

光的衍射



光的衍射 (Diffraction of light)

23.1 衍射现象、惠更斯—菲涅耳原理

23.2 单缝的夫琅禾费衍射、半波带法

23.3 光栅衍射

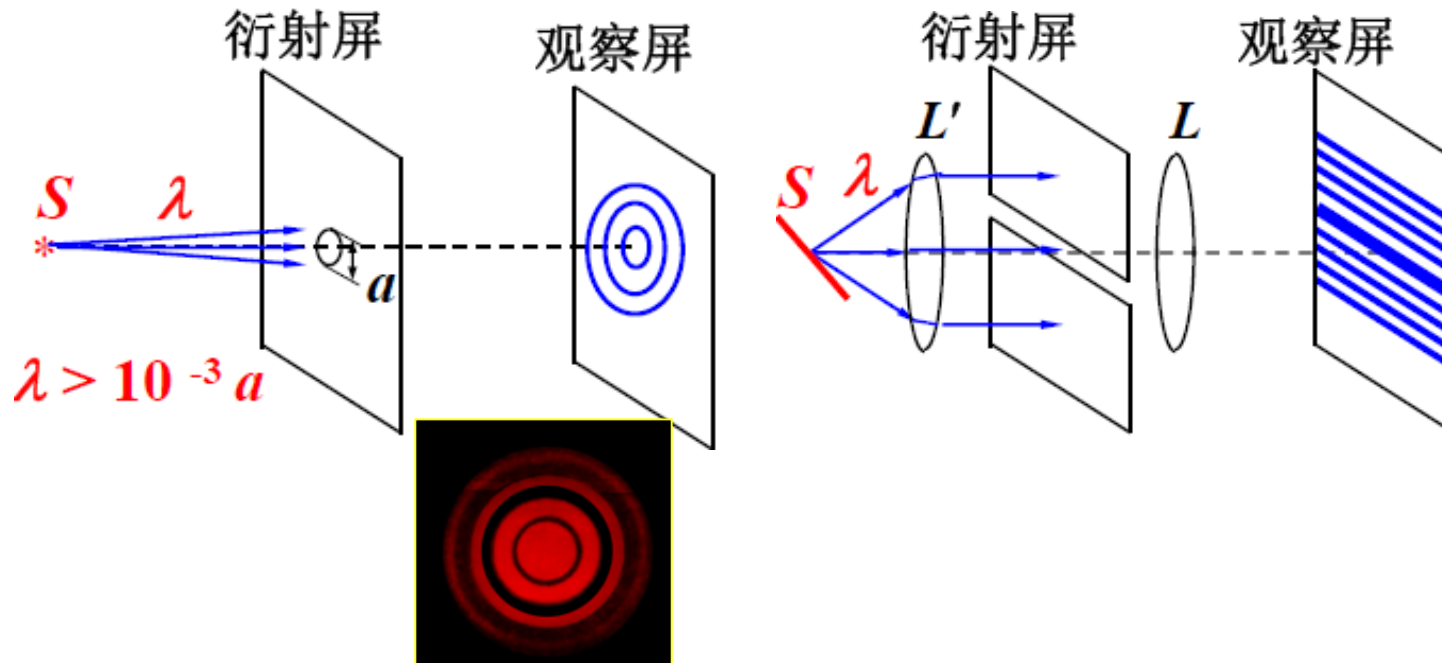
23.4 光学仪器的分辨本领

23.5 X射线的衍射

23.1 衍射现象、惠更斯—菲涅耳原理

一. 光的衍射 (diffraction of light)

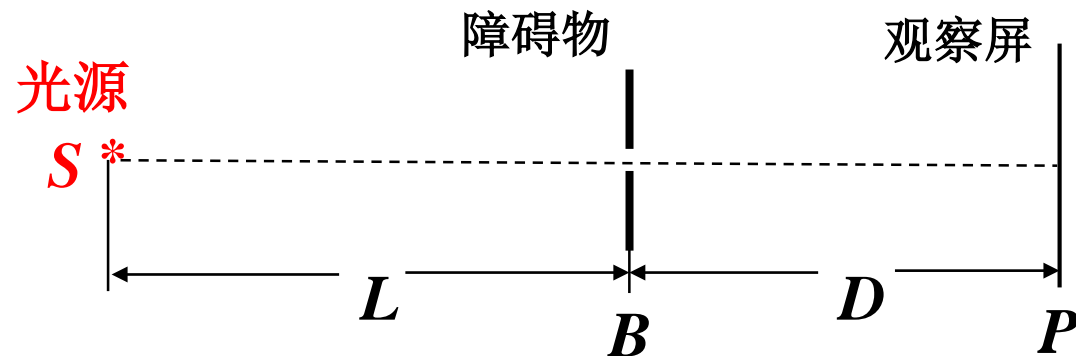
1.现象



2.定义： 光在传播过程中能绕过障碍物的边缘

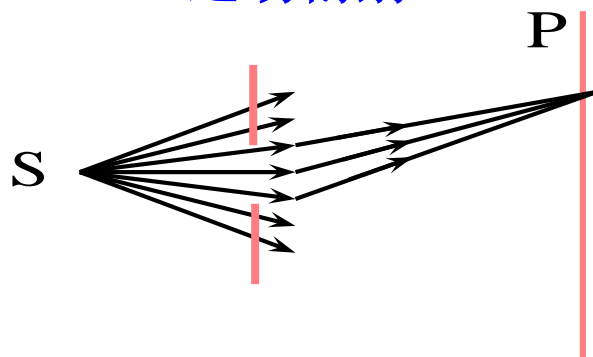
而偏离直线传播的现象叫光的衍射。

3. 分类:



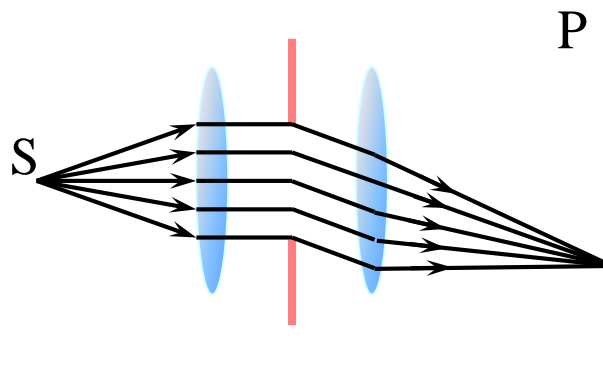
(1) 菲涅耳 (Fresnel) 衍射 — 近场衍射

L 和 D 中至少有一个是有限值。



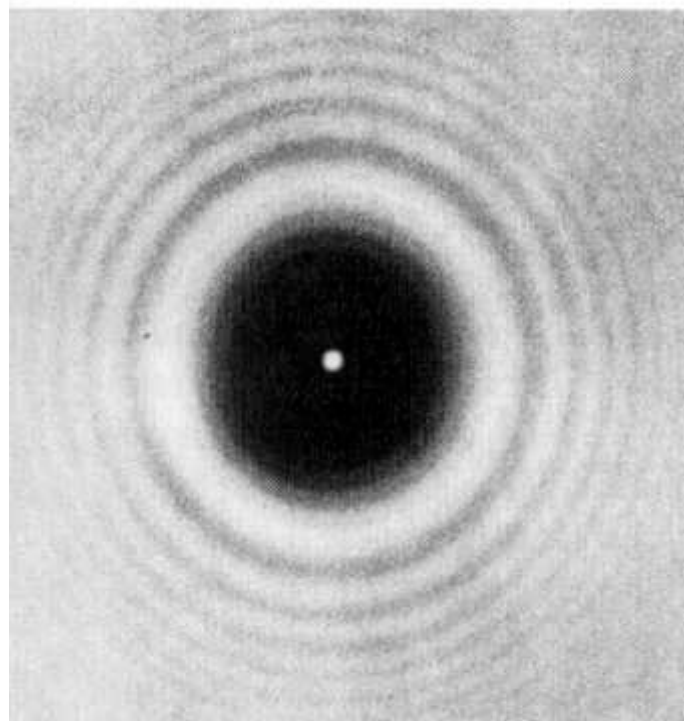
(2) 夫琅禾费 (Fraunhofer) 衍射 — 远场衍射

L 和 D 皆为无限大
(也可用透镜实现)





刀片边缘的衍射



圆屏衍射
(泊松点)

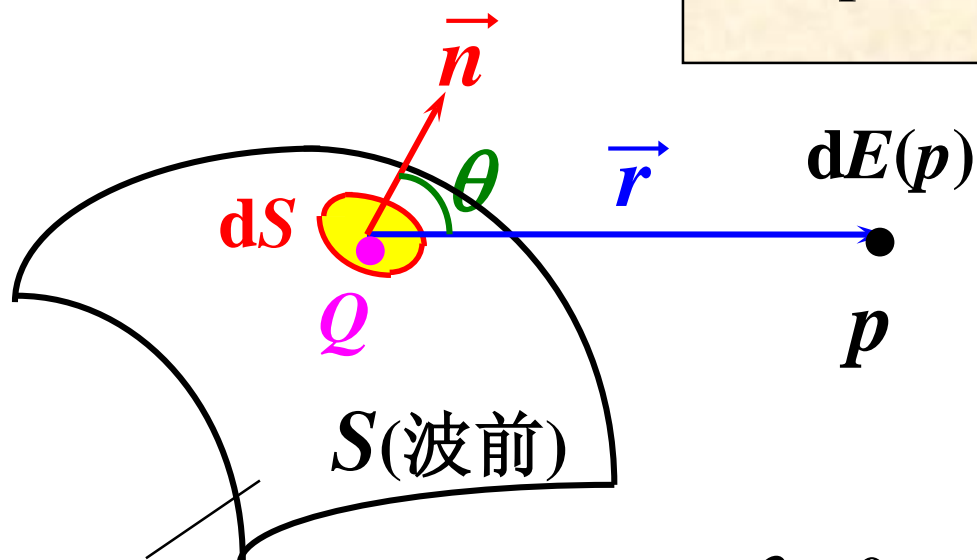
二. 惠更斯—菲涅耳原理 (Huygens — Fresnel principle)

波传到的任何一点都是子波的波源，

各子波在空间某点 P 的相干叠加，就决定

了 P 点波的强度。

$$dE(p) \propto \frac{a(Q)K(\theta)}{r} dS$$



$a(Q)$ 取决于波前
上 Q 点处的强度

设初相为零

$K(\theta)$: 方向因子

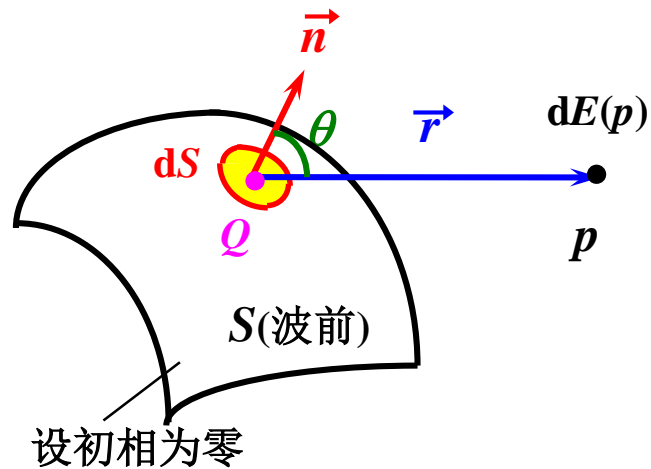
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = 0, \quad K = K_{\max} \\ \theta \uparrow \rightarrow K(\theta) \downarrow \\ \theta \geq 90^\circ, \quad K = 0 \end{array} \right.$$

$$dE(p) = \frac{a(Q) \cdot K(\theta)}{r} dS \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$

$$E(p) = \iint_S \frac{a(Q) \cdot K(\theta)}{r} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right) \cdot dS$$

$$= E_0(p) \cdot \cos[\omega t + \varphi(p)]$$

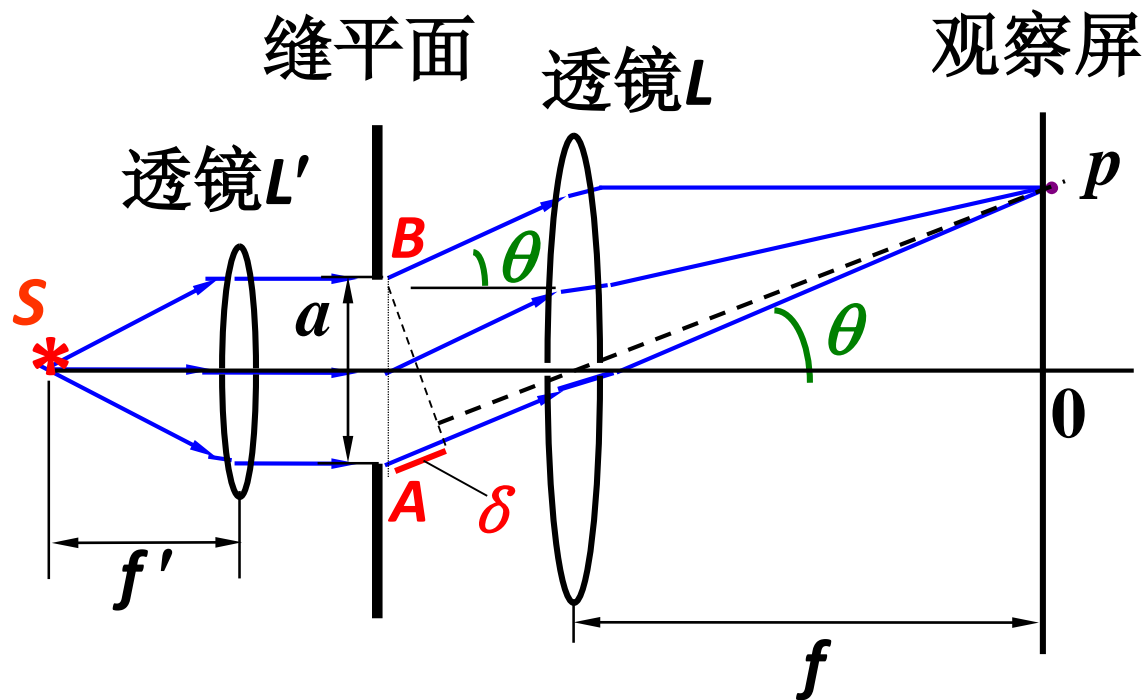
p 处波的强度 $I_p \propto E_0^2(p)$



1882年以后，**基尔霍夫**
(Kirchhoff) 解电磁波
 动方程，也得到了 $E(p)$ 的
 表示式，这使得惠更斯—
 菲涅耳原理有了波动理
 论的根据。

23.2 单缝的夫琅禾费衍射、半波带法

一．装置和光路



S : 单色线光源

$\overline{AB} = a$ (缝宽)

