2026考研·数学刷题本系列

李永乐660题数一

基础过关I阶刷题本

遇到录入错误，可查看：

在线勘误文档（点击跳转）

A4 宽松版

“你这个年龄是怎么睡得着觉的”

研小布

最后编辑时间：2025年1月25日

声明（建议保留此页）

声明一 此刷题本（或做题本）[1]只是对原书题目的二次排版，仅供个人学习交流使用，不得用于商业用途。如有侵权，请联系删除。

声明二 此刷题本（或做题本）只有电子版，无任何纸质版，所有售卖此刷题本纸质版的商家均为盗用，与此刷题本制作人无关，请各位同学注意甄别。

声明三 制作此刷题本的目的是方便大家在考研备考中多次刷题、记录自己的刷题过程和笔迹，以便日后复盘与巩固！此刷题本不包含答案，答案请参考原书！**若在做题中遇到错误，可以点击封面或此处的在线勘误文档，进行查错和报错**，如链接失效，请关注微信公众号：**研小布**，后台回复“勘误文档”获取最新的勘误文档。

[1]此刷题本（或做题本）模板来自开源 LaTeX 项目 **ExBook**（https://github.com/ExBook/ExBook）。如果你在利用此模板制作刷题本时遇到问题，请关注微信公众号：**研小布**，后台回复“ExBook”进入交流群。

打印纸质版说明

此说明只针对 A4 **版做题本**（A4 **标准版**、A4 **宽松版**、A4 **紧凑版**、A4 **单题版**）

打印参数建议 A4 纸张、黑白（或彩色）、双面（或单面）

打印渠道推荐 微信扫描下方二维码进入小程序可进行在线打印，超优惠打印价格！70gA4 纸单面 0.07 元/张，双面 0.05 元/张。

目录

基础过关 I 阶

高等数学

填空题

【1】设 $f(x)=\begin{cases}\sin x, & |x|\leqslant \dfrac{\pi}{2},\\ x, & |x|>\dfrac{\pi}{2},\end{cases}$ $\varphi(x)=\begin{cases}\arcsin x, & |x|\leqslant 1,\\ x, & |x|>1\end{cases}$ 则 ______.

【2】设 $g(x)=\begin{cases}2-x, & x\leqslant 0,\\ 2+x, & x>0,\end{cases}$ $f(x)=\begin{cases}x^2, & x<0,\\ -x, & x\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $\lim\limits_{x\to 0} g[f(x)]=$ ______.

【3】设 $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$, 则 $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=$______.

【4】设 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left[1+x+\frac{f(x)}{x}\right]}{x}=3$, 则 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^2}=$______.

【5】设 a,b 为常数，且 $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{1-x^6}-ax^2-b)=0$, 则 $a=$ ______, $b=$ ______.

【6】$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1-\sin x}}{e^x-1}=$ ______.

【7】设 $\alpha > 0, \beta > 0$ 为常数，则 $I = \lim\limits_{x \to +\infty} x^a e^{-\beta x} =$ ______.

【8】$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - (\cos x)^{\sin x}}{x^3} =$ ______.

【9】设常数 $a>0$, 则 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a^x}{1+a^x}=$ ______.

【10】 设$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{ax^3}-1}{x-\arcsin x}, & x>0,\\ 6, & x\leqslant 0\end{cases}$ 在$x=0$ 点连续, 则$a=$ ______.

【11】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x+x^2)+\ln(1-x+x^2)}{\sec x-\cos x}=$ ______.

【12】 $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\sin x^2-2(1-\cos x)\sin x}{x^4}=$ ______.

【13】$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{\frac{1}{x}}\arctan\dfrac{1}{x}}{1+e^{\frac{2}{x}}}=$______.

【14】$[x]$ 表示 x 的最大整数部分，则 $\lim\limits_{x\to0}x\left[\dfrac{2}{x}\right]=$______.

【15】设 $f''(a)$ 存在，$f'(a)\neq 0$. 则 $\lim\limits_{x\to a}\left[\dfrac{1}{f'(a)(x-a)}-\dfrac{1}{f(x)-f(a)}\right]=$______.

【16】设 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 存在,且有 $f(x)=\mathrm{e}^{-2x}+x^{\frac{2}{1-x}}\lim\limits_{x\to 1}f(x)$,则 $f(x)=$______.

【17】 $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{n}\right)\right]^{\frac{1}{n}}=$______.

【18】设 $x_0=0, x_n=\dfrac{1+2x_{n-1}}{1+x_{n-1}}(n=1,2,3,\ldots)$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=$______.

【19】设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n+1}+1}{x^{2n+1}-x^{n}+x+4}$, 则 $f(x)$ 的间断点为 ______.

【20】设 $f(x)=\dfrac{e^{x}-b}{(x-a)(x-b)}$ 有无穷间断点 $x=e$, 可去间断点 $x=1$, 则 $(a,b)=$ ______.

【21】设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+bx)}{x}, & x\neq 0,\\ -1, & x=0,\end{cases}$ 其中 b 为某常数, $f(x)$ 在定义域上处处可导, 则 $f'(x)=$______.

【22】设 $f(x)$ 是以 3 为周期的可导函数且是偶函数，$f'(-2)=-1$, 则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h}{f(5-2\sin h)-f(5)}=$

______.

【23】设 $f(x)=x^{\sin x}(x>0)$, 则 $f'(x)=$______.

【24】设 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=\dfrac{1}{2}\ln(1+t^2), \\ y=\arctan t \end{cases}$ 确定，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$______, $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=$______.$y=y(x)$ 在任意点处的曲率 $K=$______.

【25】设 $y=\sqrt{\dfrac{e^{4x}}{e^{4x}+1}}$, 则 $\mathrm{d}y=$______.

【26】设 $f(x)=\ln\dfrac{1-2x}{1+3x}$, 则 $f'''(0)=$______.

【27】曲线$y=\ln x$ 上与直线$x+y=2$ 垂直的切线方程为______.

【28】设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{e^x-1}=2$, 则曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的法线方程为______.

【29】设 $f(x)=\int_{\frac{\pi}{2}}^{x}\ln(1+\sin t)\mathrm{d}t$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ 处的切线方程为 ______.

【30】函数 $y=\frac{(x-3)^2}{4(x-1)}$ 的单调增区间是 ______, 单调减区间是 ______, 极值是 ______, 凹区间是 ______, 凸区间是 ______.

【31】设 $(1,3)$ 是曲线 $y=x^3+ax^2+bx+14$ 的拐点，则 $a=$______.$b=$______.

【32】设 $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x}+\cos x, & x<0, \\ \ln(1+x)+ax+be^x, & x\geqslant 0. \end{cases}$ 并设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，则常数 $a=$______, $b=$______.

【33】设 $f(x)=\begin{cases}\arctan x, & x\leqslant 1,\\ \dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^{x^2-1}-x)+\dfrac{\pi}{4}, & x>1,\end{cases}$ 则 $f'(x)=$______.

【34】设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处二阶导数存在，则 $I=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}-f'(a)}{h}=$______.

【35】设 $f'(1)=1$, 则 $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1+x)-f(1-2\sin x)}{x+2\sin x}=$ ______.

【36】设 $f(x)=\ln\dfrac{1-2x}{1+3x}$, 则 $f(x)$ 在 $x_0=0$ 点处的 n 次泰勒多项式为 ______.

【37】设有界函数 $f(x)$ 在 $(c,+\infty)$ 内可导，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=b$, 则 $b=$______.

【38】设 $y=y(x)$ 是由方程 $2y^3-2y^2+2xy-x^2=1$ 确定的,则 $y=y(x)$ 的极值点是______.

