东 南 大 学 考 试 试 卷 (A 卷)

课程名称 数值分析 考试学期 11-12学年秋学期 得分______

适用专业 各专业工科研究生 考试形式 闭卷 考试时间长度 150分钟

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
批阅人										

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名______ 学号______

线 封 密

一. (每小题4分，共20分)填空

1. 已知 $x_1 = 0.724$, $x_2 = 1.25$ 均为有效数. 则 $|e_r(x_1x_2)| \le$ ______________, $|e(x_1/x_2)| \le$ ______________.

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2\sqrt{5} \\ -2\sqrt{5} & 4 \end{pmatrix}$, 则 $\|A\|_\infty =$ ____________, $\mathrm{cond}(A)_2 =$ ____________.

3. 超定方程组 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ 的最小二乘解为 $x_1 =$ ____________, $x_2 =$ ______________.

4. 用 Simpson 公式计算积分 $\int_0^1 e^{x^2}\mathrm{d}x$ 的近似值为 ______________.

5. 设 $s(x) = \begin{cases} x^3, & 0 \le x \le 1, \\ ax^2 + bx + 1, & 1 \le x \le 2 \end{cases}$ 是以 0, 1, 2 为节点的三次样条函数，则 $a =$ ____________, $b =$ ____________.

二. (8分) 给定方程 $\mathrm{e}^x - \frac{1}{2}x - 2 = 0$. 分析此方程有几个实根；并用迭代法求此方程的正根，精确至3位有校数.

线

封

密

三. (8分) 用列主元Gauss消去法求线性方程组:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 5 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6 \\ -3x_1 + x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

四. (10分) 给定求解线性方程组 $Ax=b$ 的迭代格式

$$Bx^{(k+1)}+\omega Cx^{(k)}=b,$$

其中 $B=\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 试确定 ω 的值使上述迭代格式收敛.

线

封

密

五. 作一个3次多项式 $H(x)$ 使得

$$H(a) = b^3,\quad H(b) = a^3,\quad H''(a) = 6b,\quad H''(b) = 6a.$$

六. (10分) 求函数 $f(x) = x^4$ 在区间 $[0,1]$ 上的一次最佳一致逼近多项式 $p(x)$.

线

封

密

七. (12分) 已知函数 $f(x) \in C^4[a,b]$, $I(f) = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

1. 写出以 a, b 为二重节点所建立的 $f(x)$ 的3 次 Hermite 插值多项式 $H(x)$ 及差值余项;
2. 根据 $f(x) \approx H(x)$, 建立一个求解 $I(f)$ 的数值求积公式 $I_H(f)$, 并分析该公式的截断误差和代数精度.

密 封 线

八. (10分) 给定常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = f(x,\, y), \quad a \le x \le b, \\ y(a) = \eta. \end{cases}$$

取正整数 n, 并记 $h = (b-a)/n,\ x_i = a + ih,\ 0 \le i \le n$. 试确定参数 A, B, C 使求解公式

$$y_{i+1} = Ay_i + (1-A)y_{i-1} + h[Bf(x_{i+1}, y_{i+1}) + Cf(x_i, y_i)]$$

的局部截断误差 R_{i+1} 达到最高，指出所达到的最高阶数并给出局部截断误差表达式.

线

封

密

九. (12分)给定如下抛物型方程初边值问题

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 3 - 3x, & 0 < x < 1,\ 0 < t < 1, \\ u(x,0) = x^3, & 0 \le x \le 1, \\ u(0,t) = 3t,\ u(1,t) = 1 + 3t, & 0 < t \le 1 \end{cases}$$

取步长 $h = 1/3$, $\tau = 1/4$. 用古典隐格式计算解 $u(x,t)$ 在点 $(\frac{1}{3},\frac{1}{4}),(\frac{2}{3},\frac{1}{4}),(\frac{1}{3},\frac{1}{2}),(\frac{2}{3},\frac{1}{2})$ 处的近似值.