θ : 衍射角

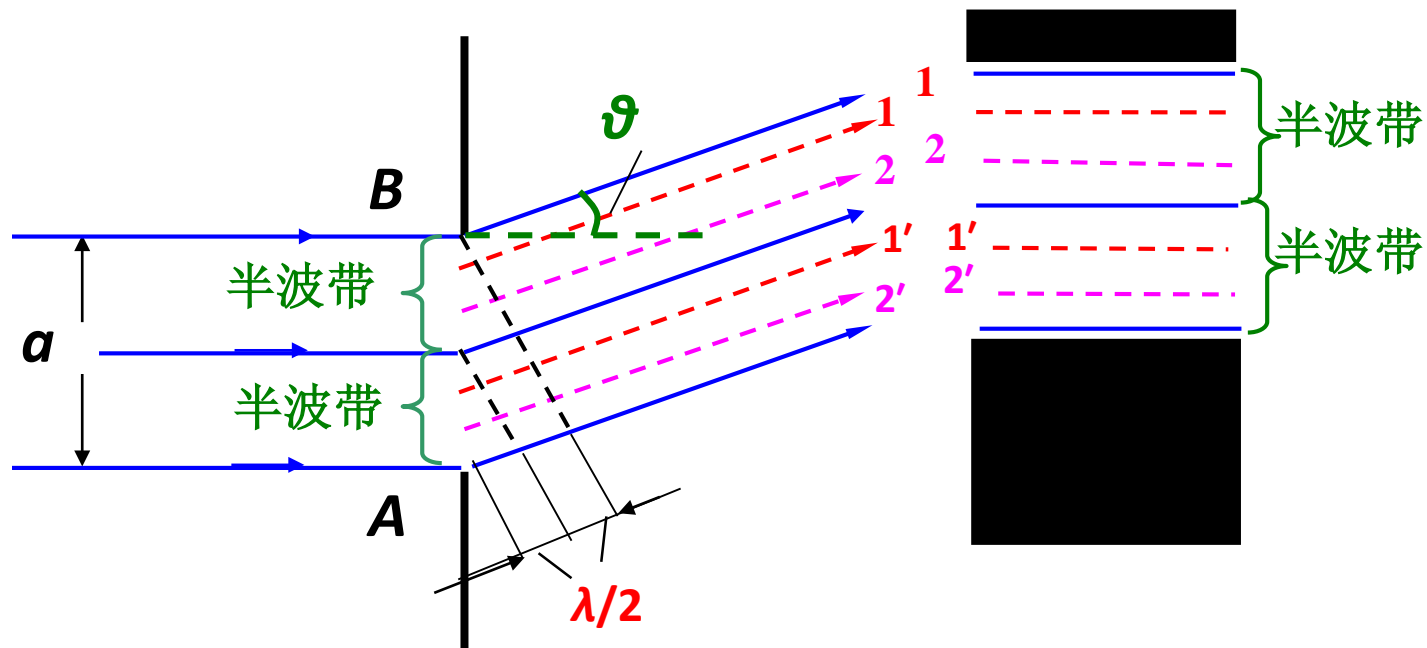
二. 半波带法

▲ $A \rightarrow p$ 和 $B \rightarrow p$ 的光程差为 $\delta = a \sin \theta$

$\theta = 0, \delta = 0$ — 中央明纹（中心）

$\theta \uparrow \rightarrow \delta \uparrow \rightarrow I_p \downarrow$ (p 点明亮程度变差)

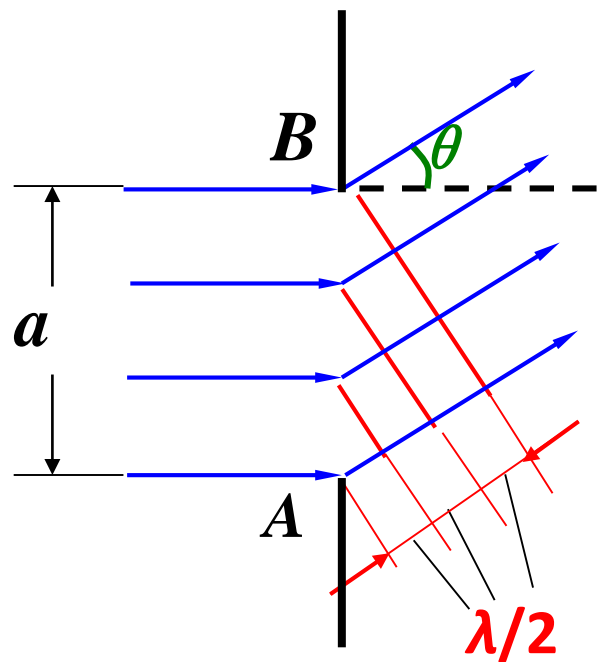
▲ 当 $a \sin \theta = \lambda$ 时，可将缝分为两个“半波带”



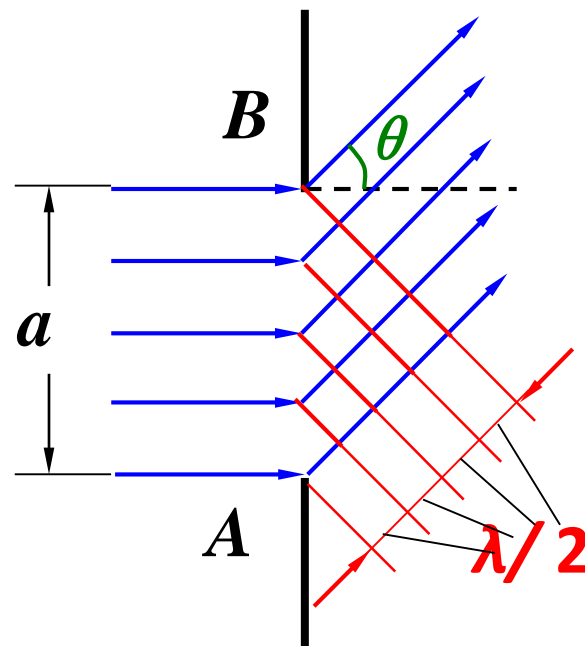
两个“半波带”发的光在 p 处干涉相消形成暗纹。

▲当 $a \sin \theta = \frac{3}{2} \lambda$ 时，可将缝分成三个“半波带”

P 处为明纹中心（近似）



▲当 $a \sin \theta = 2\lambda$ 时，
可将缝分成四个“半
波带”，形成暗纹。



一般情况:

$$a \sin \theta = \pm k \lambda, \quad k = 1, 2, 3 \cdots \text{—暗纹}$$

$$a \sin \theta = \pm (2k' + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k' = 1, 2, 3 \cdots$$

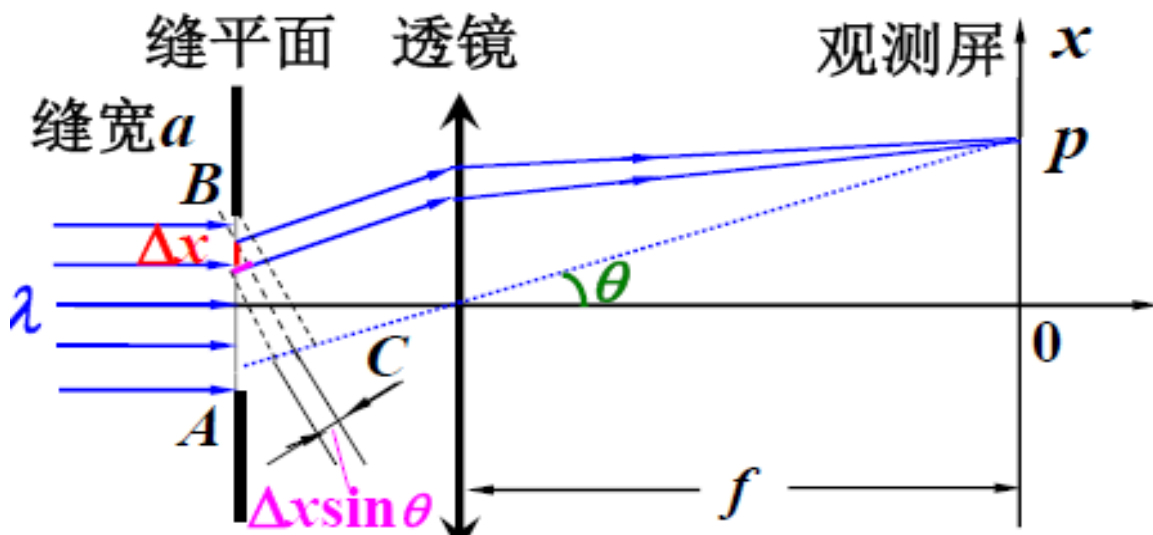
—明纹（中心）

$$a \sin \theta = 0 \quad \text{—中央明纹（中心）}$$

暗纹和中央明纹（中心）位置准确，

其余明纹中心的位置稍有偏离。

三. 振幅矢量法、光强公式



将缝等分成 N 个窄带，每窄带宽为： $\Delta x = \frac{a}{N}$

各窄带发的子波在 p 点振幅近似相等, 设为 ΔE_0 ,

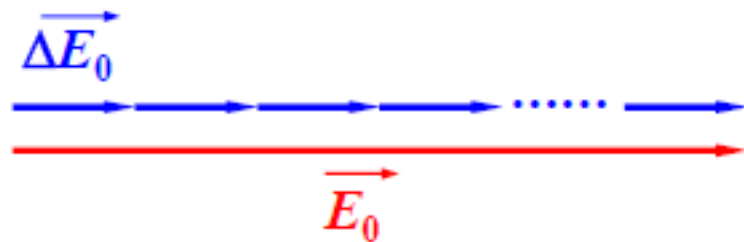
相邻窄带发的子波到 p 点的相位差为：

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x \sin \theta}{\lambda} \cdot 2\pi = \frac{a \cdot \sin \theta}{N} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \quad (N \text{ 很大})$$

p 点的合振幅 E_p 就是各子波的振幅矢量和的模。

p 点处是多个同方向、同频率、同振幅、
初相依次差一个恒量 $\Delta\varphi$ 的简谐振动的合成，
合成的结果仍为简谐振动。

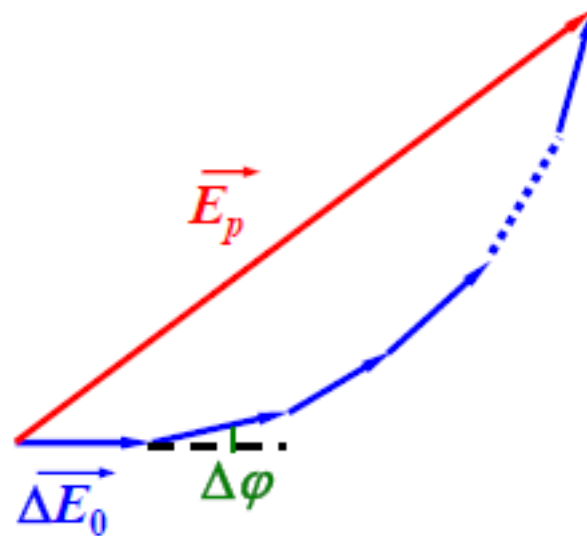
对于中心点: $\theta = 0$, $\Delta\varphi = 0$, $E_0 = N \Delta E_0$ 。



对于其他点 p :

$$\Delta\varphi \neq 0,$$

$$E_p < N \Delta E_0.$$



当 $N \rightarrow \infty$ 时, N 个相接的折线将变为一个圆弧。

$$\Delta\Phi = N\Delta\varphi = \frac{a \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$

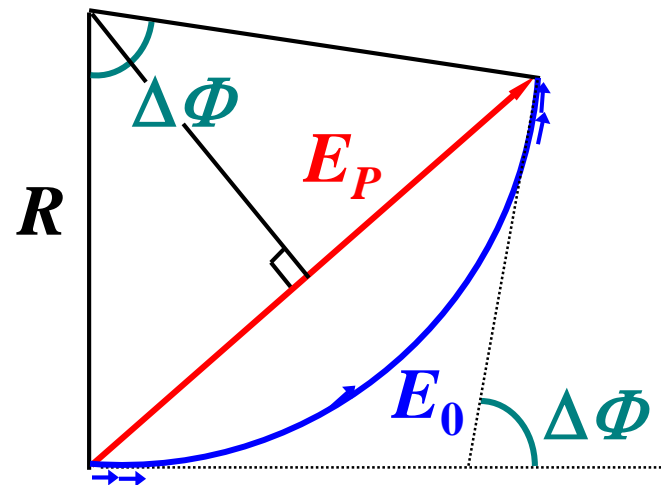
$$E_p = 2R \sin \frac{\Delta\Phi}{2}, \quad E_0 = R\Delta\Phi$$

$$E_p = 2 \frac{E_0}{\Delta\Phi} \sin \frac{\Delta\Phi}{2} = \frac{E_0}{\Delta\Phi/2} \sin \frac{\Delta\Phi}{2}$$

$$\text{令 } \alpha = \frac{\Delta\Phi}{2} = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda},$$

$$\text{有 } E_p = E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha},$$

$$\text{又 } I \propto E_p^2, \quad I_0 \propto E_0^2,$$



∴ p 点的光强

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

由 $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$, 可得到以下结果:

(1) 主极大 (中央明纹中心) 位置:

$$\theta = 0 \text{ 处, } \alpha = 0 \rightarrow \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1 \rightarrow I = I_0 = I_{\max}$$

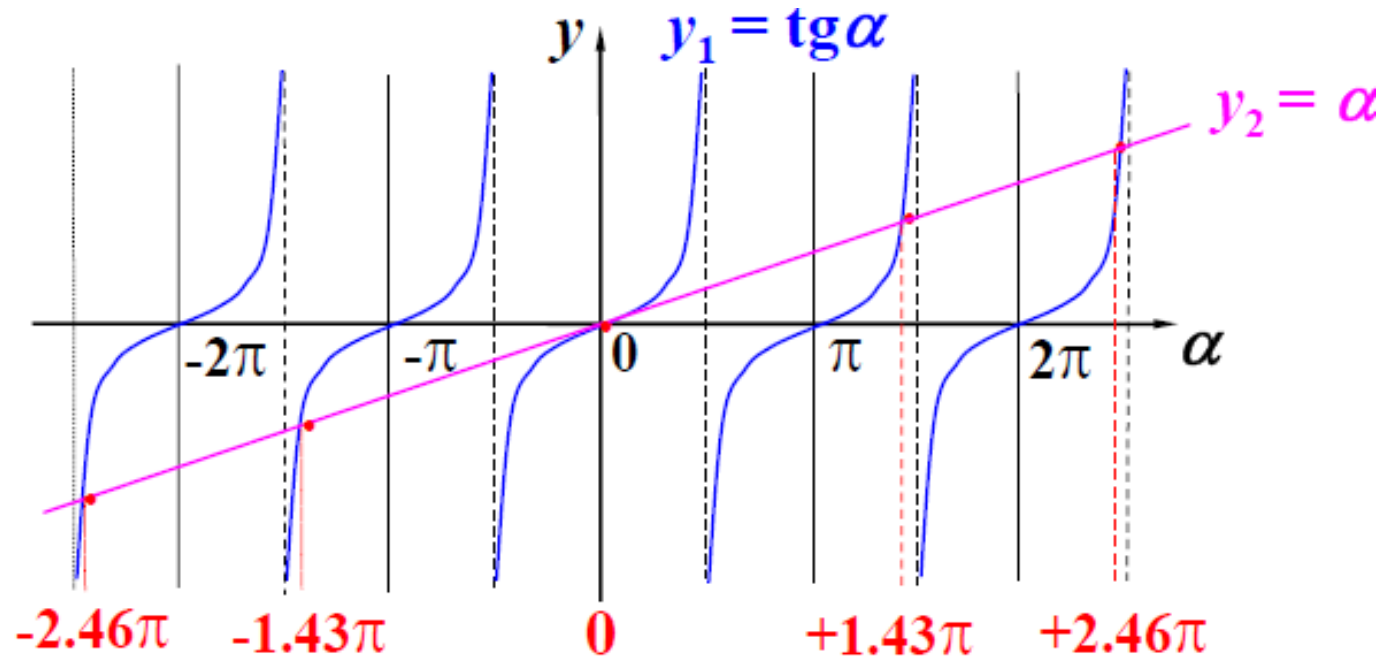
(2) 极小 (暗纹) 位置:

$$\alpha = \pm k\pi, \quad k = 1, 2, 3 \cdots \text{ 时, } \sin \alpha = 0 \rightarrow I = 0$$

$$\begin{aligned} \text{由 } \alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = \pm k\pi &\rightarrow a \sin \theta = \pm k\lambda \\ \text{或由 } N\Delta\varphi = \pm 2k\pi &\rightarrow a \sin \theta = \pm k\lambda \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{由 } \alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = \pm k\pi &\rightarrow a \sin \theta = \pm k\lambda \\ \text{或由 } N\Delta\varphi = \pm 2k\pi &\rightarrow a \sin \theta = \pm k\lambda \end{aligned}} \right\} \text{一致}$$

