

## 1. 潮流计算

潮流计算的定义：根据给定的网络结构及运行条件，求出整个网络的运行状态  
(包括各母线电压、功率 分布及网损)

作用：a. 离线计算：安排运行方式、规划供电方案、故障分析、优化计算  
b. 在线计算：安全分析等

基本潮流算法的特点

- (1) 高斯-塞德尔法：  
基于节点导纳矩阵，原理算法简单；  
收敛速度慢  
迭代次数将随所计算网络节点数的增加而直线上升  
病态条件的系统，计算往往会发生收敛困难
- (2) 牛顿法  
收敛速度快且具有良好的收敛可靠性，应用最广泛
- (3) 快速解耦法  
计算速度快于牛顿法、占用内存少于牛顿法， $B'$  及  $B''$  是常数对称阵
- (4) 保留非线性的潮流计算  
引入泰勒级数的高阶项，提高精度  
计算速度接近快速解耦法，收敛可靠性更好
- (5) 最小化潮流算法  
原理上保证计算过程不会发散，最有乘子法能有效解决病态潮流问题

## 2. 快速解耦法基本型、XB 型、BX 型比较

高压交流输电网中， $R \ll X$ ，有功与电压相角强相关，无功与电压模值强相关

线路两端电压相角相差不大， $\cos \theta_{ij} \approx 1$

基本型：形成  $B'$  和  $B''$  矩阵都用精确的电纳  $B$

XB 型：形成  $B'$  矩阵时不计电阻  $R$ ，只记电抗  $X$ ；形成  $B''$  矩阵时仍用精确的电纳  $B$

BX 型：形成  $B'$  矩阵时仍用精确的电纳  $B$ ；形成  $B''$  矩阵时不计电阻  $R$ ，只记电抗  $X$

XB 型、BX 型改造的目的是提高收敛，应用于基本型收敛不佳的场合，如大  $R/X$  支路  
BX 方案优于 XB 方案

## 3. 移相器对节点导纳矩阵的影响

#### 4. 稀疏存储的几种主要格式

稀疏矩阵存储特点：排零存储，即只存储非零元和有关的检索信息

##### a. 散居格式：

##### b. 按行（列）存储格式：按行顺序依次存储非零元，同一行元素依次排在一起

VA：按行存储 A 中非零元  $a_{ij}$

JA：按行存储 A 中非零元的列号

IA：记录 A 中每行第一个非零元在 VA 中的位置

##### c. 三角检索存储格式：

如果 A 结构在计算过程中发生变化，则其中非零元分布位置发生变化检索信息也发生变化，很不方便。解决方法：d

##### d. 链表存储格式：除了按行存储格式三个数组外，增加以下辅助检索数组

LINK：下一个非零元在 VA 中的位置；对每行最后一个非零元，该值置为 0

NA：每行非零元的个数

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \\ & & a_{33} & \\ & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} VA &= [a_{11} \ a_{12} \ a_{14} \ a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{33} \ a_{42} \ a_{43} \ a_{44}] \\ JA &= [1 \ 2 \ 4 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3 \ 2 \ 3 \ 4] \\ LINK &= [2 \ 3 \ 0 \ 5 \ 6 \ 0 \ 0 \ 9 \ 10 \ 0] \\ IA &= [1 \ 4 \ 7 \ 8 \ 11] \\ NA &= [3 \ 3 \ 1 \ 3] \end{aligned}$$

当新增加一个非零元素时，可把它排在最后，并根据该非零元素在该行中的位置的不同来修改其相邻元素的 LINK 值。

例如，新增  $a_{13}$ ，把  $a_{13}$  排在第 11 个位置，把  $a_{12}$  的 LINK 值由 3 改为 11， $a_{13}$  本身的 LINK 值置为 3，NA(1) 增加 1，变为 4。

#### 8. 因子表的作用，给出不同分解方式的因子矩阵元素能写出相应因子表

对线性方程组的系数矩阵 A 进行三角分解，所得的下三角矩阵用于消元运算，而上三角因子矩阵则用于回代运算。

对于需要多次求解的方程组，可以把三角形因子矩阵的元素以适当的形式贮存起来以备反复应用，从而加快计算过程。

三角分解法：

L：单位下三角矩阵

C：下三角矩阵

用于消元运算

D：对角线矩阵

对消元后右端常数作规格化处理

U：单位上三角矩阵

R：上三角矩阵

用于回代运算

##### a. LR 分解

##### b. CU 分解：相当于安航消元逐行规格化的高斯消去法

##### c. LDU 分解：R=DU，U 是对 R 做规格化得，D 是 R 阵的对角线元素

因子表存放：L、U 对角元都是 1，不必存放

由于对角元在计算过程中作除数出现，故存放时存对角元的倒数

##### LR分解

$r_{11}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$\cdots$	$r_{1n}$
$l_{11}$	$r_{22}$	$r_{23}$	$\cdots$	$r_{2n}$
$l_{31}$	$l_{32}$	$r_{33}$	$\cdots$	$r_{3n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$l_{n1}$	$l_{n2}$	$l_{n3}$	$\cdots$	$r_{nn}$

##### CU分解

$c_{11}$	$u_{12}$	$u_{13}$	$\cdots$	$u_{1n}$
$c_{11}$	$c_{22}$	$u_{23}$	$\cdots$	$u_{2n}$
$c_{31}$	$c_{32}$	$c_{33}$	$\cdots$	$u_{3n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$c_{n1}$	$c_{n2}$	$c_{n3}$	$\cdots$	$c_{nn}$

##### LDU分解

$d_{11}$	$u_{12}$	$u_{13}$	$\cdots$	$u_{1n}$
$l_{11}$	$d_{22}$	$u_{23}$	$\cdots$	$u_{2n}$
$l_{31}$	$l_{32}$	$d_{33}$	$\cdots$	$u_{3n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$l_{n1}$	$l_{n2}$	$l_{n3}$	$\cdots$	$d_{nn}$

因子表意义:

形成因子表过程中减少了计算量, 更重要的是减少了求解方程组时前代和回代的计算量

## 例2-2 按行消元逐行规格化的高斯消去法

$$\left. \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \\ 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 12 \\ 3 & 7 & -1 & 13 \\ 5 & -4 & 2 & 5 \end{array} \right]$$

S1. 规格化第一行

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1^{(1/2)} & 3/2 & 1/2 & 6 \\ 3 & 7 & -1 & 13 \\ 5 & -4 & 2 & 5 \end{array} \right]$$

S2. 一、二行相消

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 3/2 & 1/2 & 6 \\ (3) & \frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & -5 \\ 5 & -4 & 2 & 5 \end{array} \right]$$

S3. 规格化第二行

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 3/2 & 1/2 & 6 \\ & 1^{(2/5)} & -1 & -2 \\ 5 & -4 & 2 & 5 \end{array} \right]$$

S4. 一、三行相消

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{3}{2} & 1/2 & 6 \\ & 1 & -1 & -2 \\ (5) & -\frac{23}{2} & -\frac{1}{2} & -25 \end{array} \right]$$

S5. 二、三行相消

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 3/2 & 1/2 & 6 \\ & 1 & -1 & -2 \\ & -23/2 & -12 & -48 \end{array} \right]$$

S6. 第三行规格化

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 3/2 & 1/2 & 6 \\ & 1 & -1 & -2 \\ & & 1^{(-1/12)} & 4 \end{array} \right]$$

即 CU 分解因子表

$$\begin{bmatrix} 1/c_{11} & u_{12} & u_{13} \\ c_{21} & 1/c_{22} & u_{23} \\ c_{31} & c_{32} & 1/c_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 3/2 & 1/2 \\ 3 & 2/5 & -1 \\ 5 & -23/2 & -1/12 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & & \\ 3 & 5/2 & \\ 5 & -23/2 & -12 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & 1/2 \\ & 1 & -1 \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad C=LD$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 1.5 & 1 & \\ 2.5 & -4.6 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & & \\ & 2.5 & \\ & & -12 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & 1/2 \\ & 1 & -1 \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 1.5 & 1 & \\ 2.5 & -4.6 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ & 2.5 & -2.5 \\ & & -12 \end{bmatrix} \quad R=DU$$

