Họ tên : Nguyễn Xuân Chanh | iT3

MSV: 2021 0794

Câu 1: Tìm A^{-1} của ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 6 \\ 3 & 5 & 9 \end{pmatrix}$

ta có $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}$. (phần bù đại số)

$\Rightarrow \det A = (65 + 40 + 54) - (84 + 54 + 30)$

$= -11 \rightarrow \det A = -11$

$(\Rightarrow) \quad A^{-1} = \dfrac{1}{-11} \cdot \begin{pmatrix} +33 & -0 & +(-11) \\ -7 & +(-3) & -(-4) \\ +-10 & -(-2) & +1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \dfrac{1}{-11} \begin{pmatrix} 33 & -7 & -10 \\ 0 & -3 & 2 \\ -11 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

Câu 2: $A = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 4 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & 3 & -5 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & -5 & 2 & -3 \end{array} \right)$

$\begin{array}{l} \underline{h_2 + 3h_1} \\ h_3 - 2h_1 \\ h_4 + 2h_1 \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 11 & -5 & 15 & -2 \\ 0 & -7 & 7 & -7 & 0 \\ 0 & 10 & -9 & 10 & -1 \end{array} \right)$

$\begin{array}{l} \underline{11h_2 + 7} \\ 11h_4 - 10h_2 \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 11 & -5 & 15 & -2 \\ 0 & 0 & 42 & 28 & -14 \\ 0 & 0 & -49 & -40 & 9 \end{array} \right)$

$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 11 & -5 & 15 & -2 \\ 0 & 0 & 42 & 28 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & -308 & -308 \end{array} \right)$

$r(A) = 4 \rightarrow$ hệ PT có 1 nghiệm duy nhất

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ 11x_2 - 5x_3 + 14x_4 = -2 \\ 42x_3 + 28x_4 = -14 \\ -308x_4 = -308 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = -1 \\ x_4 = 1 \end{cases}$$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, -2, -1, 1)$$

Câu 3:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & a \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{-2 \\ -5}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -8 & a-15 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{array}{c} \\ x-2 \\ x-5 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -8 & a-10 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & a \end{pmatrix} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Câu 3:

gọi A là ma trận hàng u_1, u_2, u_3

$$A = x_2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ -5 & 5 & 2 & a \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -8 & a-15 \end{pmatrix}_{1 \times 8}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & a-31 \end{pmatrix}$$

để S độc lập TT thì $r(A) = 3$

$\Rightarrow a - 31 \neq 0 \rightarrow a \neq 31$

Vậy $a \neq 31$ thì S ĐLTT

Câu 4

$$f(x+x', y+y') = (x+x'+5y+5y'; 2x+2x'-3y-3y';$$
$$3x-3y; +y+y')$$

$$= (x+5y, 2x-3y; -3x+y) + (x'+5y'; 2x'-3y'; -3x'+y')$$

$$\Rightarrow f(x+x'; y+y') = f(x,y) + f(x',y') \quad (1)$$

$$f(kx, ky) = (kx+5ky, 2kx-3ky; -3kx+ky)$$
$$= k \, f(x,y) \, 2 \qquad (2)$$

Từ ① và ② $\rightarrow f$ ánh xạ Tuyến Tính

b) có sơ chính tại $\wedge 3$ là $\{1,0,0\} (0,1,0) (0,0,1)$

$$\Rightarrow (x+5y)\wedge 3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}; (2x-3y)\wedge 3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$(-3x+y) \wedge 3 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$\rightarrow$ ma trận f trong cơ sở chính tại R^3 là

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Câu 5

$$Q = x_1^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 6x_2x_3 + 2x_2^2 - 3x_3^2$$

~~có sở chính tắc là của Q là:~~

Ma trận Q trong cơ sở chính tắc là

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$D_1 = 1 \quad, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -32$$

$$\Rightarrow \text{Dạng chính tắc} = y_1^2 + y_2^2 - 32y_3^2$$