这正是缝宽可以分成偶数个半波带的情形。

(3) 次极大位置：满足 $\frac{dI}{d\alpha} = 0 \rightarrow \text{tg } \alpha = \alpha$



解得： $\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \dots$

相应： $a \sin \theta = \pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda, \dots$

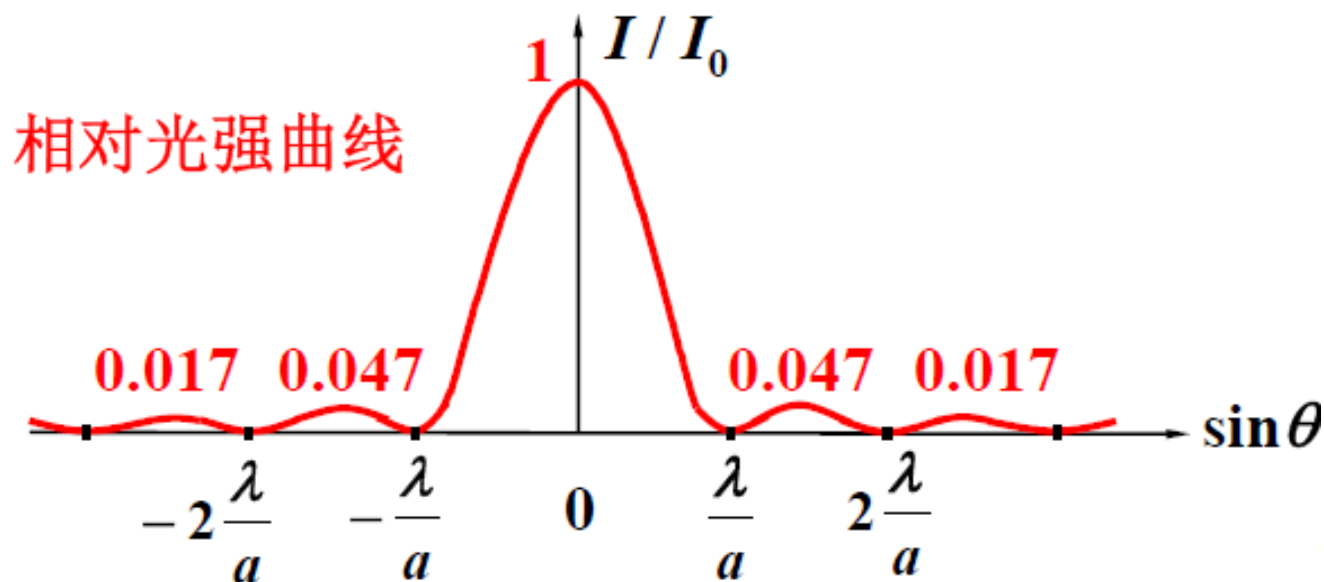
(4) 次极大光强:

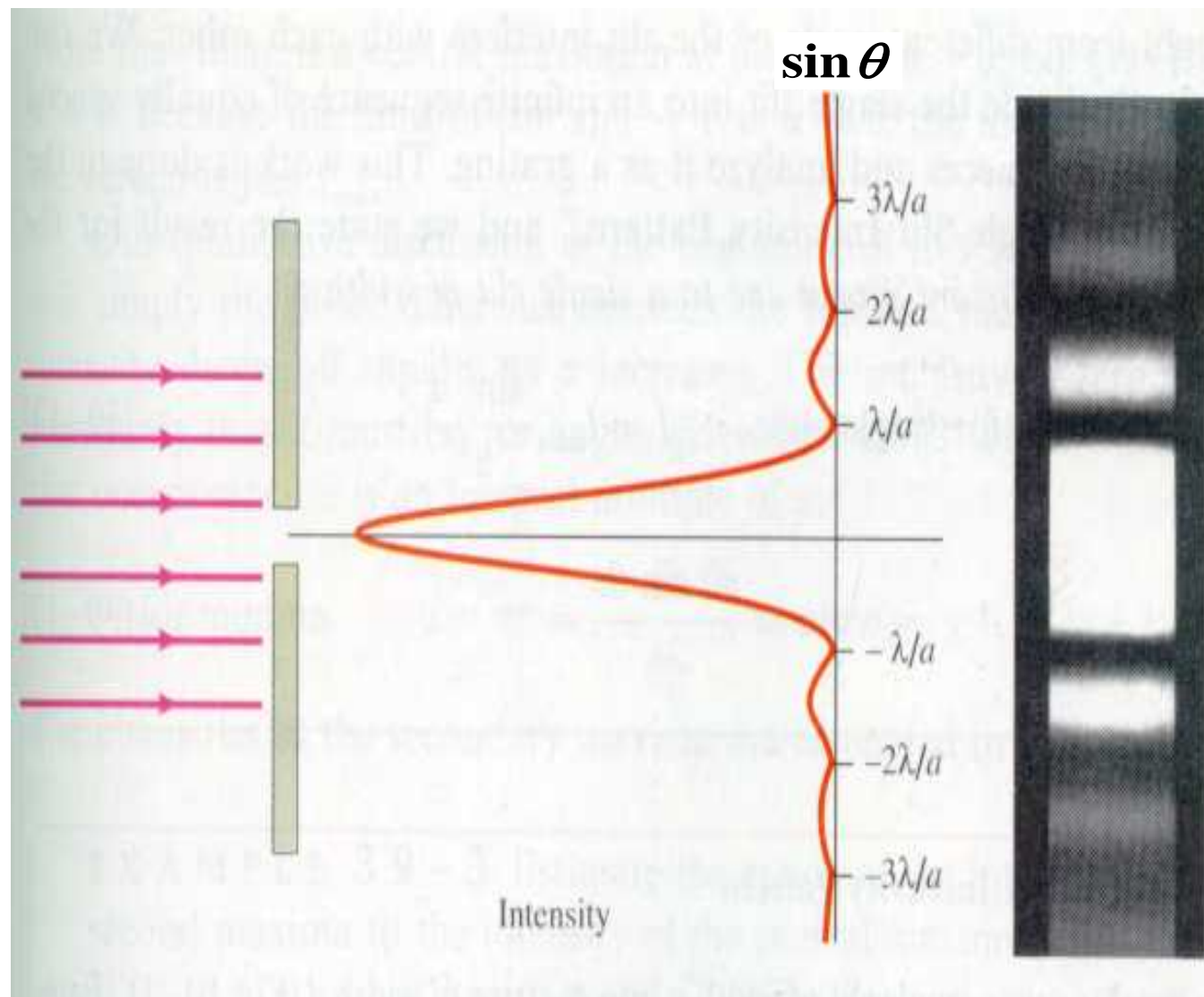
将 $\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \dots$

依次代入光强公式 $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$, 得到

从中央往外各次极大的光强依次为 $0.0472I_0$,

$0.0165I_0$, $0.0083I_0 \dots \therefore I_{\text{次极大}} \ll I_{\text{主极大}}$





单缝衍射图样

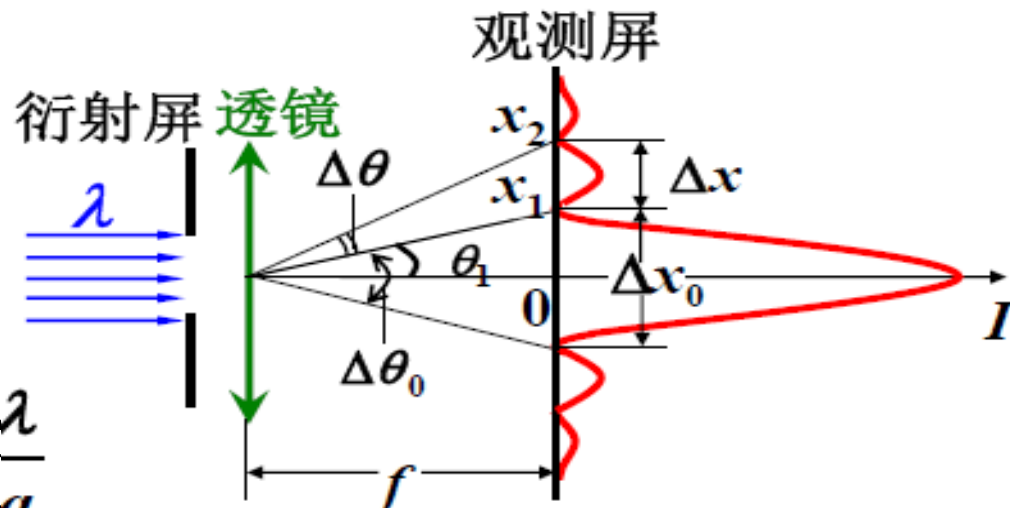
四. 条纹宽度

1. 中央明纹宽度

$a \gg \lambda$ 时, $\sin \theta_1 \approx \theta_1$

角宽度 $\Delta \theta_0 = 2\theta_1 \approx 2\frac{\lambda}{a}$

线宽度 $\Delta x_0 = 2f \cdot \tan \theta_1$
 $= 2f\theta_1 = 2f \frac{\lambda}{a} \propto \frac{\lambda}{a}$ —衍射反比定律



2. 其他明纹（次极大）宽度

在 $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$ 时, $x_k \approx f \sin \theta_k = f \frac{k\lambda}{a}$,

$\therefore \Delta x \approx f \frac{\lambda}{a} = \frac{1}{2} \Delta x_0$ —单缝衍射明纹宽度的特征

3. 波长对条纹间隔的影响

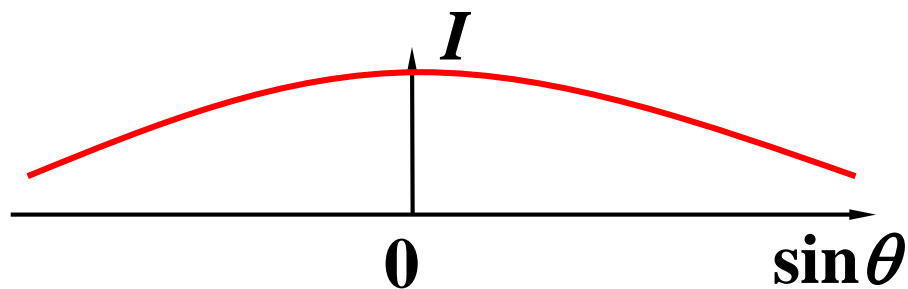
$\Delta x \propto \lambda$ — 波长越长，条纹间隔越宽。

4. 缝宽变化对条纹的影响

$\Delta x = f \frac{\lambda}{a}$ — 缝宽越小，条纹间隔越宽。

当 $a > \lambda$ 且 $\frac{\lambda}{a} \rightarrow 1$ 时， $\theta_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ，

只存在中央明纹，屏幕是一片亮。



当 $a \uparrow$ 且 $\frac{\lambda}{a} \rightarrow 0$ 时， $\Delta x \rightarrow 0$ ， $\theta_k \rightarrow 0$ ，

只显出单一的明条纹 —— 单缝的几何光学像

∴ 几何光学是波动光学在 $a \gg \lambda$ 时的极限情形。

五. 干涉和衍射的联系与区别

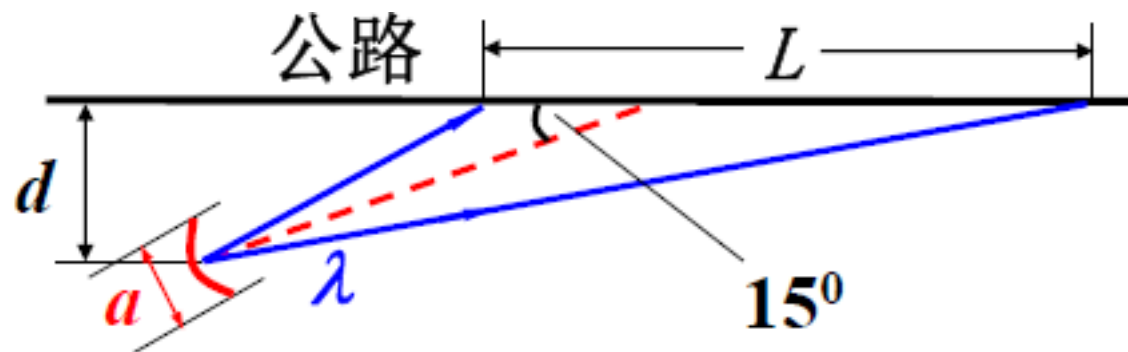
干涉和衍射都是波的相干叠加，

但干涉是有限多个分立光束的相干叠加，

衍射是无限多个子波的相干叠加。

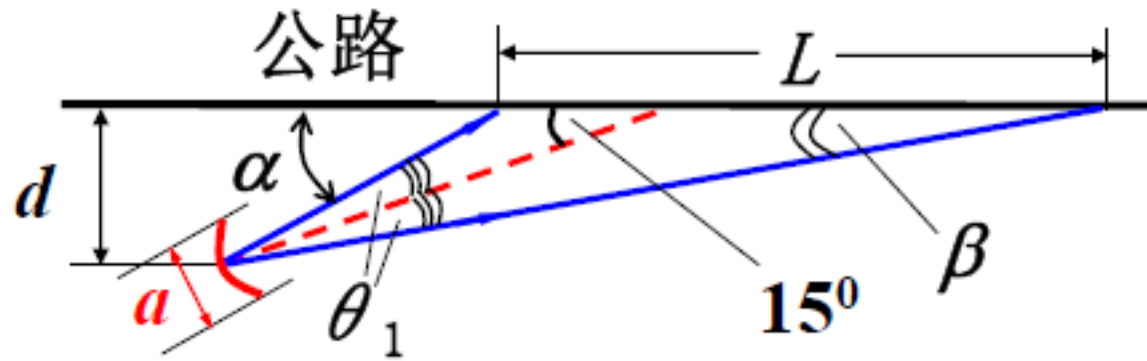
六.[例题]

如图示：



已知：一波长为 $\lambda = 30\text{mm}$ 的雷达在距离路边为
 $d = 15\text{m}$ 处，雷达射束与公路成 15° 角，
天线宽度 $a = 0.20\text{m}$ 。

求：雷达监视范围内公路的长度 L 。



解：将雷达波束看成是单缝衍射的0级明纹

由 $a \cdot \sin \theta_1 = \lambda$

有 $\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a} = \frac{30 \text{ mm}}{0.2 \text{ m}} = 0.15 \rightarrow \theta_1 \approx 8.63^\circ$

$$\alpha = 15^\circ + \theta_1 = 23.63^\circ$$

如图： $\beta = 15^\circ - \theta_1 = 6.37^\circ$

$$\therefore L = d(\text{ctg} \beta - \text{ctg} \alpha)$$

$$= 15(\text{ctg} 6.37^\circ - \text{ctg} 23.63^\circ) \approx 100 \text{ m}$$

23.3 光栅衍射 (grating diffraction)

一. 光栅 (grating)

光栅是现代科技中常用的重要光学元件。

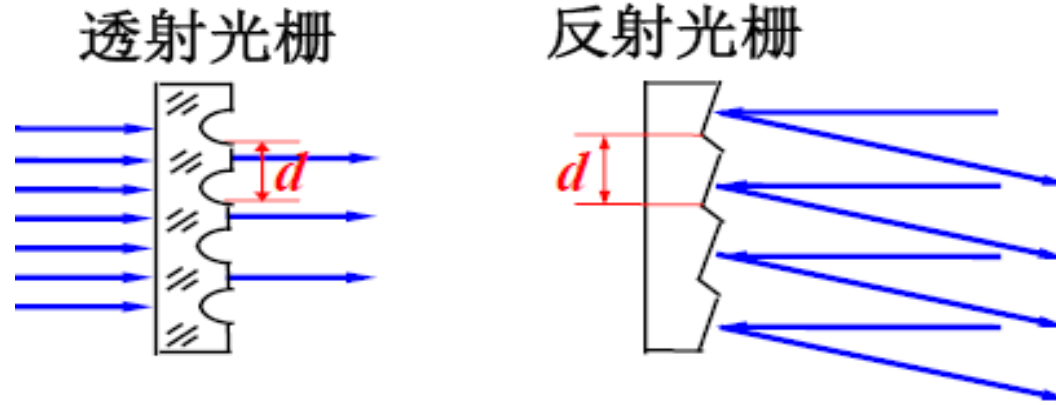
光通过光栅衍射可以产生明亮尖锐的亮纹，
复色光入射可产生光谱，用以进行光谱分析。

