

## 问题 A: 比赛规则问题及提示

**问题:** 甲、乙两人进行某项比赛, 设每局比赛甲胜的概率为  $p$ , 乙胜的概率为  $q$  ( $q=1-p$ ), 且比赛独立进行, 求在下列比赛规则下甲获胜的概率:

- (1)  $2n+1$  局  $n+1$  胜制。
- (2) 谁先胜  $n$  局谁获胜。
- (3) 甲在乙胜  $m$  局之前先胜  $n$  局则甲获胜, 乙在甲胜  $n$  局之前先胜  $m$  局则乙获胜。
- (4) 谁比对方多胜 2 局谁获胜。
- (5) 谁比对方多胜  $n$  局谁获胜。
- (6) 甲比乙多胜  $n$  局甲获胜, 乙比甲多胜  $m$  局乙获胜。
- (7) 谁先胜  $n$  局谁获胜, 但如果出现  $n-1$  比  $n-1$ , 则这以后谁比对方多胜  $m$  局谁就获胜。
- (8) 谁先胜  $n$  局谁获胜, 但如果出现  $n-1$  比  $n-1$ , 则比赛重新开始。

## 问题 B: 与 Bernoulli 试验相关的模型问题

- (1) 在一个具有成功 (S) 的概率为  $p$ , 失败 (F) 的概率为  $1-p$  的  $n$  重 Bernoulli 试验

中, 记  $Y_n$  表示组合 SF 发生的次数, 求  $EY_n$  与  $D(Y_n)$ 。

- (2) 设  $X$  与  $Y$  相互独立, 分布服从负二项分布  $NB(r_1, p)$  和  $NB(r_2, p)$ ,

试求:  $P(X = x | X + Y = t)$

- (3) 设  $X$  与  $Y$  相互独立同分布, 且  $P(X = k) = p_k > 0$ ,  $k = 0, 1, \dots$ , 如果

$$P(X = t | X + Y = t) = P(X = t-1 | X + Y = t) = \frac{1}{t+1}, \quad t \geq 0$$

则  $X$  与  $Y$  均服从几何分布。

- (4) 独立同分布随机变量  $X_1, \dots, X_n$  服从参数为  $p$  的几何分布当且仅当

$N_n = \min\{X_1, \dots, X_n\}$  服从参数为  $1-(1-p)^n$  的几何分布。