## 高斯消元与消去节点的关系

以高斯消元法逐列消元，对应于以消去节点法逐个消去节点

消元过程中的注入元，在物理意义上对应于由于消去某节点而出现新的互联支路导纳。

就形成因子表而言，三角分解法与高斯消元法完全等效，而以高斯消元法逐列消元又对应于以消去节点法逐个消去节点，因此可通过考察消去节点以考察因子表的形成

基于如上关系，高斯消元后如出现注入元，该注入元也将出现在三角分解后所得的上、下三角矩阵中，并将出现在所形成的因子表中。

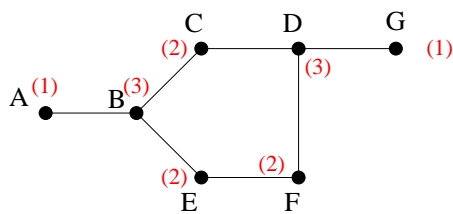
因子表中是否会出现注入元等价于网络消去节点后是否会出现新的互联支路。

## 掌握三种节点优化编号方法

静态优化法—按静态联结支路数的多少编号。按节点出线支路数由少到多编号，出线支路数相同节点可任意编号

半动态优化法—按动态联结支路数的多少编号。选出线支路数最少的节点编号，消去该节点，修正其他节点出线支路数。重复上述过程

动态优化法—按动态增加支路数的多少编号。一次试探消去各节点，统计消去各节点时增加的支路数，悬着增加之路最少的一个节点编号，然后消去该节点。重复上述过程，知道所有节点编号。



5. 理解泰勒展开式。保留非线性潮流与牛顿法潮流算法迭代公式差别  
精确泰勒展开：

$$y^s = y(x) = A \begin{bmatrix} x_1 x \\ \vdots \\ x_2 x \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n x \end{bmatrix}$$

$$y^s = y(x^{(0)}) + J\Delta x + \frac{1}{2}H \begin{bmatrix} \Delta x_1 \Delta x \\ \Delta x_2 \Delta x \\ \vdots \\ \Delta x_n \Delta x \end{bmatrix}$$

将 $x_i$ 写成 $x_i = x_i^{(0)} + \Delta x_i$ ，于是

$$\begin{aligned} x_i x_j &= (x_i^{(0)} + \Delta x_i)(x_j^{(0)} + \Delta x_j) \\ &= x_i^{(0)} x_j^{(0)} + x_i^{(0)} \Delta x_j + x_j^{(0)} \Delta x_i + \Delta x_i \Delta x_j \end{aligned}$$

带入得

$$y^s = A \begin{bmatrix} x_1^{(0)} x_1^{(0)} \\ x_1^{(0)} x_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_n^{(0)} x_n^{(0)} \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \Delta x_1 \\ x_1^{(0)} \Delta x_2 \\ \vdots \\ x_n^{(0)} \Delta x_n \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} \Delta x_1 x_1^{(0)} \\ \Delta x_1 x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n x_n^{(0)} \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} \Delta x_1 \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \Delta x_n \end{bmatrix}$$

$$y^s = y(x^{(0)}) + J\Delta x + y(\Delta x)$$

$$y^s = y(x^{(k)}) + J\Delta x^{(k)} + y(\Delta x^{(k)})$$

牛顿法：逐次线性化

$$\begin{aligned} \Delta x^{(k)} &= (J(x^{(k)}))^{-1} [y^s - y(x^{(0)})] \\ x^{(k+1)} &= x^{(k)} + \Delta x^{(k)} \end{aligned}$$

保留非线性法：泰勒级数前三项，即取到二阶项，更精确，以提高算法收敛性和速度

$$\begin{aligned} \Delta x^{(k+1)} &= (J(x^{(0)}))^{-1} [y^s - y(x^{(0)}) - y(\Delta x^{(k)})] \\ x^{(k+1)} &= x^{(0)} + \Delta x^{(k+1)} \end{aligned}$$

差别：

牛顿法	雅可比矩阵在迭代过程中是变化的，每次迭代重新形成矩阵和因子表	平方收敛特性，迭代次数少
保留非线性	雅可比矩阵恒定不变，只需形成一次，且可预先进行三角分解形成因子表	线性收敛特性，迭代次数多，但总计算时间少

算法特点：在收敛性方面，属于“等斜率法”的范畴，和牛顿法的平方收敛特性相比，达到收敛的迭代次数较牛顿法多，但总计算时间少。与快速解耦法相比，速度稍慢且内存占用量大。因此提出了直角坐标形式包括二阶项的快速潮流算法

6. 定雅可比牛顿法与保留非线性潮流的联系

定雅可比牛顿法是经典的牛顿法的一种简化形式，即将由变量初值计算得到的雅可比矩阵不变地用于整个迭代过程。

只要初始值相同，并且第一次迭代时不计非线性项，则在两种方法随后的每一步迭代中，将得到完全重合的中间迭代点，从而最后结果也是相同的。

所以，两种方法是等同的。

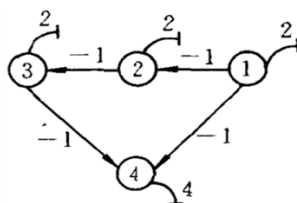
## 7. 图上因子分解和前代回代运算

在赋权有向 A 图上按节点号由小到大顺序(例如对节点 p)执行下面的操作:

- (1) **规格化**: 对节点 p 发出的互边将其边权除以节点 p 的自边边权;
- (2) **消去运算**: 对节点 p 发出的互边的对端收点, 将该点上的自边边权减去该互边边权平方乘以节点 p 上的自边边权;
- (3) 对节点 p 发出的所有互边, 这些互边两两之间所夹的互边边权应减去两条相夹边边权与节点 p 的自边边权三者乘积。操作前被夹节点对之间无边的情况可视为有一条零权值边。
- (4) 将所有和 p 相联的边遮盖住, 选下一个节点, 返回步骤(1)。

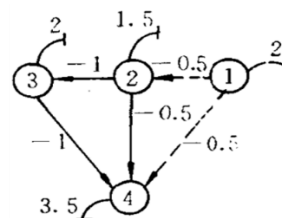
2	-1		-1
-1	2	-1	
	-1	2	-1
-1		-1	4

(a) A 矩阵

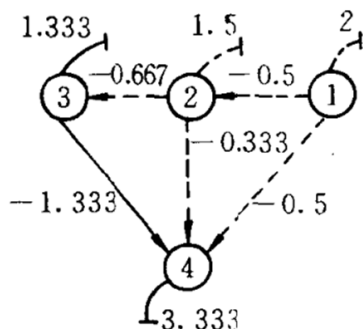


(b) 赋权有向 A 图

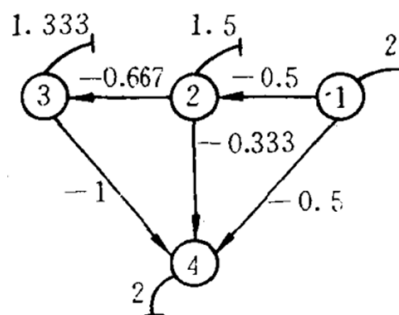
$$\begin{aligned}
 a_{12} &= a_{12} / a_{11} = -1/2 = -0.5 \\
 a_{14} &= a_{14} / a_{11} = -1/2 = -0.5 \\
 a_{22} &= a_{22} - a_{12}^2 a_{11} = 2 - (-0.5)^2 \times 2 = 1.5 \\
 a_{44} &= a_{44} - a_{14}^2 a_{11} = 4 - (-0.5)^2 \times 2 = 3.5 \\
 a_{24} &= a_{24} - a_{12} a_{14} a_{11} = 0 - (-0.5 \times -0.5) \times 2 = -0.5
 \end{aligned}$$



(c) 对节点①因子分解



(d) 对节点②因子分解

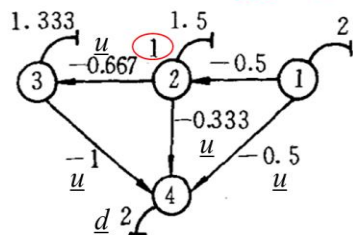


(e) 对节点③因子分解后

$$\begin{aligned}
 a_{23} &= a_{23} / a_{22} = -1/1.5 = -0.667 \\
 a_{24} &= a_{24} / a_{22} = -0.5/1.5 = -0.333 \\
 a_{33} &= a_{33} - a_{23}^2 a_{22} = 2 - (-0.667)^2 \times 1.5 = 1.333 \\
 a_{44} &= a_{44} - a_{24}^2 a_{22} = 3.5 - (-0.333)^2 \times 1.5 = 3.333 \\
 a_{34} &= a_{34} - a_{23} a_{24} a_{22} = -1 - (-0.667 \times -0.333) \times 1.5 = -1.333 \\
 a_{34} &= a_{34} / a_{33} = -1.333 / 1.333 = -1 \\
 a_{44} &= a_{44} - a_{34}^2 a_{33} = 3.333 - (-1)^2 \times 1.333 = 2
 \end{aligned}$$

$$A = U^T D U = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ -0.5 & 1 & & \\ & -0.667 & 1 & \\ -0.5 & -0.333 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & & & \\ & 1.5 & & \\ & & 1.333 & \\ & & & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & & -0.5 \\ & 1 & -0.667 & -0.333 \\ & & 1 & -1 \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