1. 光栅的概念

光栅是由大量的等宽等间距的平行狭缝
(或反射面) 构成的光学元件。

从广义上理解，任何具有空间周期性的
衍射屏都可叫作光栅。

2. 光栅的种类:



3. 光栅常数 光栅常数是光栅空间周期性的表示。

设： a 是透光（或反光）部分的宽度，

b 是不透光（或不反光）部分的宽度，

则： $d = a + b$ — 光栅常数

普通光栅刻线为数十条/mm – 数千条/mm，

用电子束刻制可达数万条/mm ($d \sim 10^{-1} \mu\text{m}$)。

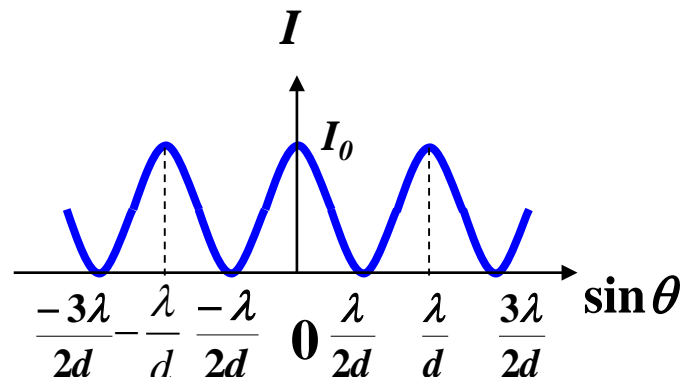
二. 光栅的夫琅禾费衍射

1. 双缝干涉与单缝衍射

- 只考虑双缝干涉时

光强分布 $I = 2I_0(1 + \cos \Delta\varphi)$ $\Delta\varphi = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}$

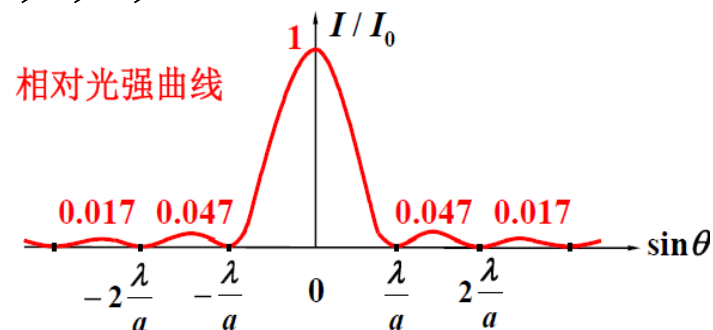
明纹条件 $d \sin \theta = \pm k\lambda, k = 0, 1, 2, \dots$



- 只考虑单缝衍射时

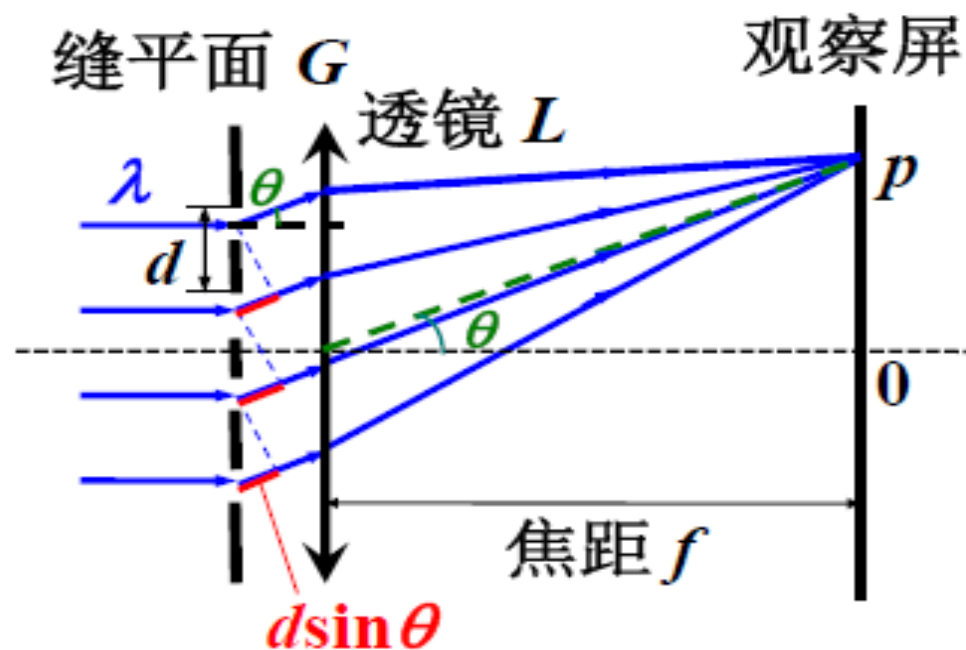
光强分布 $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$,

暗纹条件 $a \sin \theta' = \pm k' \lambda, k' = 1, 2, 3, \dots$



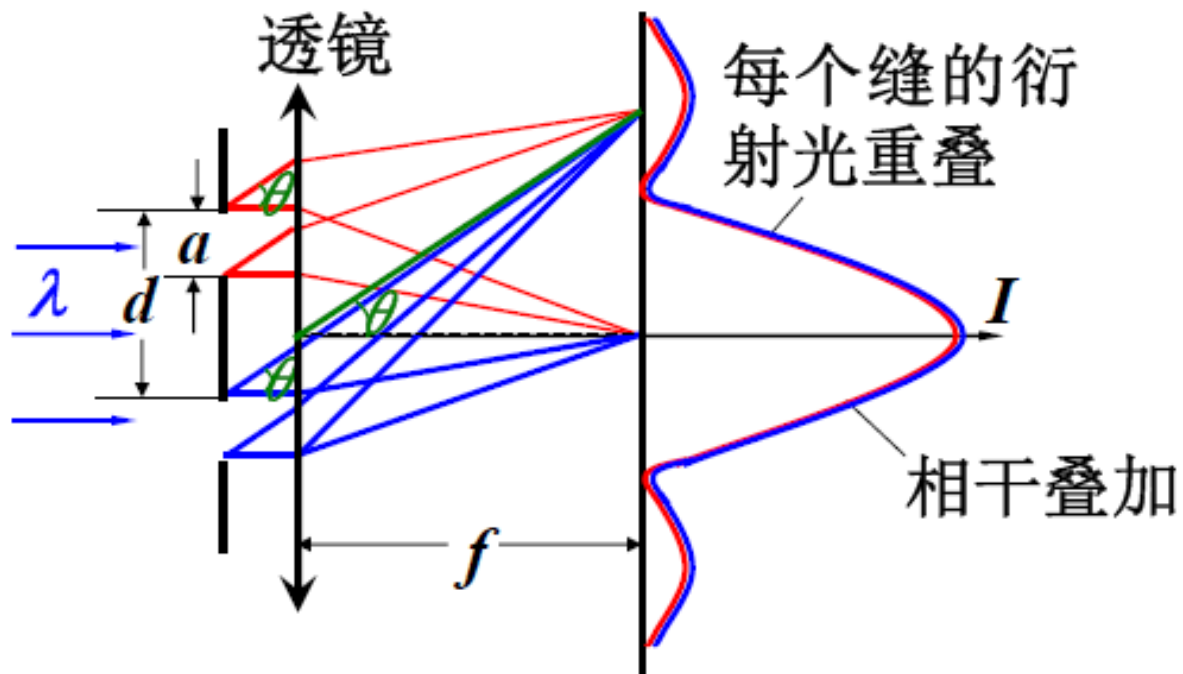
$I_0 \rightarrow I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ $I = 2I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 (1 + \cos \Delta\varphi)$

2.光栅各缝衍射光的叠加



在夫琅禾费衍射下，每个缝的衍射图样位置的关系如何呢（是否会错开）？

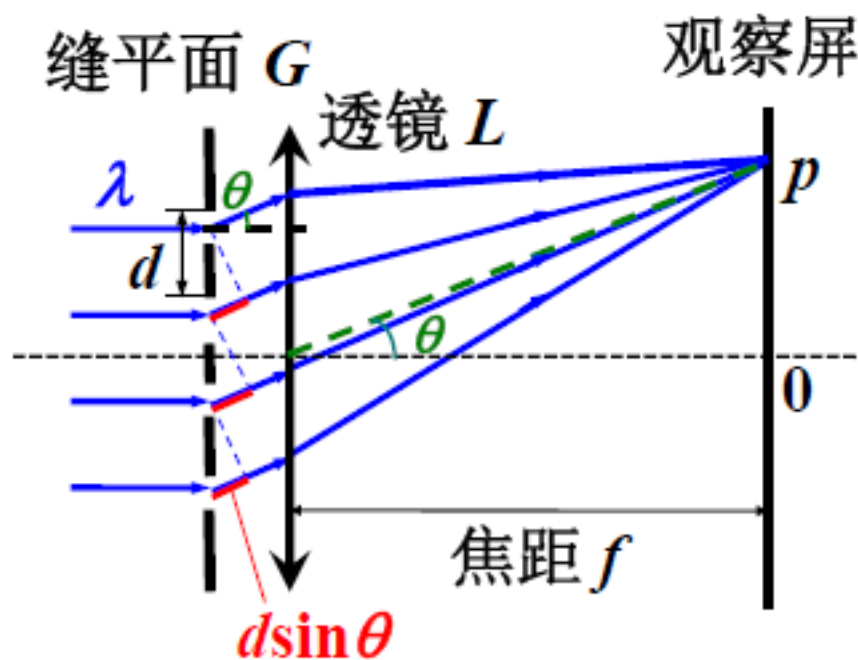
以双缝的夫琅和费衍射光的叠加为例来分析：



各缝的衍射光在主极大位置相同的情况下相干叠加。干涉条纹各级主极大的**强度**将不再相等，而是**受到了衍射的调制**。但是各个干涉主极大的位置仍由 d 决定，而没有变化。

3. 多光束干涉 (multiple-beam interference)

暂先不考虑衍射对光强的影响，
单单来分析多光束的干涉。



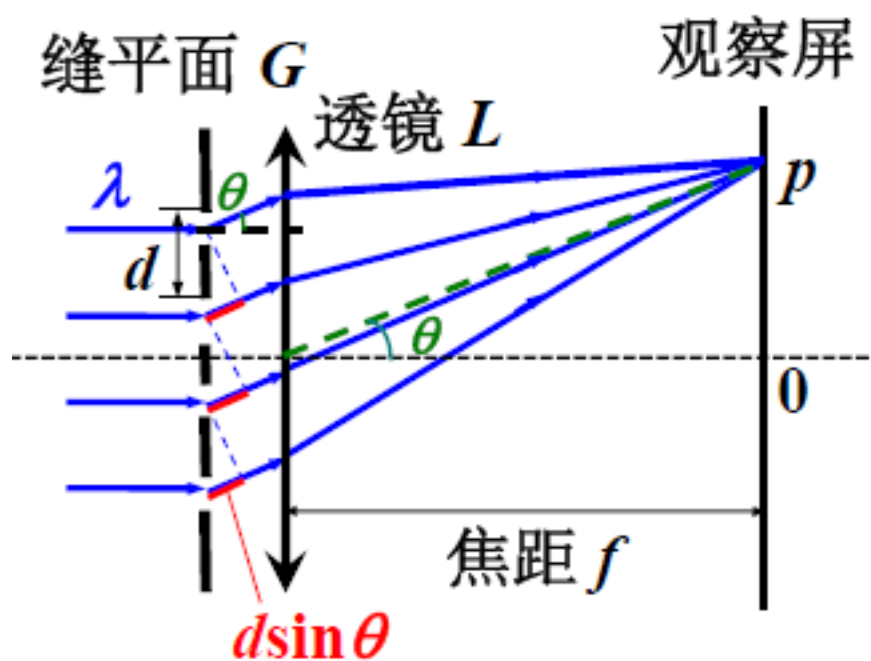
明纹（主极大）条件：

$$d \sin \theta = \pm k \lambda$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots)$$

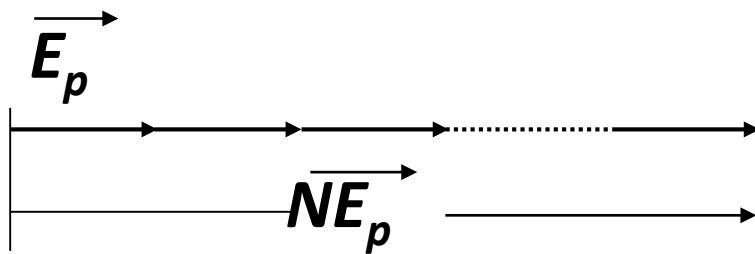
—正入射光栅方程

这是光栅的基本方程。



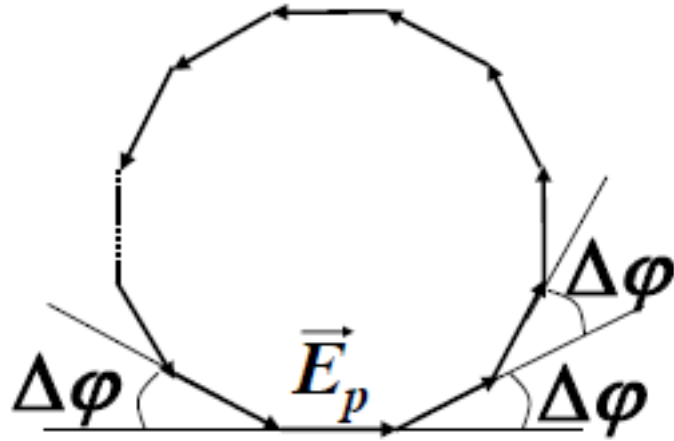
设有 N 个缝，每个缝发的光在对应衍射角 θ 方向的 p 点的光振动的振幅为 E_p ，相邻缝发的光在 p 点的相位差为 $\Delta\varphi$ 。

p 点为干涉主极大时， $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$



$$I_p \propto N^2 E_p^2$$

暗纹条件:



各振幅矢量构成闭合多边形,

多边形外角和:

$$N\Delta\varphi = \pm 2k'\pi \quad (1)$$

$$k' = 1, 2, \dots \neq Nk$$

$$\Delta\varphi = \frac{d \cdot \sin \theta}{\lambda} \cdot 2\pi \quad (2)$$

由(1),(2)得

$$d \cdot \sin \theta = \frac{\pm k'}{N} \lambda \quad (k' \neq Nk, \quad k' \neq 0) \quad (3)$$

