

# 康普顿散射

Xuanyi, 复旦大学核科学与技术系

**摘要:** 本实验使用  $^{137}\text{Ce}$  放射源和散射样品 (Al 棒) 以及多道分析器 (MCA) 测量了不同出射角度下的康普顿微分散射截面, 验证了 Klein-Nishina 公式。

## 一、引言

康普顿散射是物质与射线相互作用的基本过程之一, 它对于理解光子的粒子性和波动性质具有重要意义。本实验旨在通过使用  $^{137}\text{Ce}$  放射源和散射样品 (Al 棒), 结合多道分析器 (MCA) 测量不同出射角度下的康普顿微分散射截面, 从而验证 Klein-Nishina 公式。在实验中, 我们将探索康普顿散射现象的能量和微分截面随散射角变化的关系, 并通过实验结果与理论预期的对比来加深对康普顿散射过程的理解。通过本次实验, 我们将深入探讨康普顿散射现象, 加深对其基本原理的理解, 并且掌握康普顿散射效应的测量技术, 为进一步研究光子与物质相互作用提供基础。

## 二、实验目的

1. 了解并掌握 NaI(Tl) 闪烁谱仪的工作原理和使用;
2. 学会康普顿散射效应的测量技术;
3. 验证康普顿散射的能量和微分截面随散射角变化的关系。

## 三、实验原理

### 3.1 散射光子的能量和立体角的关系

根据能动量守恒, 可以推出散射光子和反冲电子的能量和散射角的关系为

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (1)$$

$$E'_e = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{m_e c^2}{E_\gamma (1 - \cos \theta)}}$$

散射光子能量和入射光子能量的比值的关系在图1中展示。

## 3.2 Compton 微分散射截面

Compton 的微分散射截面可以根据 Klein-Nishina<sup>1</sup> 计算（下面的公式处于自然单位制中）

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha^2\omega'^2}{m_e^2\omega^2} \left( \frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2\theta \right) \quad (2)$$

其中  $m_e$  是电子质量， $\alpha$  是电磁耦合常数， $\omega$  是入射光子角频率， $\theta$  是出射角度， $\omega'$  是出射光子角频率，满足

$$\omega' = \left( \frac{1 - \cos\theta}{m_e} + \frac{1}{\omega} \right)^{-1} = \frac{\omega}{1 + \frac{\omega}{m_e}(1 - \cos\theta)}$$

康普顿散微分截面在图2中展示。

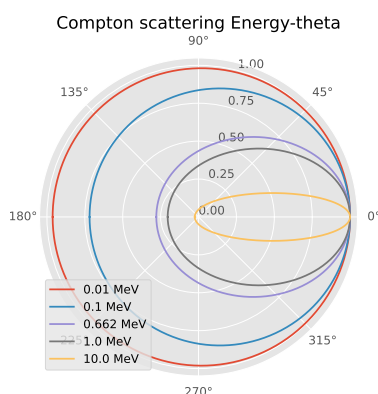


图 1 康普顿散射中散射光子的能量与入射光子能量比值和出射角度的关系，不同的曲线代表不同的入射光子能量

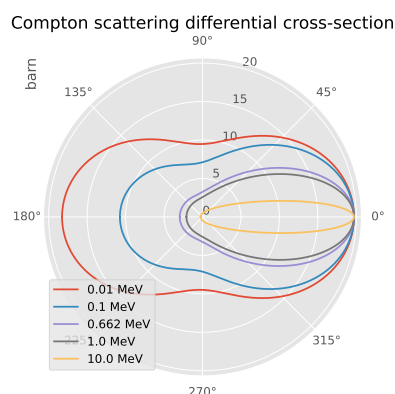


图 2 康普顿散射的微分散射截面，不同的曲线代表不同的入射光子能量

## 3.3 微分散射截面的测量方法

实验上，微分散射截面的物理意义是

$$\frac{dN(\Omega)}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} N_0 N'$$