【39】设$y=y(x)$二阶可导, 且$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=(4-y)y^{\beta}(\beta>0)$,若$y=y(x)$ 的一个拐点是 $(x_0,3)$, 则$\beta=$______.

【40】设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim\limits_{x\to0}\frac{[f(x)+1]x^2}{x-\sin x}=2$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 ______.

【41】过曲线 $y=1-x^2$ 上在第一象限内的点 (ξ,η) 作该曲线的切线，交两坐标轴的正向构成三角形. 要使此三角形的面积为最小，则该切点的坐标 $(\xi,\eta)=$ ______.

【42】曲线 $xy=1$ 在点 $M(1,1)$ 处的曲率圆方程是 ______.

【43】设 $f(x)$ 连续，当 $x\to a$ 时，$f(x)$ 是 $x-a$ 的 n 阶无穷小，则当 $x\to a$ 时 $\int_{\alpha}^{x} f(t)\mathrm{d}t$ 是 $x-a$ 的 ______ 阶无穷小.(填阶数)

【44】已知当 $x\to 0$ 时 $F(x)=\int_{0}^{x-\sin x}\ln(1+t)\mathrm{d}t$ 是 x^{n} 的同阶无穷小，则 $n=$ ______.

【45】$I=\int\frac{\sqrt{x+1}+2}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=$______.

【46】设 $f(x)=\begin{cases}\sin x+1, & x>0,\\ \dfrac{1}{1+x^2}, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 的所有原函数为 ______.

【47】$\int |x-|x+1||\,\mathrm{d}x=$______.

【48】设常数 $a>0$, 则 $\int \arcsin\sqrt{\dfrac{x}{x+a}}\,\mathrm{d}x=$______

【49】 $\int e^{-2x}\arctan e^{x}\,dx =$ ______.

【50】 $\int \frac{x^2-x+1}{x(x-1)^2}\ln x\,dx =$

【51】设 $y=y(x)$ 是由 $y^3+xy+x^2-2x+1=0$ 及 $y(1)=0$ 所确定，则 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\int_1^x y(t)\mathrm{d}t}{(x-1)^3}=$ ______.

【52】设 $f(x)$ 连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=2, \psi(x)=\int_0^1 f(xt)\mathrm{d}t$, 则 $\psi'(x)=$ ______.

【53】 $f(x)=\begin{cases} xe^{-x^2}, & x\geqslant 0, \\ \dfrac{1}{1+\cos x}, & -1<x<0, \end{cases}$ 则 $\int_1^4 f(x-2)\mathrm{d}x=$______.

【54】 设 $f(x)=\max\{1,x^2\}$, 则 $\int_1^x f(t)\mathrm{d}t=$______.

【55】 $\int_1^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{x-\sqrt{2x^2-1}} =$ ______.

【56】设 $f(x)=\int_0^{x^2} \mathrm{e}^{-t^2}\mathrm{d}t$, 则 $f(x)$ 的极值为 ______, $f(x)$ 的拐点坐标为 ______.

【57】$I_1=\int\cos^4 x\mathrm{d}x=$______, $I_2=\int\sin^4 x\mathrm{d}x=$______.

【58】设定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 对于任意的 $x\in(-\infty,+\infty)$, 都有 $2f(x)+f(1-x)=x^2$, 则 $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=$______.

【59】 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}\frac{n}{n^2+i^2+1}=$

【60】 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{k}}{\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{n+k}}=$______.

【61】 $\int_0^{2\pi} |\sin^2 x - \cos^2 x| \, \mathrm{d}x =$ ______.

【62】 $\int_0^{+\infty} \frac{x\mathrm{e}^{-x}}{(1+\mathrm{e}^{-x})^2} \mathrm{d}x =$ ______.

【63】 $\int_2^4 \frac{x\mathrm{d}x}{\sqrt{|x^2-9|}}=$ ______.

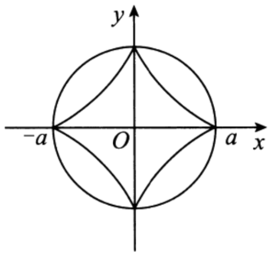
【64】 $\int_3^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(x-1)^4\sqrt{x^2-2x}}=$ ______.

【65】摆线 $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ 与 x 轴围成图形绕 $y = 2a$ 旋转一周而得旋转体的体积 $V =$ ______.

【66】设星形线方程为

$$\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$$

则它所围成的面积 A 为 ______, 它的弧长 L 为 ______, 它绕 x 轴旋转而生成的旋转体体积 V 为 ______, 该旋转体的侧面积 $S=$______.



【67】设有曲线 $y=\sqrt{x-1}$, 过原点作其切线, 则以曲线、切线及 x 轴所围成平面图形绕 x 轴旋转一圈所得到的表面积为______.

【68】曲线 $y=\dfrac{x^2}{1+x^2}$ 与其渐近线围成的区域绕其渐近线旋转所得旋转体体积 $V=$______.

【69】曲线$y=x^2, y=x+2$ 围成的图形绕y 轴旋转一周生成的旋转体体积 = ______.

【70】已知一容器由 $y=x^2(0\leqslant x\leqslant 2)$ 绕 y 轴旋转而成，如果容器内的水量是该容器容量的 $\frac{1}{4}$, 则容器内水面的高度是 ______; 如果水的密度为 ρ, 要将容器中这部分水全部抽出，需要作的功是 ______.

【71】若通过点 $(1,0)$ 的曲线 $y=y(x)$ 上每一点 (x,y) 处切线的斜率等于 $1+\frac{y}{x}+\left(\frac{y}{x}\right)^2$, 则此曲线的方程是 ______.

【72】当 $y>0$ 时，微分方程 $(x-2xy-y^2)\mathrm{d}y+y^2\mathrm{d}x=0$ 的通解为 ______.

【73】方程 $y' = 1 + x + y^2 + xy^2$ 的通解为______.

【74】方程$xy' - x\sin\dfrac{y}{x} - y = 0$ 的通解为______.

【75】方程 $xy' + 2y = \sin x$ 满足条件 $y\Big|_{x=\pi} = \dfrac{1}{\pi}$ 的特解为 ______.

【76】微分方程 $y' + y\tan x = \cos x$ 的通解 $y =$ ______.

【77】微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y}{x+y^4\ln y}$ 的通解是 ______.

【78】微分方程 $y''-2y'+2y=\mathrm{e}^x$ 的通解 $y=$ ______

【79】方程$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{y}{x+y^4}$的通解为______.

【80】方程$y''+y'-2y=(6x+2)\mathrm{e}^x$满足$y(0)=3, y'(0)=0$的特解$y^*=$______.

【81】设 $y=y(x)$ 是二阶常系数线性微分方程 $y''+2my'+n^2y=0$ 满足 $y(0)=a$ 与 $y'(0)=b$ 的特解，其中 $m>n>0$, 则 $\int_0^{+\infty} y(x)\mathrm{d}x=$______.

【82】已知 $y_1=x\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{2x}, y_2=x\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}, y_3=x\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{-x}$ 是某二阶线性非齐次微分方程的三个解, 则此微分方程为______.

【83】 $y = e^{x}(C_1\sin x + C_2\cos x)(C_1, C_2$ 为任意常数) 为某二阶常系数线性齐次程的通解，则该方程为 ______.

【84】已知 $y_1 = \cos 2x - \frac{1}{4}x\cos 2x, y_2 = \sin 2x - \frac{1}{4}x\cos 2x$ 是某二阶线性常系数非齐次微分方程的两个解，$y_3 = \cos 2x$ 是它所对应的齐次方程的一个解，则该微分方程是 ______.

【85】方程 $y''' - y' = 0$ 满足条件 $y\Big|_{x=0} = 3, y'\Big|_{x=0} = -1, y''\Big|_{x=0} = 1$ 的特解为______.

