

第十六届蓝桥杯大赛软件赛决赛

C/C++ 大学 A 组

【选手须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

注意：main 函数结束必须返回 0。

注意：所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

试题 A: OCR 校正

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝维护着一套 OCR 文字识别系统。最近，系统频繁地将数字 0 和英文字母 O 混淆，这让他十分头疼。一次测试中，系统将一串长度为 2025 的、全部由数字 0 组成的字符串识别成了一个长度相同的字符串，但其中只有首尾两个字符被正确识别为数字 0，其余部分都被错误地识别成了字母 O。

为了校正识别结果，小蓝需将所有的字母 O 替换回数字 0。只是，出于安全的考虑，该系统不允许直接批量修改所有字母 O，而是设定了如下替换规则：

1. 首次操作，可任意选择一个字母 O，将其替换为数字 0；
2. 后续操作，选择一个与数字 0 相邻的字母 O，将其替换为数字 0；
3. 重复上述步骤，直到所有字母 O 都被替换为数字 0。

小蓝想知道，在满足上述替换规则的情况下，总共有多少种不同的替换顺序可以将所有字母 O 替换为数字 0。两种替换顺序被视为不同的，当且仅当它们在某一步骤中选择了不同位置的字符。

现在，请你帮他计算这个数量。由于答案可能很大，你只需给出其对 $10^9 + 7$ 取余后的结果即可。

【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个范围在 0 至 $10^9 + 6$ 的整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 小蓝的生日礼物

本题总分：5 分

【问题描述】

2025 年 6 月 15 日是小蓝的生日，他的妈妈为他准备了一盒特别的生日礼物：8 张印有数字的卡片，上面分别写着 0, 0, 2, 2, 5, 5, 1, 6。

小蓝想用这些卡片拼凑出三角形。他的想法是，从卡片中选择至少一张卡片，组成一个数字，作为三角形的一条边长。例如，他可以选择卡片 2, 5, 1，组成 251、215、521、512、125、152 等数字。在组合数字时，不允许出现前导 0，也不允许组合出值为 0 的数（无法成为三角形的边）。

为了拼成一个三角形，他需要用同样的方法，再选择一些卡片组成第二个数字，作为三角形的第二条边长，然后再选择一些卡片组成第三个数字，作为三角形的第三条边长。

需要注意的是，在每次组成边长时，每张卡片只能使用一次。也就是说，如果卡片 6 已经被用来组成第一个边长，那么在组成第二个和第三个边长时，就不能再使用这张卡片 6 了。

现在，小蓝想知道，他总共可以拼凑出多少个不同的三角形？这里不同的三角形指的是三条边长所构成的集合不同。例如，边长为 $\{1, 2, 3\}$ 和 $\{2, 3, 4\}$ 的三角形被认为是不同的，而边长为 $\{2, 5, 6\}$ 和 $\{5, 2, 6\}$ 的三角形则被认为是相同的。

【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 土地整平计划

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

小蓝作为一个二维生物快乐地生活在二维坐标系中，他最近得到了一块土地，他想把这块土地整平用于修建花园。具体来说，这块土地从左到右长度为 n 格，第 i 格的高度为 h_i ($i \in [1, n]$)。小蓝每次可以花费代价 w 将一段连续的区间 $[l, r]$ 中的土地高度都变为 w ，其中 $l \leq r$ ，这段区间需要满足以下三组条件之一：

1. $l = 1, r < n$ ，且对于 $i \in [l, r]$ 有 $h_i \neq h_{r+1}$ ，此时代价 $w = h_{r+1}$ ；
2. $l > 1, r = n$ ，且对于 $i \in [l, r]$ 有 $h_i \neq h_{l-1}$ ，此时代价 $w = h_{l-1}$ ；
3. $1 < l \leq r < n$ ， $h_{l-1} = h_{r+1}$ ，且对于 $i \in [l, r]$ 有 $h_i \neq h_{l-1}$ ，此时代价 $w = h_{l-1} = h_{r+1}$ 。

小蓝希望在若干次操作之后将这块土地整平，即所有格子的高度都相等，并且花费的代价总和最小。请你帮助他计算一下最小花费。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n 。