其中， $N_0$  是入射粒子总数（本实验中是入射光子数）， $N'$  是样品中的参与散射的粒子数，本实验中是参与散射的电子数  $N_e$ 。

实验上不可能真正的测量密度分布函数，只可能测量小区间上的分布。于是公式退化为

$$\Delta N(\Omega) = \frac{d\sigma}{d\Omega} N_0 N' \Delta\Omega$$

其中， $\Delta\Omega$  是探测器的小立体角， $\Delta N(\Omega)$  是该探测器所接收到的某种出射粒子数。

<sup>1</sup>[https://yzhxxzxy.github.io/teaching/1807\\_QFT.pdf](https://yzhxxzxy.github.io/teaching/1807_QFT.pdf)

实验中不会测量样品的电子数  $N_e$  和入射总粒子数  $N_0$ ，只会测量相对截面的大小。所以只有  $\Delta N(\Omega)$  是需要有效测量的。

实验中使用探测器来测量  $\Delta N(\Omega)$ ，需要考虑探测器的全能峰效率  $\epsilon_f$

$$\Delta N_{\text{detect}}(\Omega) = \Delta N(\Omega)\epsilon_f$$

探测效率取决于峰总比  $R$  和探测器本征探测效率  $\epsilon$  以及空间因素（立体角）

$$\begin{aligned}\epsilon_f &= R\epsilon, \eta = \frac{\Omega}{4\pi}\epsilon \\ \Rightarrow \epsilon_f &= R\eta\frac{4\pi}{\Omega}\end{aligned}$$

于是

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Omega) = \frac{N(\Omega)}{R\eta 4\pi N_0 N_e} \quad (3)$$

式中  $N_0, N_e$  无法准确知道， $\eta, R$  是探测器入射能量的函数，在不同角度下，需要根据全能峰位置确定。实验中，仅需测量相对值，于是并不需要知道  $N_0, N_e$  的具体数值，取  $\Omega_0$  作为参考值

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Omega) / \frac{d\sigma}{d\Omega}(\Omega_0) = \frac{N_p(\Omega)}{R(\Omega)\eta(\Omega)} / \frac{N_p(\Omega_0)}{R(\Omega_0)\eta(\Omega_0)} \quad (4)$$

### 3.4 $\gamma$ -能谱分析

$\gamma$ -能谱具有复杂的行为，考虑单能的  $\gamma$ -射线入射，在多道分析器（MCA）中，我们除了期望看到的全能峰以外，还会看到其它的干扰信号，例如康普顿坪和背景散射峰等。

对于得到的  $\gamma$ -能谱数据，需要先使用基线校正减除本底，然后在全能峰处寻峰得到峰位置，根据能量刻度的结果转化为能量值。然后求取全能峰下的总计数作为全能峰面积。

## 四、实验装置

### 试验台号：3-1

- 5 mCi 密封的  $^{137}\text{Cs}$  放射源，1 个；
- 标准  $\gamma$  源，1 套；
- 康普顿散射台，1 套（散射样品中心到探测晶体表面的距离为 226 mm）；
- 散射样品 ( $\Phi 20$  mm 铝棒)，1 支；
- NaI(Tl) 探头  $\Phi 40 \times 40$  mm，1 台；
- BH1324 型一体化多道分析器，1 台；
- PC 机，1 台；

