

传输线

张轩 21300200034, 复旦大学核科学与技术系

摘要: 本实验针对核电子学需要, 探究了传输线在各种匹配条件下对方波信号的传输效果, 并测量了传输线的传输速度和特征阻抗。

关键词: 同轴电缆 反射 信号传输

一、引言

在核电子学系统中, 快信号在各个部件之间传输是由传输电缆完成的。各部件之间输出端和输入端用电缆连接。而电缆在传输信号时, 如果阻抗不匹配, 则会产生反射现象, 有可能会产生多次反射。本实验针对核电子学需要, 探究了传输线在各种匹配条件下对方波信号的传输效果, 并测量了传输线的传输速度和特征阻抗。

二、实验目的

观察传输线传输信号过程中的反射现象, 测量传输线的特性阻抗 Z_0 和传输线的延迟时间 t_d , 了解传输线成形脉冲的原理, 以期对线性分布参数系统有一定的感性认识。

三、实验原理

3.1 同轴电缆传输信号的分析

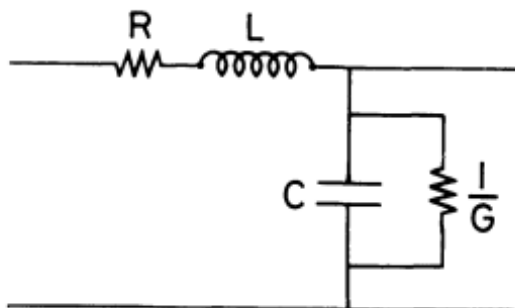


图 1 同轴电缆的分布参数等效

如图11，考虑微元长度 Δz 上的电流和电压的变化

$$\begin{cases} \Delta V(z, t) = -R\Delta z \cdot I(z, t) - L\Delta z \cdot \frac{\partial I}{\partial t}(z, t) \\ \Delta I(z, t) = -G\Delta z \cdot V(z, t) - C\Delta z \cdot \frac{\partial V}{\partial t}(z, t) \end{cases}$$

两边除以 Δz 然后取极限 $\Delta z \rightarrow 0$ ，得到

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial z} = -RI - L \frac{\partial I}{\partial t} \\ \frac{\partial I}{\partial z} = -GV - C \frac{\partial V}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

考虑对时间做傅里叶分解¹，得到频谱方程：

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} = -R\tilde{I} - L \cdot (2\pi i f) \tilde{I} \\ \frac{\partial \tilde{I}}{\partial z} = -G\tilde{V} - C \cdot (2\pi i f) \tilde{I} \end{cases} \quad (2)$$

我们考虑理想同轴电缆，即 $G, R = 0$ ，这种情况下可以求解方程(2)。根据方程的线性性，解可以分为入射波 V_1, I_1 和反射波 V_2, I_2 两个部分。

$$\begin{aligned} \tilde{V} &= \tilde{V}_1 + \tilde{V}_2, \tilde{I} = \tilde{I}_1 + \tilde{I}_2 \\ \tilde{V}_1 &= \tilde{V}_{10} \exp(-2\pi i f \sqrt{LC} z), \tilde{V}_2 = \tilde{V}_{20} \exp(2\pi i f \sqrt{LC} z) \\ \tilde{I}_1 &= \sqrt{\frac{C}{L}} \tilde{V}_{10} \exp(-2\pi i f \sqrt{LC} z), \tilde{I}_2 = \sqrt{\frac{C}{L}} \tilde{V}_{20} \exp(2\pi i f \sqrt{LC} z) \end{aligned}$$

则频率为 f 的成分的波的时域形态是

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{10} \exp(2\pi i f (t - \sqrt{LC} z)), V_2 = V_{20} \exp(2\pi i f (t + \sqrt{LC} z)) \\ I_1 &= \sqrt{\frac{C}{L}} V_{10} \exp(2\pi i f (t - \sqrt{LC} z)), I_2 = \sqrt{\frac{C}{L}} V_{20} \exp(2\pi i f (t - \sqrt{LC} z)) \end{aligned}$$