【86】$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{xy^2}{x^2 + y^2} =$ ______.

【87】设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0,\\ a, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 点连续，则 $a=$______.

【88】设 $z=\ln(\sqrt{x}+\sqrt{y})$, 则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$______.

【89】设 $f(x,y)=\dfrac{x^2+y^2}{e^{xy}+xy\sqrt{x^2+y^2}}$，则 $f_x'(1,0)=$ ______.

【90】设 $f(x,y)=\ln|x+y|-\sin(xy)$，则 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ 在点 $(1,\pi)$ 处的值为 ______.

【91】设$z=\mathrm{e}^{xy}+f(x+y,xy)$, $f(u,v)$ 有二阶连续偏导数, 则$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$______.

【92】若函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\mathrm{e}^x+2y+3z+xyz=1$ 确定，则 $\mathrm{d}z\Big|_{(0,0)}=$______.

【93】设 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^2+y^2+z^2=3$ 所确定，则 $\mathrm{d}z|_{(1,1,1)}=$______.

【94】二元函数 $f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$ 的极小值为______.

【95】设 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点连续，且 $\lim\limits_{(x,y)\to(0.0)}\dfrac{f(x,y)+3x-4y}{x^2+y^2}=2$, 则 $2f'_x(0,0)+f'_y(0,0)=$______.

【96】设 $z=\left(y^x+\dfrac{\sin x}{\sqrt{x^2+2y^2}}\right)^{\sqrt{x^2+y^2}}$, 则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(0,1)}=$______.

【97】设函数$F(u,v)$ 可微, 且$F\left(x+\dfrac{z}{y},y+\dfrac{z}{x}\right)=0$ 确定隐函数$z=z(x,y)$, 则$z-x\dfrac{\partial z}{\partial x}-y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$______.

【98】 设$z=z(x,y)$ 是由方程$x+y+z=\int_0^{xyz}\mathrm{e}^{-t^2}\mathrm{d}t$ 确定的隐函数, 则$\mathrm{d}z=$______.

【99】设连续函数 $z=f(x,y)$ 满足 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x,y)-2x+y-2}{\sqrt{x^2+(y-1)^2}}=0$, 则 $\mathrm{d}z\Big|_{(0,1)}=$ ______.

【100】设$(ax^2y^2-2xy^2)\mathrm{d}x+(2x^3y+bx^2y+1)\mathrm{d}y$ 是一个函数$f(x,y)$ 的全微分,则$a=$ ______,$b=$ ______,$f(x,y)=$ ______.

【101】设方程式 $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-10=0$ 确定某隐函数 $z=z(x,y)>0$, 则 $z=z(x,y)$ 的极______ 值点是 ______, 相应的极值是 ______.

【102】函数 $f(x,y)=x^2+y^2$ 在区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2+8x-6y\leqslant 200\}$ 上的最小值与最大值分别是______ 与 ______.

【103】设$a>0$,交换积分次序$\int_0^a \mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{ay}} f(x,y)\mathrm{d}x+\int_a^{2a}\mathrm{d}y\int_0^{2a-y} f(x,y)\mathrm{d}x=$______.

【104】交换积分次序$\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^{x^2} f(x,y)\mathrm{d}y+\int_1^3 \mathrm{d}x\int_0^{\frac{1}{2}(3-x)} f(x,y)\mathrm{d}y=$______.

【105】交换二次积分的积分次序，$\int_0^2 \mathrm{d}x \int_{\frac{x^2}{4}}^{3-x} f(x,y)\mathrm{d}y =$ ______.

【106】计算 $\int_0^1 \mathrm{d}x \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{x+y}{x^2+y^2}\mathrm{d}y =$ ______.

【107】计算 $\int_{-1}^{0}\mathrm{d}x\int_{x^2}^{1}xy\sqrt{1+y^3}\mathrm{d}y=$ ______.

【108】设 D 为圆域 $x^2+y^2\leqslant 2x+2y$, 则 $\iint\limits_D xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ ______.

【109】 $\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 1}(x^2+2y)\mathrm{d}\sigma=$______.

【110】 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_x^{\sqrt{x}}\frac{\sin y}{y}\mathrm{d}y=$______.

【111】$\int_0^1 \mathrm{d}x \int_{x^2}^1 \frac{xy}{\sqrt{1+y^3}} \mathrm{d}y =$ ______.

【112】将直角坐标系下的累次积分转换成极坐标系下的累次积分并计算 $I = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}R} \mathrm{e}^{-y^2} \mathrm{d}y \int_0^y \mathrm{e}^{-x^2} \mathrm{d}x + \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}R}^R \mathrm{e}^{-y^2} \mathrm{d}y \int_0^{\sqrt{R^2-y^2}} \mathrm{e}^{-x^2} \mathrm{d}x =$ ______.

【113】交换积分次序 $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\theta \int_0^{2\cos\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r \mathrm{d}r =$ ______.

【114】$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{d}\theta \int_0^{\frac{1}{\cos\theta}} r^2 \mathrm{d}r + \int_1^{\sqrt{2}} \mathrm{d}x \int_0^{\sqrt{2-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} \mathrm{d}y =$ ______.

【115】设 $D=\left\{(x,y)\mid 0\leqslant x\leqslant 1,0\leqslant y\leqslant 1\right\}$, 则 $\iint_D \dfrac{\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\sqrt{x^2+y^2}}=$______.

【116】设积分区域 D 由曲线 $y=\ln x$ 以及直线 $x=2,y=0$ 围成，则 $\iint\limits_{\mathrm{D}} \dfrac{\mathrm{e}^{xy}}{x^x-1}\mathrm{d}\sigma=$______.

【117】积分 $\int_0^2 \mathrm{d}x \int_x^2 \mathrm{e}^{-y^2} \mathrm{d}y$ 的值等于______.

【118】设 $a>0, f(x)=g(x)=\begin{cases} a, & 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ D 表示全平面，则 $\iint\limits_D f(x) g(y-x) \mathrm{d}x \mathrm{d}y=$______.

选择题

【119】设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\leqslant 0, \\ x^2+x & x>0, \end{cases}$ 则 $f(-x)=$

(A) $\begin{cases} -x^2, & x\leqslant 0, \\ -x^2-x, & x>0. \end{cases}$

(B) $\begin{cases} -x^2-x, & x<0, \\ -x^2, & x\geqslant 0. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x^2, & x\leqslant 0, \\ x^2-x, & x>0. \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x^2-x, & x<0, \\ x^2, & x\geqslant 0. \end{cases}$

【120】“$f(x)$ 在 x_0 点连续”是“$|f(x)|$ 在 x_0 点连续”的

(A) 充分条件, 但不是必要条件.

(B) 必要条件，但不是充分条件.

(C) 充分必要条件.

(D) 既不是充分条件，也不是必要条件.

【121】$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{\pi}\arctan x\right)^x$

(A) $=0$.　　(B) $=\mathrm{e}^{-\frac{2}{\pi}}$.　　(C) $=1$.　　(D) 不存在.

【122】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(\sin x)-\cos x}{(1-\cos x)\sin^2 x}=$

(A) 1.　　(B) $\dfrac{1}{2}$.　　(C) $\dfrac{1}{3}$.　　(D) 0.

【123】 $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin x}{x^2-\pi^2}=$

(A) $\dfrac{1}{2\pi}$.　　(B) $-\dfrac{1}{2\pi}$.　　(C) 2π.　　(D) -2π.

【124】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(1-\cos x)}{\tan x\cdot\ln(1+x^2)}=$

(A) 2. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) 1. (D) 0.

【125】 $\lim\limits_{x\to 0}(\mathrm{e}^x-x)^{\frac{1}{x^2}}=$

(A) $\dfrac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$. (B) $\sqrt{\mathrm{e}}$. (C) 1. (D) 0.

