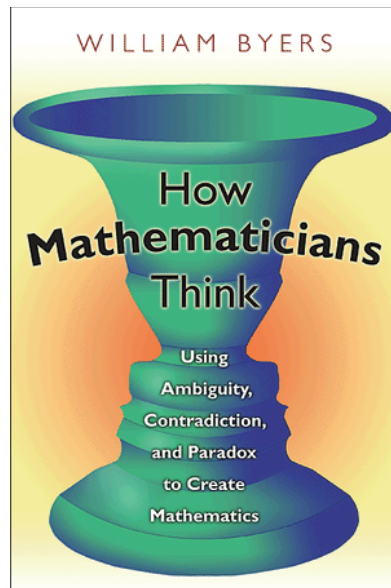
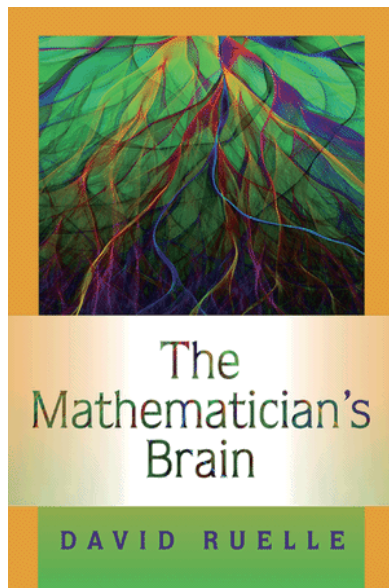
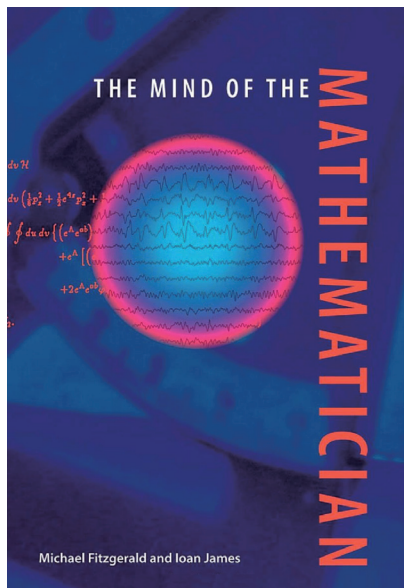


数学家的想法¹

Michael Atiyah / 文 王 兢 林开亮 / 译



左：Michael Fitzgerald 和 Ioan James 的《数学家的思维》（*The Mind of the Mathematician*, Johns Hopkins University Press, 2007. 196 页。）

中：David Ruelle, 《数学家的大脑》（*The Mathematician's Brain*, Princeton University Press, 2007. 160 页。）

右：William Byers, 《数学家如何思考》（*How Mathematicians Think*, Princeton University Press, 2007. 424 页。）

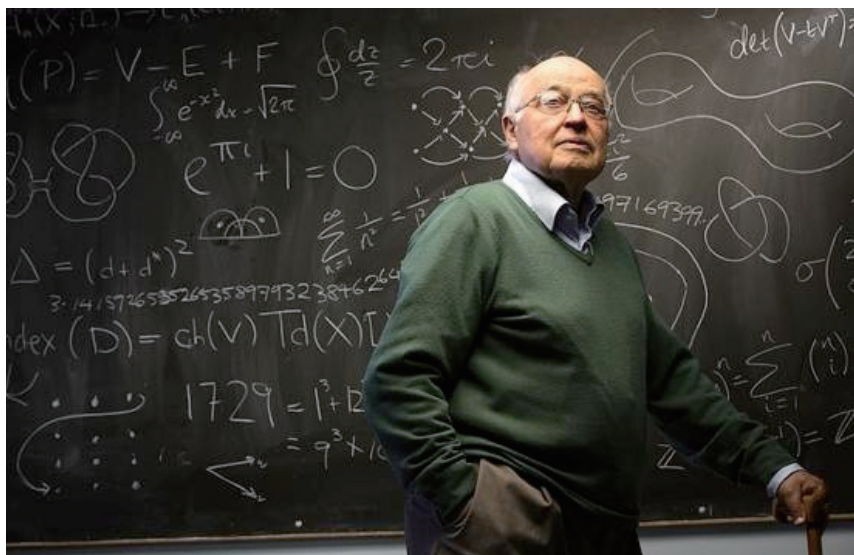
我们如何思考？想法是什么？是否存在许多不同的思想？我们的想法怎样与外部世界发生联系？此类问题已经被哲学家们思考了几千年。虽然并没有真正的答案，但是这些问题得以澄清，而且我们在这个过程中学到了一些东西。现代神经科学的发展正在改变这一情形，并开始揭示整个领域。可以期望，在 21 世纪末，我们对人脑的理解意味着许多古老的哲学问题将不复存在，就像我们已经不再追问“生命是