从结果可以看出

- 入射波和反射波具有相同的阻抗 $Z_0 = \left| \frac{\tilde{V}_1}{\tilde{I}_1} \right| = \left| \frac{\tilde{V}_2}{\tilde{I}_2} \right| = \sqrt{\frac{L}{C}}$
- 解总是具有一致的波速度 $u = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (自变量总是 $t + \frac{z}{u}$ 或 $t - \frac{z}{u}$ 出现)

所以对于理想同轴电缆，在入射波是较简单的情形（例如阶跃信号）时，可以考虑结合边界条件，利用“入射、反射”的方法分析输出波形。对于较为复杂的情形，则需要根据电路列出边界条件和初值条件，结合方程(1)求解。

3.2 同轴电缆的矩形脉冲响应

- 终端反射：如图2a，设某次入射到终端的信号为 V_0, I_0 ，反射信号为 V_r, I_r ，根据方程的线性性，入射信号和反射信号叠加后满足边界条件即可

¹傅里叶变换采用 $\tilde{f}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-2\pi i k t} dt$ 的形式

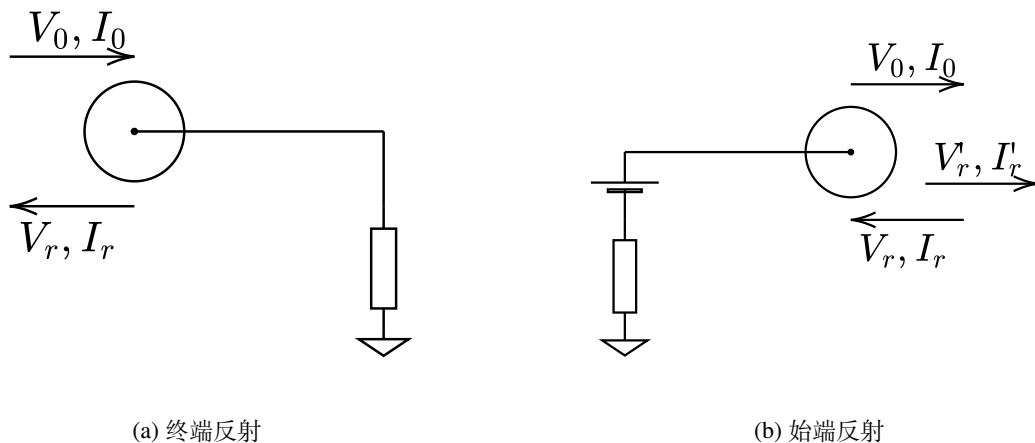


图2 反射分析法

$$\begin{cases} \frac{V_0}{I_0} = Z_0 \\ \frac{V_r}{I_r} = Z_0 \\ \frac{V_0 + V_r}{I_0 - I_r} = Z_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V_r}{V_0} = \frac{I_r}{I_0} = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$$

$$\rho_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad (3)$$

- 始端反射：如图2b，注意图中标出的 V_0, I_0 是既有信号，它已经满足了始端边界条件。则某次入射信号是终端的反射信号 V_r, I_r ，产生反射信号 V_r', I_r' ，只需要 V_r, I_r, V_r', I_r' 叠加后满足齐次边界条件即可。于是方程和终端反射完全一致，结果为

$$\rho_s = \frac{V_r'}{V_r} = \frac{I_r'}{I_r} = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} \quad (4)$$

- 传输延迟：同轴电缆内信号的传波是按照固定波速传输的，从一段传输到另一端必然造成时间延迟 $t_d = \frac{l}{u}$

基于反射分析法，我写了一个 python 程序用于可视化同轴电缆的阶跃响应，思路就是每间隔一个传输延迟，计算何处发生反射，并且加上反射信号的影响，将反射信号作为新的入射信号在进行下一步迭代。代码文件我分享在这里：

<https://github.com/Xuanyiyiren/Fudan-TCPH-fandamantal-experement>

四、实验装置

1. MSO2202 数字示波器 1 台

- 2. DG4102 脉冲发生器 1 台
- 3. 自制开关电阻盒 2 个
- 4. BNC 同轴电缆 20 米 1 根
- 5. BNC 同轴电缆 04 米 2 根
- 6. BNC 三通 1 个
- 7. BNC 双公头直通 2 个