【126】 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2+\cos x}{3}\right)^{\frac{1}{x^2}}=$

(A) $e^{\frac{1}{2}}$.　　(B) $e^{-\frac{1}{2}}$.　　(C) $e^{-\frac{1}{6}}$.　　(D) $e^{\frac{1}{6}}$.

【127】 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\cot x\right)=$

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

【128】$\lim\limits_{x\to 0}(2-\cos x)^{-\frac{1}{x^2}}=$

(A) $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$. (B) 1. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $-\dfrac{1}{2}$.

【129】$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{[\sin x-\sin(\sin x)]\sin x}{x^4}=$

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $-\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{1}{6}$. (D) $-\dfrac{1}{6}$.

【130】当 $x \to +\infty$ 时，函数 $(\pi - 2\arctan x)\ln x$ 的极限

(A) 不存在.　　(B) 等于 -1.　　(C) 等于 0.　　(D) 等于 1.

【131】已知 $I = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax^2+bx+1-\mathrm{e}^{x^2-2x}}{x^2}=2$, 则

(A) $a=5, b=-2$.　　(B) $a=-2, b=5$.　　(C) $a=2, b=0$.　　(D) $a=3, b=-3$.

【132】 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+n+1}+\dfrac{2}{n^2+n+2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n+n}\right)=$

(A) 3. (B) 2. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

【133】已知$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}=a$.下列计算中,运算过程没有错误的是

(A) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+xf(x)}{x^3}\overset{①}{=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x+xf(x)}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}=a.$

(B) $(\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+xf(x)}{x^3}\overset{②}{=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\frac{\sin5x}{x}+f(x)}{x^2}\overset{③}{=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}=a.$

(C) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+xf(x)}{x^3}\overset{④}{=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x}{x^3}+\lim\limits_{x\to0}\dfrac{xf(x)}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5}{x^2}+\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x^2}\overset{⑤}{=}a.$

(D) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin5x+xf(x)}{r^3}\overset{⑥}{=}\lim\limits_{x\to0}\left[\dfrac{5+f(x)}{x^2}-\dfrac{5x-\sin5x}{x^3}\right]\overset{⑦}{=}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}-\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x-\sin5x}{x^3}=a-\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x-\sin5x}{x^3}=a-\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5-5\cos5x}{3x^2}=a-\dfrac{5}{3}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos5x}{x^2}=a-\dfrac{125}{6}.$

【134】设有下列命题

① 数列 $\{x_n\}$ 收敛 (即存在极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$), 则 $\{x_n\}$ 有界.

② 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \Longleftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+l} = a$. 其中 l 为某个确定的正整数.

③ 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \Longleftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} x_{2n-1} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{2n} = a$.

④ 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 存在 $\Longleftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_{n+1}}{x_n} = 1$.

则以上命题中正确的个数是

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

【135】有以下命题：设 $\lim\limits_{x\to a} f(x)=A, \lim\limits_{x\to a} g(x)$ 不存在 $, \lim\limits_{x\to a} h(x)$ 不存在,

①$\lim\limits_{x\to a}[f(x)\bullet g(x)]$ 不存在.

②$\lim\limits_{x\to a}[g(x)+h(x)]$ 不存在.

③$\lim\limits_{x\to a}[h(x)\bullet g(x)]$ 不存在.

④$\lim\limits_{x\to a}[g(x)+f(x)]$ 不存在.

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

【136】设 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 均无界，$\{z_n\}$ 有界，则以下命题正确的是

(A) $\{x_n+y_n\}$ 无界. (B) $\{x_n y_n\}$ 无界.

(C) $\{x_n+z_n\}$ 无界. (D) $\{x_n z_n\}$ 无界.

【137】设 m、n 为某两正数，则 $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^n e^{-x}+x^{-m}\ln x)=$

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) $\frac{1}{2}$.　　(D) 2.

【138】$\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{(x+a)(x+b)(x+c)}-x)=$

(A) $\frac{1}{3}(a+b+c)$.　　(B) $\frac{1}{2}(a+b)$.　　(C) $\max\{a,b,c\}$.　　(D) $\min\{a,b,c\}$.

【139】$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x\cos 2x\cos 3x}{x^2}=$

(A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

【140】$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)-\sin x}{\sqrt[3]{1-x^2}-1}=$

(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) 1. (C) $\dfrac{3}{2}$. (D) 2.

【141】 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x+1}+x+1}{\sqrt{x^2+\sin x}}=$

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

【142】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^3}\left[\left(\dfrac{2+\cos x}{3}\right)^x-1\right]=$

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $-\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{1}{6}$. (D) $-\dfrac{1}{6}$.

【143】 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-\mathrm{e}}{x}=$

(A) $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$. (B) $-\dfrac{\mathrm{e}}{2}$. (C) e (D) $-\mathrm{e}$

【144】 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-\sqrt{\cos2x}}{\tan^2\dfrac{x}{2}}=$

(A) 4. (B) -4. (C) 6. (D) -6.

【145】 $\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\left[\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{n}\right)\right]^n+\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{1}{n}\right)\right]^n\right\}$

(A) -1. (B) 1. (C) e. (D) $e^{\frac{\pi}{4}}$.

【146】若 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos 2x-\sqrt{\cos 2x}}{x^k}=a\neq0$, 则

(A) $k=2, a=1$. (B) $k=-2, a=-1$.

(C) $k=2, a=-2$. (D) $k=2, a=-1$.

【147】设 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 6x-(\sin x)f(x)}{x^3}=0$, 则 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{6-f(x)}{x^2}=$

(A) 0. (B) 35. (C) 36. (D) ∞.

【148】下列极限中，能用洛必达法则计算极限的为

(A) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+\sin x}{x}$. (B) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$. (C) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2\sin\dfrac{1}{x}}{\sin x}$. (D) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{\sin x}}{x-\sin x}$.

【149】设 $f(0)=0$, 则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x^2)}{x^2}$ 存在是 $f(x)$ 在 $x=0$ 可导的

(A) 充分非必要条件.

(B) 必要非充分条件.

(C) 充分必要条件.

(D) 既非充分又非必要条件.

【150】设 $f(x)$ 在 x_0 可导，且 $f'(x_0)>0$, 则 $\exists\delta>0$, 使得

(A) $f(x)$ 在区间 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$ 上单调上升.

(B) $f(x)>f(x_0),x\in(x_0-\delta,x_0+\delta),x\neq x_0$.

(C) $f(x)>f(x_0),x\in(x_0,x_0+\delta)$.

(D)) $f(x)<f(x_0),x\in(x_0,x_0+\delta)$.

【151】设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1+\mathrm{e}^{1/x}}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0,\end{cases}$ 则下列正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 不存在.

(B) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 存在，但 $f(x)$ 在 $x=0$ 点处不连续.

(C) $f(x)$ 在 $x=0$ 点处连续，但不可导.

(D) $f(x)$ 在 $x=0$ 点处可导.

【152】设 $y=y(x)$ 由方程 $\ln(x^2+y)=x^3y+\sin x$ 所确定，则 $y'(0)$

(A) $=2$.　　(B) $=1$.　　(C) $=0$.　　(D) 不存在.

【153】设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^{f(x)}-\cos x+\sin x}{x}=0$, 则 $f'(0)$

(A) $=1$.　　(B) $=-1$.　　(C) $=0$.　　(D) 不存在.

【154】设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在 3 阶导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\tan x-\sin x}=1$. 则 $f'''(0)=$

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

【155】设 $f(x)=x^2\mathrm{e}^{3x}$, 则 $f^{(n)}(0)=$

(A) $\dfrac{3^n}{n!}$.　　(B) $n^2 3^{n-1}$.