由(3)和 $d \sin \theta = \pm k\lambda \Rightarrow$ 暗纹间距 = $\frac{\text{主极大间距}}{N}$

相邻主极大间有 $N-1$ 个暗纹和 $N-2$ 个次极大。

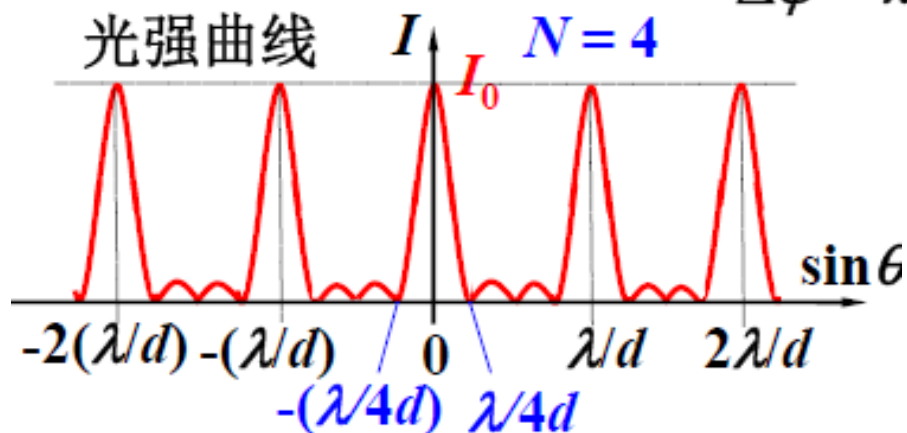
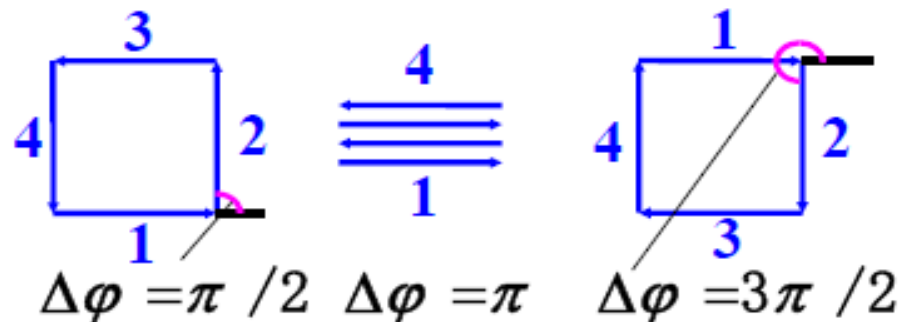
例如 $N = 4$, 在 0 级和 1 级亮纹之间 k' 可取

1、2、3, 即有三个极小:

$$\sin \theta = \frac{1}{4} \cdot \frac{\lambda}{d}, \quad \frac{2}{4} \cdot \frac{\lambda}{d}, \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{\lambda}{d}$$

$$(k' = 1), (k' = 2), (k' = 3)$$

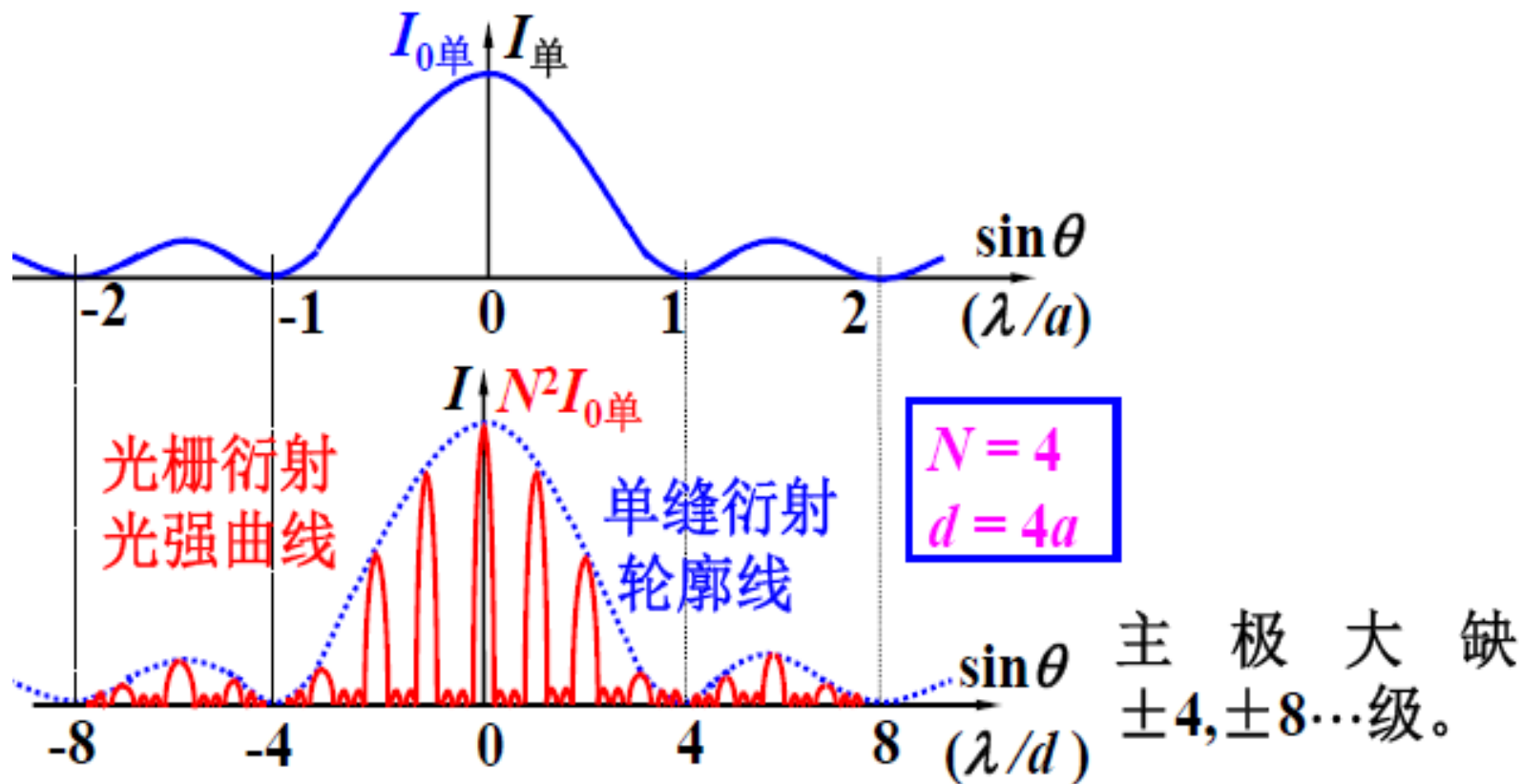
$$\Delta \varphi = \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$$



N 大时光强
向主极大集中,
使条纹亮而窄。

4. 光栅衍射 (grating diffraction)

(1) 各干涉主极大受到单缝衍射的调制。



(2) $\frac{d}{a}$ 为整数比时, 会出现缺级。

明纹缺级现象的分析:

干涉明纹位置: $d \sin \theta = \pm k \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots$

衍射暗纹位置: $a \sin \theta' = \pm k' \lambda, \quad k' = 1, 2, 3, \dots$

$\frac{d}{a} = \frac{k}{k'}$ 时, $\theta = \theta'$, 此时在应该干涉加强

的位置上没有衍射光到达, 从而出现缺级。

干涉明纹缺级级次

$$k = \frac{d}{a} k'$$

例如 $d = 4a$, 则缺 ± 4 级, ± 8 级...

(3) d 、 a 对条纹的影响:

$\frac{d}{a}$ 决定衍射中央明纹范围内的干涉条纹数。

这是因为 $\frac{\lambda}{a}$ 决定衍射中央明纹的宽度，

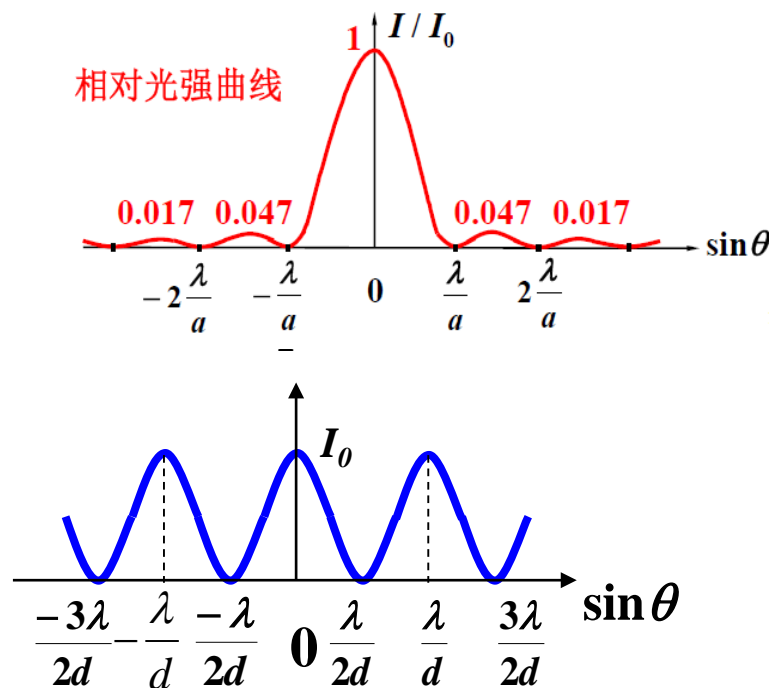
而 $\frac{\lambda}{d}$ 决定干涉主极大的间距。

▲ 若 a 不变 \Rightarrow 单缝衍射的轮廓线不变;

d 减小 \Rightarrow 主极大间距变稀, 单缝中央亮纹范

围内的主极大个数减少, 如果出现缺级的话,

则缺级的级次变低。

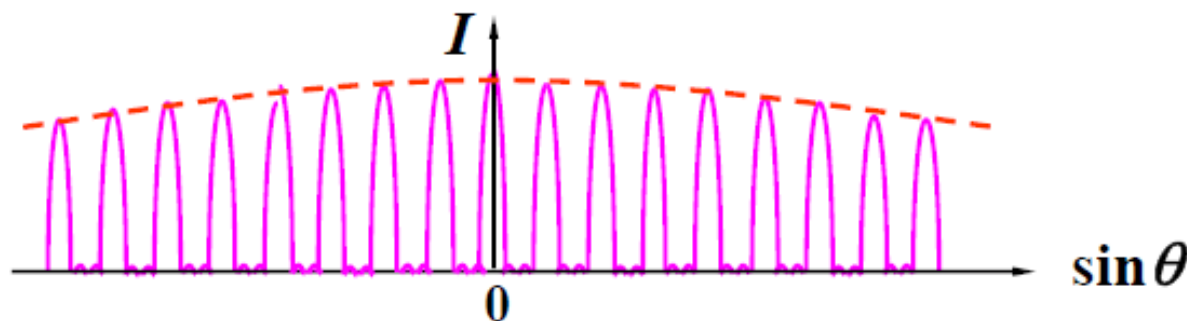


▲ 若 d 不变 \Rightarrow 各主极大位置不变;

a 减小 \Rightarrow 单缝衍射的轮廓线变宽, 单缝中央明纹范围内的主极大个数增加, 缺级的级次变高。

极端情形: 当 $a \rightarrow \lambda$ 时, 单缝衍射的轮廓线变为很平坦, 第一暗纹在距中心 ∞ 处, 此时各主极大光强几乎相同。

多缝衍射图样 \rightarrow 多光束干涉图样:



5. 光栅夫琅禾费衍射的光强公式

每个单缝在 p 点（对应衍射角 θ ）均有

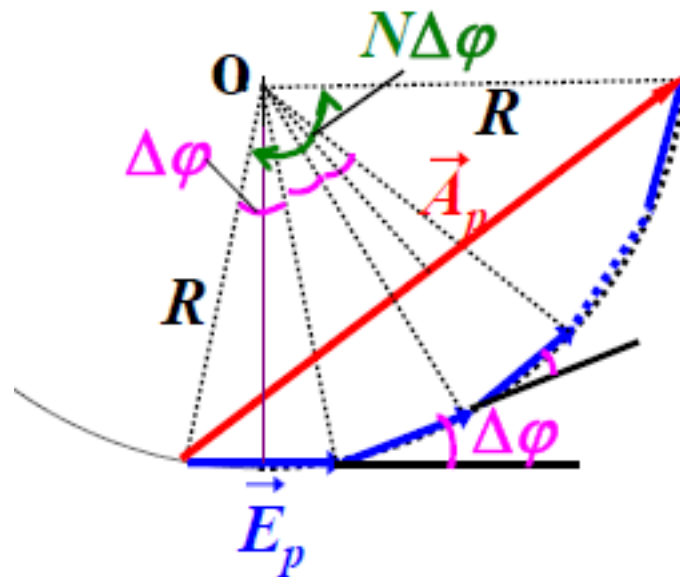
$$E_p = E_{0\text{单}} \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

相邻缝在 p 点的相位差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin \theta$$

p 点合振幅为

$$A_p = 2R \sin \frac{N\Delta\varphi}{2}, \quad E_p = 2R \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$$



$$\therefore A_p = E_p \cdot \frac{\sin N \frac{\Delta\varphi}{2}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}} = E_{0\text{单}} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}$$

$$I_p = I_{0\text{单}} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 \quad \beta = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi d}{\lambda} \cdot \sin \theta$$

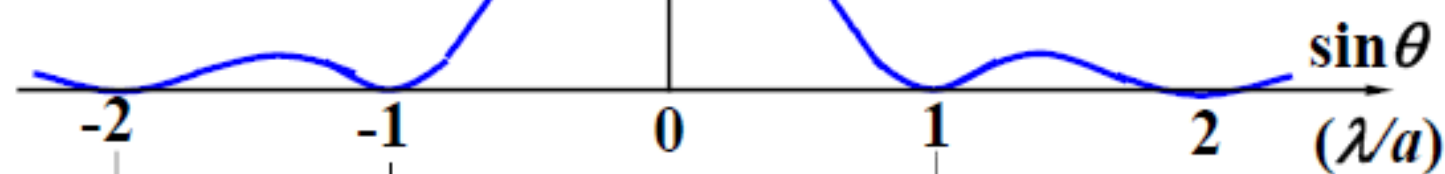
$I_{0\text{单}}$ ——单缝中央主极大光强

$\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ ——单缝衍射因子

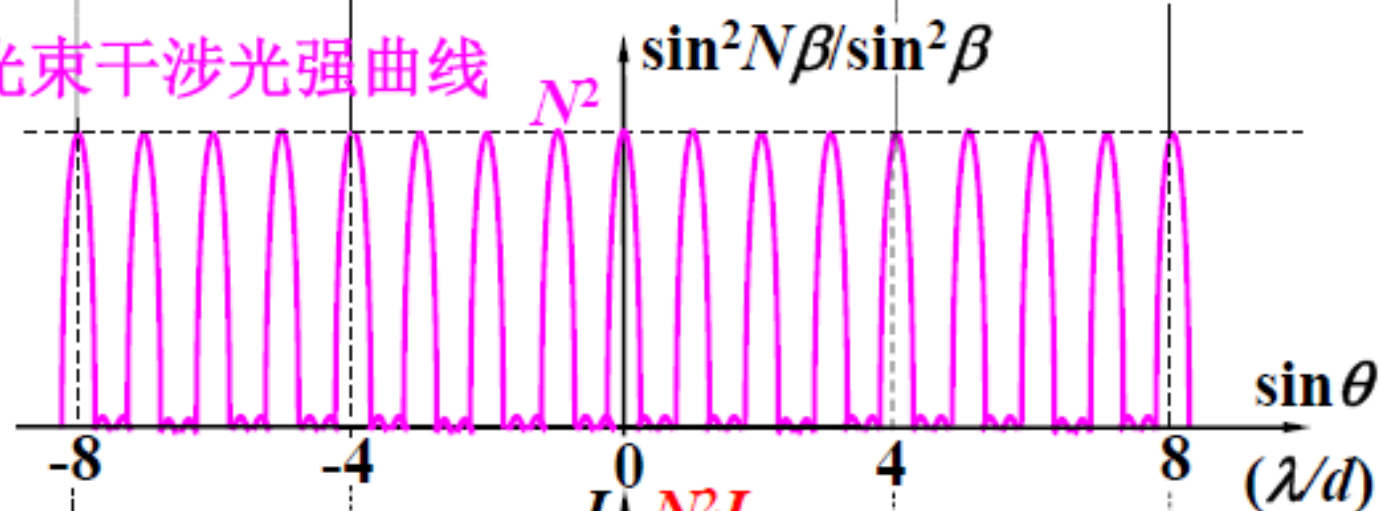
$\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$ ——多光束干涉因子