第二行包含 n 个正整数 h_1, h_2, \dots, h_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
8
5 4 10 4 20 5 4 5
```

【样例输出】

10

【样例说明】

样例输出和说明错误

选择将土地高度都变为 5，只需操作两次：将 $[2, 5]$ 和 $[7, 7]$ 的高度都变为 5，代价总和为 10。

【评测用例规模与约定】

对于 50% 的评测用例， $1 \leq n \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^6$ ， $1 \leq h_i \leq 10^6$ 。

试题 D: 生日相遇问题

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

小蓝和小乔是好朋友，他们想知道在未来的日子里，什么时候他们的生日会在同一个星期几。已知小蓝的生日是 m 月 d_1 日，小乔的生日是 n 月 d_2 日，请你计算从今年开始（今年为 2025 年），未来 k 年内（包括今年，即年份在区间 $[2025, 2025 + k]$ 中），他们生日在同一个星期几的年份有哪些。

提示：

- 闰年的判断规则为：年份能被 4 整除但不能被 100 整除，或能被 400 整除。闰年的 2 月有 29 天，非闰年的 2 月有 28 天。
- 如果某人的生日是 2 月 29 日，那么在非闰年中，他/她的生日将被视为 2 月 28 日进行计算。
- 保证输入日期均为合法日期。

【输入格式】

输入一行包含五个正整数 m, d_1, n, d_2, k ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出若干行，每行包含一个整数，表示小蓝和小乔生日在同一个星期几的年份（从今年开始计算，按照年份从小到大的顺序输出）。如果在未来 k 年内没有这样的年份，输出英文 No Answer。

【样例输入】

1 16 5 21 8

【样例输出】

2028

2032

【样例说明】

此样例中，小蓝的生日是 1 月 16 日，小乔的生日是 5 月 21 日。

从 2025 到 2032 年间，满足题意的是：

- 2028 年，1 月 16 日是星期日，5 月 21 日也是星期日。
- 2032 年，1 月 16 日是星期五，5 月 21 日也是星期五。

【评测用例规模与约定】

对于 25% 的评测用例， $1 \leq k \leq 10$ ；

对于 50% 的评测用例， $1 \leq k \leq 20$ ；

对于 75% 的评测用例， $1 \leq k \leq 30$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq k \leq 50$ ， $1 \leq m, n \leq 12$ ， $1 \leq d_1, d_2 \leq 31$ 。

试题 E: 树

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

给定一棵树, 你需要从树上选择若干个节点, 使得选择的任意两点之间的距离均大于 2。

输出符合条件的选择的方案数 (可以选中任意个, 但不能不选)。由于答案可能很大, 你只需要输出答案对 998244353 取模的结果。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n 。

接下来 $n - 1$ 行, 每行包含两个正整数 u_i, v_i , 用一个空格分隔, 表示结点 u_i 和结点 v_i 之间有一条边。保证给定的图是一棵树。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
6
1 2
1 3
3 4
3 5
5 6
```

【样例输出】

```
12
```


【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n \leq 20$ ；

对于 80% 的评测用例， $1 \leq n \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 3 \times 10^5$ ， $u_i \neq v_i$ ， $1 \leq u_i, v_i \leq n$ 。

试题 F: 连锁反应

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝在数轴上放置了 n 枚炸弹，第 i 枚炸弹的位置为 p_i ，其爆炸范围为 $[p_i - l_i, p_i + r_i]$ 。当一枚炸弹爆炸时，其范围内的所有其他未爆炸的炸弹均会被引爆。小蓝希望知道至少需要主动引爆多少枚炸弹，才能使得所有炸弹都爆炸。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n 。

接下来 n 行，每行包含三个整数 p_i, l_i, r_i ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
5
3 1 1
1 0 2
6 2 1
9 4 2
10 1 1
```

【样例输出】

```
2
```

【样例说明】

主动引爆炸弹 2,4，即可引爆所有炸弹。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 2000$ ；

对于另外 20% 的评测用例， $l_i = 0$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 200000$ ， $0 \leq p_i, l_i, r_i \leq 10^5$ 。

试题 G: 翻转硬币

时间限制: 2.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

给定 n 个硬币的初始状态, 以及 m 次如下类型的操作:

1 $x\ y$: 将 $[x, y]$ 之间的硬币每隔一个翻转一个, 即翻转 $x, x+2, x+4, \dots, x+2t$ ($x+2t \leq y$);

2 $x\ y$: 将 $[x, y]$ 之间的硬币每隔两个翻转一个, 即翻转 $x, x+3, x+6, \dots, x+3t$ ($x+3t \leq y$);

3 $x\ y$: 将 $[x, y]$ 之间的硬币全部翻转;

4 $x\ y$: 查询 $[x, y]$ 之间正面朝上的硬币个数。

【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数 n, m , 用一个空格分隔, 分别表示硬币数和操作数。

第二行包含 n 个整数 f_1, f_2, \dots, f_n , 相邻整数之间使用一个空格分隔, 表示每个硬币的初始状态, 其中 $f_i = 0$ 表示第 i 个硬币为反面朝上, $f_i = 1$ 表示第 i 个硬币为正面朝上。

接下来 m 行, 每行包含三个正整数 a_i, x_i, y_i , 相邻整数之间使用一个空格分隔, 表示一次操作。

【输出格式】

输出若干行。对于每次查询操作 (4 $x\ y$), 输出一行包含一个整数表示该查询的答案。

【样例输入】