### 例3-5 图上前代回代运算



(a) 赋权有向因子图和独立矢量的点位

■ 前代过程 (对独立矢量 $b=[0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ )

- 按节点号从小到大顺序搜索点位不是零的节点进行运算。节点①点位为零不用计算
- 对节点②进行前代运算。节点②发出两条边，(2, 3)和(2, 4)。利用(3—19)式则：

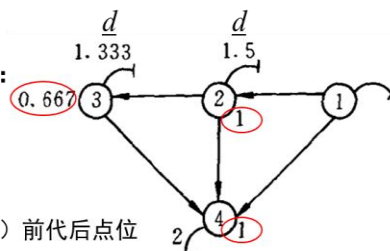
$$e_3 = e_3 - u_{23}e_2 = 0 - (-0.667) \times 1 = 0.667$$

$$e_4 = e_4 - u_{24}e_2 = 0 - (-0.333) \times 1 = 0.333$$

- 再做节点③，它只发出一条边(3, 4)，则：

$$e_4 = e_4 - u_{34}e_3 = 0.333 - (-1) \times 0.667 = 1$$

- 前代后点位如图 (b)



(b) 前代后点位

- 规格化过程

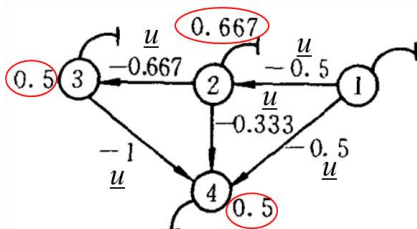
$$e_2 = e_2 / d_{22} = 1 / 1.5 = 0.667$$

- 点①的点位是零，只需利用(3—20)式对点②，③和④规格化。

$$e_3 = e_3 / d_{33} = 0.667 / 1.333 = 0.5$$

$$e_4 = e_4 / d_{44} = 1 / 2 = 0.5$$

- 回代过程



(c) 规格化后点位

- 按节点号由大到小做。以节点④为收点的边有三条：(3, 4)，(2, 4)，(1, 4)。用(3—21)式修正指向节点④的边的发点的点位：

$$e_3 = e_3 - u_{34}e_4 = 0.5 - (-1) \times 0.5 = 1$$

$$e_2 = e_2 - u_{24}e_4 = 0.667 - (-0.333) \times 0.5 = 0.834$$

$$e_1 = e_1 - u_{14}e_4 = 0 - (-0.5) \times 0.5 = 0.25$$

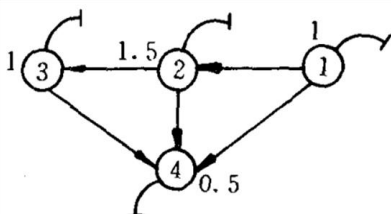
- 以节点③为收点的边只有一条(2, 3)，修正发点②的点位

$$e_2 = e_2 - u_{23}e_3 = 0.834 - (-0.667) \times 1 = 1.5$$

- 以节点②为收点的边只有一条(1, 2)，修正发点①的点位：

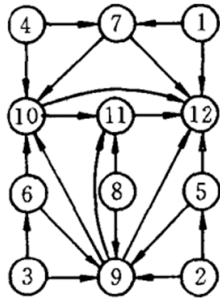
$$e_1 = e_1 - u_{12}e_2 = 0.25 - (-0.5) \times 1.5 = 1$$

- 最后得到点位图 (d)，这组点位就是前代回代的结果 $x=[1 \ 1.5 \ 1 \ 0.5]^T$

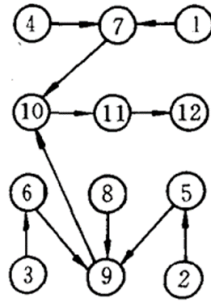


(d) 回代后点位

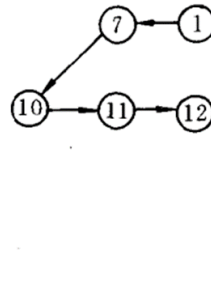
## 8. 稀疏向量法的因子化路径、前代运算路径、回代运算路径



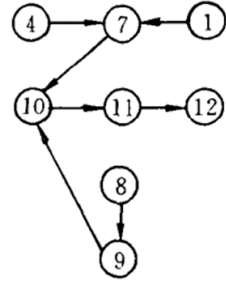
(a) 有向因子图



(b) 道路树



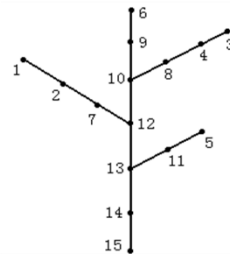
(c) 点①的路



(d) 点集①, ④, ⑧的路集

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	●														
2	●	●													
3			●												
4				●	●										
5					●										
6						●									
7		●					●								
8				●				●							
9						●			●						
10							●			●					
11								●			●				
12	●								●	●	●				
13			●							●		●	●		
14				●							●	●	●	●	
15					●	●			●	●	●	●	●	●	●

### 此例题的全部因子化路径图



- 如果希望求得已知 $b_5$ 时（其它为0）的 $x_1$ ,则有:
  - 按以下因子化路径进行消去:  
5-11-13-14-15
  - 按以下因子化路径进行回代:  
15-14-13-12-7-2-1
- 以上求解只涉及5列下三角元素和7行上三角元素, 计算效率明显提高。
- 应用稀疏向量法时, 上述因子化路径预先求出。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	●											
2		●										
3			●									
4				●								
5		●			●							
6			●			●						
7	●			●			●					
8								●				
9		●	●		●	●			●			
10				●		●	●			●		
11								●	●	●	●	
12	●	●				●	●	●	●	●	●	●

对 $b$ 中非零元 $b_1, b_4, b_7, b_8, b_9$ 而感兴趣解为 $x_3, x_8$ 。

根据并集, 得到路径树:

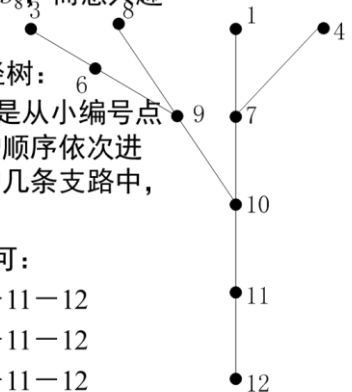
**前代运算** ( $[D_k][L_k]$ )是从小编号点到大编号点, 按递增顺序依次进行。在分支点以上的几条支路中, 先做哪个没有关系。

以下前代运算路径均可:

1-4-7-8-9-10-11-12

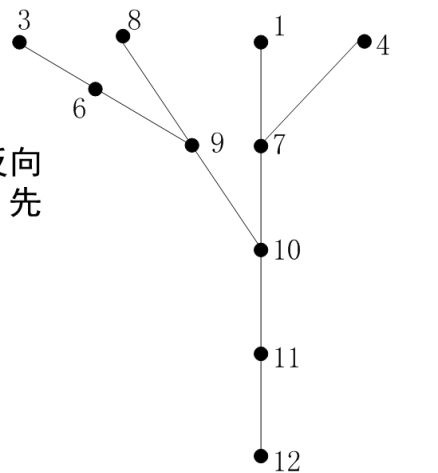
8-9-4-1-7-10-11-12

8-1-4-9-7-10-11-12



对 $b$ 中非零元 $b_1, b_4, b_7, b_8$ , 而感兴趣解为 $x_3, x_8$ 。

- 回代运算**是从大编号点到小编号点反向进行。在分支点以后的几条支路中, 先做哪条没有关系。
- 为求 $x_3, x_8$ 以下回代运算路径均可:
  - 12-11-10-9-8-6-3
  - 12-11-10-9-6-3-8





