自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

……密……封……线……

东 南 大 学 考 试 试 卷 (A 卷)

课程名称 数值分析 考试学期 12-13-2 得分______

适用专业 工学硕士 考试形式 闭卷 考试时间长度 150分钟

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
批阅人											

(本试卷共10题，每题10分，可以带计算器)

1. 已知$x_1 = 0.341$, $x_2 = 2.724$均为有效数字. 设$f(u,v) = u^2 + \sin v$, 求$f(x_1, x_2)$的绝对误差限和相对误差限.

2. 用列主元Gauss消去法求下列线性方程组的解

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

3. 给定方程$x^3+2x-1=0$. 分析该方程存在几个实根，用迭代法求出这些根(精确到4位有效数字)，并讨论所用迭代方法的收敛性.

线

4. 求实参数α的取值范围，使以下迭代格式收敛

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = (1-\alpha)x_1^{(k)} + x_2^{(k)} + 4\alpha, \\ x_2^{(k+1)} = \alpha x_1^{(k+1)} - x_2^{(k)} - 3\alpha + 1. \end{cases}$$

封

密

5. 求一个4次多项式 $p(x)$ 使它经过点$A(0,1)$和$B(4,0)$，且在点$x=1$与曲线$y=\ln x$相切，在点$x=2$处有平行x轴的切线.

线

6. 已知函数 $f(x)\in C^3[0,2]$. 给定求积公式

$$\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x \approx Af(0)+Bf(x_0).$$

封

(1) 试确定参数A,B,x_0，使该求积公式代数精度尽可能高，指出所达到的最高代数精度次数；

(2) 推导出以上所得到的求积公式的截断误差表达式.

密

7. 求a和b使得

$$\int_0^{\pi}(\sin x-a-bx)^2\mathrm{d}x$$

取得最小值.

线

8. 已知$y=f(x)$的如下函数值表

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4.9	7.3	11.9	13.4	15.5	20.1	24.3	36.7	41.6

封

用复化求积公式求$\int_0^8 f(x)\mathrm{d}x$的近似值，并估计误差.

密

9. 考虑常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = f(x, y), \quad a \le x \le b, \\ y(a) = \eta \end{cases}$$

的数值求解. 取正整数 n, 记 $h = \frac{b-a}{n}$, $x_i = a + ih$, $0 \le i \le n$. 试确定常数 A, B, C 使求解公式

$$y_{i+1} = y_i + h[Af(x_{i+1}, y_{i+1}) + Bf(x_i, y_i) + Cf(x_{i-1}, y_{i-1})]$$

有尽可能高的精度，并指出所得公式的阶数.

线

封

密

10. 给定如下抛物型方程的初边值问题

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2u = 0, & 0 < x < 1,\ 0 < t \le 1, \\[2ex] u(x,0) = g(x), & 0 \le x \le 1, \\[2ex] u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0, & 0 < t \le 1, \end{cases}$$

其中$g(x)$为已知函数，且$g(0) = g(1) = 0$. 假设上述问题存在光滑解. 取正整数M, N，记$h = 1/M,\ \tau = 1/N,\ x_i = ih,\ t_k = k\tau$.

(1) 建立求解此问题的隐式差分格式，并给出局部截断误差表达式；

(2) 证明此差分格式的收敛性.