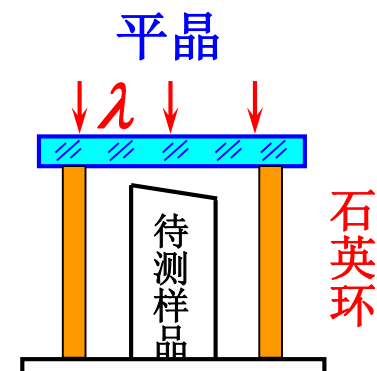
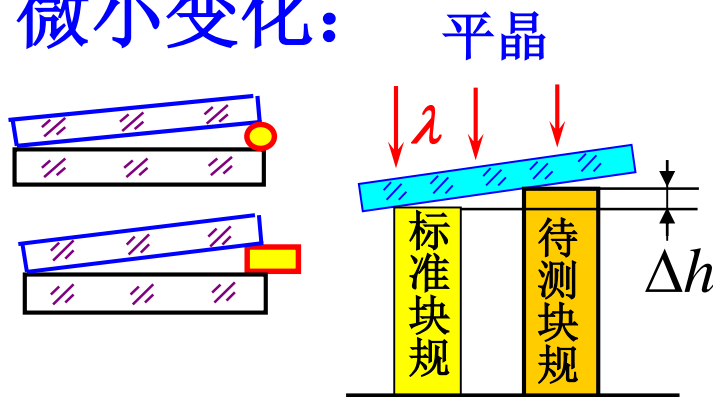
劈尖应用：依据公式

$$L = \frac{\lambda}{2n\theta}$$

▲ 测波长：已知 θ 、 n ，测 L 可得 λ

▲ 测折射率：已知 θ 、 λ ，测 L 可得 n

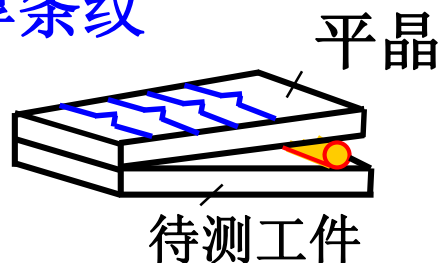
▲ 测细小直径、厚度、微小变化：



干涉膨胀仪

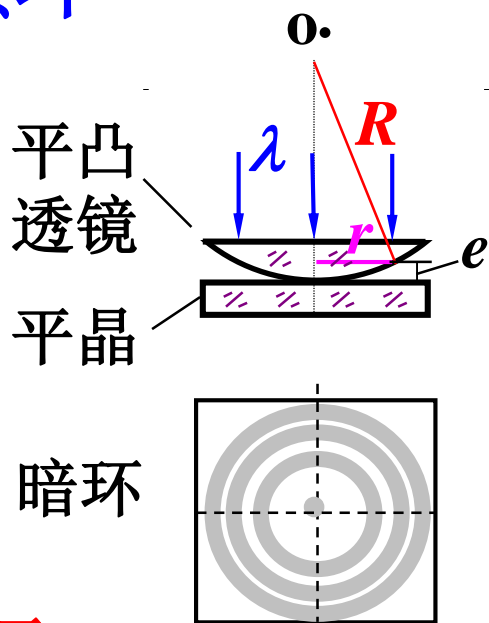
▲ 测表面不平度

等厚条纹



二. 牛顿环

(演示实验)



光程差: $\delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$

$$r^2 = R^2 - (R - e)^2 \approx 2R e$$

$$e = \frac{r^2}{2R} \quad (1)$$

暗环:

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

(1)、(2) → 第 k 个暗环半径: $r_k = \sqrt{kR\lambda} \propto \sqrt{k}$

$$r_k \propto \sqrt{k} \rightarrow r_1 : r_2 : r_3 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$$