## 9. 最小化潮流算法与常规潮流的区别，常用的目标函数形式，搜索方向和最优步长因子确定方法

### 最小化潮流算法与常规潮流的区别：

常规潮流：潮流计算问题归结为求解一个非线性代数方程组  $f_i(\mathbf{x}) = g_i(\mathbf{x}) - b_i = 0$  或  $f(\mathbf{x}) = 0$

最小化潮流算法：将潮流方程作为目标函数求其最小值，一般称为非线性规划潮流算法，优点是计算过程永远不会发散

### 常用的目标函数形式：

标量函数：
$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n f_i(\mathbf{x})^2 = \sum_{i=1}^n (g_i(\mathbf{x}) - b_i)^2 \quad \text{或} \quad F(\mathbf{x}) = [f(\mathbf{x})]^T f(\mathbf{x})$$

若非线性代数方程组  $f(\mathbf{x}) = 0$  的解存在，则标量函数  $F(\mathbf{x})$  的最小值应该为 0

解代数方程组的问题转化为求非线性多元函数的最小值问题。于是潮流计算问题归为无约束非线性规划问题。

### 搜索方向和最优步长因子确定方法：

确定一个初始估计值  $\mathbf{x}^{(0)}$ ； $k=0$ ；

从  $\mathbf{x}^{(k)}$  出发，按照能使目标函数下降的原则，确定一个搜索或寻优方向  $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$

沿着  $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$  的方向确定能使目标函数下降得最多的一个点，决定移动的步长。由此得到一个新的迭代点  $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mu^{(k)} \Delta \mathbf{x}^{(k)}$

校验  $F(\mathbf{x}^{(k+1)}) < \varepsilon$  是否成立

**搜索方向：**利用常规牛顿算法每次迭代所求出的修正量向量  $\Delta \mathbf{x}^{(k)} = -J(\mathbf{x}^{(k)})^{-1} f(\mathbf{x}^{(k)})$  作为搜索方向

**最优步长因子：**目标函数看作步长因子的一元函数  $F^{(k+1)} = F(\mathbf{x}^{(k)} + \mu^{(k)} \Delta \mathbf{x}^{(k)}) = \Phi(\mu^{(k)})$ ，求其极值

$$\frac{dF^{(k+1)}}{d\mu^{(k)}} = \frac{d\Phi(\mu^{(k)})}{d\mu^{(k)}} = 0$$

自动调整两种方法；

不改变原来的潮流计算方程，不断迭代的用负反馈原理改变一个控制参数  $x$  的大小： $\Delta \mathbf{x} = \alpha(\mathbf{y}_s - \mathbf{y})$ 。由于加入了调整，达到收敛次数比无调整算法增加较多。

改变原来潮流方程结构，能使达到收敛所需迭代次数非常接近无调整算法。

## 10. PV 节点的无功功率越界和 PQ 节点的电压越界的处理方法

### PV 节点的无功功率越界：

将该节点转化为 PQ 节点， $\begin{cases} \text{无功越上界：令 } Q_i = Q_{imax} \\ \text{无功越下界：令 } Q_i = Q_{imin} \end{cases}$  将导致修正方程结构变化

牛顿直角坐标法：将方程  $\Delta U_i^2 = 0$  改为  $\Delta Q_i = 0$

牛顿极坐标法：增加一个方程  $\Delta Q_i = 0$

快速解耦法 1： $B''$  增加一阶，重新形成  $B''$  和进行三角分解

快速解耦法 2：保留  $B''$  不变，仍作为 PV 节点，Q 越界说明原电压值给的不合理，需改变电压值以使无功回界内。根据需调整的  $\Delta Q_i$  算出需改变的电压  $\Delta U_i$ ，计算出新的给定电压，重新潮流计算。

## PQ 节点的电压越界:

将该节点转化为 PV 节点（前提：该节点必须具有无功电源），

{ 无功越上界：令  $U_i = U_{imax}$  将导致修正方程结构变化  
无功越下界：令  $U_i = U_{imin}$

牛顿直角坐标法：将方程  $\Delta Q_i = 0$  改为  $\Delta U_i^2 = 0$

牛顿极坐标法：减少一个方程  $\Delta Q_i = 0$

快速解耦法 1：  $B''$  减少一阶，重新形成  $B''$  和进行三角分解

快速解耦法 2：保留  $B''$  不变，仍作为 PQ 节点，改变 PQ 节点的无功给定量。根据需调整的  $\Delta Q_i$  和  $\Delta U_i$  计算出新的无功注入，重新潮流计算。

## 11. 带负荷调压变压器抽头的调整方法

带负荷调压变压器抽头的调整是为了保持某节点电压为规定值（变压器变比  $K$ ）

法一：预先选择一个适当的  $K$  不变，用牛顿法迭代 2-3 次，然后再后继的迭代中插入变压器变比调整计算， $K^{(k+1)} = K^{(k)} + c(U_i^s - U_i^{(k)})$

法二：将  $K$  作为变量，改变潮流方程结构。由于变压器两端节点自导纳和互导纳与  $K$  有关，故节点功率方程中包含变量  $K$ 。故在计算时，在方程中以  $K$  取代待调点  $U_i$  作为变量，带调点电压为给定电压值。

### 第一种方法

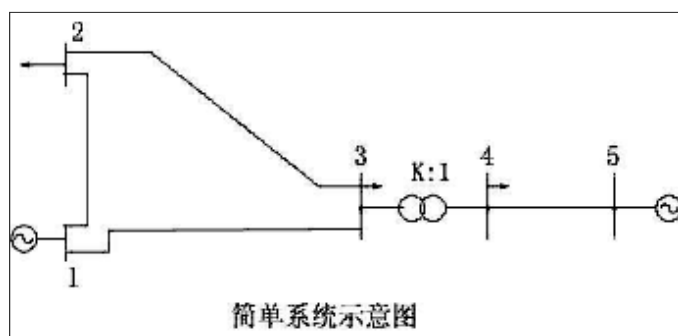
在计算开始前对这类变压器先选择一个适当的变比值  $K$ ，用通常的牛顿法先迭代 2~3 次。然后在后继的每两次迭代中间，插入下述的变压器变比调整选择计算：

$U_i^s$  是所要保持的节点  $i$  的电压， $U_i^{(k)}$  是该次迭代已求的电压。计算变压器变比在  $(k+1)$  次迭代时所取的新值： $K^{(k+1)} = K^{(k)} + c(U_i^s - U_i^{(k)})$

重复计算。直到前后两次迭代所求得的  $K$  值变化小于一个预定的很小的数并且潮流收敛为止。

### 第二种。自动调整算法

结合一个简单系统来讨论。图中节点 1 为 PV 节点，节点 2~4 为 PQ 节点，节点 5 为平衡节点。潮流计算中带负荷调压变压器的变比应自动选择调整，使节点 3 的电压维持为给定值  $U_{3s}$ 。



对于该简单系统，用常规牛顿法求解的修正方程式为

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & N_{12} & H_{13} & N_{13} & & & \\ H_{21} & H_{22} & N_{22} & H_{23} & N_{23} & & & \\ M_{21} & M_{22} & L_{22} & M_{23} & L_{23} & & & \\ H_{31} & H_{32} & N_{32} & H_{33} & N_{33} & H_{34} & N_{34} & \\ M_{31} & M_{32} & L_{32} & M_{33} & L_{33} & M_{34} & L_{34} & \\ & & & H_{43} & N_{43} & H_{44} & N_{44} & \\ & & & M_{43} & L_{43} & M_{44} & L_{44} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \frac{\Delta U_2}{U_2} \\ \Delta \theta_3 \\ \frac{\Delta U_3}{U_3} \\ \Delta \theta_4 \\ \frac{\Delta U_4}{U_4} \end{bmatrix}$$

为了要维持  $U_3$  为给定值  $U_3^s$ ，在计算中将原来的变量  $U_3$  看成等于  $U_3^s$  的一个变量，而以变压器变比  $K$  取代  $U_3$  成为变量，于是上式变成如下形式

变比  $K$  成为一个变量以后，根据非标准变比变压器的等值电路，与变压器支路两个端节点  $k$ 、 $j$  对应的节点自导纳  $Y_{kk}$  或  $Y_{jj}$  以及互导纳  $Y_{kj}$  将是变量  $K$  的函数，从而节点功率方程组中变压器两个端节点  $k$  及  $j$  的节点功率表示式也包含变量  $K$ 。