(C) $3^{n-2}n(n-1)$.　　(D) $3^{n-2}(n-1)(n-2)$.

【156】设常数 $a>1, y=x$ 为曲线 $y=a^x$ 的切线，则

(A) $a=\mathrm{e}$, 切点为 (e,e).

(B) $a=\mathrm{e}^{\frac{1}{e}}$, 切点为 (e,e).

(C) $a=\mathrm{e}$, 切点为 $(\mathrm{e}^{\frac{1}{e}},\mathrm{e}^{\frac{1}{e}})$.

(D) $a=\mathrm{e}^{\frac{1}{e}}$, 切点为 $(\mathrm{e}^{\frac{1}{e}},\mathrm{e}^{\frac{1}{e}})$.

【157】数列 $1,\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{3},\ldots.\sqrt[n]{n},\ldots$ 的最大项为

(A) $\sqrt{2}$.

(B) $\sqrt[3]{3}$.

(C) $\sqrt[4]{4}$.

(D) $\sqrt[5]{5}$.

【158】设 $f(x)=ax^3-6ax^2+b$ 在区间 $[-1,2]$ 上的最大值是 3, 最小值是 -29，且 $a>0$, 则

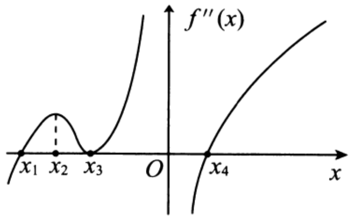
(A) $a=2,b=-29$.

(B) $a=3,b=2$.

(C) $a=2,b=3$.

(D) 以上都不对.

【159】函数 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 连续，其二阶导函数的图形如图所示，则 $y=f(x)$ 的拐点的个数是



(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

【160】设曲线 $y=\sqrt[3]{x}-4$, 则

(A) 曲线的凸区间为 $(-\infty,4)$, 凹区间为 $(4,+\infty)$, 拐点为 $(4,0)$.

(B) 曲线的凹区间为 $(-\infty,4)$, 凸区间为 $(4,+\infty)$, 拐点为 $(4,0)$.

(C) 曲线的凸区间为 $(-\infty,4)$, 凹区间为 $(4,+\infty)$, 无拐点.

(D) 曲线的凹区间为 $(-\infty,4)$, 凸区间为 $(4,+\infty)$, 无拐点.

【161】函数 $f(x)=3\ln x-x$

(A) 没有零点. (B) 有 1 个零点. (C) 有 2 个零点. (D) 有 3 个零点.

【162】设函数 $g(x)$ 在 $x=a$ 点处连续，$f(x)=|x-a|g(x)$ 在 $x=a$ 点处可导，则 $g(a)$ 满足

(A) $g(a)=a$.　　(B) $g(a)\neq a$.　　(C) $g(a)=0$.　　(D) $g(a)\neq 0$.

【163】设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x^2}{x^3}, & x>0,\\ g(x)\arcsin^2 x, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 其中 $g(x)$ 是有界函数，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

(A) 极限不存在.　　(B) 极限存在，但不连续.

(C) 连续，但不可导.　　(D) 可导.

【164】设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内有定义，$f(0)=0$, 则下述条件能保证 $f'(0)$ 存在的是

(A) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}f[\ln(1-h)]$ 存在.

(B) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\sqrt{1+h^2}-1)$ 存在.

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\tan h-\sin h)$ 存在.

(D) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}[f(2h)-f(h)]$ 存在.

【165】设曲线 $y=f(x)$ 在原点与 $y=\sin x$ 相切，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}\bullet\sqrt{f\left(\dfrac{2}{n}\right)}=$

(A) $-\sqrt{2}$.

(B) -1.

(C) 1.

(D) $\sqrt{2}$.

【166】设函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内可导，且 $\lim\limits_{x\to+\infty}[f'(x)+f(x)]=1$, 则 $\lim\limits_{r\to+\infty}f(x)$, $\lim\limits_{r\to+\infty}f'(x)$ 分别为

(A) 0, 0. (B) 1, 1. (C) 0, 1. (D) 1, 0.

【167】设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处有定义，且 $f(0)=1, \lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1-x)+f(x)\sin x}{\mathrm{e}^{r^2}-1}=0$, 则 $f'(0)=$

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $-\dfrac{1}{2}$. (C) 2. (D) -2.

【168】设 ξ 为函数 $f(x)=\arcsin x$ 在区间 $[0,b]$ 上使用拉格朗日中值定理中的“中值”，则极限 $\lim\limits_{b\to 0}\dfrac{\xi}{b}=$

(A) $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$.　　(B) $\dfrac{1}{2}$.　　(C) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.　　(D) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

【169】设 $x \geqslant 0$, 由中值定理可知，$\exists \xi \in (x, x+1)$, 使得 $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}=\dfrac{1}{2\sqrt{\xi}}$. 若记 $\theta(x)=\xi-x$, 则下列正确的是

(A) $\theta(x)$ 单调递增，且 $\lim\limits_{x\to 0^+}\theta(x)=0$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\theta(x)=\dfrac{1}{4}$.

(B) $\theta(x)$ 单调递减，且 $\lim\limits_{x\to 0^+}\theta(x)=\dfrac{1}{4}$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\theta(x)=0$.

(C) $\theta(x)$ 单调递增，且 $\lim\limits_{x\to 0^+}\theta(x)=\dfrac{1}{4}$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\theta(x)=\dfrac{1}{2}$.

(D) $\theta(x)$ 单调递减，且 $\lim\limits_{x\to 0^+}\theta(x)=\dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\theta(x)=\dfrac{1}{4}$.

【170】设 $f(x)$ 在 (-1,1) 内二阶可导，$f'\prime(0) \neq 0.\forall x \in (-1,0) \cup (0,1), \exists \theta(x)$ 介于 0，x 之间，且满足 $f(x) - f(0) = x f'[\theta(x) x]$, 则 $\lim_{x \to 0} \theta(x) =$

(A) -1.　　(B) $-\frac{1}{2}$.　　(C) $\frac{1}{2}$.　　(D) 1.

【171】曲线 $y = \dfrac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(A) 既有铅直又有水平与斜渐近线.　　(B) 仅有铅直渐近线.

(C) 只有铅直与水平渐近线.　　(D) 只有铅直与斜渐近线.

【172】设$f(x)=\begin{cases}2-\cos x, & x\leqslant 0,\\ \sqrt{x}+1, & x>0,\end{cases}$则

(A) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 但 $(0,1)$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

(B) $x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点，但 $(0,1)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

(C) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点，且 $(0,1)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

(D) $x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点，$(0,1)$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

【173】方程 $\tan x = 1 - x$ 在区间 $(0,1)$ 上

(A) 没有实根.

(B) 有唯一的实根.

(C) 有且仅有 2 个实根.

(D) 有 3 个或 3 个以上的实根.

【174】设函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - a$ 恰有两个不同的零点，则 a 可能为

(A) 8.

(B) 6.

(C) 4.

(D) 2.

【175】$f(x)=\ln x-\dfrac{x}{\mathrm{e}}+1$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的零点个数

(A) 没有.　　(B) 正好 1 个.　　(C) 正好 2 个.　　(D) 至少 3 个.

【176】当 $x\to 0$ 时下列无穷小中阶数最高的是

(A) $(1+x)^{x^2}-1$.　　(B) $\mathrm{e}^{x^4-2x}-1$.

(C) $\int_0^{x^2}\sin t^2\mathrm{d}t$.　　(D) $\sqrt{1+2x}-\sqrt[3]{1+3x}$.