$k \uparrow \rightarrow r_k \uparrow \rightarrow$ 条纹间距 \downarrow , 内圈的条纹级次低。

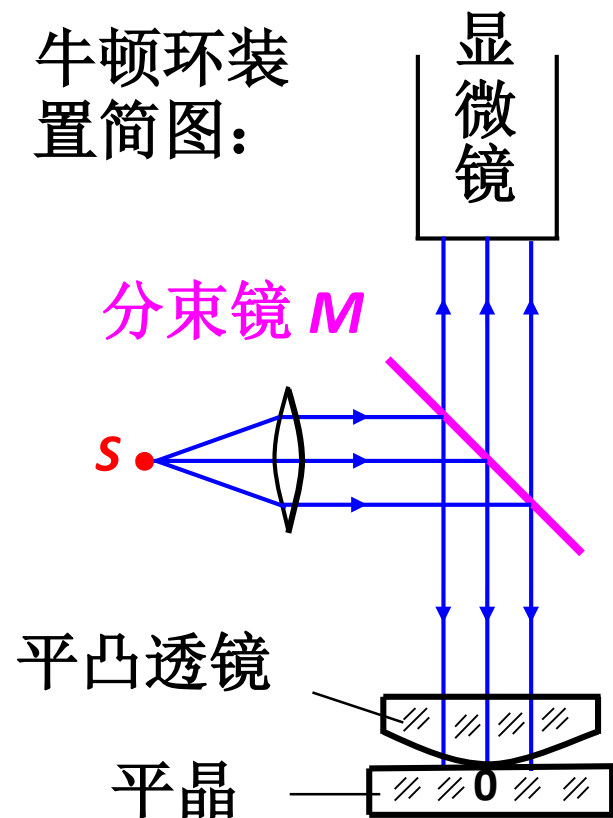
明环半径公式

$$r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$$

$$k = 1, 2, 3 \dots$$

(自己推导)

思考

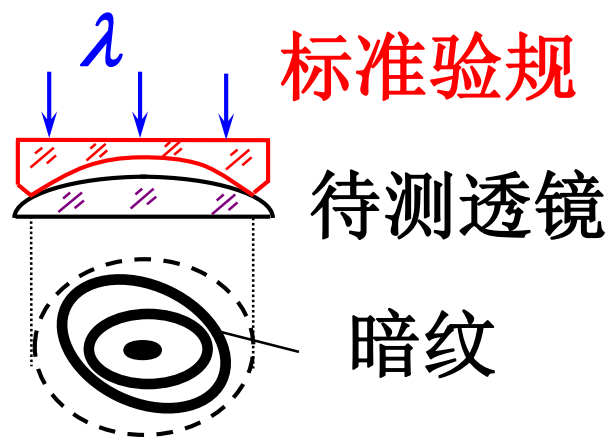


- ▲ 平凸透镜向上移，
条纹怎样移动？
- ▲ 白光入射条纹情况如何？
- ▲ 透射光条纹情况如何？

牛顿环的应用： 依据公式

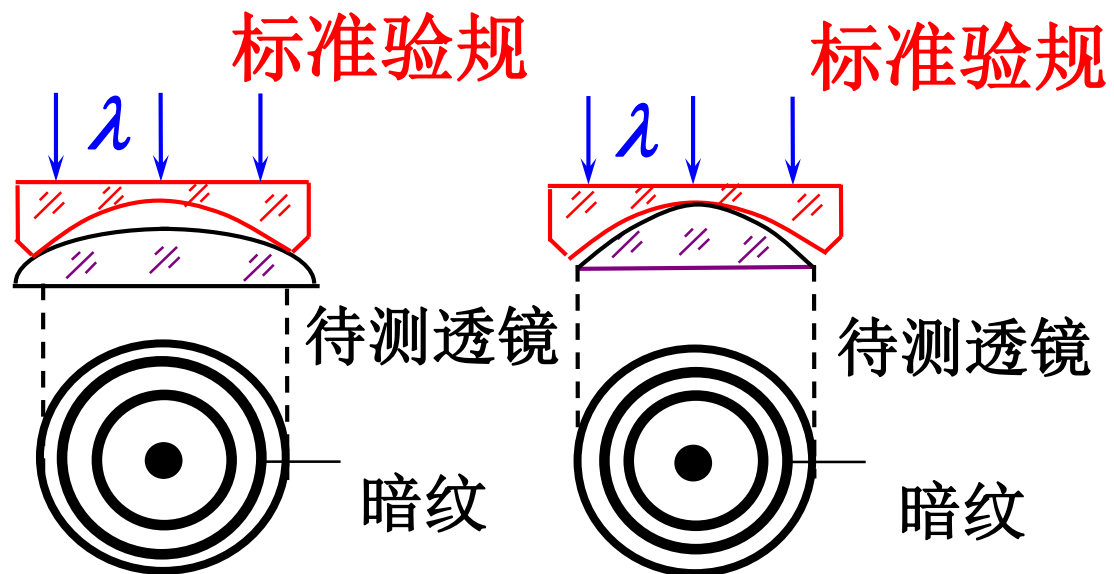
$$r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda$$

- ▲ 测透镜球面的半径 R
- ▲ 测波长 λ
- ▲ 检验透镜球表面质量



思考

如何区分如下两种情况？



22.8 薄膜干涉 (二) — 等倾条纹 (equal inclination fringes)

一. 点光源照明时的干涉条纹分析

光束1、2的光程差:

$$\delta = n(\overline{AB} + \overline{BC}) - n' \overline{AD} + \frac{\lambda}{2}$$