什么”，取而代之的是一个新的学科：分子生物学，它结合了 DNA 和遗传密码。

但同时，向此目标迈进时，构思出关于大脑如何运作的更准确的问题是有帮助的，这使之能够通过实验考察。多种多样的扫描技术使我们能处理与心理学和神经生理学有关的问题。通过这种方式，我们开始理解心理过程的生理基础。

大脑不同区域的作用，特别是与视觉的关系，已经被发现。事实上，视觉是进化的巨大成功，它的机制占据了人脑很大一部分。所以它当然已经被开发以支撑大脑的思考过程。但是，视觉参与思考的程度宜于进行科学分析，结果很可能会比仅仅回答诸如“你是用语言还是用图像进行思考”要复杂得多。

¹ 本文原标题“*Thoughts of a Mathematician*”，译自 Brain (2008), 131, 1156-1160. 电子版见 <http://brain.oxfordjournals.org/content/131/4/1156>.



本文作者著名数学家阿蒂亚

研究复杂现象的一个基本的科学方法是除去那些无关的因素，研究它的最简单或最纯粹的形式。那什么是“纯粹的想法”？有很强的证据表明，数学是最纯粹的思想形式，其中外部世界几乎被隔离出去了。大部分时间，我们的想法与感官知觉交织在一起，因此很难将其从大脑的其他活动中分离出来。数学看起来提供无拘无束的想法，尤其是“纯数学”，这将与数学在科学方面的应用形成对比。

因此“数学家如何思考”这个问题引起了众多科学家的兴趣，尽管它对数学家有特殊的吸引力。我们可以自认为是理想的受试者，尽管毫无疑问这是一种错觉。当然，本文所评论的三本书表明这个话题是非常有趣的，而数学家有更特殊的贡献。

认识到数学以不同的层次存在——正如小学阶段的英语、更高级的诗歌、莎士比亚的戏剧是不同的——是重要的。所有人都学习初等算术，但是只有一小部分人学习更高级的数学，而更少的人创造新的数学——他们相当于职业“诗人”。

对数学想法的分析不得不聚焦于特定的层次，而解答可能不统一。大脑的不同部分可能参与不同层次的数学。

其实数学本身是一个层次分明的学科，每一层都是建立在之前的层次上，这就是为什么少受一年的教育可能导致灾难性的后果。这种层次结构与抽象发展是一致的。在这个过程中许多类似的现象被组合到一起，形成下一个层次的基石。一个表现这种抽象过

程的例子是：从算术到代数经历了确定的数字 1, 2, 3 被变量符号如 x, y, z 代替的过程。

因此在考察“数学想法”时我们必须对不同的层次采取不同的方式，并考察从一个层次进入下一个层次的抽象过程，因为它可能对应着大脑的某些组织方面。

关于数学思想的许多讨论倾向于集中理解算术的初等运算。每个人对此都很熟悉，因为它们简单，容易被实验检验。例如，乘法表，需要记忆，似乎涉及到大脑用于学习语言的部分。另一