五、实验步骤

Step1：按照图3所示接好电路

Step2：使用信号发生器产生一个占空比为 50%、频率为 10kHz、低电平为 0V、高电平为 5V 的方波脉冲。然后使用示波器接收信号，注意使用 EXT 作为触发信号源。

Step3：按照表1中所示，依次设置开关状态，并利用示波器测量输出波形的时间和幅度。注意其中序号 3 用来测量延迟时间，序号 8 用来测量特征阻抗。

Step4：把开关电阻盒按表格序号 1 设置成完全匹配的情况，将图3中带 “*” 的 BNC 线缆分别替换成双公头直通和 1 米长 BNC 同轴线缆，观察波形变化。

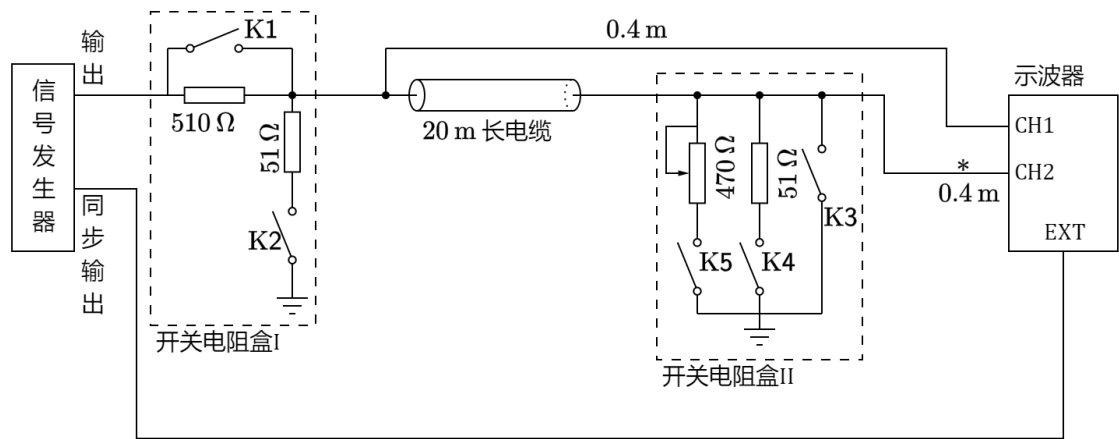


图 3 实验电路图

表 1 实验条件表

序号	开关状态					所匹配阻抗	
	K1	K2	K3	K4	K5	始端	终端
1	√	×	×	√	×	Z_0	Z_0
2	√	×	×	×	×	Z_0	开路
3	√	×	√	×	×	Z_0	短路
4	√	√	×	×	×	$< Z_0$	开路
5	√	√	√	×	×	$< Z_0$	短路
6	×	×	×	×	×	$> Z_0$	开路
7	×	×	√	×	×	$> Z_0$	短路
8	√	×	×	×	√	Z_0	调节使之匹配

六、实验结果和分析

6.1 波形的简要分析

6.1.1 序号 1 的结果

实验数据如图4b和4c所示，其中前者是局部放大的波形，后者是在较大时间尺度的波形。理论结果如图4a表示。序号 1 的双端均匹配，始端立即建立稳定的 5 V 的直流信号，末端则在一个延迟时间后建立起稳定 5 V 的直流信号。实验结果符合理论预期。