- 双踪示波器，TDS1001B-SC，1 台。

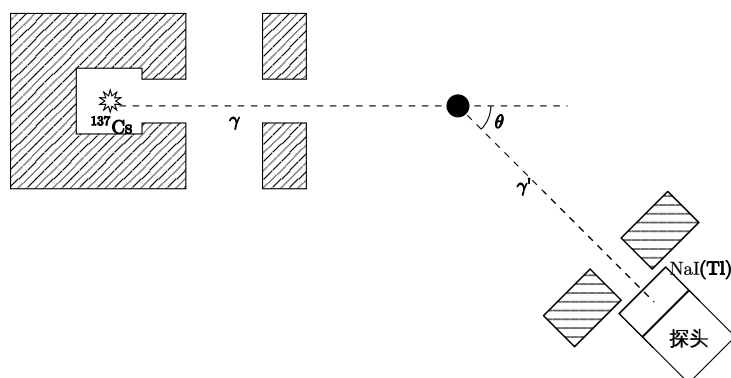


图 3 实验图

## 五、实验内容概要和预习思考题

### 5.1 实验内容

1. 调整 NaI(Tl) 闪烁谱仪系统，并作能量刻度；
2. 改变散射角，测量散射光子的能量  $E'_\gamma$ ，并与理论值作比较；
3. 测量康普顿微分散射截面的相对值，并与理论值作比较。

### 5.2 预习思考题

**预习思考题 1.** 如何确定探测器所加高压和放大器的倍数？

答. 使得在放射源信号的放大器的输出幅度为合适值即可

**预习思考题 2.** 如何确定每个角度处的测量时间？

答. 根据图微分散面的理论结果 (2) 可知，在  $100^\circ$  处的散射截面相对较低，可以先在此条件下进行测量，确定达到所需计数的测量时间。

**预习思考题 3.** 如何去除全能峰处的本底？

答. 这种去除本底的方法在峰分析中称为基线校正 (Baseline Correct)，实际上没有一种确定到方法。我使用的是 python 的包 `peakutils.baseline`，这是一种使用不同阶数的多项式拟合基线的方法，多项式阶数的选择没有详细约定，需要具体情况具体分析。

## 六、实验过程

1. 连接电路，预热半小时。利用示波器观察前置放大器和主放大器的输出信号，调整设备参数，实验仪器的参数设置如表1所示；

2. 打开 MCA 分析软件，本步骤中 MCA 下域设置为 1.0，分别使用标准  $^{137}\text{Cs}$  和  $^{22}\text{Na}$  放射源进行能量定标，即测量两者的全能峰位置。 $^{137}\text{Cs}$  定标用时 695 s， $^{22}\text{Na}$  定标用时 193 s；
3. 设置采集定时 9 min，由于在实际测量过程中发现有效信号在下域一下，所以本步骤中 MCA 下域改设置为 1.0。分别在不同角度  $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$  下，测量出射光子能谱。

表 1 仪器参数表：在能量定标（上述第二步）时下域设置为 2.0，而在测量微分截面时，下域设置为 1.0

参数仪器	参数名称	参数值
探测器	高压	500 V
MCA	道址总数	512
	放大倍数 (刻度值)	8.0
	上域	10.0
	下域 (能量刻度)	2.0
	下域 (截面测量)	1.0

## 七、实验结果和分析

### 7.1 能量刻度

本部分对应第六节的第 2 步，使用标准  $^{22}\text{Na}(0.511 \text{ MeV})$  和  $^{137}\text{Cs}(0.662 \text{ MeV})$  能谱的全能峰位置，确定道址和能量的线性关系。

由于下域的选择，前面的道址对应的定标结果为 0，原能谱在附录中，如图 11 所示。为了排除这部分对数据的影响，我们去除了前 90 道的信号。标准源的本底减除处理和寻峰结果如图 4 所示，根据寻峰结果得到的能量刻度结果如图 5 以及表 2 所示。这里本底检出使用的方法是 `peakutils.baseline`，参数选择 Na 源：deg=4，Cs 源：deg=3。