方面，理解数的意义则是另一种不同的技能，它是以大脑的其他部位为基础的。

而为了更深入地探讨数学思想，我们必须考虑一个基本的问题：数学是什么？它是人脑的创造还是经验的产物？我们像柏拉图那样相信存在一个包含完美的圆和精准直线的理想世界吗？“柏拉图主义者”认为数学定理是“外在”的，它们等待被发现，而数学家就像是哥伦布一样的探索者。“现实主义者”则认为数学思想源于实际经验——我们试图找出背后的模式，并提出“定理”帮助理解其中的结构。休谟(David Hume)是现实主义者，支持和反对休谟的哲学家都大有人在。许多数学家本能地是柏拉图主义者，他们相信理念世界的独立存在性。康德对这些问题进行了深入思考，而且他的想法随时间不断发展，然而他的结论是，某些真理（比如欧几里得几何的基本事实）对人脑而言是先天存在的，尽管其他是后天习得的。一些数学史家认为非欧几何的发展表明康德是错的，没有真理是先天存在的。但是这种解释可能太肤浅，以至于不能得到现代神经生理学的支持。简单的实验似乎表明大小（用以区别多少）的抽象概念是大脑固有的和内在的。更多的实验可能表明更多的数学——既是实在的又是结构化的——是固有的。

当然这把我们带回一种进化的观点。为了使得人类在进化斗争中获得成功，人脑已经进化了。从现实世界抽象出来的数学原理固化到大脑后，使后者具有明显的优势。这或许可以帮助解释我们是如何生来

就有数学能力。休谟、康德以及其他哲学家之间的争论发生在达尔文主义之前的时代，它容易忽略这样的事实：人脑本身是自然界的一部分，并由自然之力形成。非欧几何的发现不能改变这样的事实：欧几里得几何是非常好的近似。原始人不会从非欧几何受益。这种进化的观点模糊了柏拉图主义和现实主义之间的界限，但神秘仍然存在。

伽利略的名言是“自然之书用数学语言写就”。到了20世纪，若不用复杂的数学，要描述基础物理（如量子物理）的定律是不可能的。这个事实给匈牙利物理学家维格纳（Eugene Wigner）留下深刻印象，他称之为“数学在物理中不可思议的有效性”。只有在处理人类尺度的物理时，进化在某种程度上才能解释这种现象。引人注目的是，物理的数学理论很好地适用于微观尺度和宏观尺度，从亚原子到星系。为了逃避丛林中的老虎，我们没有必要研究黑洞，因此进化不能解释一切。

如果数学的最终起源和本质仍然是一个艰深的问题，那么我们可以尝试其他路径以描述数学。它的主题是什么？物理学、化学、生物学不难描述，尽管边界会改变，主题会融合。但是数学的内容更广泛。“空间 and 数的研究”、“模式的研究”、“有序和无序的研究”都曾用来描述数学。然而数学很难限定，它一直在扩展。形式主义者不顾一切地要把数学作为逻辑的一个分支。此乃公理化的观点：即从不需要定义的对象和数据（点和线）出发，利用严格的逻辑准则推导出有意思的结果——欧几里得风格的证明就是此法的例子。该方法在20世纪上半叶得到广泛发展。

然而，大多数数学家承认这种方法效果有限。它描述了支架和基础，但忽略了整个建筑的其他方面，最明显的是美学角度。公理和法则中没有诗意。

那些曾在课堂上饱受无意义公式煎熬的非数学家，倾向于将数学等同于枯燥的形式方法。

这就是为什么他们认为计算机使数学家变得无用，或者使之降低为技术员。但数学家将自己看做是富有创造力的艺术家，以优雅和美为向导。新的洞见不是由形式操作产生的，它们依赖于思想，而原创的思想不能批发制造。

如果说被评论的三本书有一个最重要的共同点，那就是它们都将数学看作是创造性的事业，近似于艺术创作。数学是人的活动，因此也必须从这个角度去理解。数学有严格的规则，而绘画、音乐和诗歌也是如此。但他们的核心不在规则，而是在规则之外。而

