**数理逻辑复习题**

1. **将下列命题符号化**

(1)刘晓月跑得快，跳得高。

p∧q，其中，p：刘晓月跑得快，q：刘晓月跳得高。

(2)老王是山东人或河北人。

p∨q，其中，p：老王是山东人，q：老王是河北人。

(3)因为天气冷，所以我穿了羽绒服。  
p→q，其中，p：天气冷，q：我穿了羽绒服。

(4)王欢与李乐组成一个小组。  
p，其中，p：王欢与李乐组成一个小组，是简单命题。

(5)如果天下大雨，他就乘班车上班。

p→q，其中，p：天下大雨，q：他乘班车上班。

(6)只有天下大雨，他才乘班车上班。

p→q，其中，p：他乘班车上班，q：天下大雨。

(7)除非天下大雨，他才乘班车上班。

p→q，其中，p：他乘班车上班，q：天下大雨。

1. **判断下列公式的类型：**

（1）p→(p∨q∨r)  
（2）(p→┐q)→┐q  
（3）┐(q→r)∧r  
（4）(p→q)→(┐q→┐p)  
（5）(p∧r)1(┐p∧┐q)  
（6）((p→q)∧(q→r))→(p→r)  
 （7）(p→q)1(r1s)

**答案：**(1)、(4)、(6)为重言式。

 (3)为矛盾式。

 (2)、(5)、(7)为可满足式。

1. **用等值演算法证明下面等值式：**

（1）**¬**(p1q)16(p∨q)∧**¬**(p∧q)

（2）(p∧**¬**q)∨(**¬**p∧q)16(p∨q)∧**¬**(p∧q)

**答案：**（1）┐(p1q)  
 16┐((p→q)∧(q→p))  
 16┐((┐p∨q)∧(┐q∨p))  
 16(p∧┐q)∨(q∧┐p)  
 16(p∨q)∧(p∨┐p)∧(┐q∨q)∧(┐p∨┐q)  
 16(p∨q)∧┐(p∧q)

（2）(p∧┐q)∨(┐p∧q)

16(p∨┐p)∧(p∨q)∧(┐q∨┐p)∧(┐q∨q)

16(p∨q)∧┐(p∧q)

1. **求下列公式的主析取范式，再用主析取范式求合取范式：**

 （1）(p∧q)∨r

（2）(p→q)∧(q→r)

**答案：（1）m1∨m3∨m5∨m6∨m716M0∧M2∧M4**

**（2）m0∨m1∨m3∨m716M2∧M4∧M5∧M6**

1. **用附加前提法证明下面各推理：**

（1）前提：p→(q→r), s→p, q

结论：s→r

**证明：**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **①s** | **附加前提引入** |
|  | **②s→p** | **前提引入** |
|  | **③p** | **①②假言推理** |
|  | **④p→(q→r)** | **前提引入** |
|  | **⑤q→r** | **③④假言推理** |
|  | **⑥q** | **前提引入** |
|  | **⑦r** | **⑤⑥假言推理** |

（2）前提：(p∨q)→(r∧s), (s∨t)→u

     结论：p→u

**证明：**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **①p** | **附加前提引入** |
|  | **②p∨q** | **①附加** |
|  | **③(p∨q)→(r∧s)** | **前提引入** |
|  | **④r∧s** | **②③假言推理** |
|  | **⑤s** | **④化简** |
|  | **⑥s∨t** | **⑤附加** |
|  | **⑦(s∨t)→u** | **前提引入** |
|  | **⑧u** | **⑥⑦假言推理** |

1. **用归谬法证明下面推理：**

**前提：p→┐q, ┐r∨q, r∧┐s**

**结论：┐p**

**（1）证明：**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **①p** | **结论否定引入** |
|  | **②p→┐q** | **前提引入** |
|  | **③┐q** | **①②假言推理** |
|  | **④┐r∨q** | **前提引入** |
|  | **⑤┐r** | **③④析取三段论** |
|  | **⑥r∧┐s** | **前提引入** |
|  | **⑦r** | **⑥化简** |
|  | **⑧┐r∧r** | **⑤⑦合取** |

  ⑧为矛盾式，由归谬法可知，推理正确。

**前提：p∨q, p→r, q→s**

**结论：r∨s**

**证明：**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **①┐(r∨s)** | **结论否定引入** |
|  | **②p∨q** | **前提引入** |
|  | **③p→r** | **前提引入** |
|  | **④q→s** | **前提引入** |
|  | **⑤r∨s** | **②③④构造性二难** |
|  | **⑥┐(r∨s)∧(r∨s)** | **合取** |

**⑥为矛盾式，所以推理正确。**

1. **给定解释I如下：**

  (a) 个体域D={3,4}。  
  (b) *f*(x)为*f*(3)=4，*f*(4)=3。  
  (c) *F*(x,y)为*F*(3,3)=*F*(4,4)=0，*F*(3,4)=*F*(4,3)=1。

试求下列公式在***I***下的真值：

  (1) 2x3yF(x,y)  
  (2) 3x2yF(x,y)  
  (3) 2x2y(F(x,y)→F(f(x),f(y)))

**答案：**(1) 2x3yF(x,y)  
 16(F(3,3)∨F(3,4))∧(F(4,3)∨F(4,4))  
 16(0∨1)∧(1∨0)161  
(2) 3x2yF(x,y)  
 16(F(3,3)∧F(3,4))∨(F(4,3)∧F(4,4))  
 16(0∧1)∨(1∧0)160  
(3) 2x2y(F(x,y)→F(f(x),f(y)))  
 16(F(3,3)→F(f(3),f(3)))  
  ∧(F(4,3)→F(f(4),f(3)))  
  ∧(F(3,4)→F(f(3),f(4)))  
  ∧(F(4,4)→F(f(4),f(4)))  
 16(0→0)∧(1→1)∧(1→1)∧(0→0)161

1. 给定解释***I***如下：

  （a）个体域*D*=*N*（*N*为自然数）。  
  （b）*D*中特定元素a=2。  
  （c）*D*上函数*f*(*x*,*y*)=*x*＋*y*，*g*(*x*,*y*)=*x*·*y*。

  （d）*D*上谓词*F*(*x*,*y*)：*x*=*y*。

  说明下列公式在**I**下的含义，并指出各公式的真值：

  （1）2x*F*(*g*(*x,a*),*x*)  
  （2）2x2y(*F*(*f*(*x,a*),*y*)→*F*(*f*(*y,a*),*x*))  
  （3）2x2y3z(*F*(*f*(*x*,*y*),*z*)  
  （4）3x*F*(*f*(*x*,*x*),*g*(*x*,*x*))

  (1) 2x(x·2=x)，真值为0。  
  (2) 2x2y((x+2=y)→(y+2=x))，真值为0。  
  (3) 2x2y3z(x+y=z),真值为1。  
  (4) 3x(x+x=x·x),真值为1。