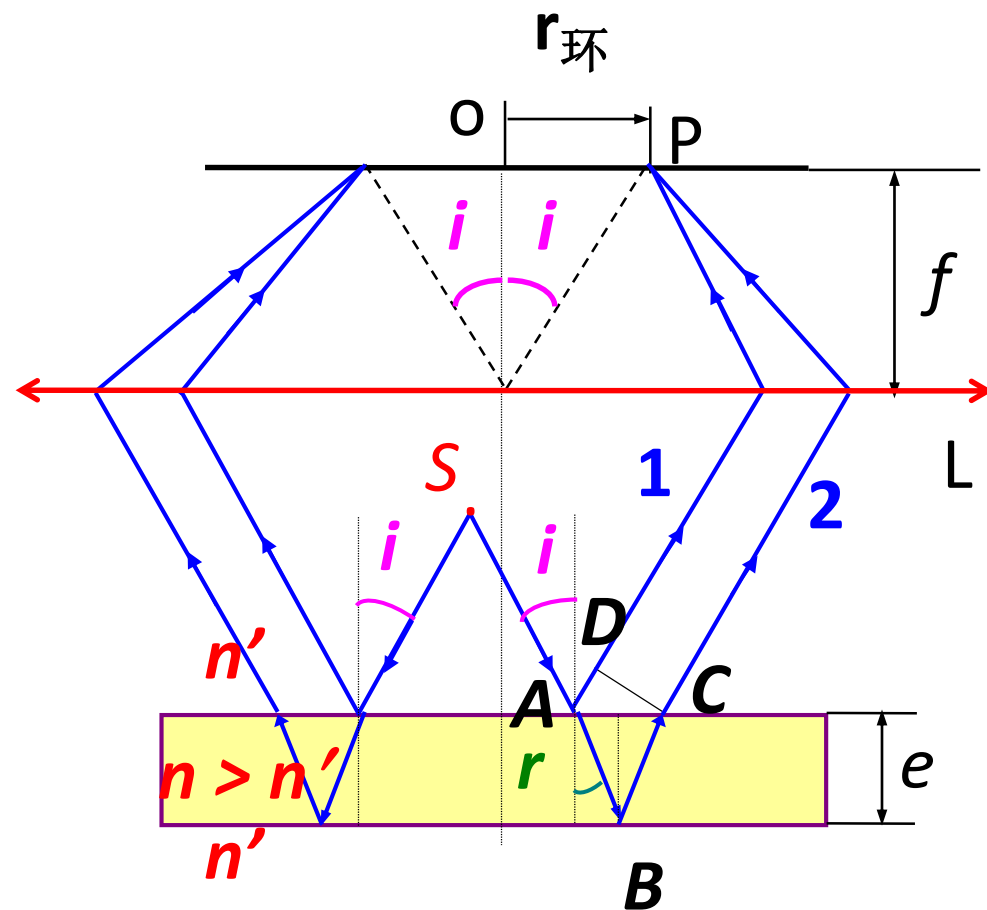
$$\overline{AB} = \overline{BC} = \frac{e}{\cos r}$$

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \overline{AC} \cdot \sin i \\ &= 2e \cdot \operatorname{tg} r \cdot \sin i \end{aligned}$$

$$\therefore \delta = \frac{2ne}{\cos r} - \frac{2n'e \cdot \sin r \cdot \sin i}{\cos r} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{又 } n' \sin i = n \sin r$$

$$\text{得 } \delta = 2ne \cos r + \frac{\lambda}{2}$$



膜厚均匀 (e 不变)

或
$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \delta(i)$$

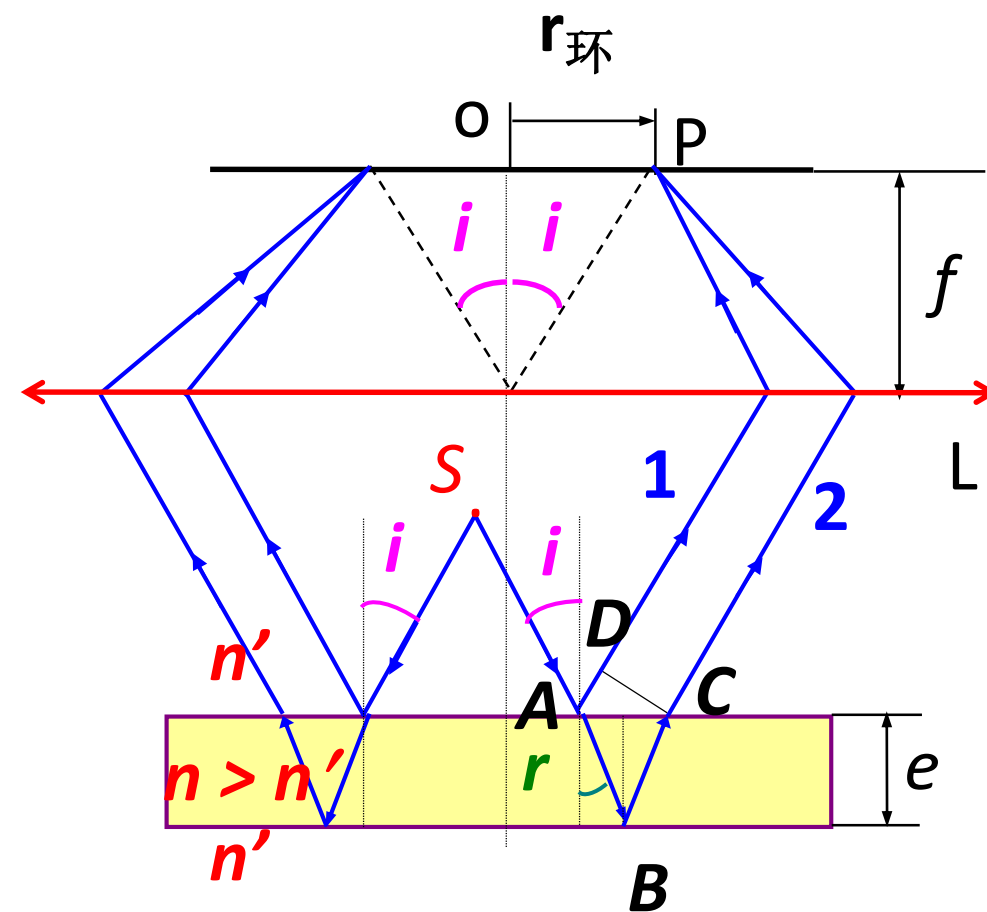
明纹 $\delta(i) = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$