且，有时规则不得不被打破，或者至少要重新理解。事实上，不管是数学还是其他艺术，最重要的步骤往往在于天才激发灵感突破规则。例如，熟知的代数规则 $xy = yx$ （交换律）在19世纪被打破了，产生了意义深远和数量丰富的成果。

在所有的艺术形式中，建筑也许是与数学最相似的。严格的工程准则防止建筑倒塌，设计中蕴含几何，最终细节非常复杂，但是整个建筑的架构愿景才是最重要的。奇怪的是，数学家们倾向于把自己比作是诗人，而后者往往只懂得肤浅的数学。伟大的德国数学家外尔在说“我的工作总是试图将真理和美结合起来，而当我只能二选一时，我通常选择美”时展现了他的诗人天性。

魏尔斯特拉斯，对数学严格化做出重要贡献的一位早期的德国数学家，他的一句让人出乎意料的话是：一个真正的数学家必须有诗人的心灵。

尽管这三本书有很多共同之处，而且都认为诗歌是与数学最接近的艺术形式，但是它们采用的方法是不同的。粗略地讲它们处理了以下三个话题：

数学是什么

数学家如何思考

数学的人性（personality）

吕埃尔（David Ruelle）专长数学物理，他尝试向最一般的读者解释数学是什么和数学家如何开展他们的工作。任何阅读该书的数学家都将承认他对我们的事业的描述，包括日常方面和赋予它生命的更基础、富有创造性的过程。这本书组织有序，表述清晰，展现了处于工作状态的数学家的真实形象。

贝尔斯（William Byers）的表述更散漫，覆盖的内容更广。他更有雄心去确定数学创造的本质，并围绕它展开讨论。他的副标题“用模糊性、矛盾和悖论来创造数学”清晰地展示了他的主题：数学的核心并非如大多数人所认为的那样是依靠逻辑和规则的。

因为他在写一本厚书，贝尔斯有足够的篇幅讨论数学历史和数学发展过程中面对的问题。他通过许多例子指出，在逻辑非常重要的话题中，矛盾和悖论发挥了至关重要的作用。矛盾就像是司机在拐错路时遇到的禁入标志，而悖论就像是四面八方都禁入的交叉路口。公路工程师从这些交叉点学到一些东西，或许会想出新的解决方案如地下通道或立交桥。因此，深思熟虑后，不应该惊奇像数学这样有“公路法规”的学科不得不处理矛盾的情形。而且在这个过程中学

到的经验教训可能在将来发挥基本的作用。

但真正吸引贝尔斯的是“模糊性 (ambiguity)”。在清晰和准确要求最高的科目，贝尔斯被那些清晰性失效的情形吸引了，这些地方事情变得模糊不清。贝尔斯不但不把这种模糊性看作是系统的弱点、失败，反而认为它们是创造过程的催化剂。既然不同的结果是可能的，就存在灵活性和开放性。仔细研究模糊性能展示隐藏的含义，打开通往新旅程的大门。

贝尔斯非常能言善辩，论据充分，然而我没有被完全说服。试图找到创造过程的本质有点好高骛远，注定会失败。贝尔斯举了很多例子以支持他的观点，然而他扩展了“模糊性”的含义以达到他的目的。

尽管上帝可能是在大爆炸中，从真空中创造了宇宙，但是人类创造是有祖先的。这个“前创造”时代是不完全的或者说模糊的。无法清楚预知什么被创造。可是用模糊性解释创造性近乎同义反复。

著名的法国数学家庞加莱分析了他自己的经验，结论是创造性偶然浮现。当大脑意识停止活动一段时间后，关键的突破自发出现（顿悟——译者注）。

杰拉德 (Michael Fitzgerald) 和詹姆斯 (Ioan James) 的书展现了心理学家和数学家之间的合作。他们感兴趣的是数学家的个性以及个性如何与他的工作发生联系。数学家有某种共同的个性品质吗？如果有，数学会产生个性——学得太多聪明孩子也会变傻 (too much work makes Jack a dull boy) ——还是具有这些个性的人自动被数学吸引？当然，在公众视野中，数学家常常是漫画中心不在焉的、忘了自己是否吃过午饭的教授。