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & N_{11} & H_{13} & 0 & & & \\ H_{21} & H_{22} & N_{22} & H_{23} & 0 & & & \\ M_{21} & M_{22} & L_{22} & M_{23} & 0 & & & \\ H_{31} & H_{32} & N_{32} & H_{33} & C_{33} & H_{34} & N_{34} & \\ M_{31} & M_{32} & L_{32} & M_{33} & D_{33} & M_{34} & L_{34} & \\ & & & H_{43} & C_{43} & H_{44} & N_{44} & \\ & & & M_{43} & D_{43} & M_{44} & L_{44} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \frac{\Delta U_2}{U_2} \\ \Delta \theta_3 \\ \frac{\Delta K_3}{K_3} \\ \Delta \theta_4 \\ \frac{\Delta U_4}{U_4} \end{bmatrix}$$

结论：当网络中不存在支路  $i-j$  时， $C_{ij}$  及  $D_{ij}$  等于零；且只要支路  $i-j$  不是用来调整节点  $j$  电压的变压器支路时  $C_{ij}$ 、 $D_{ij}$  也等于零。上式中，与被调整节点  $j$  的电压变量所对应的一列内，除了对角元素之外，只有一组非零非对角元素（ $C_{kj}$ 、 $D_{kj}$ ）

## 12. 互联系统区域间交换功率的控制方法

互联系统间有功功率交换式规定的。

法一：一般各区域指定一个发电机进行调节，通过这些发电机有功出力的调整以保证本区域的净交换有功功率为规定值。该发电机作为 PV 节点。

$$\Delta P_A^{(k)} = P_A^s - P_A^{(k)} \quad \text{每次迭代中发电机有功出力新估计值} \quad P_{A(GR)}^{(k+1)} = P_{A(GR)}^{(K)} + \alpha \Delta P_A^{(k)}$$

法二：计算过程中自动控制区域内有功交换。写出某区域  $K$  经过若干联络线和其它区域交换的净有功功率  $P_K$ ，求解潮流方程  $\Delta P = P_K - P_K^s = 0$  (以取代调节发电机原调节方程)

## 13. 最优潮流的定义，最优潮流与基本潮流的区别

最优潮流：已知电网结构和参数，在满足负荷需要，确保电力系统安全和电能质量的条件下，使系统所消耗的燃料总量或总运行费用最少，计算出电源有功无功出力、各节点电压、各支路功率及损耗。

区别：基本潮流计算时一般发电机功率是已知的，得出的是可行解，但未必是最优解，而最优潮流计算时发电机功率是未知的，求解过程中不断调整发电机功率以满足最优目的。基本潮流计算是求解非线性代数方程组；而最优潮流计算由于其模型从数学上讲是一个非线性规划问题

#### 14. 最优潮流常用的目标函数、控制变量、状态变量、约束条件

**目标函数：**全系统发电燃料总耗量（或总费用）

$$f = \sum_{i \in NG} K_i(P_{Gi})$$

NG 为全系统发电机的集合  $K_i(P_{Gi})$  是发电机组  $G_i$  的耗量特性

**控制变量：**分为有功和无功控制变量

- (1) 除平衡节点外，其它发电机的有功出力；
- (3) 移相器抽头位置
- (2) 所有发电机节点及具有可调无功补偿设备节点的电压模值；
- (4) 带负荷调压变压器的变比。
- (5) 并联电抗器/电容器容量

**状态变量：**

除平衡节点外，其它所有节点的电压相角

PQ 节点的电压模值

**约束条件：**

等式约束：节点功率平衡机潮流方程  $f(x, u, p) = 0$ ，由于  $p$  给定，简化为

$$g(x, u) = 0$$

不等式约束：为保证系统安全运行和电能质量的约束，分为控制变量约束和状态变量约束。统一表示为： $h(u, x) \leq 0$

电力系统最优潮流的数学模型：

$$\left. \begin{array}{l} \min_u f(u, x) \\ s.t. \quad g(u, x) = 0 \\ \quad \quad h(u, x) \leq 0 \end{array} \right\}$$

#### 14. 简化梯度算法的表征形式和基本求解过程：

将原有有约束最优化问题转化为无约束最优化问题。对于等式约束，引入拉格朗日乘

子，构造拉格朗日函数  $L(u, x) = F(u, x) + \lambda^T g(u, x)$ ；对于不等式约束，引入罚

函数，目标函数变为  $L(u, x) = f(u, x) + \lambda^T g(u, x) + W(u, x)$ 。

$$\text{函数极值} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial u} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(u, x) = 0 \end{array} \right.$$

梯度向量  $\nabla f = \frac{df}{du}$ 。在  $u$  点梯度方向是目标函数  $f$  值变化率最大的方向，沿着目标函数

在  $u$  点负梯度方向前进，目标函数值下降最快，故取负梯度方向作为控制变量  $u$  的前进搜索方向，称为梯度法。通过上述求解，可证明状态变量  $x$  的变化可用控制变量  $u$  的变化来

表示，即  $\nabla f = \frac{\partial L}{\partial x}$ ，故称为简化梯度。

求解过程：

迭代次数  $k=0$ ，给定初始  $u^{(0)}$

进行潮流计算求解  $g(u, x)=0$ ，得  $x^{(k)}$ ，

根据函数不等式约束违反情况确定罚函数  $W(u, x)$  的组成

计算出  $\lambda^k$

计算出简化梯度 $\nabla f^{(k)}$ 。若 $|\nabla f^{(k)}| < \varepsilon$ ，计算结束；若不符合，则需修正步长因子重新迭代计算

## 15. 系统安全的含义，电力系统运行条件四种状态和状态转换的控制措施

### 电力系统安全的含义

安全性：在系统运行方面，发生故障时系统保证对负荷持续供电的能力。在实用中更确切地用正常供电情况下，是否能保持潮流及电压模值等在允许的范围以内表示。即要满足两个条件：等式约束：功率平衡；不等式约束：电能质量

### 电力系统运行条件四种状态

a. **安全正常状态**：满足正常状态的运行要求，在承受正常扰动后，仍符合等式约束及不等式约束，则该系统处于安全正常状态。

b. **不安全正常状态：（警戒状态）**满足等式和不等式约束，但不等式约束已接近上下限，对外界扰动抵抗能力低，若发生扰动可能使电压频率越限，就称该系统处于不安全正常状态。

c. **紧急状态**：运行在只满足等式约束条件但不满足不等式的状态。

持久性的紧急状态：某些参数越限但保持稳定，可通过校正控制使之回到安全状态。

稳定性的紧急状态：某些参数越限且不断变化造成失稳，通过紧急控制到恢复状态。

d. **恢复状态**：紧急控制后系统可能暂时稳定于另一种状态，不满足等式约束，而满足不等式约束，或一部分满足约束，另一部分不满足。对处于恢复状态的系统，一般通过恢复控制使之进入正常状态