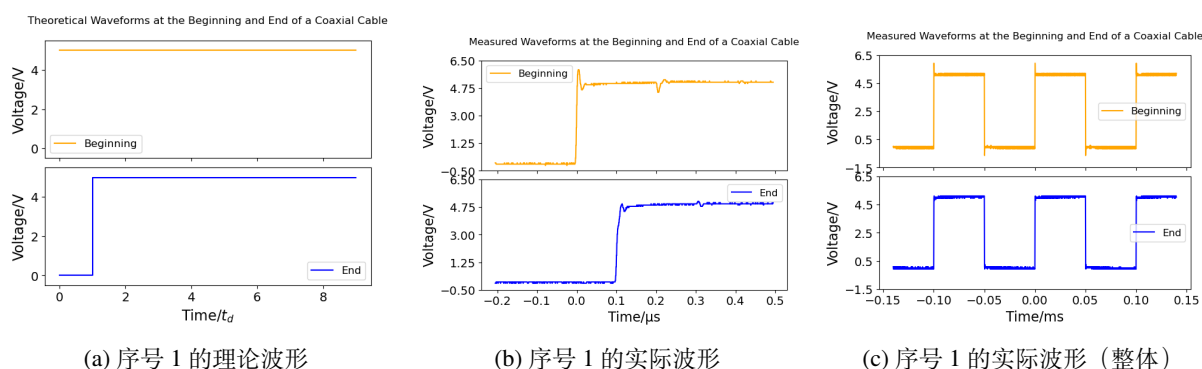


图 4 序号 1 的实验结果

6.1.2 序号 2 的结果

实验数据如图5b和5c所示，理论结果如图5a表示。此时始端仍然匹配，没有反射产生。终端直接输入到示波器中，示波器的阻抗为 $1\text{ M}\Omega$ ，可以直接视为开路，终端反射系数为 1。