例 $N = 4$, $d = 4a$

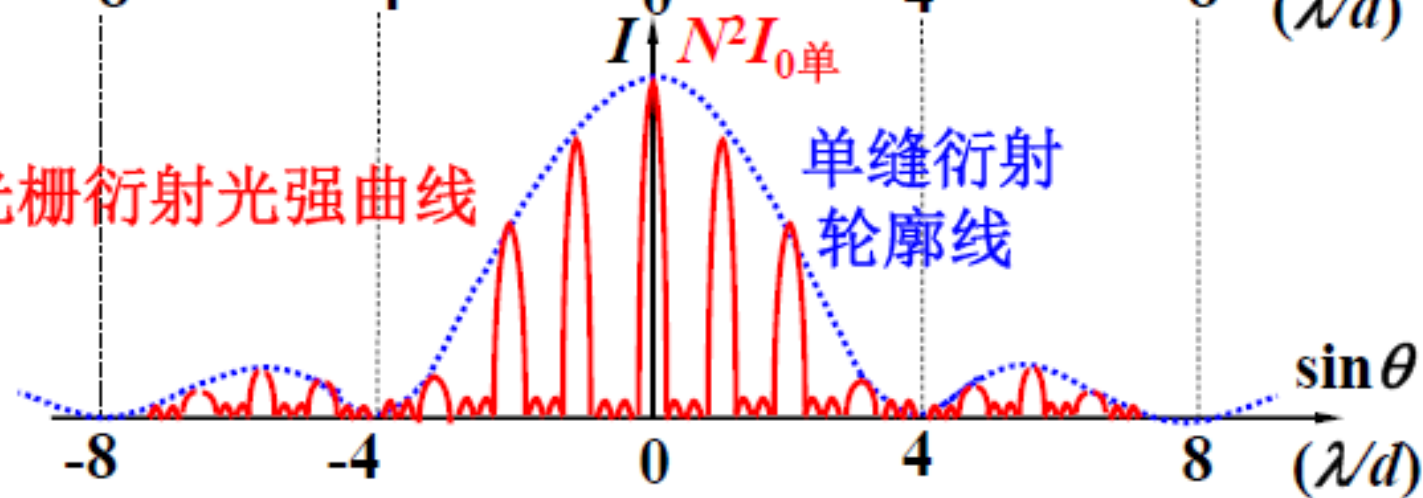
单缝衍射光强曲线

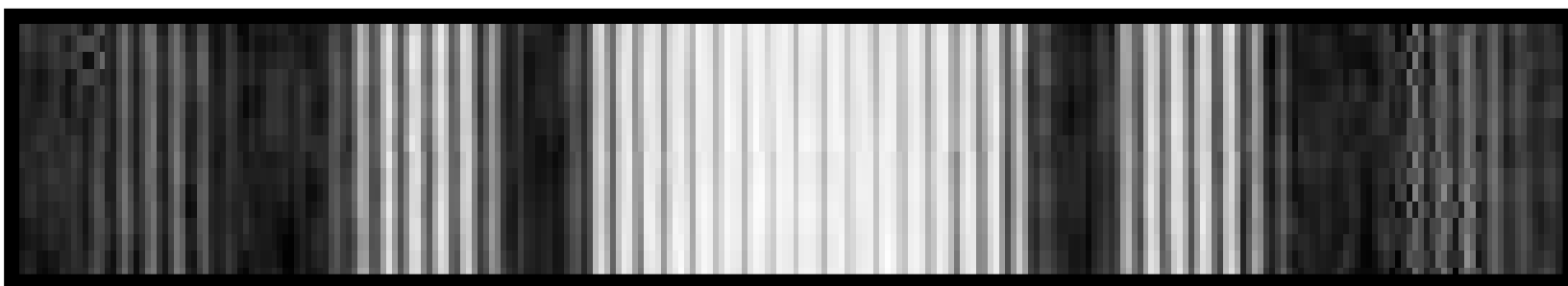


多光束干涉光强曲线



光栅衍射光强曲线





缺级

19个明条纹

缺级

单缝衍射和多缝衍射干涉的对比 ($d=10a$)

三. 斜入射的光栅方程、相控阵雷达

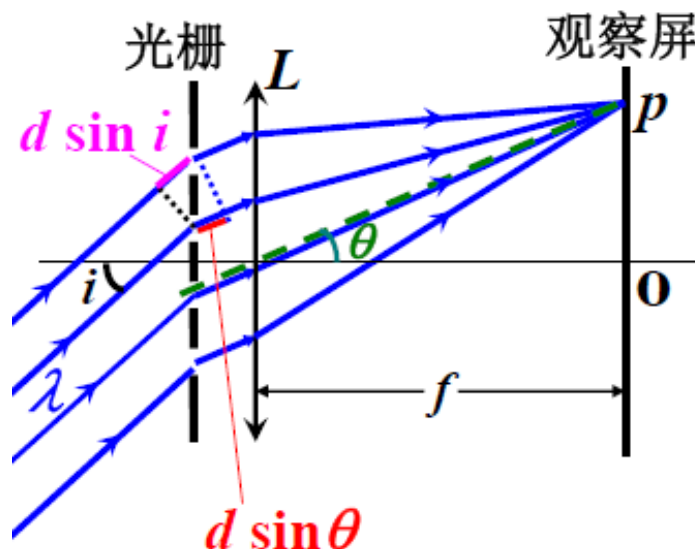
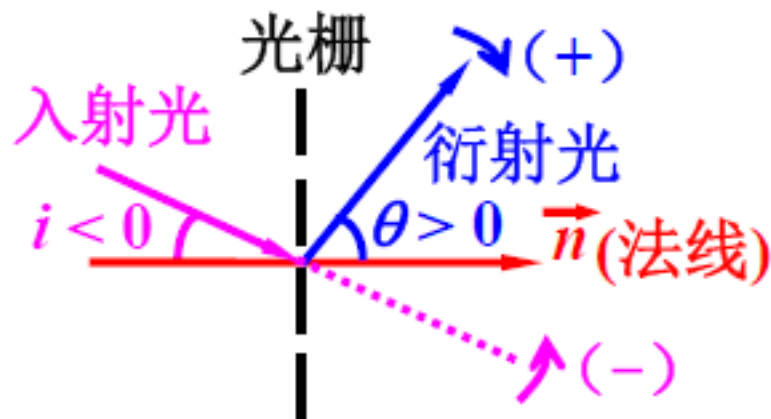
1. 光线斜入射时的光栅方程

$$\delta = d(\sin \theta - \sin i)$$

$$d(\sin \theta - \sin i) = \pm k\lambda$$

—斜入射的光栅方程

i 和 θ 的符号规定:



斜入射可以获得更高级次的条纹（分辨率高）。

k 确定时，调节 i ，则 θ 相应改变。

例如，令 $k = 0$ ，则 $d \cdot \sin \theta = d \cdot \sin i$

相邻入射光的相位差：

$$\Delta\varphi = \frac{d \cdot \sin i}{\lambda} \cdot 2\pi = \frac{d \cdot \sin \theta}{\lambda} \cdot 2\pi \rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{2\pi d} \cdot \Delta\varphi$$

改变 $\Delta\varphi$ ，即可改变 0 级衍射光的方向。

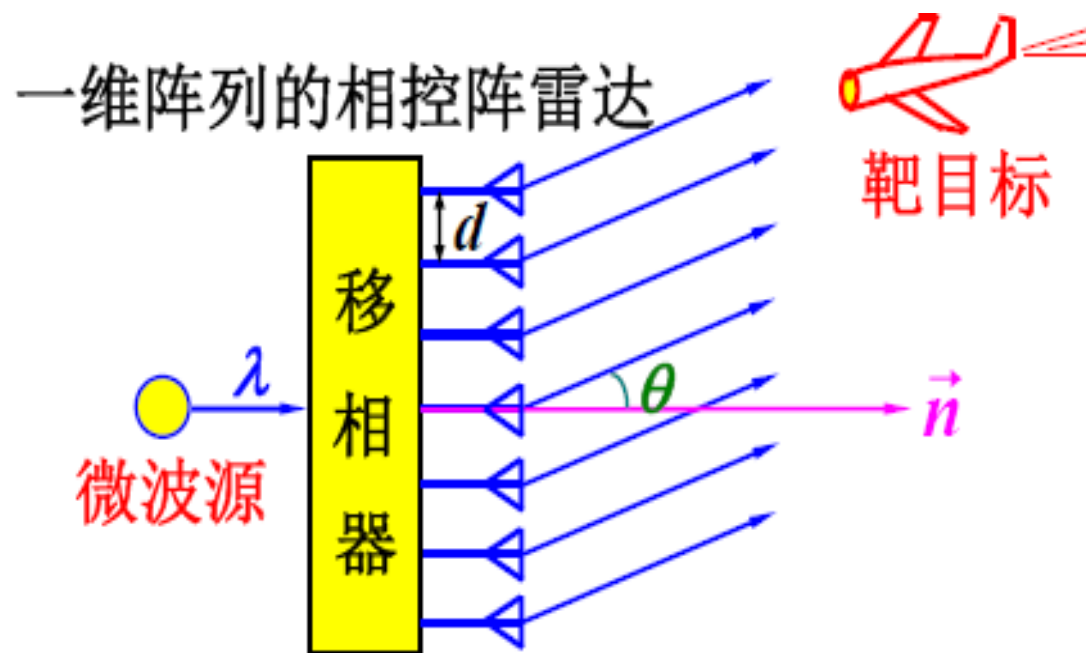
2. 相控阵雷达

(1) 扫描方式

- 相位控制扫描
- 频率控制扫描

(2) 回波接收

通过同样的天线阵列接收。



(3) 相控阵雷达的优点

- ▲ 无机械惯性，可高速扫描。

 - 一次全程扫描仅需几微秒

- ▲ 由计算机控制可形成多种波束。

 - 能同时搜索、跟踪多个目标

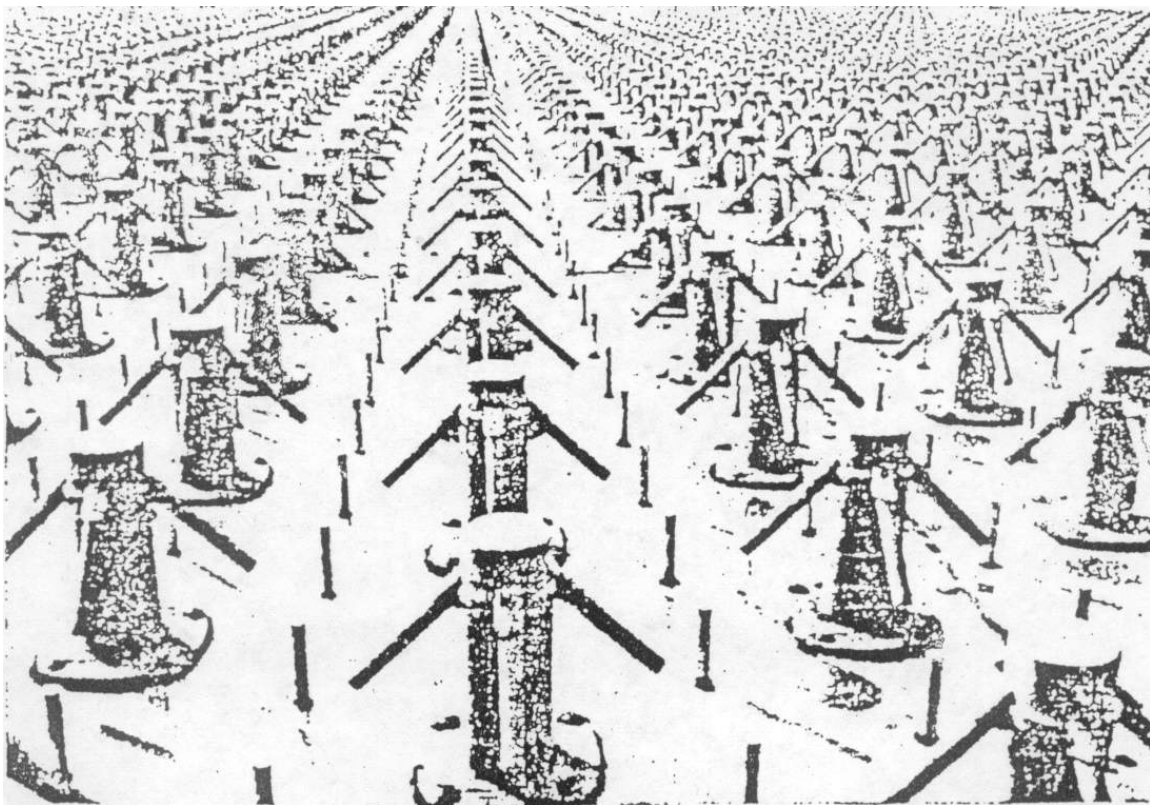
- ▲ 不转动、天线孔径可做得很大。

 - 辐射功率强、作用距离远、分辨率高...

相控阵雷达除军事应用外，还可民用：

如地形测绘、 气象监测、导航、

测速（反射波的多普勒频移）...



设在美国鳕角（Cape cod）的相控阵雷达照片

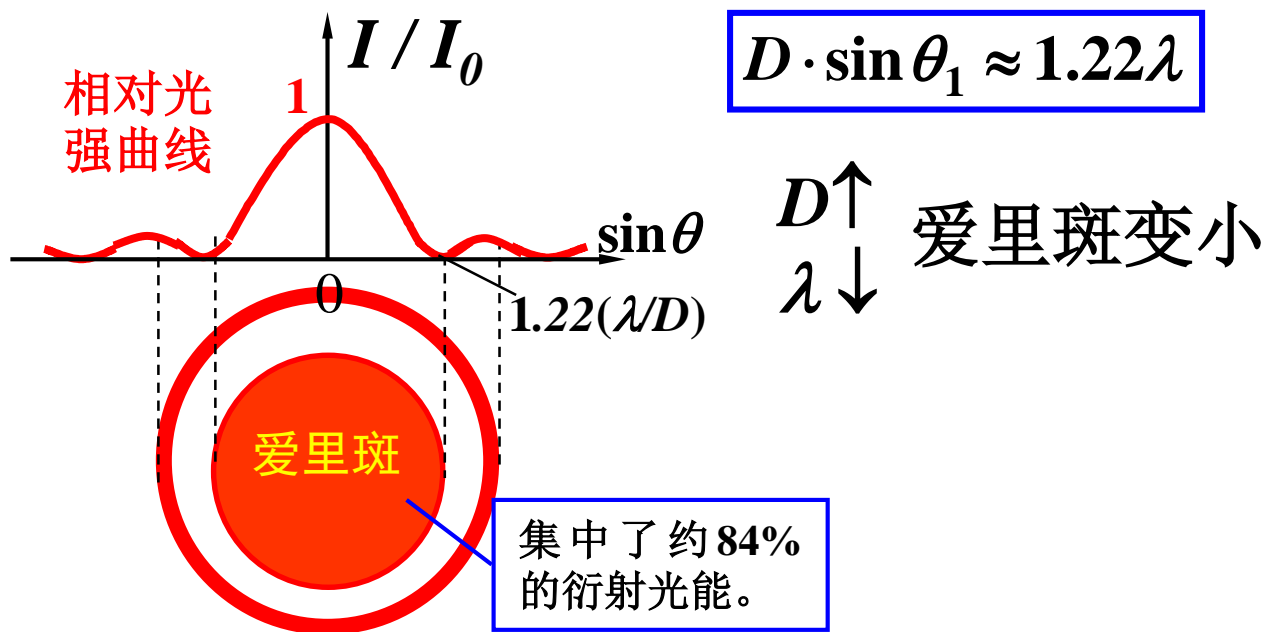
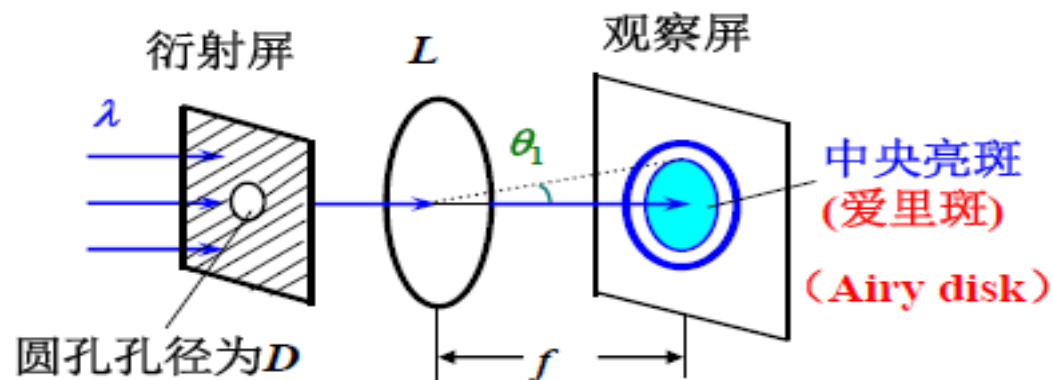
阵列宽31m，有1792个辐射单元，覆盖240°视野。