### 状态转换控制措施

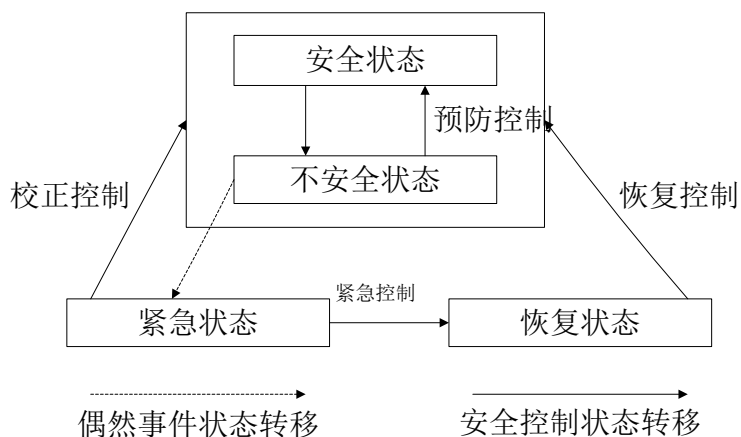


图3-1 电力系统运行状态分类及其转化过程

预防控制：调整发电机电压或出力、切换线路

校正控制：控制电压和无功功率、限制发电机出力

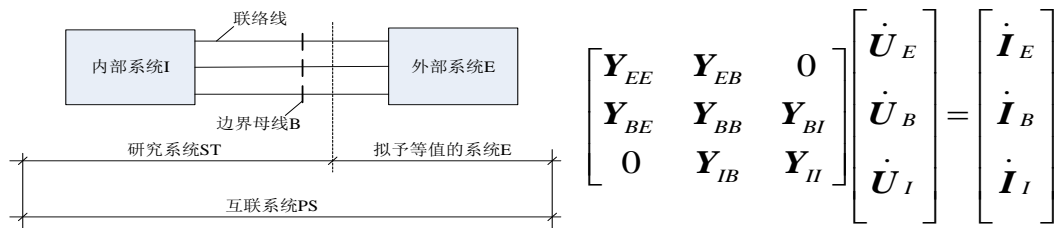
紧急控制：甩负荷、切机、解列控制

恢复控制：启用备用机组、重新投入被切除机组

## 16. Ward 等值的定义、特点、改进措施、基本计算

**等值意义及作用：**把系统中的某些不可观察部分通过等值方法来处理，可以大大的缩小问题的计算规模

互联系统可分为：内部系统 I、边界系统 B、外部系统 E



消去外部节点

$$\begin{bmatrix} Y_{BB} - Y_{BE} Y_{EE}^{-1} Y_{EB} & Y_{BI} \\ Y_{IB} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_B \\ \dot{U}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_B - Y_{BE} Y_{EE}^{-1} \dot{I}_E \\ \dot{I}_I \end{bmatrix}$$

消去外部节点后  $Y_{BB}$  受到修正，亦即边界节点的自导纳与互导纳改变  
外部系统的节点注入电流  $I_E$  被分配到边界节点上

Ward 等值步骤：

- (1) 选取一种有代表性的基本运行方式，通过潮流计算确定全网络各节点的复电压
- (2) 选取内部系统的范围和确定边界节点，消去外部系统，保留边界节点，得到仅含边界节点的外部等值导纳阵  $Y'_{BB} = Y_{BB} - Y_{BE} Y_{EE}^{-1} Y_{EB}$
- (3) 计算出分配到边界节点上的注入功率增量，并将其加到边界节点原有注入上，得到边界节点的等值注入  $P_i^{EQ}$ 、 $Q_i^{EQ}$

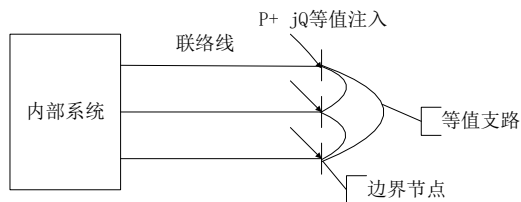


图3-2 Ward等值示意图

Ward 等值缺点：迭代次数可能过多或完全不收敛；潮流计算结果可能误差太大

**改进措施：**

- (1) **并联支路的处理：**

等值时尽量不用并联支路，而通过求边界节点的等值注入来计及影响，并联电容支路可等效为一个无功注入。（原因：普通等值后外部系统的并联支路几乎全部集中在边界节点，当边界节点电压变化时会产生很大的无功变化，与实际情况不符）

- (2) **保留外部系统的部分 PV 节点**

保留有较大无功出力且与内部系统电气距离小的 PV 节点。（原因：实际系统如果外部含 PV 节点，则内部系统中发生事故开断时，PV 节点会对内部系统提供无功支援，而普通等值消去了 PV 节点也消去了无功支援）

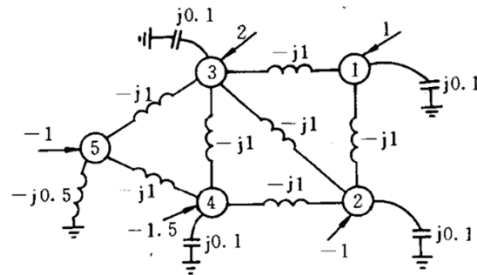
- (3) **非基本运行方式下 WARD 等值校正**

- a 先以内部系统实时数据作状态估计，求出边界节点的电压模值与电压相角；
- b 然后以所有边界节点作为平衡节点，对基本运行方式下的外部等值系统（由边界节点及保留的外部系统节点组成）作潮流计算；
- c 潮流计算求得的边界注入用于校正基本运行方式下的注入；
- d 如果校正后注入进行状态估计时，与内部信息有较大残差，可修改边界节点电压模值与相角，重复计算 2—3 次

#### (4) 导纳阵稀疏性变差是 Ward 等值法的必然结果

当等值网络支路数超过原始网络的 2 倍支路数与节点数之和时就停止该等值 Ward 等值计算

- 对图所示的电力系统，各条支路的导纳和节点注入电流在图上标出。若将系统节点划分为内部系统节点集  $I = \{5\}$ ，边界系统节点集  $B = \{3, 4\}$ ，外部系统节点集  $E = \{1, 2\}$ ，对该系统进行 WARD 等值。



解：首先写出网络方程：

WARD 等值例

$$j \begin{bmatrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} \\ -1.9 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2.9 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -3.9 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1.9 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -1.5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

#### WARD 等值算例

$$Y_{EE} = j \begin{bmatrix} -1.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix}, \quad Y_{EB} = j \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad Y_{BE} = Y_{EB}^T,$$

$$Y_{BB} = j \begin{bmatrix} -3.9 & 1 \\ 1 & -1.9 \end{bmatrix}, \quad Y_{BI} = j \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Y_{IB} = Y_{BI}^T,$$

$$Y_{II} = -j2.5, \quad \dot{I}_E = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \dot{I}_B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1.5 \end{bmatrix}, \quad \dot{I}_I = -1$$

- 求边界等值导纳矩阵：

$$\tilde{Y}_{BB} = Y_{BB} - Y_{BE} Y_{EE}^{-1} Y_{EB}$$

$$\begin{aligned} &= j \begin{bmatrix} -3.9 & 1 \\ 1 & -1.9 \end{bmatrix} - j \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= j \left( \begin{bmatrix} -3.9 & 1 \\ 1 & -1.9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.6430 & 0.2217 \\ 0.2217 & 0.4213 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= j \left( \begin{bmatrix} -3.9 & 1 \\ 1 & -1.9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.508 & 0.6430 \\ 0.6430 & 0.4213 \end{bmatrix} \right) \\ &= j \begin{bmatrix} -2.392 & 1.6430 \\ 1.6430 & -1.4787 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- 求边界等值注入电流：

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{I}}_B &= \dot{I}_B - Y_{BE} Y_{EE}^{-1} \dot{I}_E \\ &= \begin{bmatrix} 2 \\ -1.5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \\ -1.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2217 \\ -0.1996 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.2217 \\ -1.6996 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

等值后网络方程如下：

$$j \begin{bmatrix} \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} \\ -2.392 & 1.6430 & 1 \\ 1.6430 & -1.4787 & 1 \\ 1 & 1 & -2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.2217 \\ -1.6996 \\ -1 \end{bmatrix}$$

## 17. REI 等值的定义、特点、改进措施、基本计算

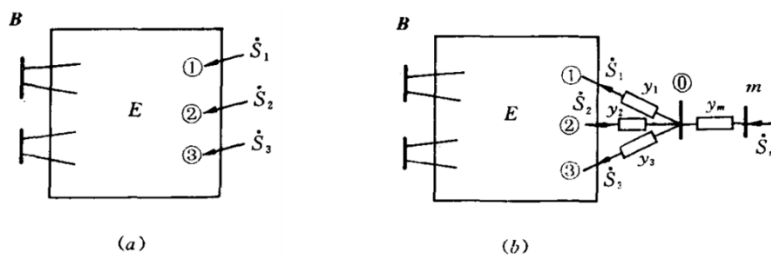
(1) 把电网的节点分为两组，即要保留的节点与要消去的节点。

(2) 首先将要消去节点中有源节点按其性质的相关（同为电源或负荷节点；同为 PV 或 PQ 节点等）归并为若干组，每组有源节点用一个虚拟的等价有源节点来代替，它通过一个无损耗的虚拟网络（REI 网络）与这些有源节点相联。

(3) 在此虚拟有源节点上的有功、无功注入功率是该组有源节点有功与无功功率的代数和。

(4) 在接入 REI 网络与虚拟等价节点后，原来的有源节点就变成了无源节点。然后将所有要消去的无源节点用常规的方法消去

- 对 (a) 图所示的网络，已知  $S_1=2+j1$ ,  $S_2=3+j2$ ,  $S_3=1+j0.5$ ,  $U_1=1.0\angle 5^\circ$ ,  $U_2=1.01\angle 10^\circ$ ,  $U_3=0.98\angle 2^\circ$ , 求 REI 等值网络参数。