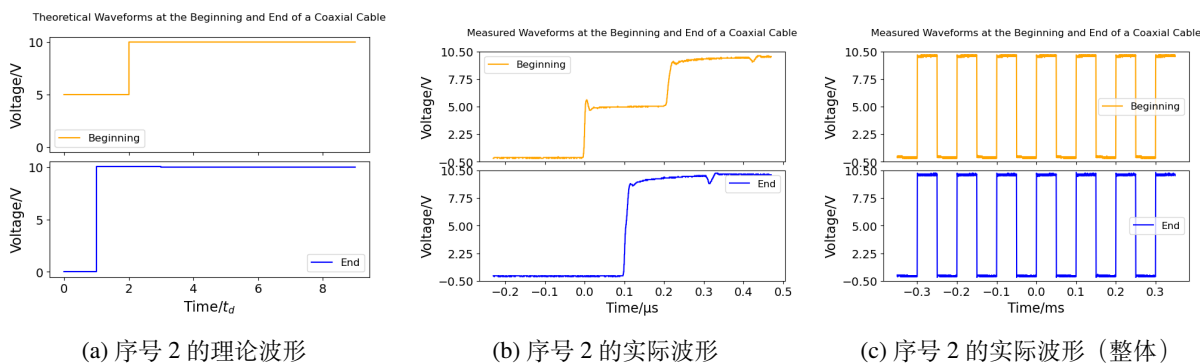


图 5 序号 2 的实验结果

6.1.3 序号 3 的结果

实验数据如图6b和6c所示，理论结果如图6a表示。此时终端直接短接输出，反射系数为 -1 。

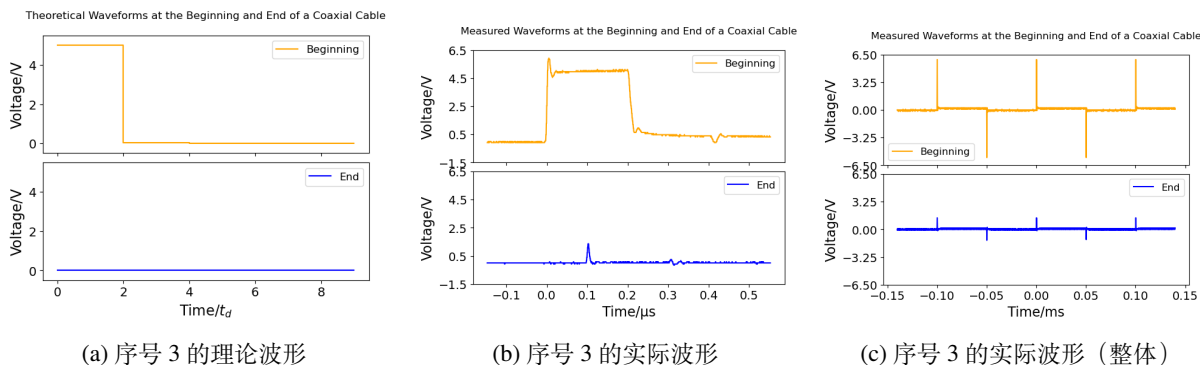


图 6 序号 3 的实验结果

6.1.4 序号 4 的结果

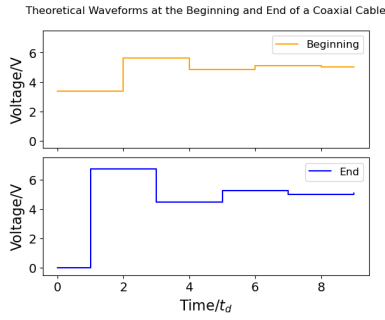
实验数据如图7b和7c所示，理论结果如图7a表示。此时始端是信号发生器并联一 51Ω 的电阻，等效信号源是电动势约为 5V ，等效阻抗约为 $\frac{1}{2}Z_0$ ，故始端反射系数约为 $-\frac{1}{3}$ ，始端的第一个电压阶梯约为 3.36V ；终端输出到示波器，反射系数为 1 。

6.1.5 序号 5 的结果

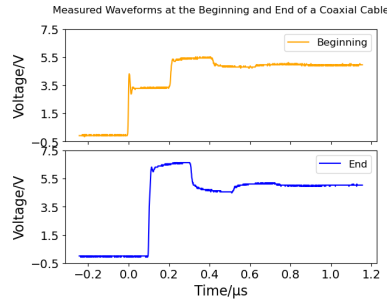
实验数据如图8b和8c所示，理论结果如图8a表示。和序号 4 相比，始端未变，其终端短接输出，反射系数为 -1 。

6.1.6 序号 6 的结果

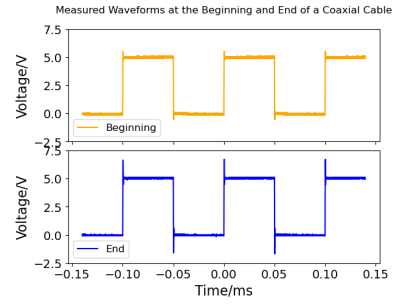
实验数据如图9b和9c所示，理论结果如图9a表示。此时电源串联一 510Ω 的电阻，反射系数是 0.83 ，终端直接输入到示波器，反射系数为 1 。两端会产生多次反射，每次