【177】设 $\int \frac{x}{f(x)}\mathrm{d}x = \ln(\sqrt{1+x^2}-x)+C$, 则 $\int f(x)\mathrm{d}x =$

(A) $\frac{1}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}}+C.$

(B) $\frac{2}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}}+C.$

(C) $-\frac{1}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}}+C.$

(D) $-\frac{2}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}}+C.$

【178】设 $\sin x\ln|x|$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则不定积分 $\int xf'(x)\mathrm{d}x=$

(A) $x\cos x\ln|x|+x\bullet\dfrac{\sin x}{|x|}-\sin x\ln|x|+C$.

(B) $x\cos x\ln|x|+\sin x-\sin x\ln|x|+C$.

(C) $\cos x\ln|x|-\dfrac{\sin x}{|x|}-\sin x\ln|x|+C$.

(D) 以上均不正确.

【179】设 $f(\ln x)=x+\ln^2 x$, 则 $\int xf'(x)\mathrm{d}x=$

(A) $(x-1)\mathrm{e}^x+\frac{2}{3}x^3+C$.　　(B) $(x+1)\mathrm{e}^x+\frac{4}{3}x^3+C$.

(C) $(x-1)\mathrm{e}^x+\frac{4}{3}x^3+C$.　　(D) $(x+1)\mathrm{e}^x+\frac{2}{3}x^3+C$.

【180】数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2+1^2}+\frac{n}{n^2+2^2}+\dots+\frac{n}{n^2+n^2}\right)=$

(A) $\frac{\pi}{2}$.　　(B) $\frac{\pi}{4}$.　　(C) $\frac{\pi}{3}$.　　(D) $\frac{\pi}{6}$.

【181】下列积分中不等于 0 的是

(A)) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos x \ln \frac{1-x}{1+x} \mathrm{d}x$.

(B) $\int_{-3}^{3} \ln(x+\sqrt{1+x^2})\mathrm{d}x$.

(C) $\int_{-1}^{1} \frac{x-\sqrt{1+x^2}}{x+\sqrt{1+x^2}} \mathrm{d}x$.

(D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos^4 x}{1+x^2} \mathrm{d}x$.

【182】$f(x)=\begin{cases} \sin x, \text{当} x \leq \frac{\pi}{2}, \\ x, \text{当} x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ 则 $\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x =$

(A) $\frac{3}{8}\pi$.

(B) $1+\frac{3}{8}\pi^2$.

(C) $-\frac{3}{8}\pi$.

(D) $1-\frac{3}{8}\pi$.

【183】设 $f(x)=\dfrac{1}{4+x^2}+\sqrt{4-x^2}\bullet\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$, 则定积分 $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=$

(A) $\dfrac{\pi}{8(1-\pi)}$. (B) $\dfrac{\pi}{8(\pi-1)}$. (C) $\dfrac{1}{1-\pi}$. (D) $\dfrac{1}{\pi-1}$.

【184】设 $f(x)$ 为连续函数 ,$g(x)=\int_{-x}^{0} tf(x+t)\mathrm{d}t$, 则 $g'(x)=$

(A) $-\int_0^x f(u)\mathrm{d}u$. (B) $\int_0^x f(u)\mathrm{d}u$. (C) $-\int_0^{-x} f(u)\mathrm{d}u$. (D) $\int_0^{-x} f(u)\mathrm{d}u$.

【185】 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\displaystyle\int_{\cos^2 x}^{2x^3}\dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}\mathrm{d}t=$

(A) $\dfrac{1}{\sqrt{1+4x^6}}-\dfrac{1}{\sqrt{1+\cos^4 x}}$

(B) $\dfrac{6x^2}{\sqrt{1+4x^6}}-\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos^4 x}}$.

(C) $\dfrac{6x^2}{\sqrt{1+4x^6}}+\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos^4 x}}$.

(D) $\dfrac{6x^2}{\sqrt{1+4x^6}}-\dfrac{1}{\sqrt{1+\cos^4 x}}$.

【186】 设 $f(x)=\begin{cases}-x, & x\in[0,1],\\ 1+x, & x\in[-1,0).\end{cases}$ $F(x)=\displaystyle\int_{-1}^{x}f(t)\mathrm{d}t$, 则在 $x=0$ 处 $F(x)$

(A) 无定义.

(B) 有定义，但不连续.

(C) 连续但不可导.

(D) 可导.

【187】设 $F(x)=\int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\mathrm{d}t-\int_{\mathrm{e}}^x \frac{1}{t^4+1}\mathrm{d}t$, 则方程 $F(x)=0$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上

(A) 没有根.　　(B) 正好一个根.　　(C) 正好两个根.　　(D) 至少三个根.

【188】$\int_0^{+\infty}\sqrt{x}\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=$

(A) $\sqrt{\pi}$.　　(B) π.　　(C) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$.　　(D) $\frac{\pi}{2}$.

【189】曲线 $y=\cos x\left(x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]\right)$ 与 x 轴 , y 轴所围面积被曲线 $y=a\sin x$ 等分，则 $a=$

(A) $\dfrac{2}{5}$. (B) $\dfrac{3}{5}$. (C) $\dfrac{3}{4}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

【190】已知 $f(x)$ 是连续函数，满足 $f(x)=x+2\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t$, 则函数 $xf(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上的平均值为

(A) 1. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{1}{3}$. (D) $\dfrac{1}{4}$.

【191】设平面区域 D 由曲线 $y=\sin x, y=\frac{2}{\pi}x\left(0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$ 围成，则区域 D 的面积以及该区域绕 x 轴旋转一周所得旋转体体积分别为

(A) $1-\frac{\pi}{4},\frac{5\pi^2}{12}$.　　(B) $1+\frac{\pi}{4},\frac{5\pi^2}{12}$.　　(C) $1-\frac{\pi}{4},\frac{\pi^2}{12}$.　　(D) $1+\frac{\pi}{4},\frac{\pi^2}{12}$.

【192】曲线 $y=2\sqrt{x-1}(1\leqslant x\leqslant 2)$ 绕 x 轴旋转一周所得旋转曲面的面积为

(A) $\frac{4}{3}\pi$.　　(B) $\frac{8\pi}{3}(2\sqrt{2}-1)$.　　(C) $\frac{8\pi}{3}$.　　(D) $\frac{4\pi}{3}(2\sqrt{2}-1)$.

【193】过原点与曲线 $C{:}y=x^2+1$ 相切的两条切线与 C 所围成的图形绕 y 轴旋转生成的 旋转体体积 $V=$

(A) $\dfrac{\pi}{4}$. (B) $\dfrac{\pi}{2}$. (C) $\dfrac{\pi}{6}$. (D) π.

【194】设 $f(x)=\int_0^x t\mathrm{e}^{\sin t}\mathrm{d}t$, 则当 $x\to 0$ 时 , $f(x)$ 为 x 的无穷小的阶数为

(A) 一阶. (B) 二阶. (C) 三阶. (D) 四阶.

【195】已知当 $x\to 0^+$ 时，$g(x)=\int_0^1 e^{t^2x}dt-(1+\frac{x}{3}+\frac{x^2}{10})$ 与 Ax^k 是等价无穷小，则

(A) $k=3, A=\frac{1}{42}$.

(B) $k=3, A=-\frac{1}{42}$.

(C) $k=2, A=\frac{1}{42}$.

(D) $k=2, A=-\frac{1}{42}$.

【196】设 a 与 b 是两个常数，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x\left(\int_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2}dt+a\right)=b$, 则

(A) a 为任意常数，$b=0$.

(B) $a=-\frac{\sqrt{\pi}}{2}, b=0$.

(C) $a=0, b=1$.

(D) $a=-\sqrt{\pi}, b=0$.

【197】$f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续且 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=0$, 则

(A) $\int_a^b [f(x)]^2\mathrm{d}x=0$ 一定成立.

(B) $\int_a^b [f(x)]^2\mathrm{d}x=0$ 不可能成立.