解：

$$\dot{S}_m = \dot{S}_1 + \dot{S}_2 + \dot{S}_3 = 2 + j1 + 3 + j2 + 1 + j0.5 = 6 + j3.5$$

求虚拟节点处的电压：

$$\dot{U}_m = \frac{\dot{S}_m}{\sum_{i=1}^3 \frac{\dot{S}_i}{\dot{U}_i}} = \frac{6 + j3.5}{\frac{2 + j1}{1.0 \angle 5^\circ} + \frac{3 + j2}{1.01 \angle 10^\circ} + \frac{1 + j0.5}{0.98 \angle 2^\circ}} = 1.0001 \angle 7.11^\circ$$

求联结虚拟节点 m 的支路导纳：

$$y_m = \frac{\hat{\dot{S}}_m}{U_m^2} = \frac{6 - j3.5}{1.0001^2} = 5.9988 - j3.4993$$

求和节点 1、2、3 相联的支路的导纳：

$$y_1 = -\frac{\hat{\dot{S}}_1}{U_1^2} = -\frac{2 - j1}{1.0^2} = -2 + j1$$

$$y_2 = -\frac{\hat{\dot{S}}_2}{U_2^2} = -\frac{3 - j2}{1.01^2} = -2.9409 + j1.9606$$

$$y_3 = -\frac{\hat{\dot{S}}_3}{U_3^2} = -\frac{1 - j0.5}{0.98^2} = -1.0412 + j0.5206$$

- 可见支路  $y_m$  是正电阻正电感性支路，而另外三条支路是负电阻和电容性支路。

如何保证在非标准运行时 REI 网络的准确性

**PQ 节点：**当一组外部 PQ 母线用 REI 网络进行等值时，为了保证等值网络在非基本运行方式下的准确度，在基本运行方式下这些母线的电压角应该是同相位的

**PV 节点：**为了要使等值网络与原始网络的响应一致，在基本运行方式下，这些 PV 母线（节点）的电压相角  $\theta_k$  和功率因素角  $\phi_k$  之和应是相等的。

**改进：**X-REI 校正等值网络



## 18. 直流潮流计算

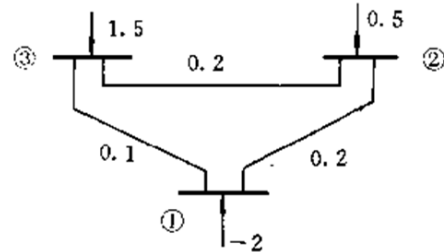
直流潮流：只考虑有功功率的分布。只计算有功和相角的关系，不考虑无功和电压幅值，直流潮流是线性方程和实数方程，不需要迭代。

除平衡节点外： $P = B\theta$ ，写出注入功率  $P$ ，导纳矩阵  $B$

求出各节点电压相角  $\theta = B^{-1}P$

计算出各支路有功  $P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}$

- 如图所示的三母线电力系统，支路电抗及节点注入有功功率如图所示。用直流潮流计算支路有功潮流分布。3为参考节点



解：选节点3为参考节点，该节点电压相角为0，并建立  $B_0$

$$B'_0 = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} \quad B_0^{-1} = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

由图知道：  $P = \begin{bmatrix} -2 \\ 0.5 \end{bmatrix}$

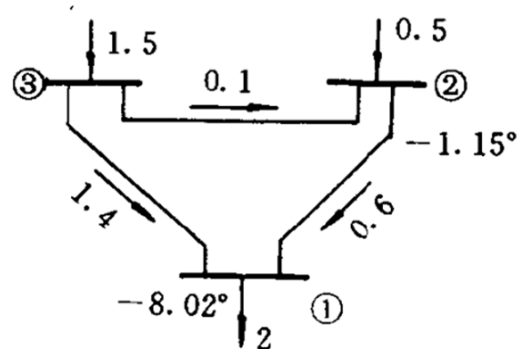
$$\text{故： } \theta = B_0'^{-1}P = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} -3.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.14 \\ -0.02 \end{bmatrix}$$

然后用公式计算支路有功潮流，并作图如右：

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{x_{12}} = \frac{-0.14 - 0.02}{0.2} = -0.6$$

$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{x_{13}} = \frac{-0.14 - 0}{0.1} = -1.4$$

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{x_{23}} = \frac{-0.02 - 0}{0.2} = -0.1$$



## 19. 支路开断模拟基本方法的比较，基于直流潮流的支路开断模拟计算和补偿法支路开断原理

直流法：仅对有功潮流分布进行分析，是最简单快速但最不精确地方法。主要特点：快速，能很方便处理多重开断，但只能进行有功潮流。

补偿法：多重开断需要依次进行，每次在前一次的基础上开断。不必修改导纳矩阵，可用原来因子表解网络状态；需反复迭代，不适合处理多支路开断。

灵敏度分析法：以节点功率增量模拟断线的影响。即可提供全面的系统指标，又具有很高的计算精度和速度。

### 基于直流潮流的支路开断模拟计算

$$P_o = B'_o \theta_o$$

当注入功率恒定不变，如果发生某条支路开断，则  $B'_o$  与  $\theta_o$  都将发生变化，它们偏离基本状态的方程式为

$$P_o = (B'_o + \Delta B)(\theta_o + \Delta \theta) \quad (2)$$

方法一：近似

(2) 式展开略去两个增量相乘项

$$P_o \cong B'_o \theta_o + \Delta B \theta_o + B'_o \Delta \theta \quad \Delta \theta = -(B'_o)^{-1} \Delta B \theta_o$$

方法二：没有近似

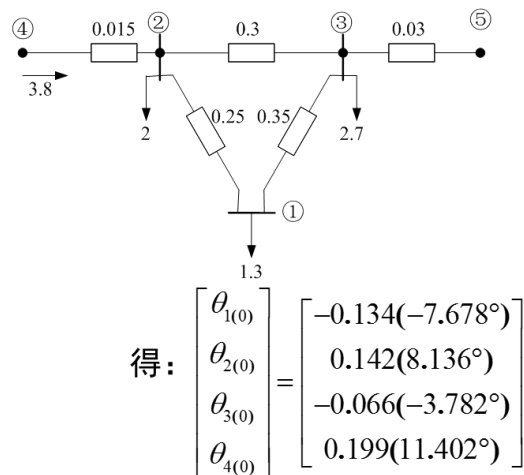
$$\Delta \theta = -c X M^T \theta_o \quad X = (B'_o)^{-1} M \quad c = \left( \frac{1}{b_{km}} + M^T X \right)^{-1}$$

### 补偿法支路开断原理

在开断的节点 i、j 间并联一个负阻抗支路  $Z_{ij}$ ，等效于开断。可不必修改导纳矩阵而利用原来的因子表解算网络的状态。更具叠加原理，开断后电路可分成两个网络，开端前原始状态网络和由开断补偿引起的附加注入网络。补偿法的关键在与求追加支路上通过的电流，可用等效发电机原理求解。

计算：

- 如图，节点4为PV节点，节点五为平衡节点，其余为负荷节点。图中标示支路电抗标么值及注入功率。支路1-2极限输送功率1.5，求支路2-3开断后，1-2安全性。
- 解，先求正常情况下的支路1-2功率。



则求正常情况下的支路1-2功率：

$$P_{12(0)} = \frac{\theta_{1(0)} - \theta_{2(0)}}{x_{12}} = \frac{-0.134 - 0.142}{0.25} = -1.104$$

- 当支路2-3开断后，由：

$$P_0 \cong B'_0 \theta_0 + \Delta B \theta_0 + B'_0 \Delta \theta$$

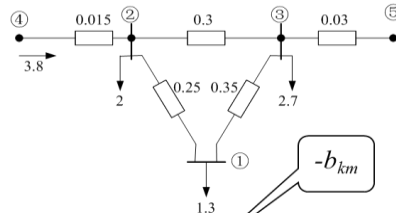
$$\Delta \theta = -(B'_0)^{-1} \Delta B \theta_0$$

$$(B'_0)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.2439 & 0.1467 & 0.030 & 0.1467 \\ 0.1467 & 0.2300 & 0.0300 & 0.2300 \\ 0.030 & 0.0300 & 0.0300 & 0.0300 \\ 0.1467 & 0.2300 & 0.0300 & 0.2450 \end{bmatrix}$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.333 & 3.333 & 0 \\ 0 & 3.333 & -3.333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1(0)} \\ \theta_{2(0)} \\ \theta_{3(0)} \\ \theta_{4(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.134 \\ 0.142 \\ -0.066 \\ 0.199 \end{bmatrix}$$

$$\text{得: } \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0810 \\ 0.1389 \\ -0.000 \\ 0.1389 \end{bmatrix}$$

$$\text{注意到: } \begin{bmatrix} 0 \\ -0.6944 \\ 0.6944 \\ 0 \end{bmatrix} = -B'_0 \cdot \Delta \theta$$