表 2 标准源全能峰位置

放射源	峰值	半峰宽
Na	324	32.5
Cs	417	34.9

能量刻度的结果为

$$E(\text{MeV}) = 0.001624 \cdot i - 0.01506 \quad (5)$$

其中  $E$  是以 MeV 为单位的能量， $i$  则是道址编号。

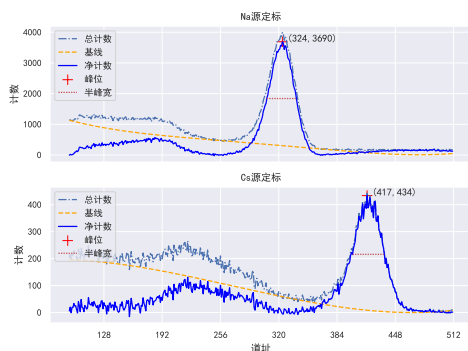


图4 标准源的能谱数据处理

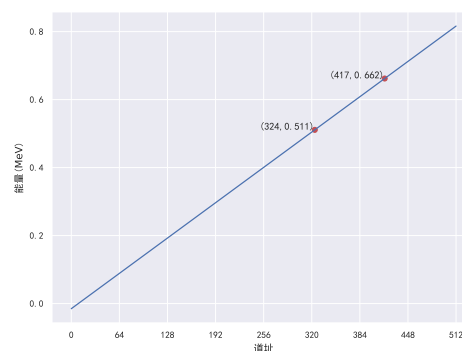


图5 能量刻度结果

## 7.2 效率校刻

根据讲义提供的测量数据，得到峰总比  $R$  以及源探测效率  $\eta$  随能量变化的如图6所示，我们使用的方法是三次样条插值。

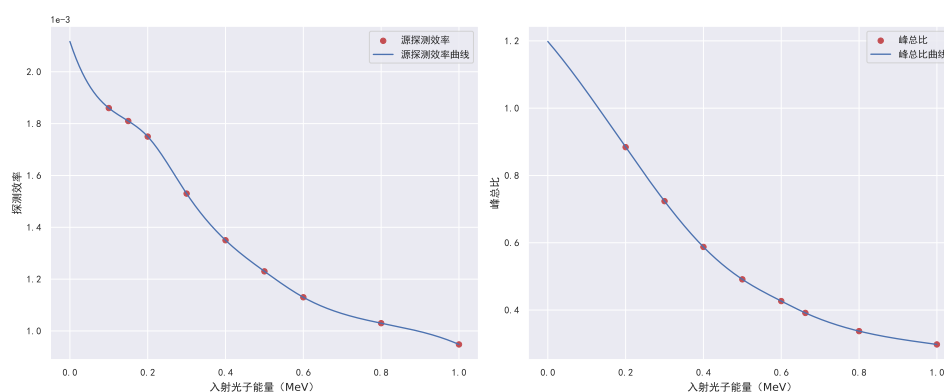


图6 效率校刻结果

## 7.3 能谱分析

本部分对应第六节的第3步，类似之前对标准源能谱的处理。原始能谱在附录中，如图12。

我们先去除了前，前使用 `peakutils.baseline` 进行本底减除，本底减除的结果如图7，寻峰以及峰积分的结果如图8所示。

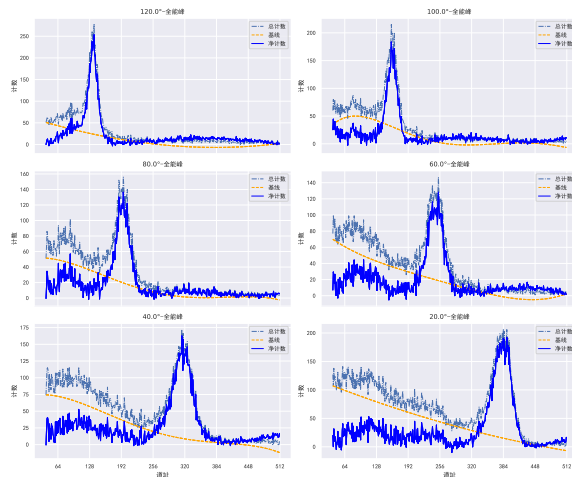


图 7 微分散射截面能谱数据的极限校正

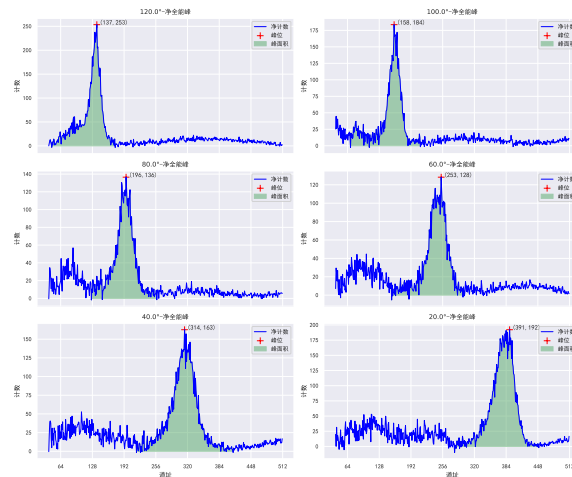


图 8 微分散射截面能谱数据的全能峰群峰以及峰积分

表 3 测量微分散射截面不同角度的入射能谱数据处理结果

角度	基线参数 deg	峰位值	峰面积	能量 (MeV)	峰总比 ( $\times 10^{-2}$ )	源探测效率	相对计数值
20.0	2	391	9413.9	0.620	1.114	0.4150	1.000
40.0	4	314	8113.1	0.495	1.236	0.4953	0.651
60.0	4	253	5171.0	0.396	1.356	0.5926	0.316
80.0	4	196	5190.6	0.303	1.523	0.7188	0.233