能探测到5500公里范围内的10m²大小的物体。

23.4 光学仪器的分辨本领

一. 透镜的分辨本领

1. 圆孔的夫琅禾费衍射



2. 透镜的分辩本领

(经透镜)

几何光学: 物点 \Rightarrow 象点

物(物点集合) \Rightarrow 象(象点集合)

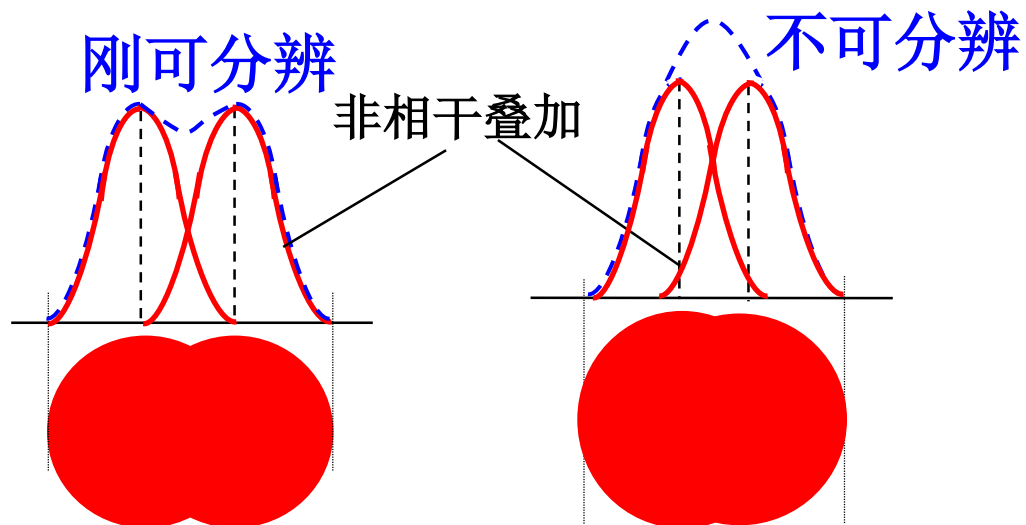
(经透镜)

波动光学 :

物点 \Rightarrow 象斑

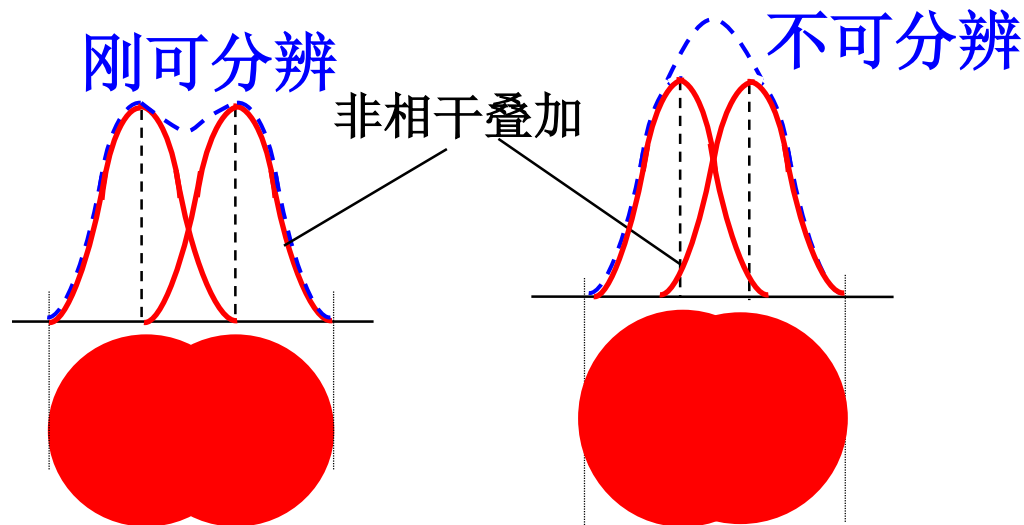
物(物点集合) \Rightarrow 象(象斑集合)

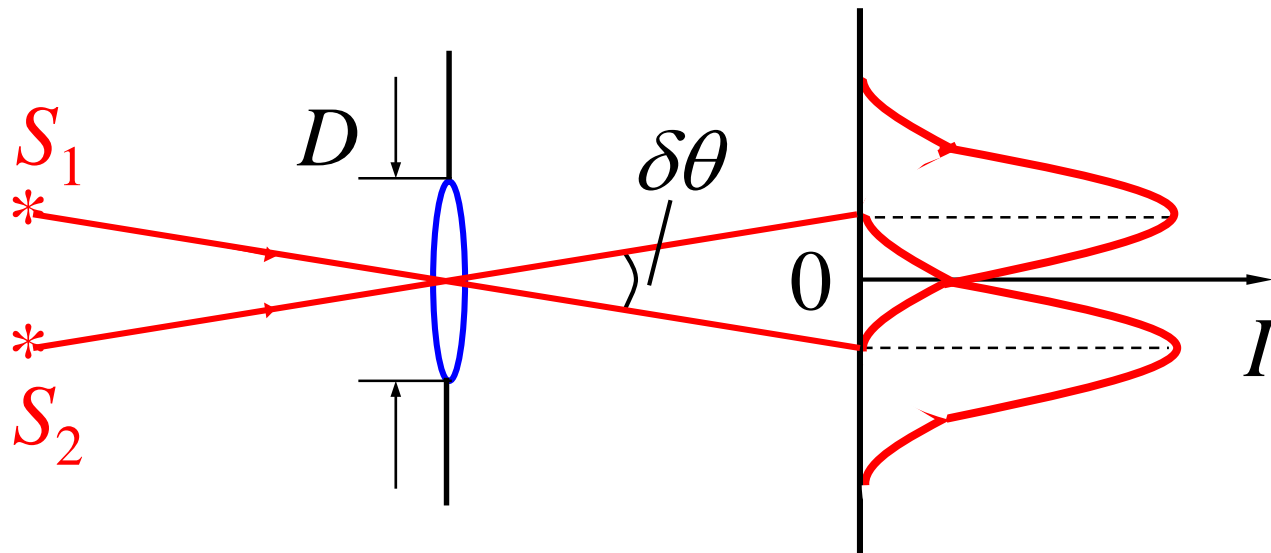
衍射限制了透镜的分辨能力。



瑞利判据: (Rayleigh criterion)

对于两个等光强的 非相干的物点，如果
一个象斑的中心恰好 落在另一象斑的边缘
(第一暗纹处)，
则此两 物点被认为是刚刚可以分辨的。





最小分辨角 (angle of minimum resolution) :

$$\delta\theta = \theta_1 \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

分辨本领 (resolving power) :

$$R \equiv \frac{1}{\delta\theta} = \frac{D}{1.22\lambda} \quad \left. \begin{array}{l} D \uparrow \\ \lambda \downarrow \end{array} \right\} \rightarrow R \uparrow$$

望远镜： λ 不可选择， 可 $\uparrow D \rightarrow \uparrow R$



夏威夷莫纳克亚山 30m直径光学红外
TMT（Thirty Meter Telescope）在建，
国际合作，中国参与， 计划2022运行



▲世界上最大的射电望远镜： $D = 305 \text{ m}$
建在波多黎各岛的
Arecibo，能探测射
到整个地球表面仅
 10^{-12} W 的功率，
也可探测引力波。

▲我国正在贵州省建 **$D=500\text{m}$** 射电望远镜

显微镜： D 不会很大，可 $\downarrow \lambda \rightarrow \uparrow R$

电子 λ ： $0.1\text{\AA} \sim 1\text{\AA}$ ($10^{-2} \sim 10^{-1} \text{ nm}$)

\therefore 电子显微镜分辨本领很高，
可观察物质结构。

▲ 在正常照明下，人眼瞳孔直径约为**3mm**，
可分辨约 **9m** 远处的相距 **2mm** 的两个点

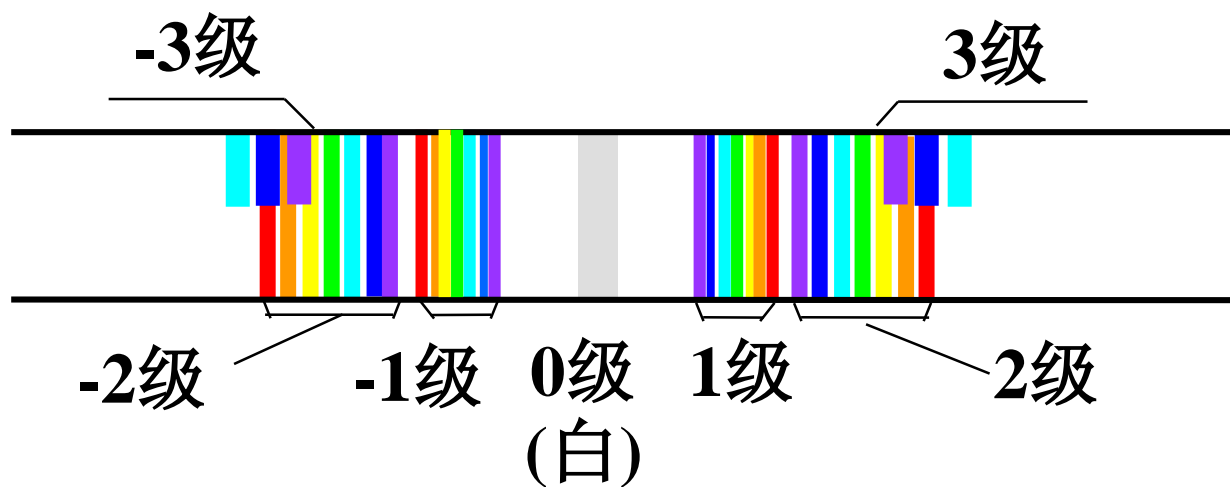
▲ 夜间观看汽车灯，远看是一个亮点，
逐渐移近才看出是两个灯。

二. 光栅光谱, 光栅的色散本领、分辨本领

1. 光栅光谱

光栅光谱有多级, 且是正比光谱。

白光(350~770nm)的光栅光谱 (连续) :



2. 光栅的色散本领

色散本领：把不同波长的光在谱线上分开的能力

设：波长为 λ 的谱线，衍射角为 θ ，位置为 x ；

波长 $\lambda + \delta\lambda$ 的谱线，衍射角 $\theta + \delta\theta$ ，位置 $x + \delta x$

角色散
本领

$$D_{\theta} \equiv \frac{\delta \theta}{\delta \lambda}$$

线色散
本领

$$D_l \equiv \frac{\delta x}{\delta \lambda}$$

$$D_l = f \cdot D_{\theta}$$

f —光栅后的透镜焦距

由 $\sin \theta - \sin i = k \frac{\lambda}{d}, \rightarrow \cos \theta \cdot \delta \theta = k \frac{\delta \lambda}{d},$

有

$$D_{\theta} = \frac{k}{d \cdot \cos \theta}$$

和

$$D_l = \frac{k \cdot f}{d \cdot \cos \theta}$$

与光栅缝
数 N 无关

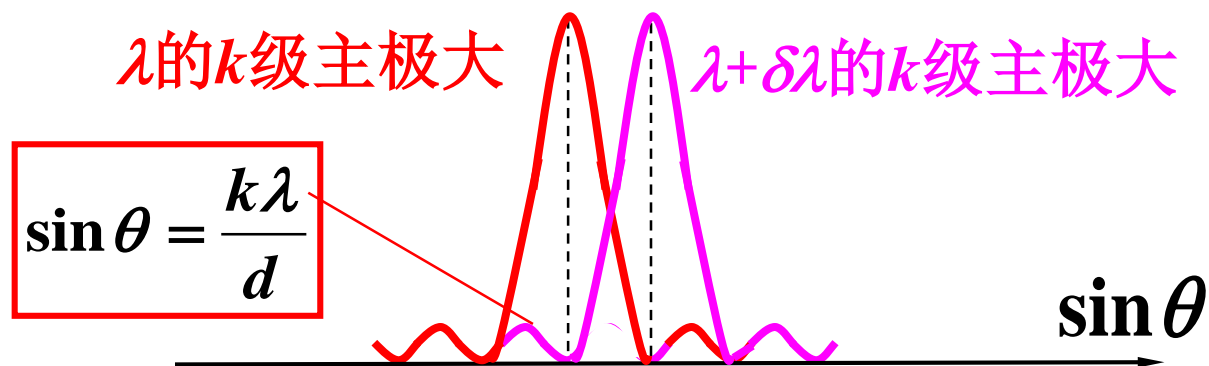
3. 光栅的色分辨本领 (resolving power of grating)

设入射波长为 λ 和 $\lambda + \delta\lambda$ 时, 两谱线刚能分辨。

定义: 光栅分辨本领

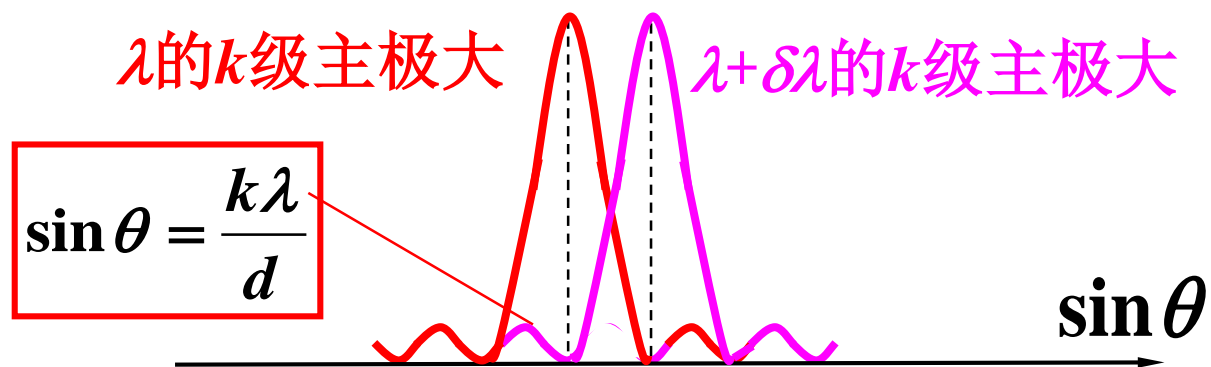
$$R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

按瑞利判据:



对应 $k' = Nk - 1$ 的 $(\lambda + \delta\lambda)$ 的暗纹, $\sin \theta = \frac{k'(\lambda + \delta\lambda)}{Nd}$

按瑞利判据:



对应 $k' = Nk - 1$ 的 $(\lambda + \delta\lambda)$ 的暗纹, $\sin \theta = \frac{k'(\lambda + \delta\lambda)}{Nd}$

由图, 有: $\frac{k}{d} \cdot \lambda = \frac{Nk - 1}{Nd} \cdot (\lambda + \delta\lambda)$

得 $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nk - 1 \approx Nk, (k \neq 0) \quad (N \gg 1)$

$\therefore \left. \begin{array}{l} \uparrow N \\ \uparrow k \end{array} \right\} \rightarrow \uparrow R$