- 当支路2-3开断后，得到：

$$\begin{bmatrix} \theta_{1(1)} \\ \theta_{2(1)} \\ \theta_{3(1)} \\ \theta_{4(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{1(0)} \\ \theta_{2(0)} \\ \theta_{3(0)} \\ \theta_{4(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1340 \\ 0.1432 \\ -0.066 \\ 0.1993 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0810 \\ 0.1389 \\ -0.000 \\ 0.1389 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0530 \\ 0.2812 \\ -0.0660 \\ 0.3382 \end{bmatrix}$$

$$P_{12(1)} = \frac{\theta_{1(1)} - \theta_{2(1)}}{x_{12}} = \frac{-0.0530 - 0.2812}{0.25} = -1.3368 \text{ 所以, 支路1-2功率不越限}$$

- 当支路2-3开断后， $M=[0, 1, -1, 0]^T$

$$X = (B'_0)^{-1} M$$

$$c = \left( \frac{1}{b_{km}} + M^T X \right)^{-1}$$

$$(B'_0)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.2439 & 0.1467 & 0.030 & 0.1467 \\ 0.1467 & 0.2300 & 0.0300 & 0.2300 \\ 0.030 & 0.0300 & 0.0300 & 0.0300 \\ 0.1467 & 0.2300 & 0.0300 & 0.2450 \end{bmatrix}$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.333 & 3.333 & 0 \\ 0 & 3.333 & -3.333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1(0)} \\ \theta_{2(0)} \\ \theta_{3(0)} \\ \theta_{4(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.134 \\ 0.142 \\ -0.066 \\ 0.199 \end{bmatrix}$$

$$\text{得: } X = \begin{bmatrix} 0.1167 \\ 0.2000 \\ -0.000 \\ 0.2000 \end{bmatrix} \quad c = (-0.3 + M^T X)^{-1} = -10 \quad \Delta \theta = -c X M^T \theta_0 = \begin{bmatrix} 0.2431 \\ 0.4167 \\ -0.000 \\ 0.4167 \end{bmatrix}$$

$$\text{则有: } \theta_1 = (B'_1)^{-1} P = \theta_0 - c X M^T \theta_0 = \begin{bmatrix} -0.1340 \\ 0.1432 \\ -0.066 \\ 0.1993 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2431 \\ 0.4167 \\ -0.000 \\ 0.4167 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1091 \\ 0.5599 \\ -0.066 \\ 0.6160 \end{bmatrix}$$

$$B'_0 = \begin{bmatrix} 6.857 & -4.000 & -2.857 & 0 \\ -4.00 & 74.00 & -3.333 & -66.667 \\ -2.857 & -3.333 & 39.524 & 0 \\ 0 & -66.667 & 0 & 66.667 \end{bmatrix} \quad \Delta B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.333 & 3.333 & 0 \\ 0 & 3.333 & -3.333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.3 \\ -2.0 \\ -2.7 \\ 3.8 \end{bmatrix}$$

验证：直接由  $\theta_1 = (B'_1)^{-1} P$ ，得到：  $\theta_1 = [0.1090, 0.5590, -0.066, 0.6160]^T$

$$P_{12(1)} = \frac{\theta_{1(1)} - \theta_{2(1)}}{x_{12}} = \frac{0.1091 - 0.5599}{0.25} = -1.8 \text{ 所以, 支路1-2功率越限}$$

## 20. 发电机开断时母线净有功功率变化量计算

计及电力系统频率特性的静态频率特性法

母线节点  $i$  的总有功功率变化将受  $i$  上发电机频率调节效应系数  $K_{Gi}$  和负荷频率静态调节效应系数  $K_{Li}$  的影响, 故母线  $i$  的 FRC:

$$K_i = K_{Gi} + K_{Li} = \frac{-(\Delta P_{Gi} - \Delta P_{Li})}{\Delta f}$$

全网的 FRC 为

$$K_s = \sum_{i=1}^n K_i$$

设  $k$  节点开断的发电机的功率为  $P_G^l$  (其 FRC 为  $K_{GK}^l$ ), 整个系统频率变化了  $\Delta f$

对于整个系统:  $\Delta f = -\frac{P_G^l}{K_s - K_{GK}^l}$ , 对于其他节点  $\Delta f = -\frac{\Delta P_i'}{K_i}$ ,

其他母线净有功功率变化量为:  $\Delta P_i' = \frac{K_i}{K_s - K_{GK}^l} P_G^l$  ( $i \neq k$ )

$K$  节点母线净有功功率变化量:

$$\Delta P_k' = (K_k - K_{GK}^l) \Delta f - P_G^l = \frac{K_k - K_{GK}^l}{K_s - K_{GK}^l} P_G^l - P_G^l = \frac{K_k - K_s}{K_s - K_{GK}^l} P_G^l$$

## 21. 预想事故预想的作用、行为指标和俘获率指标

为了解决静态安全在线实时分析计算量过大的问题, 可采用预想事故的自动选择 ACS, 即在就是在实时条件下利用电力系统实时信息, 自动选出那些会引起支路潮流过载、电压越限等危及系统安全运行的预想事故, 并用行为指标来表示它对系统造成的危害严重程度, 按其顺序排队给出一览表。这样就可以不必对整个预想事故集进行逐个详细分析计算, 因为有意义的预想事故只占一小部分。

预想事故的严重程度用行为指标来表示。

有功功率行为指标: 是一种用来衡量线路有功功率过负荷程度的计算方式

无功功率行为指标: 是用来衡量电压与无功功率违限程度的计算方式

俘获率: 衡量 ACS 算法的实用价值。俘获率与定义全面的行为指标和选择合理的终止判据有密切关系

## 22. 状态估计定义、作用，状态估计与潮流计算的区别

**定义：**对给定的系统结构及量测配置，在量测量有误差的情况下，估计出系统的真实状态——各母线上的电压相角与模值及各元件上的潮流

**作用：**a. 去除不良数据，提高数据精度

b. 计算出难以测量的电气量，相当于补充了量测量

c. 为建立一个高质量的数据库提供数据信息，以便于进一步实现在线潮流、安全分析及经济调度等功能。

**状态估计与潮流计算的区别：**

**潮流计算：**已知网络结构与参数及节点注入功率，求得节点电压

——对一组非线性方程组求解

根据  $n$  个输入量测量求解  $n$  个状态量。当测量数据无法获得或出现不良数据时，无法进行潮流计算。

**状态估计：**已知网络结构与参数及  $m$  维测量量，求得节点电压

——估计理论求解。

量测量维数总大于未知状态量的维数，而且存在量测误差。

## 23. 网络可观测性、关键量测，关键量测或关键量测组的存在对数据的可检测与可辨识性的影响

**网络可观测性：**

当收集到的量测量通过量测方程能够覆盖所有母线的电压幅值和相角时，则通过状态估计可以得到这些值，称该网络是可观测的

系统不可观测解决方法：寻找可进行观测的较小范围网络；人为添加伪量测量

**关键量测：**

若失去该量测，系统不可观测。关键量测上的残差为零，即关键量测点为精确拟合点。

**关键量测组：**

如果从关键量测组中去掉一个量测，则剩余量测成为关键量测

**影响：**

关键量测或关键量测组的存在对数据的可检测与可辨识性有不良影响。

- 键量测总是精确拟合，关键量测处的状态估计解无任何滤波效果。在极端情况下，对一个无任何冗余的可观察系统尽管可以进行状态估计，但是所有残差都为零，无法辨识任何不良数据
- 量测组可以是系统中的两个或若干个量测。关键量测组中，如果仅仅出现一个不良数据，可以用启发式方法逐一验证后排除，但是如果出现多于一个不良数据将不可辨识