(a) 序号 4 的理论波形

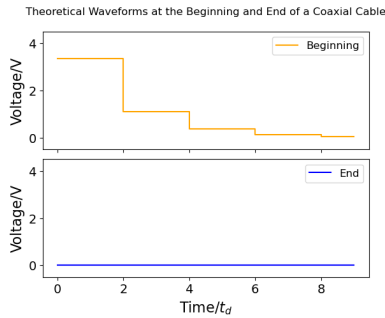


(b) 序号 4 的实际波形

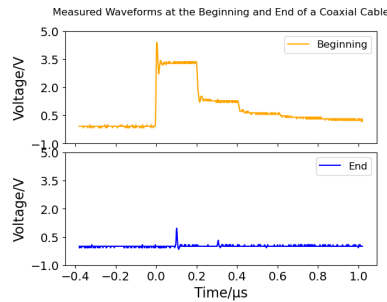


(c) 序号 4 的实际波形（整体）

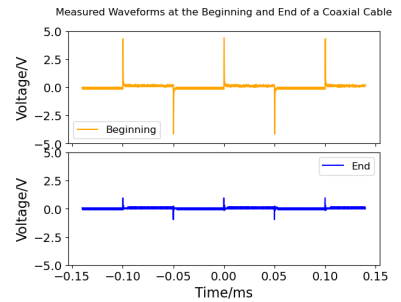
图 7 序号 4 的实验结果



(a) 序号 5 的理论波形



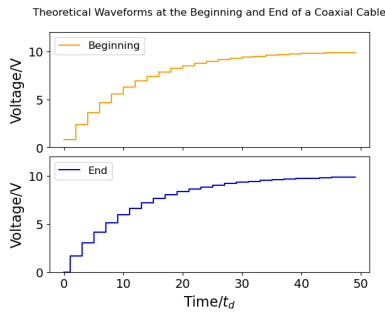
(b) 序号 5 的实际波形



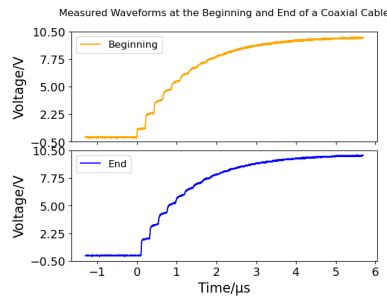
(c) 序号 5 的实际波形（整体）

图 8 序号 5 的实验结果

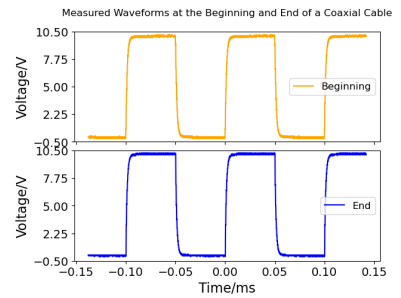
反射都使得电压增加。由于始端反射系数小于 1，反射信号造成的电压增量会随着时间增加而不断衰减，最终稳定到电源电动势 10 V。这是因为当信号稳定时，同轴电缆中的电流必须为 0，否则会引起反射，意味着同轴电缆稳定时的输入阻抗为无穷大，使得电源电动势完全分担在同轴线缆上，电压稳定到电动势。



(a) 序号 6 的理论波形



(b) 序号 6 的实际波形



(c) 序号 6 的实际波形（整体）

图 9 序号 6 的实验结果

6.1.7 序号 7 的结果

实验数据如图10b和10c所示，理论结果如图10a表示。和序号 6 相比，此时的终端短接，反射系数为 -1 。同轴电缆中的信号也会不断反射，但由于反射信号的极性不断改变，使得信号时增时减。同理根据始端反射系数小于 1 可以推断信号不会无限增长下去，信号稳定时，同轴电缆中没有电流。由于终端短接，所以同轴电缆中的电压也必须为 0。

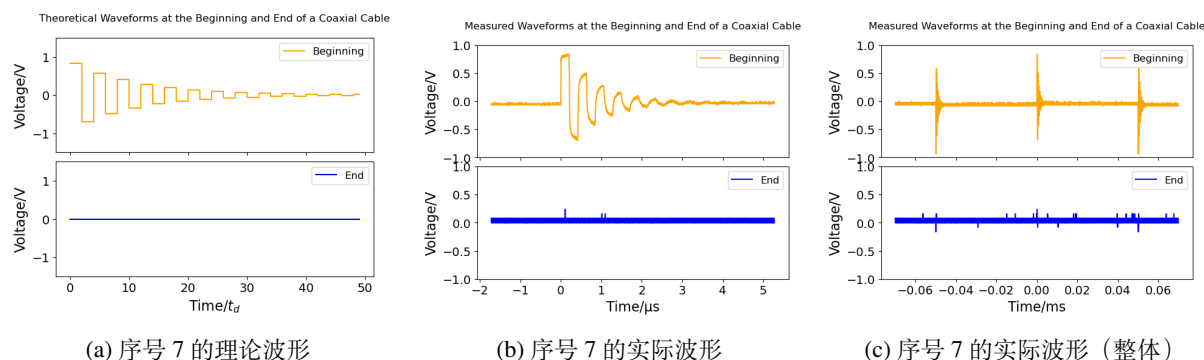


图 10 序号 7 的实验结果

6.2 延迟时间的测量

我们利用序号 3 的数据测量延迟时间。仿照核电子学中测量阶跃波形的中点，我们将数据做微分处理，将下一个时刻的数据减去当前时刻的数据，然后读出微分后的数据中的两个峰值的位置，由于数据存在误差，每次信号变化会造成波形的不稳定，寻峰时往往会在一处寻到多个峰，我们取时间最靠前的一个为准。

