

1. 前束范束

$$\begin{aligned}(1) \quad & \forall x \{ P(x) \Rightarrow [\forall y (P(y) \Rightarrow P(f(x,y))) \wedge \neg \forall y (Q(x,y) \Rightarrow P(y))] \} \\&= \forall x \{ \neg P(x) \vee [\forall y (\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge \neg \forall y (\neg Q(x,y) \vee P(y))] \} \\&= \forall x \{ \neg P(x) \vee [\forall y (\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge \exists z (Q(x,z) \wedge \neg P(z))] \} \\&= \forall x \{ \neg P(x) \vee [\forall y \exists z [(\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge (Q(x,z) \wedge \neg P(z))] \} \\&= \forall x \forall y \exists z \{ \neg P(x) \vee [(\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge (Q(x,z) \wedge \neg P(z))] \}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \forall x P(x) \Rightarrow \{ Q(y) \Rightarrow \neg [\exists y R(y) \Rightarrow \forall x S(x)] \} \\&= \neg \forall x P(x) \vee \{ \neg Q(z) \vee [\exists y R(y) \wedge \exists w \neg S(w)] \} \\&= \exists x \neg P(x) \vee \exists y \exists w \{ \neg Q(z) \vee [R(y) \wedge \neg S(w)] \} \\&= \exists x \exists y \exists w \{ \neg P(x) \vee \neg Q(z) \vee [R(y) \wedge \neg S(w)] \}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & \{ \forall x [P(x) \Rightarrow \exists y Q(x,y)] \} \vee [\forall z R(z)] \\&= \{ \forall x \exists y [\neg P(x) \vee Q(x,y)] \} \vee [\forall z R(z)] \\&= \forall x \exists y \forall z \{ [\neg P(x) \vee Q(x,y)] \vee R(z) \}\end{aligned}$$

2.

(1) $A(x)$: x 为实数 $P(x,y)$: $x > y$

$$\forall x \forall y [A(x) \wedge A(y) \wedge P(x,y)] \Rightarrow \exists z [A(z) \wedge P(x,z) \wedge P(z,y)]$$

(2) $P(x)$: x 爱吃西瓜

$$[\exists x P(x)] \wedge [\neg \forall x P(x)]$$

(3) $P(x)$: x 为飞机, $Q(x)$: x 为汽车, $W(x,y)$: x 比 y 快

$$\forall x \exists y [P(x) \Rightarrow Q(y) \wedge W(x,y)]$$

4.

(1)

① 任意整数 x , 若 x 为偶数, 则存在一个被 2 整除的数 y , 使 $3x+2$ 大于 y 真

② 存在整数 x , x 为偶数且 对任意整数 y , 若 y 为偶数, 则 $3y+2$ 被 $3x+2$ 整除. 真 ($x=0$ 即回)

(2)

① 任意两人 x, y , 若 x 来自福建且 y 来自山东, 则 x, y 不来自相同省份 真

② 任意两人 x, y , 若 x, y 均来自福建, 则 x 与 y 是同学 假

③ 若小紫和小东为自动化零字班的学生, 则小紫和小东是同学 真

④ 任意一人 x , 若 x 为自动化零字班的学生, 则 x 和小东来自相同省份 假

5.

$P(x, y, z)$: x 向 y 国出售 z 知识库 KB :

$Q(x, y)$ x 是 y 国公民 $\forall x \forall y \forall z \forall t [P(x, y, t) \wedge Q(x, z) \wedge E(y, z) \wedge W(t) \rightarrow T(x)]$

$E(x, y)$: x, y 为敌国 $P(B)$

$T(x)$: x 犯罪 $Q(B)$

$W(x)$: x 为武器

$\forall x \forall y \forall z \forall t [P(x, y, t) \wedge Q(x, z) \wedge E(y, z) \wedge W(t) \rightarrow T(x)]$

在合-置换 $\theta = \{x/B, y/A \text{ 的敌国}, t/\text{导弹}, z/A \text{ 国}\}$

$P(B, A \text{ 的敌国}, \text{导弹}) \wedge Q(B, A \text{ 国}) \wedge E(A \text{ 的敌国}, A \text{ 国}) \wedge W(\text{导弹}) \rightarrow T(B)$

而 $P(B, A \text{ 的敌国}, \text{导弹})$, $Q(B, A \text{ 国})$, $E(A \text{ 的敌国}, A \text{ 国})$, $W(\text{导弹})$ 均为真

由假言推理: $T(B)$ 为真, 即 B 犯罪.