(C) $\int_a^b [f(x)]^2\mathrm{d}x=0$ 仅当 $f(x)$ 是单调函数时成立.

(D) $\int_a^b [f(x)]^2\mathrm{d}x=0$ 仅当 $f(x)=0$ 时成立.

【198】设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 内连续，则下列结论中正确的个数为

①$f(x)$ 在 $[a,b]$ 的任意子区间 $[\alpha,\beta]$ 上有 $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\mathrm{d}x=0$, 则 $f(x)=0(\forall x\in[a,b])$.

②$f(x)\geqslant 0(x\in[a,b])$, 又 $\int_{a}^{b} f(x)\mathrm{d}x=0$, 则 $f(x)=0(x\in[a,b])$.

③$[\alpha,\beta]\subset[a,b]$, 则 $\int_{a}^{b} f(x)\mathrm{d}x\geqslant\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\mathrm{d}x$.

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

【199】$\int_{-1}^{1}(x+2\,|\,x\,|)^2\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x=$

(A) $\frac{1}{8}\pi$.　　(B) $\frac{3}{8}\pi$.　　(C) $\frac{5}{8}\pi$.　　(D) π.

【200】 $\int_{-1}^{1}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\mathrm{d}x=$

(A) $-\pi$.　　(B) 2π.　　(C) π.　　(D) 3π.

【201】 $I=\int_{0}^{\pi}x\sqrt{\cos^2 x-\cos^4 x}\mathrm{d}x=$

(A) π.　　(B) $\frac{\pi}{2}$.　　(C) $\frac{\pi}{3}$.　　(D) $\frac{\pi}{4}$.

【202】设 $I_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x, I_2=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{x}{\sin x}\mathrm{d}x$, 则

(A) $I_1<1<I_2$. (B) $1<I_1<I_2$. (C) $I_2<1<I_1$. (D) $I_1<I_2<1$.

【203】设 $M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1+x)^2}{1+x^2}\mathrm{d}x, N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+x}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x, K=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\sqrt{\cos x})\mathrm{d}x$, 则

(A) $M>N>K$. (B) $M>K>N$. (C) $K>M>N$. (D) $K>N>M$.

【204】设 $F(x)=\int_0^x\left[\int_0^{u^2}\ln(1+t^2)\mathrm{d}t\right]\mathrm{d}u$, 则曲线 $y=F(x)$

(A) 在区间 $(-\infty,0)$ 上是凹的，在区间 $(0,+\infty)$ 上是凸的

(B) 在区间 $(-\infty,0)$ 上是凸的，在区间 $(0,+\infty)$ 上是凹的.

(C) 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上是凹的.

(D) 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上是凸的.

【205】设 $f(u)$ 为连续函数，且 $\int_0^x tf(2x-t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}(1+x^2), f(1)=1$. 则 $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=$

(A) $\frac{1}{4}$.　　(B) $\frac{1}{2}$.　　(C) $\frac{3}{4}$.　　(D) 1.

【206】关于 $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{|x|}\sin 2x\mathrm{d}x$, 下列结论正确的是

(A) 取值为零. (B) 取正值. (C) 发散. (D) 取负值.

【207】设 b 为常数，积分 $\int_{1}^{+\infty}\left[\frac{x^2+bx+1}{x(x+2)}-1\right]\mathrm{d}x$ 收敛，则 b 及该积分的值分别为

(A) $2,\ln 3$. (B) $2,\frac{1}{2}\ln 3$. (C) $1,\frac{1}{2}\ln 2$. (D) $1,\ln 2$.

【208】下列反常积分发散的是

(A) $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sin x} \mathrm{d}x$.　　(B) $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \mathrm{d}x$.

(C) $\int_{0}^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2} \mathrm{d}x$.　　(D) $\int_{2}^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} \mathrm{d}x$.

【209】半圆形闸门半径为 R(米), 将其垂直放人水中，且直径与水面齐. 设 $\rho g = 1$. 若坐标原点取在圆心，x 轴正向朝下，则闸门所受压力 p 为

(A) $\int_{0}^{R} \sqrt{R^2 - x^2} \mathrm{d}x$.　　(B) $\int_{0}^{R} 2\sqrt{R^2 - x^2} \mathrm{d}x$.

(C) $\int_{0}^{R} 2x \sqrt{R^2 - x^2} \mathrm{d}x$.　　(D) $\int_{0}^{R} 2(R-x)\sqrt{R^2 - x^2} \mathrm{d}x$.

【210】已知 $y_1(x)$ 和 $y_2(x)$ 是方程 $y'+p(x)y=0$ 的两个不同的特解，则该方程的通解为

(A) $y=Cy_1(x)$.

(B) $y=Cy_2(x)$.

(C) $y=C_1y_1(x)+C_2y_2(x)$.

(D) $y=C[y_1(x)-y_2(x)]$.

【211】设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，在区间 $(0,1)$ 内大于零，且满足微分方程 $xf'(x)=f(x)+\frac{3}{2}ax^2$. 曲线 $y=f(x)$ 与直线 $x=1, y=0$ 围成区域 D 的面积为 2, 则 $f(x)=$

(A) $(a-4)x+\frac{3}{2}ax^2$.

(B) $(4-a)x+3ax^2$.

(C) $(4-a)x+\frac{3}{2}ax^2$.

(D) $(a-4)x+3ax^2$.

【212】设 $y_1(x)$ 与 $y_2(x)$ 是二阶线性微分方程 $y''+py'+qy=f(x)$ 的两个解，$y_3(x)$ 与 $y_4(x)$ 是二阶线性微分方程 $y''+py'+qy=g(x)$ 的两个解，则下列函数中，一定是二阶线性微分方程 $y''+py'+qy=f(x)-g(x)$ 的解的是

(A) $y_1(x)-2y_2(x)+2y_3(x)-y_4(x)$.

(B) $2y_1(x)-y_2(x)+y_3(x)-2y_4(x)$.

(C) $2y_1(x)-y_2(x)+2y_3(x)-y_4(x)$.

(D) $y_1(x)-2y_2(x)+y_3(x)-2y_4(x)$.

【213】设 a,b,c 为待定常数，则微分方程 $y''-3y'+2y=3x-2\mathrm{e}^x$ 的特解具有形式

(A) $(ax+b)x\mathrm{e}^x$.

(B) $(ax+b)\mathrm{e}^x$.

(C) $(ax+b)+cx\mathrm{e}^x$.

(D) $(ax+b)+c\mathrm{e}^x$.

【214】已知曲线 $y=y(x)$ 经过原点，且在原点的切线平行于直线 $2x-y-5=0$, 而 $y(x)$ 满足微分方程 $y''-6y'+9y=e^{3x}$, 则此曲线的方程为

(A) $y=\sin 2x$.

(B) $y=\frac{1}{2}x^2e^{2x}+\sin 2x$.

(C) $y=\frac{x}{2}(x+4)e^{3x}$.

(D) $y=(x^2\cos x+\sin 2x)e^{3x}$.

【215】设 A,B 都是不等于零的常数，则微分方程 $y''-2y'+5y=e^x\cos 2x$ 有特解

(A) $y^*=xe^x(A\cos 2x+Bsin2x)$.

(B) $y^*=e^x(A\cos 2x+B\sin 2x)$.

(C) $y^*=Axe^x\cos 2x$.

(D) $y^*=Axe^x\sin 2x$.

【216】方程 $y''+9y=0$ 经过点 (π,-1) 且在该点和直线 y+1= $x-\pi$ 相切的曲线为

(A) $y=C_1\cos 3x+C_2\sin 3x$. (B) $y=\cos 3x+C_2\sin 3x$.