杰拉德和詹姆斯的工作均始于对自闭症的研究，尤其是阿斯伯格综合症，其特点是不关心外部世界，常伴随着对数学或音乐的强烈的关注。而且，这种关注或者是特定领域的不同寻常的能力的反应或者是由该能力产生的。关于这些的一部优秀小说是哈登 (Mark Haddon) 的《深夜小狗神秘事件》(The curious incident of the dog in the night-time)²。

虽然书的前半部以一般形式讨论了数学，这与其他两本书重合，但是后半部书收集了许多历史上著名数学家的简介。这些简介 (包含一些不太出名的人物) 自身就饶有趣味，而他们之所以被选中是因为其表现出了数学家的个性，而且可能患有阿斯伯格综合症。

试图从一小部分著名人物得到关于数学家的心理的结论，这比较困难。用于讨论这类问题的细致的统计分析不可能适用于数量少、非随机选取 (恰恰相

反，它们是作为证据选取的) 的情形。

即使所有的简介清楚地展现了阿斯伯格综合症，那么以上论述也是真的。实际上，这与事实相去甚远。公平地说，作者没有下这样的结论。一小部分有心理问题，但是许多人是正常的。

有人认为特别的心理状态 (例如狂躁) 能促进创造性，但这是有争议的。另一方面，专注，不管是自然的还是由某些症状引起的，可能更有成效——这个观点更可信。

与考察以往的著名人物相比，我更喜欢用 50 年来我所知道的数学家的经验。这包括我们这个时代的绝大部分杰出的数学家。我的结论 (不管价值如何) 是，确实有一小部分非常怪异的个体，其中可能患有阿斯伯格综合症。半开玩笑地说，其中一部分连鞋带都不会系。幸运的是，数学圈容忍这样的奇葩，甚至允许他们享有盛名。尽管如此，与全体相比，我们所讨论的是很小一部分。在这个小圈子之外，数学家的个性与其他学术群体一样丰富多彩。在我看来，阿斯伯格综合症在数学创造力中不起重大或典型作用。

另一类心理案例在数学圈广受关注，这就是计算奇才，包括“智障天才”。这些人展现出了超强的计算能力，能对庞大的数字作出迅速处理。理解这种奇才的心理基础极具挑战性，它可能表明隐藏在数学计算后面的潜意识过程。看起来意识和潜意识的运行速度差别很大。从发展的观点看，这是容易理解的：逃离丛林中的老虎需要速度。而此时意识帮助不大，尽管事后反应会暗示我们避免去茂密的丛林。

既然所有三本书都同意富有创造力的数学家是诗人，不是计算机，那么是否要离开那些想在更高层次上理解数学思想的神经生理学家？形式步骤，如初等算术或者代数显然不够，需要更深入的挖掘。

一个吸引人的想法是聚焦于数学家所领会到的“美”的概念。所有数学家都承认它起着至关重要的作用，尽管很难确定它指的是什么。正如在艺术中，我们能列出许多令人满意的特征来说明美——优雅、比例、微妙、深度、有意义，但最后当看到它的时候，我们才会知道它。重要的是“情人眼里出西施”：美是主观的。对于美的判定，我们不能达成一致。艺术或数学有许

² 译者注：《深夜小狗神秘事件》是一部英国畅销书，主角克里斯托弗 (Christopher) 拥有超人的数学天赋，但内心脆弱而敏感。

多都需要个人品味。

尽管理解或定义美有许多困难，我们仍然可以问：大脑在欣赏时的机制是什么？可以问在各种艺术或者数学中美是什么。一个非常有趣的问题是，这些领域是否有共同之处。我们是否被语言的不足和比喻所误导？