暗纹 $\delta(i) = (2k' + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad k' = 0, 1, 2, \dots$

当 k (k') 一定时, i 也一定, 即倾角

i 相同的光线对应同一条干涉条

纹 — 等倾条纹。



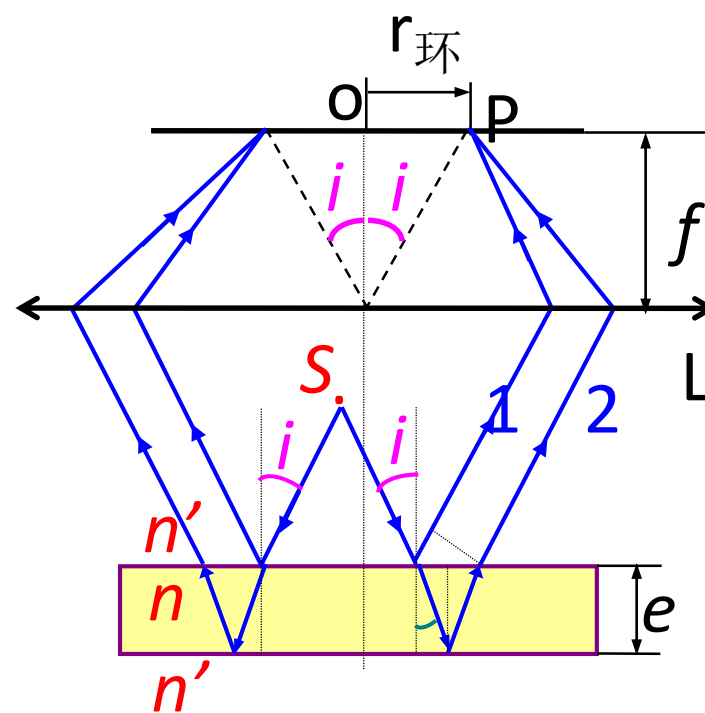
$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \delta(i)$$

条纹特点:

▲ 形状:

同心圆环

$$r_{\text{环}} = f \tan i$$



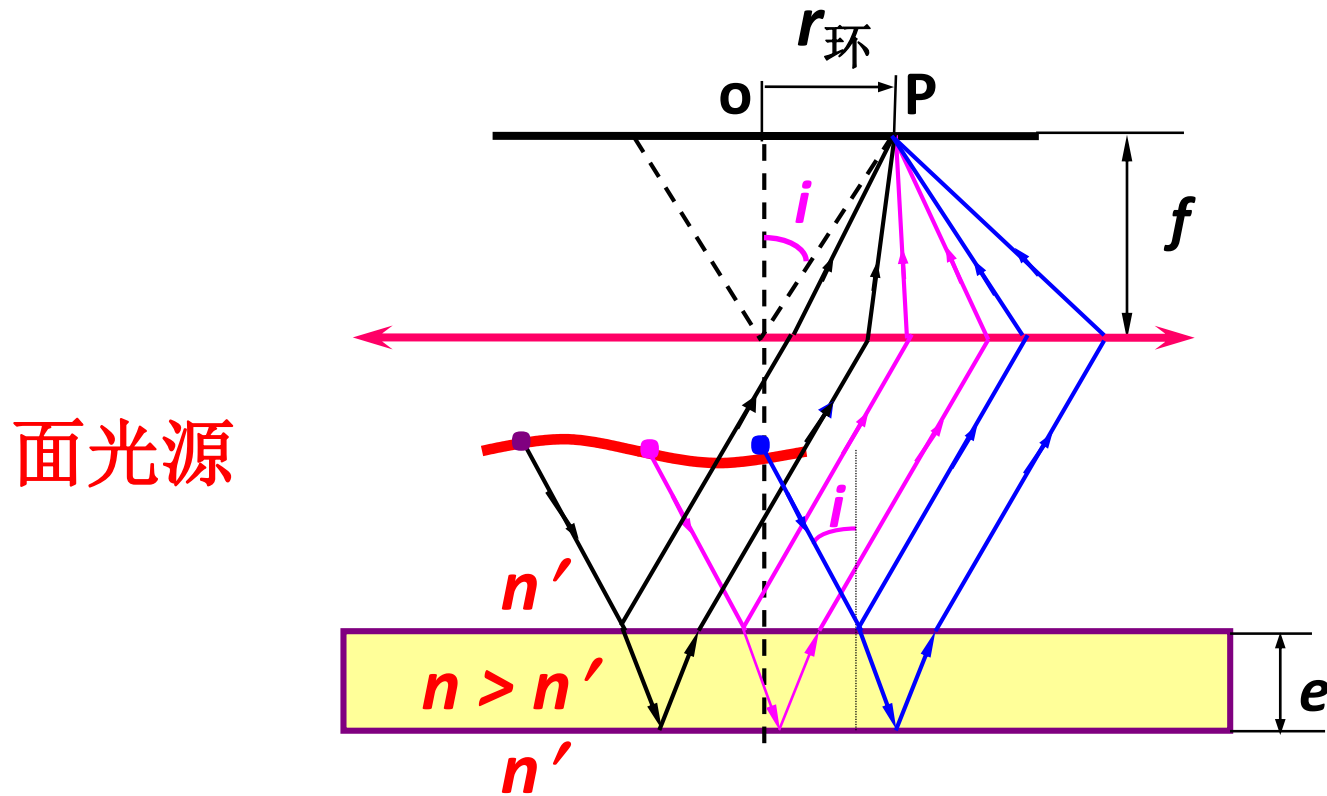
▲ 条纹间隔分布: 内疏外密 (为什么?)

▲ 条纹级次分布: e 一定时, $k \uparrow \rightarrow \delta \uparrow \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \downarrow$

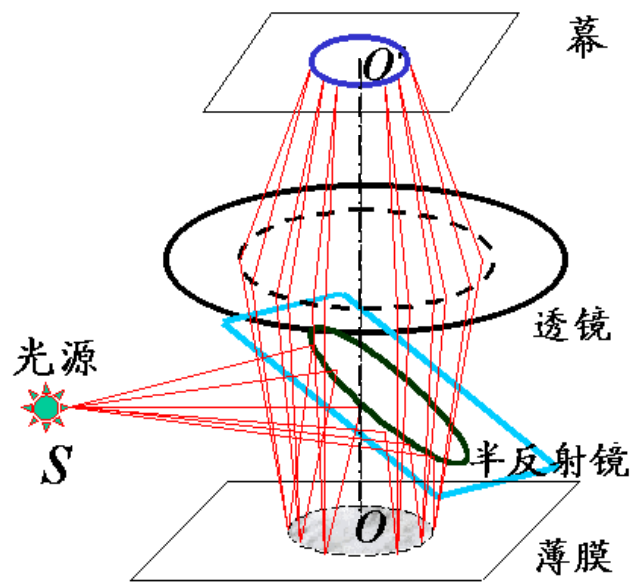
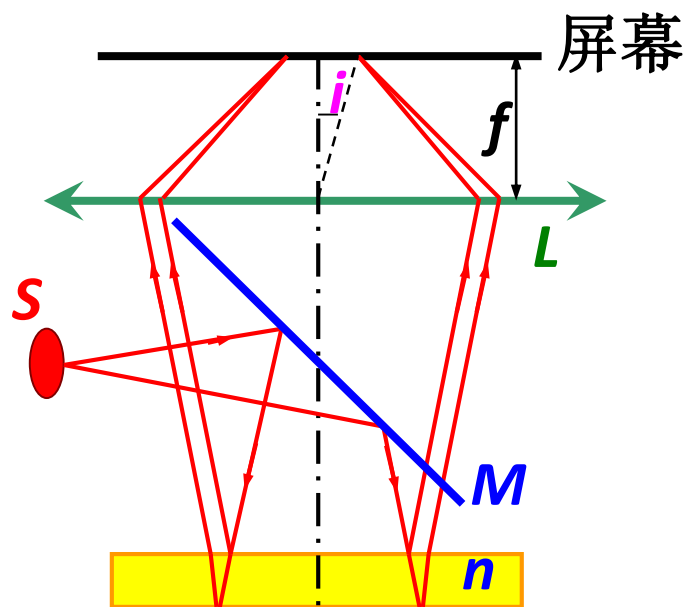
▲ 膜厚变化时, 条纹的移动: k 一定, $e \uparrow \rightarrow i \uparrow \rightarrow r_k \uparrow$