例如，对波长靠得很近的Na双线：

$$\lambda_1 = \lambda = 589 \text{ nm} ,$$

$$\lambda_2 = \lambda + \delta\lambda = 589.6 \text{ nm}$$

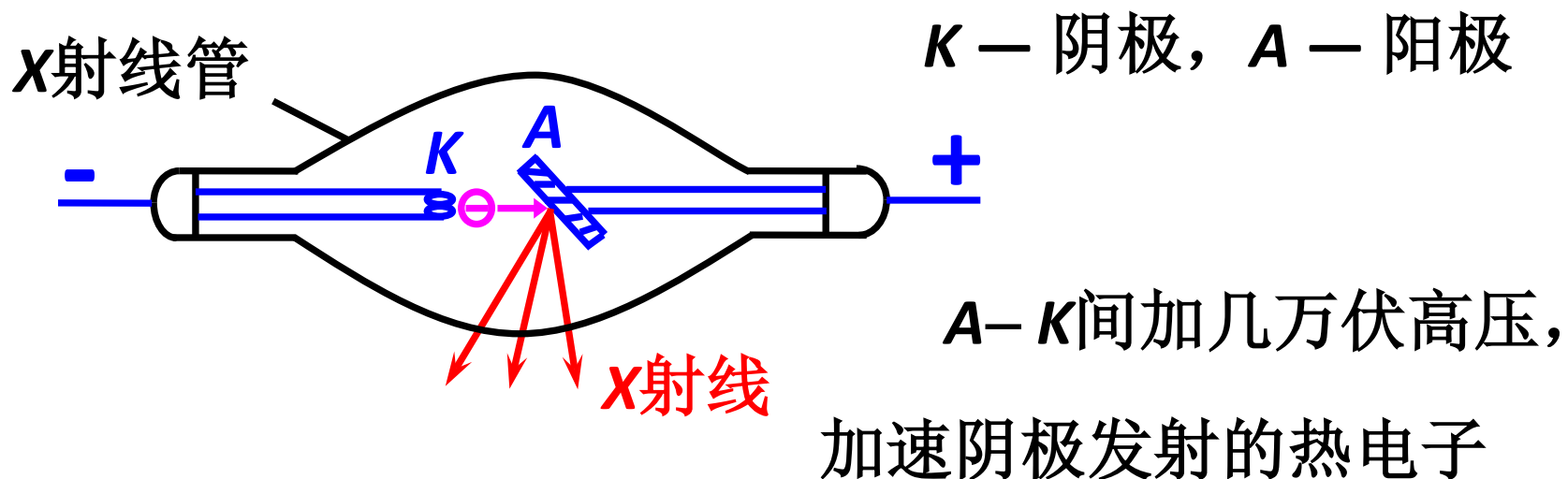
$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{589}{0.6} \approx 982 = Nk$$

若 $k = 2$ ，则 $N = 491$
若 $k = 3$ ，则 $N = 327$ } 都可分辨出Na双线

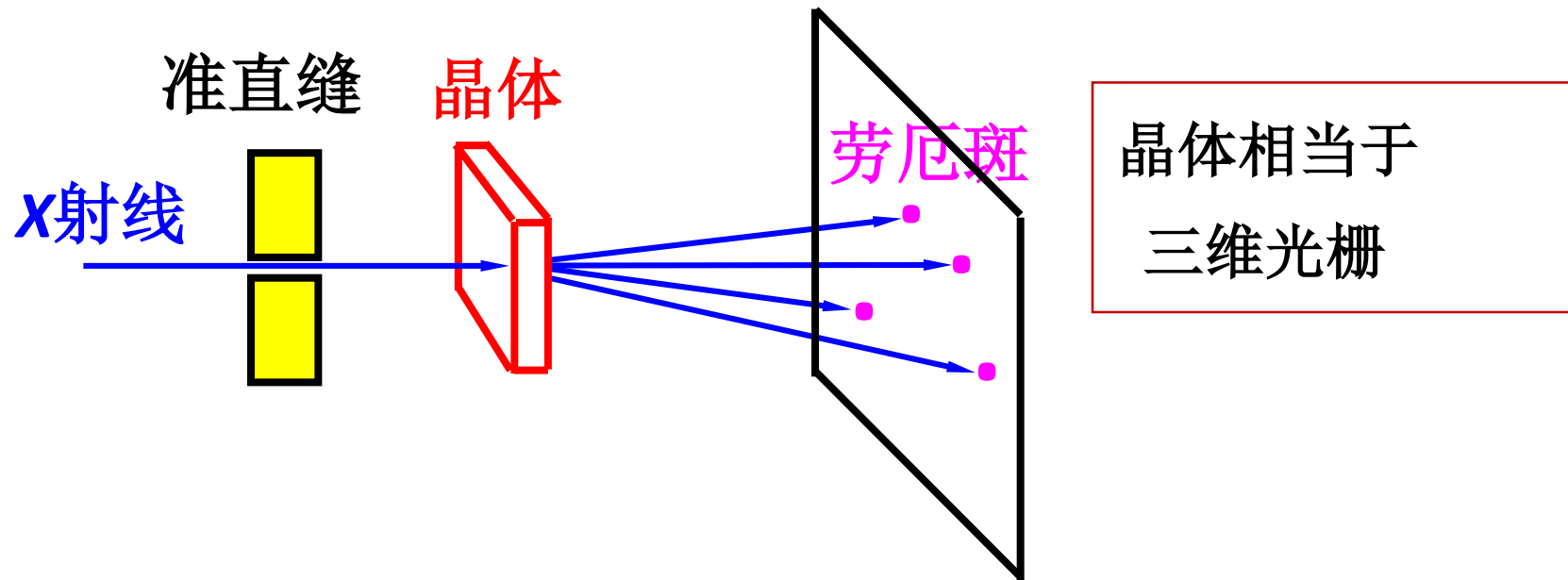
23.5 X射线的衍射 (Diffraction of X-rays)

一. X射线的产生

1895年德国人伦琴 (Röntgen, 1845-1923)
发现了高速电子撞击固体可产生一种能使胶片
感光、空气电离、荧光质发光… 的中性射线，
称为X射线。 1901年伦琴获首届诺贝尔物理奖



劳厄 (Laue) 实验 (1912) :



衍射图样证实了X射线的波动性。

X射线 λ : 10^{-2} — 10^1 nm

(10^{-1} — 10^2 Å)

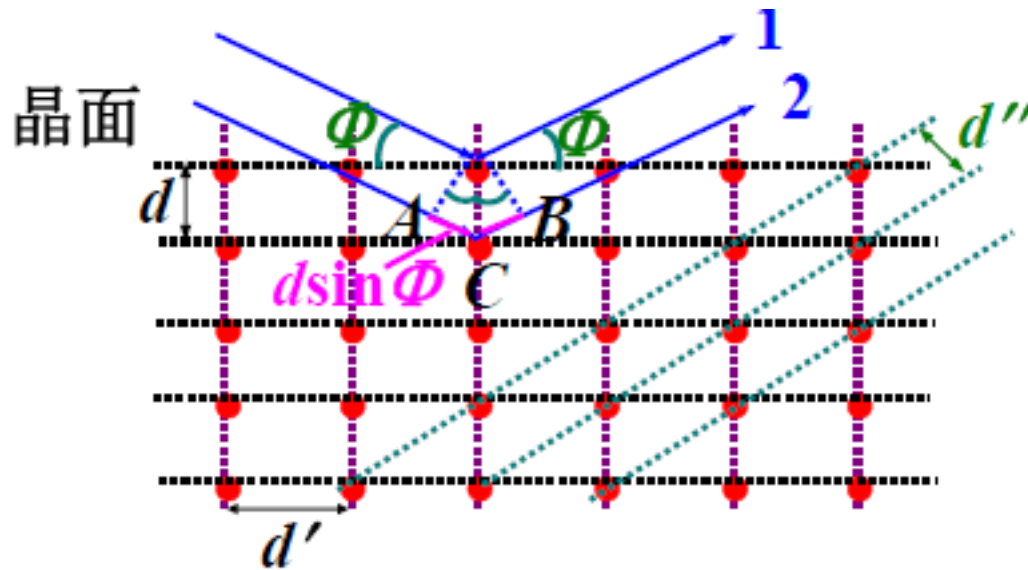
二. X射线在晶体上的衍射

d : 晶面间距

(晶格常数)

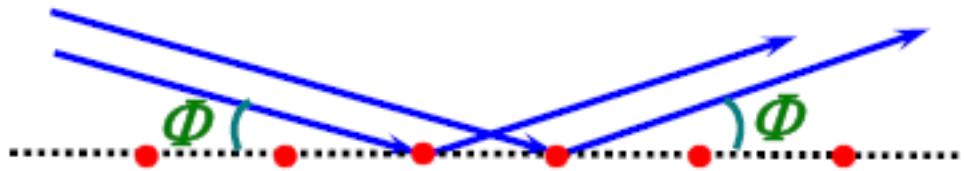
NaCl $d = 0.28\text{nm}$

Φ : 掠射角



1. 衍射中心: 每个原子都是散射子波的波源。

2. 同一层晶面上点间散射光的干涉:



符合反射定
律的散射光
加强

3. 面间散射光的干涉: $\delta = \overline{AC} + \overline{CB} = 2d \cdot \sin \Phi$

散射光干涉加强条件： 乌利夫—布拉格公式

$$2d \cdot \sin \Phi = k\lambda \quad (k = 1, 2, \dots)$$

三. 应用

▲ 已知 Φ 、 λ 可测 d — x 射线晶体结构分析。

▲ 已知 Φ 、 d 可测 λ — x 射线光谱分析。

布拉格父子 (W.H.Bragg, W.L.Bragg)

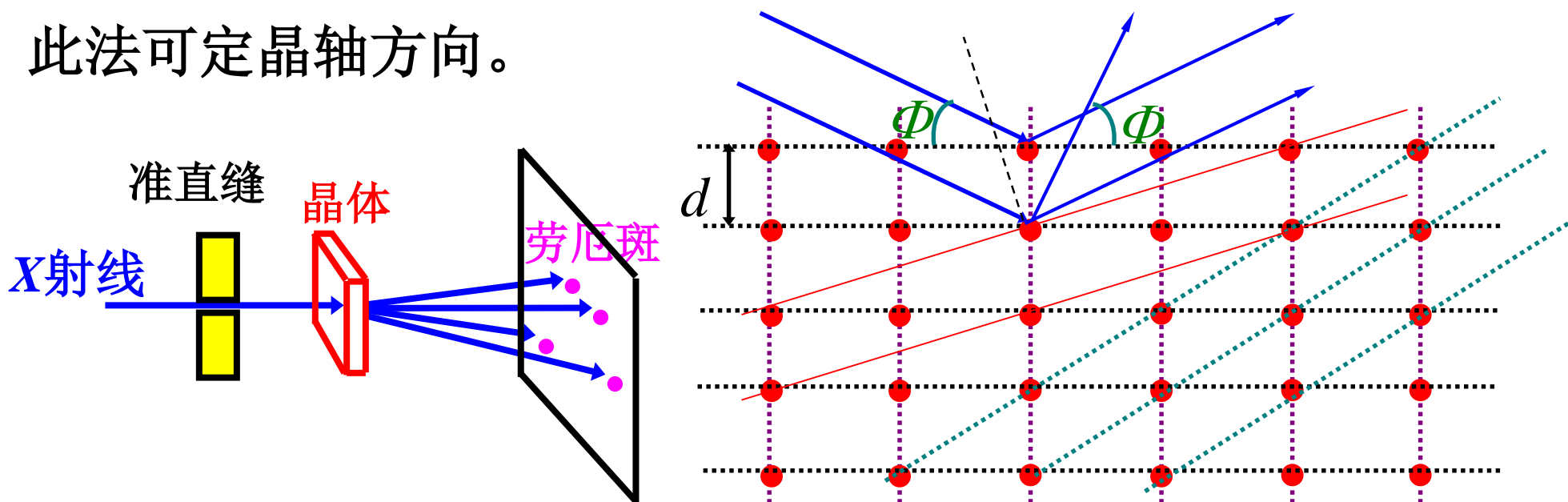
由于利用 x 射线分析晶体结构的杰出工作，
共同获得了1915年的诺贝尔物理学奖。

四. 实际观察X射线衍射的作法

1. 劳厄法:

使用 λ 连续的X射线照射晶体, 得到所有晶面族反射的主极大。每个主极大对应一个亮斑(劳厄斑)。这样得到的衍射图叫**劳厄 (Laue) 相**。

此法可定晶轴方向。

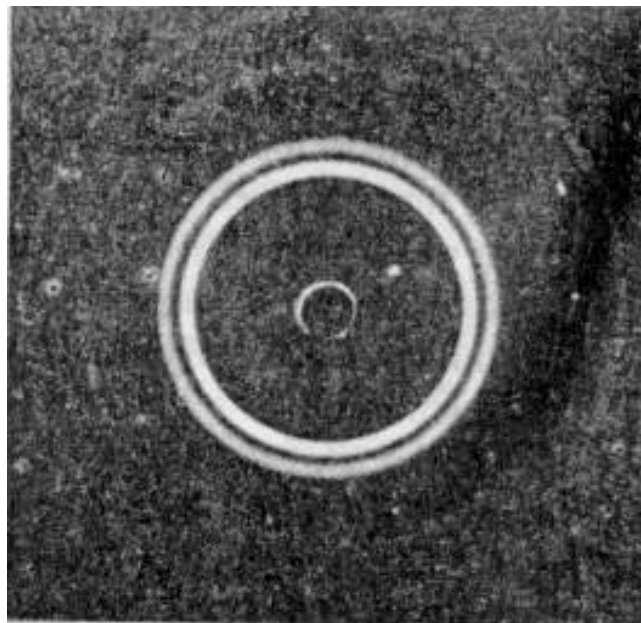


$$2d \cdot \sin \Phi = k\lambda \quad (k = 1, 2, \dots)$$

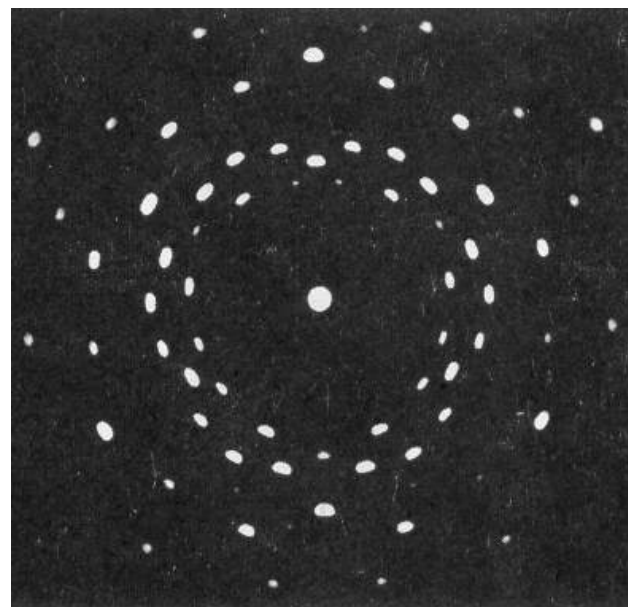
2.粉末法:

用确定 λ 的X射线入射到多晶粉末上。

大量无规的晶面取向，总可使布拉格条件得到满足。这样得到的衍射图叫德拜 (Debye) 相。
此法可定晶格常数。



粉末铝的德拜相



SiO₂ 的劳厄相

五. x 射线衍射与普通光栅衍射的区别

▲ x 射线衍射有一系列的布喇格条件。

晶体内有許多晶面族，入射方向和 λ 一定时，

对第 i 个晶面族有： $2d_i \cdot \sin \Phi_i = k_i \lambda, \quad i = 1, 2, 3, \dots$

一维光栅只有一个干涉加强条件：

$$d(\sin \theta - \sin i) = \pm k \lambda \quad \text{—光栅方程。}$$

▲ 晶体在 d_i 、 Φ_i 、 λ 都确定时，不一定能满足

布喇格公式 $2d_i \cdot \sin \Phi_i = k_i \lambda$ 的关系。

一维光栅在 λ 和入射方向角 i 确定后，总能有衍射角 θ 满足光栅方程。