正如我开始所说的，数学是思想的形式，因而提供了一个相对容易的哲学研究领域。这仍然是一个让人生畏的任务。我们不得不通过实验确定数学家感觉到美的例子，看大脑中是否有对它们而言是共同的

区域。例如，我们可以比较几何形式的美和代数公式或更抽象论证的美。

这是业已开始的一个充满挑战的计划，要求更精细的实验。它将不得不与“现实数学”保持联系。它可能需要很长时间和大量的付出。不仅我们将从更高的层次理解数学思想，而且这将为理解其他领域打下基础，那些领域的问题更复杂。

既然数学和美是古希腊思想的核心，那么理解人脑中它们之间的联系显然令柏拉图着迷。

介绍大卫·吕埃尔的《数学家的大脑》

王 兢 林开亮

江苏卫视的《最强大脑》节目大受欢迎，尤其是其中拥有非凡数学运算能力的选手，常被冠以“数学天才”的称号。但是，仅凭高超的计算能力可以断定一个人是“数学天才”吗？**数学家**的思维与常人有何差异？要解答这样的疑惑，我们向大家推荐一本书——《数学家的大脑》（*The Mathematician's Brain*，普林斯顿大学出版社，2007年）。这本书深入浅出地探讨了什么对于数学家是真正重要的，数学家又是如何思考的。虽然作者一再强调，书中所述仅仅是一家之言，但毫无疑问，他的论述具有相当的普遍性。伟大的数学家阿蒂亚（Michael Atiyah）在评介该书时说它“展现了处于活跃研究中的数学家的真实形象”。

《数学家的大脑》的作者大卫·吕埃尔（David Ruelle），1935年生于比利时，法国科学院理论物理院士，1964年被法国高等科学研究所（IHES）聘为第一位外籍物理教授，1984年取得法国国籍。自2000年起为IHES名誉教授及美国罗格斯大学（Rutgers University）的杰出访问教授。他是统计物理的奠基人之一，为混沌动力学的开创者之一。与弗洛里斯·塔肯斯（Floris Takens）提出奇异吸引子的概念并建立了湍流的新理论，是化学反应中混沌现象研究的先驱。1986年他因对统计物理的杰出贡献获

玻尔兹曼奖（Boltzmann Award），2006年，因对量子场论、现代统计力学、动力系统的杰出贡献获庞加莱奖（Henri Poincaré Prize）。2014年，吕埃尔由于在理论物理学中的杰出成就而获得了德国物理学会颁发的最高奖章——普朗克奖章（Max Planck Medal）。他的个人主页是 <http://www.ihe.fr/~ruelle/>。

吕埃尔长期从事数学研究，书中很多观点可以视作他本人的研究体会。事实上本书还有一个副标题：*A Personal Tour Through the Essentials of Mathematics and Some of the Great Minds Behind Them*（数学本质的个人之旅及其背后的伟大头脑）。这些心得体会诉诸于非正式的笔法，饶有趣味。虽然作者在序言中说“本书是为具有各种数学专长的人写的”，但事实上，阅读此书并不需要艰深的数学基础。作者自由散漫的叙述风格弥补了某些严格的数学知识可能带给人的乏味——就连那些最严谨的数学知识，在作者的笔下也显得引人入胜。吕埃尔就像导游一样，推开一扇一扇的门，引领大家走入数学的大观园。作者介绍景点常是画龙点睛，不过分展开细枝末节，留给人们想象思考的余地。从这个意义上说，吕埃尔绝对是个优秀的“导游”。