▲ 波长对条纹的影响: k, e 一定, $\lambda \uparrow \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \downarrow$

二. 面光源照明时，干涉条纹的分析



只要 i 相同，都将汇聚在同一个干涉环上
(非相干叠加)，因而明暗对比更鲜明。

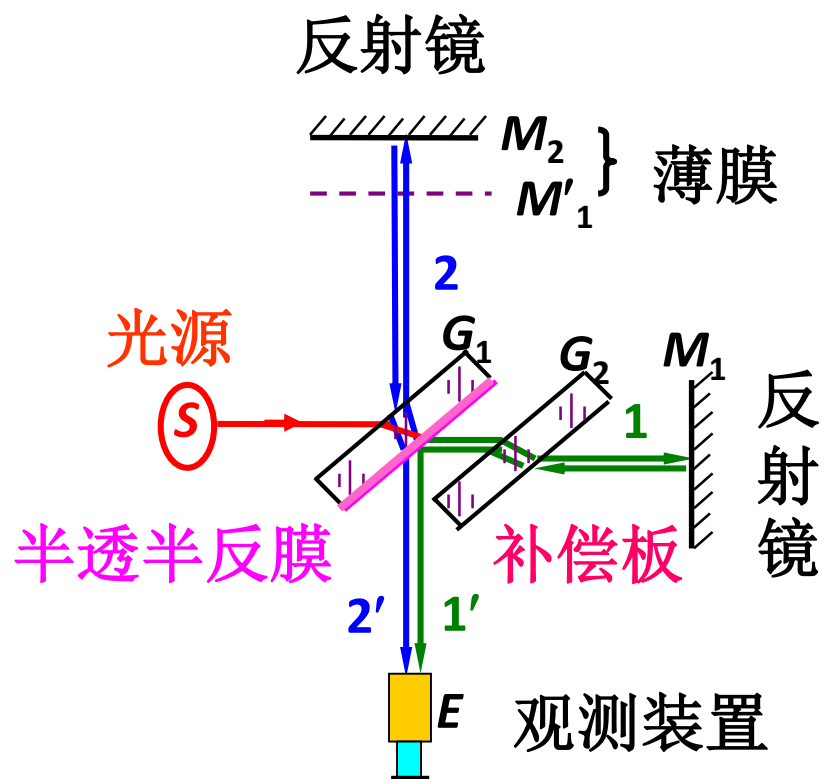


观察等倾条纹的实验装置和光路

对于观察等倾条纹，没有光源宽度和条纹
衬比度的矛盾！

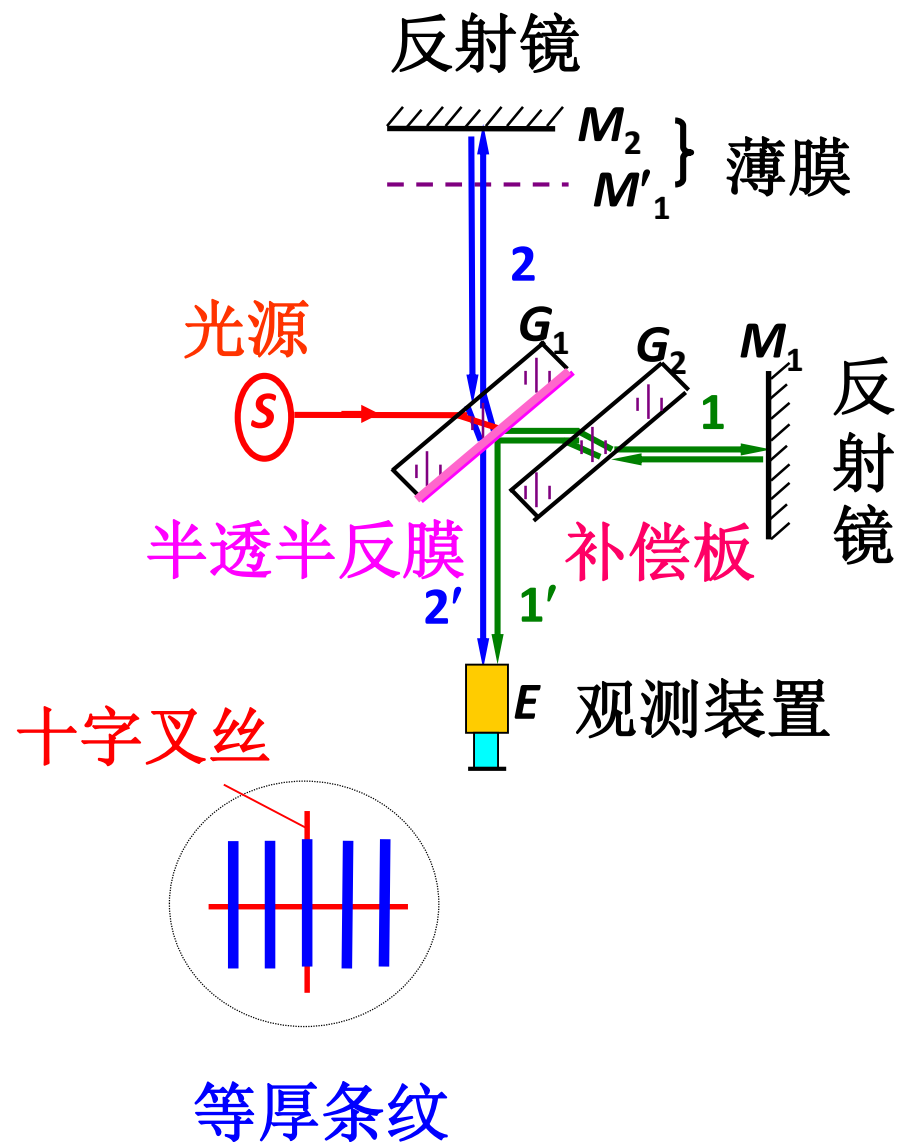
22.9 迈克耳逊干涉仪 (Michelson interferometer)