100.0	5	158	5580.4	0.241	1.668	0.8159	0.201
120.0	3	137	7505.9	0.207	1.738	0.8719	0.243

### 7.3.1 出射能量分析

表3中的能量与按照式(1)的理论计算结果对比, 得到图9和表4所示。

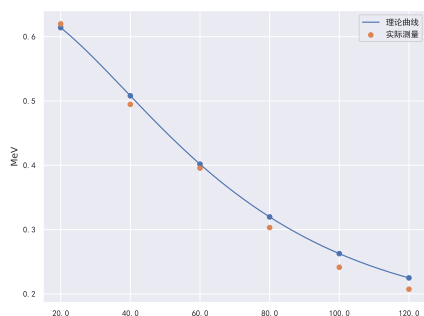


图 9 不同角度的能量测量值和理论值

表 4 不同角度的能量测量值和理论值及其误差

角度	理论值 (MeV)	测量值 (MeV)	相对误差 (%)
20.0	0.614	0.620	0.94
40.0	0.508	0.495	2.61
60.0	0.402	0.396	1.50
80.0	0.320	0.303	5.18
100.0	0.263	0.241	8.06
120.0	0.225	0.207	7.80

可以发现当角度较小时的测量值比较准确, 而当测量值较大时, 测量值误差较大。这可能有如下原因

1. 小角度散射的微分散射截面较大（图1），从而计数大，对应的误差更小，测量值更为准确。;
2. 观察图7，可以发现角度大时峰位值向左偏，峰左侧的康普顿坪有部分被下域掩盖，于是所造成的不同长度的康普顿坪对基线和寻峰有一定的影响，这在120°的情况影响最大;
3. 测量仪器存在一定的误差。

为了获得更准确的结果，可以考虑使用测量更长的时间来增加计数值、或者使用针对 $\gamma$ -能谱的峰分析算法，以减少康普顿坪造成的影响。

### 7.3.2 微分散射截面分析

表3中的相对微分截面与按照式(2)的理论计算结果对比，得到图10和表5所示。

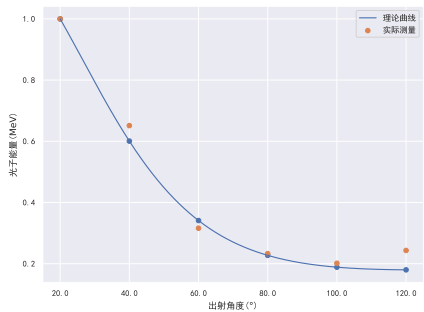


图 10 不同角度的相对散射截面的测量值和理论值

表 5 不同角度的相对微分散射截面

角度	理论值	测量值	相对误差 (%)
20.0	1.000	1.000	0.00
40.0	0.601	0.651	8.42
60.0	0.341	0.316	7.32
80.0	0.227	0.233	2.46
100.0	0.189	0.201	6.81
120.0	0.180	0.243	35.25

