第2章作业答案

1

1.1

用 D^+ 表示患病, 用 D^- 表示不患病

Alice

$$P(D^{+}|A^{+}) = \frac{P(A^{+},D^{+})}{P(A^{+})} = \frac{P(A^{+}|D^{+})P(D^{+})}{P(A^{+}|D^{+})P(D^{+}) + P(A^{+}|D^{-})P(D^{-})} = \frac{0.8*0.1}{0.8*0.1 + (1-1)*0.9} = 1$$
Bob
$$P(D^{+}|A^{-}) = \frac{P(A^{-},D^{+})}{P(A^{-})} = \frac{P(A^{-}|D^{+})P(D^{+})}{P(A^{-}|D^{+})P(D^{+}) + P(A^{-}|D^{-})P(D^{-})} = \frac{(1-0.8)*0.1}{(1-0.8)*0.1 + 1*0.9} = 0.022$$
Carol
$$P(D^{+}|B^{+}) = \frac{P(B^{+},D^{+})}{P(B^{+})} = \frac{P(B^{+}|D^{+})P(D^{+})}{P(B^{+}|D^{+})P(D^{+}) + P(B^{+}|D^{-})P(D^{-})} = \frac{0.9*0.1}{0.9*0.1 + (1-0.99)*0.9} = 0.901$$
Dave
$$P(D^{+}|B^{-}) = \frac{P(B^{-},D^{+})}{P(B^{-})} = \frac{P(B^{-}|D^{+})P(D^{+})}{P(B^{-}|D^{+})P(D^{+}) + P(B^{-}|D^{-})P(D^{-})} = \frac{(1-0.9)*0.1}{(1-0.9)*0.1 + 0.99*0.9} = 0.011$$

1.2

同理

Alice

$$\begin{split} P(D^+|A^+) &= \frac{P(A^+,D^+)}{P(A^+)} = \frac{P(A^+|D^+)P(D^+)}{P(A^+|D^+)P(D^+) + P(A^+|D^-)P(D^-)} = \frac{0.8*0.01}{0.8*0.01 + (1-1)*0.99} = 1 \\ \text{Bob} \\ P(D^+|A^-) &= \frac{P(A^-,D^+)}{P(A^-)} = \frac{P(A^-|D^+)P(D^+)}{P(A^-|D^+)P(D^+) + P(A^-|D^-)P(D^-)} = \frac{(1-0.8)*0.01}{(1-0.8)*0.01 + 1*0.99} = 0.002 \\ \text{Carol} \\ P(D^+|B^+) &= \frac{P(B^+,D^+)}{P(B^+)} = \frac{P(B^+|D^+)P(D^+)}{P(B^+|D^+)P(D^+) + P(B^+|D^-)P(D^-)} = \frac{0.9*0.01}{0.9*0.01 + (1-0.9)*0.09} = 0.476 \\ \text{Dave} \\ P(D^+|B^-) &= \frac{P(B^-,D^+)}{P(B^-)} = \frac{P(B^-|D^+)P(D^+)}{P(B^-|D^+)P(D^+) + P(B^-|D^-)P(D^-)} = \frac{(1-0.9)*0.01}{(1-0.9)*0.01 + 0.99*0.99} = 0.001 \end{split}$$

1.3

检测结果阳性并不代表患病,还需要考虑先验概率、检测的灵敏度和特异度等。 其他答案合理即可。

 $\mathbf{2}$

d 维空间超平面方程

$$\boldsymbol{w}^{\top}\boldsymbol{x} + w_0 = 0$$

其中 $\boldsymbol{w}, \boldsymbol{x}$ 是 d 维列向量。

空间中任意一点 x 到超平面的距离

$$d = \frac{|\boldsymbol{w}^{\top}\boldsymbol{x} + w_0|}{\|\boldsymbol{w}\|_2}$$