```
5 8
1 0 0 1 0
```

```
1 2 3
4 1 5
2 3 5
4 2 5
3 1 5
4 2 3
3 1 4
4 1 5
```

【样例输出】

```
3
3
0
5
```

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 5000$ ；

对于另外 20% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 10^5$ ，且没有 $1\ x\ y$ 类型的操作；

对于另外 20% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 10^5$ ，且没有 $2\ x\ y$ 类型的操作；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 5 \times 10^5$ ， $1 \leq m \leq 10^5$ ， $f_i \in \{0, 1\}$ ， $a_i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ， $1 \leq x_i \leq y_i \leq n$ 。

试题 H: 斐波那契数列

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

斐波那契数列是一个满足如下要求的数列

$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \\ F_i = F_{i-1} + F_{i-2} (i > 2) \end{cases}$$

我们规定一个类似的数列满足

$$\begin{cases} G_1 = 2 \\ G_2 = 3 \\ G_i = G_{i-1} \times G_{i-2} (i > 2) \end{cases}$$

求该数列 G 的前 n 项的乘积对 998244353 取模的结果。

【输入格式】

输入一行包含一个正整数 n 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

5

【样例输出】

69984

【评测用例规模与约定】

对于 70% 的评测用例， $n \leq 10^6$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^{18}$ 。

试题 I: 游戏

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

小蓝在进行一个游戏。这个游戏有 n 个槽位和 $n-1$ 个石块，初始时第 n 个槽位是空的，其余每个槽位都有一个石块，对于两个相连的槽位 u, v ，若 u 是空的，那么小蓝可以将 v 里的石块移到 u 中。开始时，对于任意的 $1 \leq i < n$ ，第 i 个槽位和第 $i+1$ 个槽位是相连的。游戏的最终目的是将每一个编号为 i 的石块移动到编号为 i 的槽位中。

小蓝在经过几次简单的尝试后发现，这个游戏并不一定有解，但好在他可以花费 1 的代价，任选两个槽位使它们相连。小蓝希望你帮他求出，至少要花费多少的代价，能够让这个游戏有解。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n 。

第二行包含 $n-1$ 个正整数 a_1, a_2, \dots, a_{n-1} ，相邻整数之间使用一个空格分隔，分别表示初始第 i 个槽位内石块的编号，保证 a_i 各不相同。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
5
4 1 2 3
```

【样例输出】

```
1
```


【样例说明】

小蓝可以令槽位 1 和槽位 5 相连，然后将石块 4 移动到槽位 5，将石块 1 移动到槽位 1，将石块 2 移动到槽位 2，将石块 3 移动到槽位 3，将石块 4 移动到槽位 4，即可完成游戏的目标。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $n \leq 5$ ；

对于 50% 的评测用例，最小代价不超过 1；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 3 \times 10^5$ ， $1 \leq a_i < n$ 。

试题 J: 公路

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

小蓝居住的国家有 n 座城市，城市与城市之间由 $n-1$ 条公路连接，而且任意两个城市都可以通过公路互相到达。

这个国家的公路由几个公司共同修建，如果小蓝希望通过某条公路，就必须持有修建这条公路的公司的通行证，但只要申请一次通行证，就可以在每一条这个公司修建的公路上通行。

小蓝经常要在不同城市之间旅行，每次他要从一个城市到另一个不同的城市，都需要根据需要通过的公路申请相应的通行证。具体来说，如果小蓝的路线经过了一条或者更多条 A 公司修建的公路，小蓝就需要申请一次 A 公司的通行证。

现在小蓝希望知道，对于这 $n \times (n-1)$ 种不同的情况，他需要申请通行证的次数总共是多少。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n 。

接下来 $n-1$ 行，每行包含三个正整数 u_i, v_i, w_i ，相邻整数之间使用一个空格分隔，表示城市 u_i 和城市 v_i 之间有一条由公司 w_i 修建的公路。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
4
1 2 1
1 3 1
1 4 2
```

【样例输出】

16

【样例说明】

下表给出了每种情况需要申请的通行证数量，总和为 16。

	1	2	3	4
1	/	1	1	1
2	1	/	1	2
3	1	1	/	2
4	1	2	2	/

【评测用例规模与约定】

- 对于 30% 的评测用例， $1 \leq n \leq 300$ ；
- 对于另外 20% 的评测用例， $u_i = i$ ， $v_i = i + 1$ ；
- 对于另外 20% 的评测用例， $u_i = 1$ ， $v_i = i + 1$ ；
- 对于 80% 的评测用例， $1 \leq n \leq 50000$ ；
- 对于所有评测用例， $1 \leq w_i, u_i, v_i \leq n \leq 500000$ 。