作者专门留出了一章讨论人脑与计算机的区别。这种讨论无意间迎合了人们关于“雨人”周玮的种种



大卫·吕埃尔（照片由本人提供）

评论。周玮的计算能力固然超出常人，但比之于计算机，差距尚远。然而，这种超凡的计算能力对数学家究竟有多重要呢？这个问题不好回答，但正如吕埃尔在书中所表明的，对数学家而言，更重要的往往是数学中的“结构”：因为认识数学中的结构是需要积累和洞察的，所以可以猜测，具有超凡的计算能力并不意味着可以成为一个优秀的数学家。事实上，数学中更重要的是推理而不是计算，而推理的基础则是对数学中种种数学结构的了解。就目前的情况来说，因为计算机已经发展到不仅能计算还能推理的程度，所以像从前所谓印度“人脑计算机”的说法在今天也未必成立了，因为她未必能够准确地推理。不同于计算讲究速度快慢，推理讲究的是正确与否。历史上有不少伟大的数学家是出了名的算得慢但算得准。电脑是在计算速度上胜过了人脑，但在推理上显然落后于人脑。也许一个很大的原因是，电脑在理解数学中的自然结构方面还很欠缺——就像阿蒂亚所说的，计算机所能理解的“公理和法则中缺乏诗歌那种美”。对普通人，这方面可能就更弱了：数学系有很多学生都学不来抽象代数与泛函分析就是一个明证。至于“雨人”能否算“数学天才”，估计是个大大的问号。

前前后后，作者花费了好几个章节论述数学中的“结构”。这种论述仍然是采用非正式的风格，由浅入深，试图带领读者触及到数学的某些核心领域，如代数几何。所涉及的数学课题既有简洁优美的射影

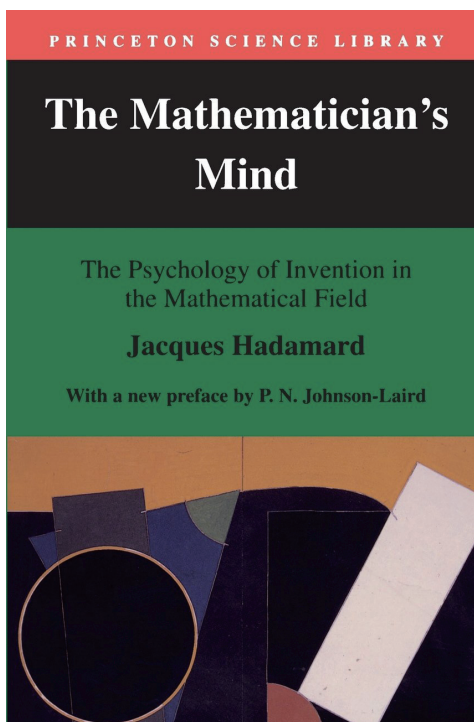
几何，也有高屋建瓴的爱尔兰纲领。只要你耐心读一读第四章关于“蝴蝶定理”的表述和证明，相信对此一定能深有体会。

关于数学结构，作者谈到了它“应该是自然的”。但究竟何为“自然”？作者并没有试图给出回答，而是着重论述数学家之间心领神会的“自然的数学结构”是如何发挥作用的。与这个话题紧密相伴的是，数学究竟是什么？它是客观的发现还是主观的发明？尽管数学柏拉图主义备受推崇，但作者还是持很强的保留态度。如吕埃尔所言，“我们所谓的数学是由人或人脑研究的数学”，“数学概念是人脑的产物，应该会反应出人脑的特质”。这种说法让人耳目一新。

作者小心谨慎地探讨了数学家如何构造新的数学理论。这集中体现在“数学创造：心理学与美学”、“数学创造的策略”等章节。在这里，作者没有从哲学的层面或纯心理学的角度进行阐释，而是结合具体数学实践或数学创造的例子来说明。如果读者对庞加莱的《科学与方法》（*Science and Method*）、阿达马的《数学领域中的发明心理学》（*An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field*）或波利亚（George Pólya）的《怎样解题》（*How to Solve It*）、《数学与合情推理》（*Mathematics and Plausible Reasoning*）、《数学的发现》（*Mathematical Discovery*）感兴趣，那么《数学家的大脑》的最后三分之一章节也必定会吸引你。事实上，杨振宁先生曾对笔者讲，这本书他读过，全书中最有趣的部分正是后面论述数学创造的内容。

