Identificazione sistema di cariche puntiformi da misure di potenziale

Il nostro sistema è composto da N cariche all’interno di un brick immaginario, chiamato *bounding box*, cui conosciamo la posizione di N-1 cariche mentre una carica è ignota. Abbiamo M misuratori di potenziale elettrico, posti su un brick più esterno e tramite le misurazioni di questi, vogliamo cercare di capire dove si trova la carica ignota.

Sappiamo che il potenziale elettrico V di una generica carica è direttamente proporzionale al valore della carica e inversamente proporzionale alla distanza che vi è tra il misuratore e la carica, in particolare *,* dove è la costante dialettrica, trovandoci nel vuoto è pari a 8.8544\*10-12. Trovandoci in un sistema di 3 dimensioni, la distanza 2 . Il sistema di riferimento è posto al centro del nostro brick, come mostrato in figura.

qqx

z

m

y

xx

Effettuiamo una serie di normalizzazioni del potenziale e sulla base di tre fattori: il primo sulla costante , in quanto ipotizziamo che tutte le cariche hanno lo stesso valore; il secondo invece è sulla massima distanza che ci può essere tra la carica e il misuratore che corrisponde alla diagonale del brick, che ipotizziamo essere un cubo di lato 1, di conseguenza la diagonale è pari a ; il terzo fattore invece è sul numero di campionamenti che noi facciamo e quindi il numero di misuratori che utilizziamo cioè M.

Abbiamo quindi che il potenziale elettrico normalizzato della generica carica *i* e del misuratore *j* è Vj = . Possiamo quindi calcolare il potenziale elettrico visto dal misuratore *j* come somma dei potenziali delle singole cariche, che però non conoscendo la posizione della carica incognita, è lasciata come incognita .

Mettendo un secondo brick esterno sui cui andare ad appoggiare le cariche, andiamo ad eliminare la condizione di singolarità in cui la distanza tra carica e misuratore risulta essere nulla e quindi il potenziale andrebbe all’infinito.

Definiamo quindi la funzione di errore come la differenza tra il potenziale misurato dal j-esimo misuratore e quello calcolato nel modo precedente, ipotizzando che la carica incognita sia nella posizione **x**. Nel caso in cui tale errore fosse zero allora significa che la posizione considerata è quella cercata.

Abbiamo quindi che l’errore è un vettore colonna definito nel modo seguente .

Il nostro intento è quello di minimizzare l’errore del nostro sistema e ciò che facciamo è definire una funzione di costo come somma dei quadrati dei singoli errori e ciò che dobbiamo fare è minimizzare tale funzione.