一. 仪器结构、光路原理



• $M_1, M_2,$
与 M'_1

• G_1 与 G_2



• 光束2'和1'发生干涉

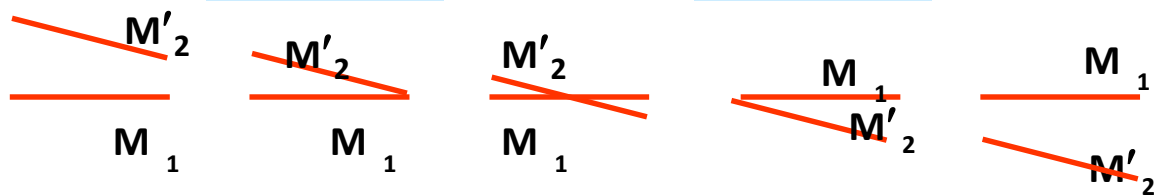
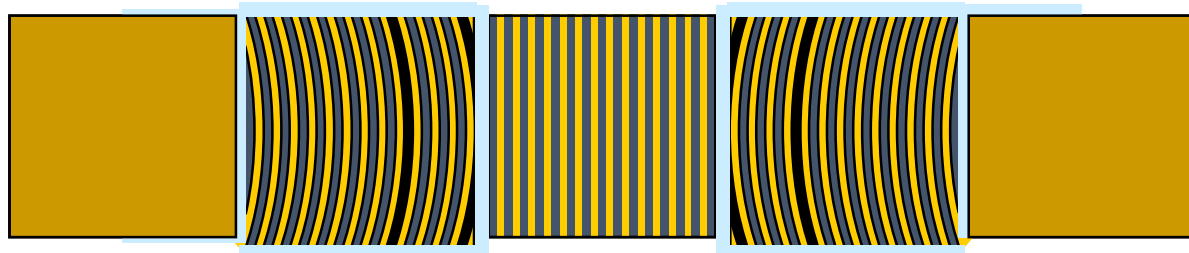
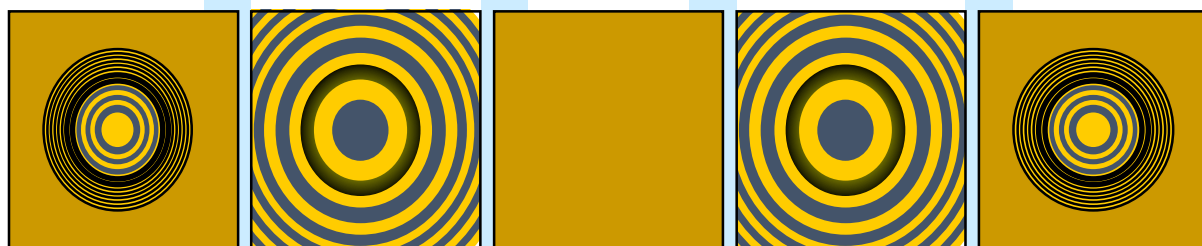
• M'_1 、 M_2 平行 \Rightarrow 等倾