从图10可以看出，微分散射截面的测量值大体上符合理论规律，存在一定的误差。误差可能的来源同上一小节，可能是康普顿坪被下域掩盖，从而使得基线校正算法不理想所致。

同样误差最大发生在120°处，此处出现了非常明显的上升，这和理论较为不符合。除了上面的问题，推测还有可能的原因如下

1. 此时的散射光子能量较低，探测器更容易捕获，从而实际探测到的全能峰（光电峰）面积更大。
2. 在散射材料中，单能 0.662 MeV  $\gamma$ -射线产生了次级能量更低的  $\gamma$  射线发散了康普顿散射，从图2可以看出，入射能量较低的康普顿散射微分散射截面会在大角度处产生回升。
3. 20°可能不是一个合适的参考值，选择不同的参考值会对结果产生不同的影响。

## 八、实验结论

1. 使用  $^{137}\text{Cs}$  源产生的  $\gamma$ -射线对 Al 材料进行散射，在不同角度测量了散射  $\gamma$ -能谱。



2. 根据能谱中的全能峰位置，验证了康普顿散射公式(1)
3. 根据能谱中的全能峰面积，验证了 Klein-Nishina 公式(2)

## A、附录

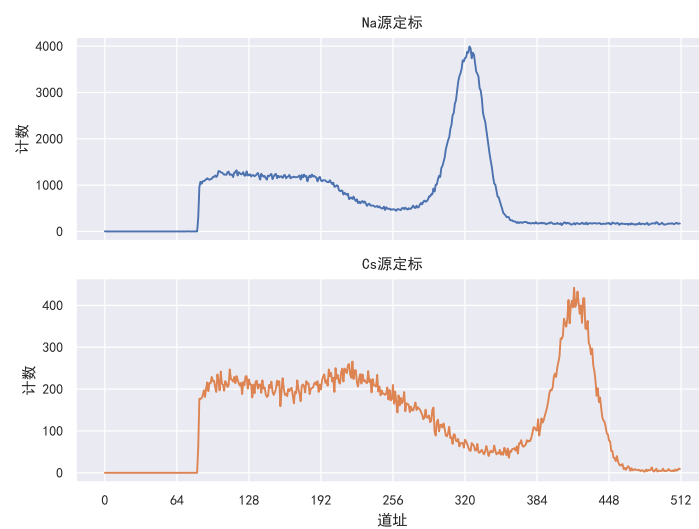


图 11 标准源的全道址能谱数据

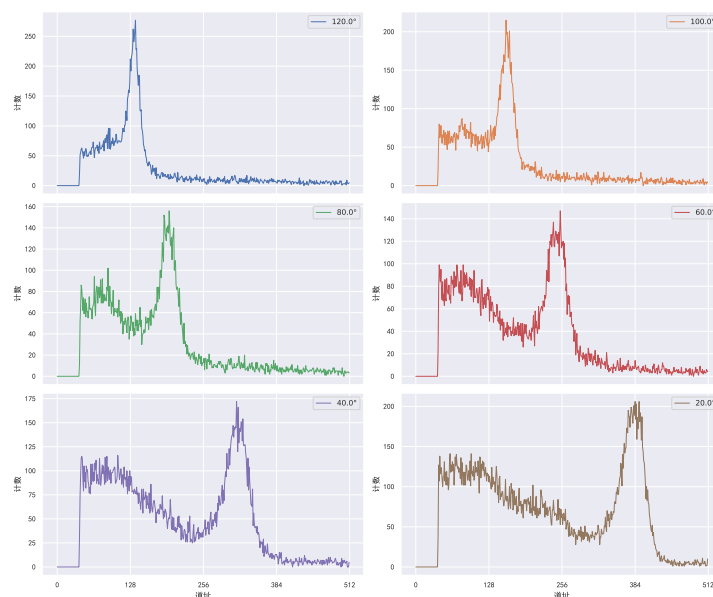


图 12 不同方向测量结果的全道址能谱数据