数学作业纸

（科目：随机）

班级：自93　　姓名：周义廷　　编号：2019010702　　第 1 页

2. 证明：$|P(AB)-P(AC)| \le 1-P(BC)$

$\Leftrightarrow |P(ABC)+P(ABC^c)-P(ABC)-P(AB^cC)| \le 1-P(ABC)-P(A^cBC)$

$\Leftrightarrow |P(ABC^c)-P(AB^cC)| \le 1-P(ABC)-P(A^cBC)$

$\Leftrightarrow |P(ABC^c)-P(AB^cC)|+P(ABC)+P(A^cBC) \le 1$

由于 $|P(ABC^c)-P(AB^cC)| \le P(ABC^c)+P(AB^cC)$

$\therefore |P(ABC^c)-P(AB^cC)|+P(ABC)+P(A^cBC)$

$\le P(ABC^c)+P(AB^cC)+P(ABC)+P(A^cBC)$

$\le P(A \cup B \cup C) \le 1$

∴上式成立，得证.

13. 设事件A为至少有一个球放在3号且最小号码为3

则放入1，2，3，4的球的数目可以为

0 0 3 0

0 0 2 1

0 0 1 2

$\therefore P(A)=\dfrac{C_3^3+C_3^2+C_3^1}{4^3}=\dfrac{1+3+3}{64}=\dfrac{7}{64}$

14. 设事件A为排序恰为ABILITY.

事件A_i为第i个字母相对

则 $P(A)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_7|A_1\cdots A_6)$

$=\frac{1}{11}\times\frac{2}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}$

$=\dfrac{1}{415800}$

21. $p=0.3$

记该选手在3次内跳过1.8m为事件A，

$P(A)=0.3+0.7\times0.3+0.7\times0.7\times0.3$

$=0.657$

22

记温度、湿度、pH值、显示器有缺陷分别为事件A、B、C，相互独立

则 (a) $P(AB)=P(A)\times P(B)$

$=0.08\times0.1$

$=0.008$

(b) $P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$

$=0.08\times0.1\times0.05$

$=0.0004$

(c) $P(A^cB^cC^c)=P(A^c)P(B^c)P(C^c)$

$=(1-P(A))(1-P(B))(1-P(C))$

$=0.92\times0.90\times0.95$

$=0.7866$

(d) $P((A^cB^cC^c)^c)=1-P(A^cB^cC^c)=0.2134$

~~23. (a) 记第一次取出的球是黑球为事件A~~

~~则 $P(A)=\frac{b}{b+r}$，记第二次取出的也是黑球为事件B~~

23. (a) 记B_i为第i次取出的是黑球，

R_j为第j次取出的是红球

$P(B_1B_2)=\dfrac{b}{b+r}\cdot\dfrac{b+d}{b+d+r}$

(b) $P(B_1R_2R_3)=\dfrac{b}{b+r}\cdot\dfrac{r}{b+d+r}\cdot\dfrac{r+d}{b+r+2d}$

(c) 只需证 $P(\cdots B_iR_{i+1}\cdots)=P(\cdots R_iB_{i+1}\cdots)$

省略号处表示两者相同. 设经过i-1次后口袋中有$b+md$个黑球，$r+nd$个红球. 则 $P(\cdots B_iR_{i+1})$

$=\dfrac{b+md}{b+md+r+nd}\cdot\dfrac{r+nd}{b+md+r+nd+d}$　$P(\cdots R_iB_{i+1})=\dfrac{r+nd}{b+md+r+nd}\cdot\dfrac{b+md}{b+md+r+nd+d}$

$\therefore P(\cdots B_iR_{i+1})=P(\cdots R_iB_{i+1})$

扫描全能王 创建

此时袋中有 $b+(n+1)d$ 个黑球，$r+(n+1)d$ 个红球.

此后两者摸球结果相同，概率也相同.

即 $P(\cdots B_i R_{i+1}\cdots)=P(\cdots R_i B_{i+1}\cdots)$

即交换相邻两次摸球结果，所得概率与原排列概率相同。

∴若取球 n 次，其中黑球、红球分别为 n_1、n_2 给定，则任意一种摸球顺序所对应的概率都相同（因为总可以不断交换使得前 n_1 次摸到黑球后 n_2 次摸到红球）

$$P(B_1\cdots B_{n_1}R_{n_1+1}\cdots R_n)$$

$$=\frac{b}{b+r}\cdot\frac{b+d}{b+d+r}\cdot\frac{b+2d}{b+2d+r}\cdots\cdots\frac{b+(n_1-1)d}{b+(n_1-1)d+r}\cdot\frac{r}{b+n_1d+r}\cdots\cdots\frac{r+(n_2-1)d}{b+n_1d+r+(n_2-1)d}=\prod_{i=0}^{n_1-1}\frac{b+id}{b+id+r}\prod_{j=0}^{n_2-1}\frac{r+jd}{b+n_1d+r+jd}$$

$$=\frac{\prod_{i=0}^{n_1-1}(b+id)\prod_{i=0}^{n_2-1}(r+id)}{\prod_{i=0}^{n-1}(b+r+id)}\triangleq P$$

记取 n 次取到 n_1 个黑球 n_2 个红球为事件 A

$P(A)=C_n^{n_1}P$.

25. 记随机取卡片，朝上的一面为红色为事件 A.

记它的另一面为黑色为事件 B.

$P(AB)=\frac{1}{6}$

$P(A)=\frac{1}{3}\times 1+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times 0=\frac{1}{2}$

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{3}$$

补充题：

(a) $P(A)=\frac{1}{2^3}+\frac{C_3^1}{2^3}$

$=\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$

$=\frac{1}{2}$

$P(B)=1-\frac{1}{2^3}-\frac{1}{2^3}=\frac{3}{4}$

$P(AB)=\frac{C_3^1}{2^3}=\frac{3}{8}$

$P(AB)=P(A)P(B)$

A、B 独立

(b) $P(A)=\frac{1+C_4^1}{2^4}=\frac{5}{16}$

$P(B)=1-\frac{1}{2^4}-\frac{1}{2^4}=\frac{7}{8}$

$P(AB)=\frac{C_4^1}{2^4}=\frac{1}{4}$

$P(AB)\neq P(A)P(B)$

两者不相互独立

扫描全能王 创建