除了上面提到的那种一般性的论述，作者还别具匠心地安排了一些专门的章节，用以介绍特定的数学分支和某些特定的定理：“代数几何与算术”、统计力学中的“李（政道）-杨（振宁）单位圆定理”等。这些特定的话题展现了数学中最深刻、最优美的一部分。作者绝不是像通常的教科书那样给出定义、定理、证明，然后让你彻底丧失兴趣。相反，即便是如此专业和精深的话题，作者的叙述也是深入浅出、点到为止，同时呼应他提出的关于数学创造的观点，让你读来毫不枯燥，受益良多。

当然，读数学书难免会有乏味的时候，但不用担心，作者为你准备了小憩的章节。在第七章，作者仿佛离开了数学，专心地谈论他与当代最伟大的代数几何学家格罗滕迪克（Alexander Grothendieck）的交往和后者的逸闻趣事（这一章的译稿《我和格罗滕迪克的南锡之旅》已经放在善科问答栏目中）。借着



阿达马的《数学领域中的发明心理学》，1996年重印本

这些逸闻，作者将数学家与数学家团体的微妙关系娓娓道来。

吕埃尔曾在与笔者的通信中说，这是全书中最有个性的一章，因为吕埃尔早年曾与格罗滕迪克在IHES共事，有机会近距离接触这位传奇人物。最近格罗滕迪克去世，笔者曾在邮件中间询吕埃尔，是否有什么要补充的，以缅怀这位陨落的英雄。出人意料的是，吕埃尔如此答复：“I prefer to leave the chapter on Grothendieck as it is: he was a real person, not the incomprehensible saint or hero that many want to make him now.（我宁愿保留格罗滕迪克那一章原封不动：他是一个真正的人，而不是现在许多人想要

打造的不可理解的圣人或英雄。）”言下之意，作者并不认同坊间鼓吹诸如“数学大神”之类的说法。

除了格罗滕迪克，吕埃尔还特别提到了韦伊兄妹（André Weil 与 Simone Weil），提到了自杀的图灵（Alan Turing），提到了蝴蝶定理被放在苏联为排斥犹太考生而在大学入学考试中专门设置的“谋杀问题清单”里。这些话题的重点在于整个文化历史背景，数学在这里只是用来借题发挥的一个引子。

由此可见，作者的心中并不仅仅只有数学和数学家，他其实很强调道德。这是一个真正的数学家应有的基本素养，正如韦伊（André Weil）在一篇文章中所说的：“严格性之于数学家，犹如道德之于人。”数学家饱受严格证明的洗礼，在道德上也不自觉地严以律己。

在第十九章，作者由达芬奇的名画《蒙娜丽莎》谈到弗洛伊德的理论。然而，醉翁之意不在酒，作者其实要说的是数学家大脑中的那些以“模糊的方式并存而相互作用”的东西，正如他在章末所写道的，“除了优美的数学思想之外，在数学家的脑海中，还有更多晦涩的东西在游走”。

在书中作者还讨论了数学家从事数学创造的种种动机。这大概是本书对数学知识要求最少的部分——除了提及的一些著名的数学问题。作者毫不讳言地提到，争取荣誉也是激发数学家研究创造的动力，并指出了荣誉机制带来的种种弊端。这些观点和论断，对我们理解当今的数学教育都有一定的启发。

孟子曰“独乐乐不如众乐乐”，陶潜亦云“奇文共欣赏，疑义相与析”，我们衷心地希望能有更多的读者读到这本书。该书目前已由青年数学工作者林开亮、王兢、张海涛等译出，不久将由上海世纪出版集团出版。

十年前，上海世纪出版集团曾出版吕埃尔更早的一本科普书 *Chance and Chaos*（普林斯顿大学出版社，1991年）的中译本《机遇与混沌》，受众颇广。相信这本更加通俗的《数学家的大脑》会有更多的读者。

译者简介：王兢，清华大学数学博士，中央民族大学理学院教师。

林开亮，首都师范大学数学博士，西北农林科技大学理学院教师。