• M'_1 、 M_2 小角 \Rightarrow 等厚

若 M_1 平移 Δd ，干涉条移过 N 条，

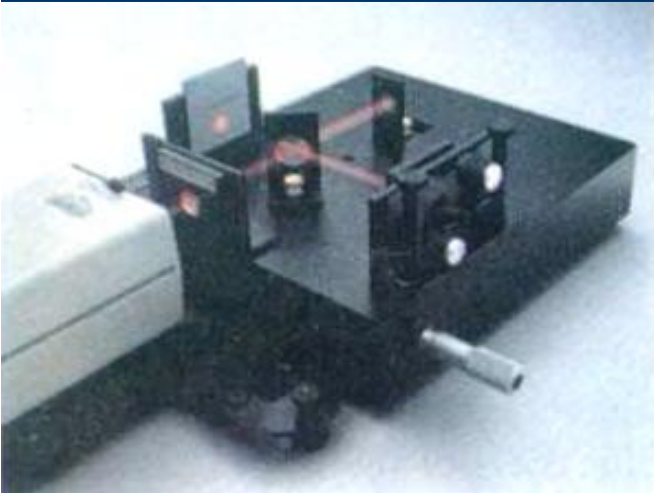
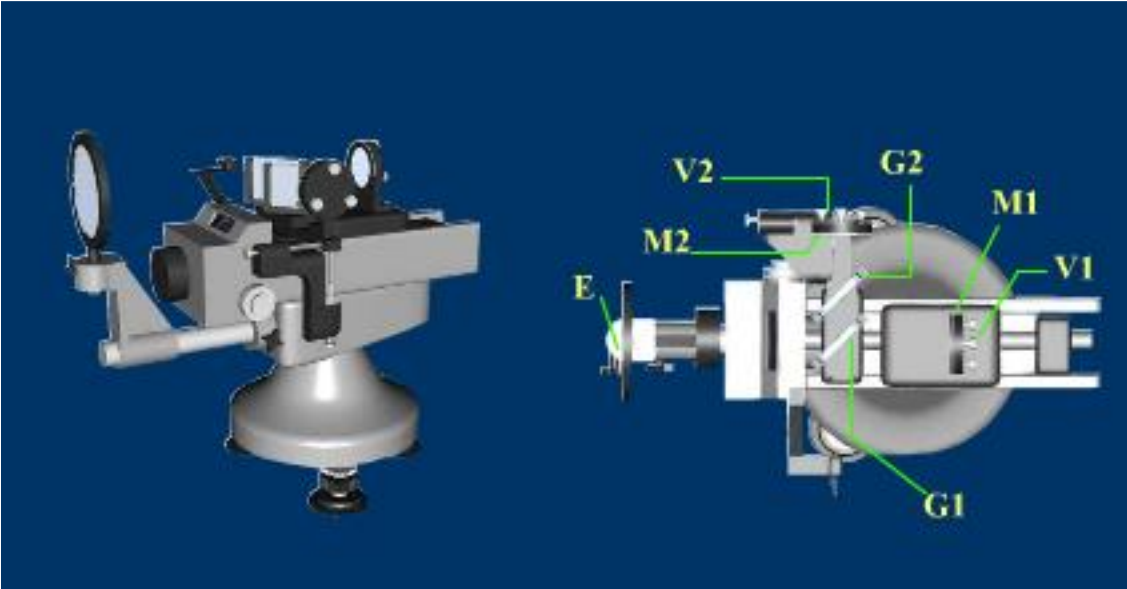
则有：

$$\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2}$$

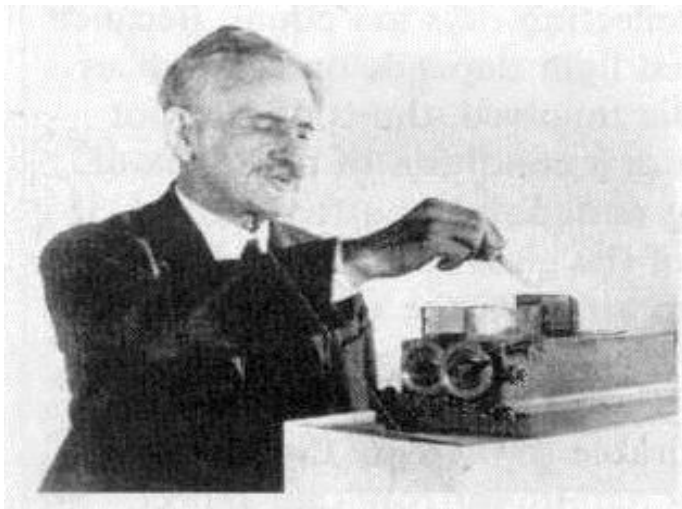


等倾干涉条纹

等厚干涉条纹



迈克耳逊
干涉仪



迈克耳逊

A.A.Michelson

1852-1931

- 测定光速 1879、1881、1887、1923

$$C=299,796 \pm 4 \text{ km/s}$$

- 仪器结构优点
- 用原子发光波长重新定义长度
- 测地球相对以太速度



迈克耳逊 (A.A.Michelson)

1852-1931

因创造精密光学仪器，用以进行光谱学和度量学的研究，并精确测出光速，获1907年诺贝尔物理奖。