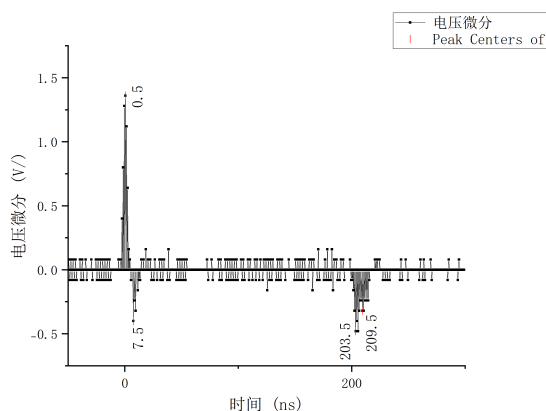


图 11 延迟时间的测量

$$t_d = \frac{1}{2} \times (203.5 - 0.5) \text{ ns} = 101.5 \text{ ns} \quad (5)$$

$$v = \frac{t_d}{l} = \frac{101.5 \text{ ns}}{20 \text{ m}} = 5.75 \text{ ns/m} \quad (6)$$

6.3 特征阻抗

由于滑动变阻器的零点不准，且有一定的螺距误差。我们在调节到阻抗匹配后，将开关盒拆下，用万用表直接测量其电阻，测量结果为

$$Z_0 = 50.4 \Omega \quad (7)$$

6.4 不同长度的传输线对信号的影响

我们将图3中带*的线替换为约1 m长的同轴电缆以及双公头直通线缆，记录到的CH2波形的产生不同长度的延迟。

实验时选双公头直通线缆²，用示波器的光标功能测量此时CH2相对于CH1滞后了约99.20 ns

我们比较了长约为1 m的线缆和0.4 m的线缆的不同延迟情况，如图12所示

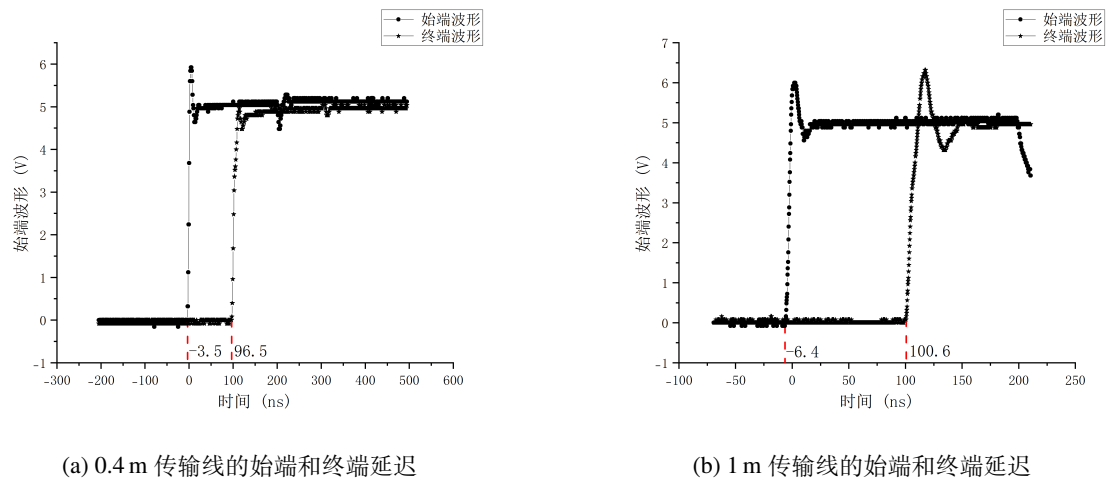


图 12 不同传输线的延迟

结果汇总于表2中

²这组数据未能保存，无法绘制波形，只有实验记录本上的数据

表 2 不同传输线的延迟效果

线缆条件	延迟时间/ns
双公头直通	99.2
0.4 m	100.0
1 m	107.0

七、实验结论

- 通过信号发生器和示波器观察了同轴电缆的阶跃响应，验证了信号在同轴电缆中的反射规律
- 通过信号发生器测量的 20 m 长传输线的传输时间和传播速度

$$t_d = 101.5 \text{ ns}, Z_0 = 5.75 \text{ ns/m}$$

- 通过在负载端接滑动变阻器，结合示波器的波形调节使之匹配，测得同轴电缆的特征阻抗为

$$Z_0 = 50.4 \Omega$$

- 比较了和双公头直通电缆、0.4 m 传输线和 1 m 传输线的延迟，他们的传输延迟依次递增

八、参考文献

- [1] LEO W R. Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments[M]. Springer Berlin Heidelberg, 1994.