(C) $y=\cos 3x$. (D) $y=\cos 3x-\dfrac{1}{3}\sin 3x$.

【217】其中 C 为任意常数，微分方程 $(y^2-1)\mathrm{d}x+(2xy-\cos y)\mathrm{d}y=0$ 的通解是

(A) $y^2x-\sin y=C$. (B) $y^2x-\cos y=C$.

(C) $(y^2-1)x-\cos y=C$. (D) $(y^2-1)x-\sin y=C$.

【218】设函数 $f(x)$ 在 $[2,+\infty)$ 上可导且 $f(2)=1$. 若 $f(x)$ 的反函数 $g(x)$ 满足 $\int_2^{f(x)} g(t)\mathrm{d}t = x^2 f(x)+x$, 则 $f(4)=$

(A) $\frac{1}{9}(1-\ln 2)$.　　(B) $-\frac{1}{9}(1+\ln 2)$.　　(C) $\frac{1}{9}(\ln 2+1)$.　　(D) $\frac{1}{9}(\ln 2-1)$.

【219】x 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积最小，则 $f(x)=$ 设函数 $f(x)$ 满足 $xf'(x)-2f(x)=-4x$, 且由曲线 $y=f(x)$ 与直线 $x=1$ 以及

(A) $5x^2-4x$.　　(B) $4x-5x^2-2$.　　(C) $5x^2-4x-2$.　　(D) $4x-5x^2$.

【220】已知 $y^* = e^- 2x + (x^2+2)e^x$ 是二阶常系数线性非齐次微分方程 $y'' + ay' + by = (cx+ d)e^x$ 的一个特解，则方程中的系数 a 与 b 以及非齐次项中的常数 c 和 d 分别是

(A) $a = 1, b = -2, c = 6, d = 2.$

(B) $a = 1, b = 2, c = 6, d = -2.$

(C) $a = 1, b = -2, c = -6, d = 2.$

(D) $a = 1, b = -2, c = 6, d = -2.$

【221】具有特解 $y_1 = e^- x, y_2 = 2xe^{-x}, y_3 = 3e^x$ 的三阶常系数齐次线性微分方程是

(A) $y''' - y'' - y' + y = 0.$

(B) $y''' + y'' - y' - y = 0.$

(C) $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0.$

(D) $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0.$

【222】方程 $x^2y''+2xy'-2y=0$ 的通解为

(A) $y=C_1\mathrm{e}^x+C_2\mathrm{e}^{2x}$.　　(B) $y=(C_1+C_2x)\mathrm{e}^x$.

(C) $y=C_1x+C_2x^2$.　　(D) $y=\dfrac{C_1}{x^2}+C_2x$.

【223】设 $y''-y=x^2$ 的解 $y=\varphi(x)$ 是当 $x\to 0$ 时较 x^2 高阶的无穷小量，则 $\varphi(x)=$

(A) $\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}-x^2-2$.　　(B) $\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}-x^2-2x^2$.

(C) $\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}+x^2-2$.　　(D) $\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x^2}+2x^2$.

【224】设 y(x) 是微分方程 $y''-2y'+y=0$ 满足 $y(0)=1,y'(0)=2$ 的解，则函数 $y=y(x)$ 的反函数的二阶导数 $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}y^2}=$

(A) $\dfrac{3\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x}{(2\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x)^3}$.

(B) $-\dfrac{3\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x}{(2\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x)^3}$.

(C) $\dfrac{3\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x}{(2\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x)^2}$.

(D) $-\dfrac{3\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x}{(2\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x)^2}$.

【225】已知 $f\left(\dfrac{1}{y},\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{xy-x^2}{x-2y}$, 则 $f(x,y)=$

(A) $\dfrac{x-y}{xy-2x^2}$.

(B) $\dfrac{x-y}{xy-2y^2}$.

(C) $\dfrac{y-x}{xy-2x^2}$.

(D) $\dfrac{y-x}{xy-2y^2}$.

【226】二元函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^4+y^2}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在点 (0,0) 处

(A) 连续.

(B) 不连续且 $f'_x(0,0)$ 不存在.

(C) 不连续且 $f'_y(0,0)$ 不存在.

(D) 不可微.

【227】设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0),\end{cases}$ 则 $f(x,y)$ 在点 (0,0) 处

(A) 两个偏导数都不存在.

(B) 两个偏导数都存在但不可微.

(C) 偏导数连续.

(D) 可微但偏导数不连续.

【228】设函数 $f(x,y)$ 可微，且对任意 x,y 都有 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}>0, \dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}<0$, 则使不等式 $f(x_1,y_1)<f(x_2,y_2)$ 成立的一个充分条件是

(A) $x_1>x_2, y_1<y_2$.

(B) $x_1>x_2, y_1>y_2$.

(C) $x_1<x_2, y_1<y_2$.

(D) $x_1<x_2, y_1>y_2$.

【229】设函数 $z=\sqrt{x^2+y^2}f\left(\dfrac{y}{x}\right)$, 且 $f(u)$ 可导，若 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{2y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$, 则

(A) $f(1)=1, f'(1)=0$.

(B) $f(1)=0, f'(1)=1$.

(C) $f(1)=0, f'(1)=0$.

(D) $f(1)=1, f'(1)=1$.

【230】已知函数 $f(x+y,x-y)=x^2-y^2$ 对任何 x 与 y 成立，则 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}+\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ 等于

(A) $2x-2y$.　　(B) $2x+2y$.　　(C) $x+y$.　　(D) $x-y$.

【231】设隐函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $y+z=xf(y^2-z^2)$ 确定，f 可微，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+z\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 等于

(A) 1.　　(B) x.　　(C) y.　　(D) z.

【232】设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $z-y+2xe^{z-x-y}=0$ 所确定的隐函数，则函数 $z(x,y)$ 在点 $(0,1)$ 处的全微分 $dz\big|_{(0,1)}=$

(A) $2dx+dy$.　　(B) $2dx+dy$.　　(C) $2dx-dy$.　　(D) $-2dx-dy$.

【233】设 $z=xf(x-y)+yg(x+y)$, 其中 f 与 g 有二阶连续导数，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 等于

(A) $2(f'-g')$.　　(B) $f'-g'$.　　(C) $f'+g'$.　　(D) $xf''+yg''$.

【234】设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $3xy+2x-4y-z=\mathrm{e}^z$ 确定的隐函数，且 $z(1,1)=0$, 则 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{(1,1)}=$

(A) $4\frac{1}{2}$.　(B) $2\frac{1}{8}$.　(C) $4\frac{1}{4}$.　(D) $8\frac{1}{4}$.

【235】函数 $f(x,y)=kx^2+y^3-3y$ 在点 (0,1) 处

(A) 取极大值.　(B) 取极小值.

(C) 不取得极值.　(D) 是否取得极值与 k 的取值有关.

【236】设函数 $f(x,y)=xy(a-x-y)$, 则

(A) 当 $a>0$ 时，$f(x,y)$ 在点 $(0,a)$ 处取极大值.

(B) 当 $a>0$ 时，$f(x,y)$ 在点 $\left(\frac{a}{3},\frac{a}{3}\right)$ 处取极小值

(C) 当 $a<0$ 时，$f(x,y)$ 在点 $\left(\frac{a}{3},\frac{a}{3}\right)$ 处取极大值

(D) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处不取得极值.

【237】函数 $f(x,y)=1+x+y$ 在区域 $x^2+y^2\leqslant 1$ 上的最大值与最小值之积为

(A) -1.　　(B) 1.　　(C) $1+\sqrt{2}$.　　(D) $1-\sqrt{2}$.

【238】设二元函数 $U(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，且 $\mathrm{d}U=P(x,y)\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y$, 则 $\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}$ 等于

(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) −1.

【239】设二元函数 $f(x,y)$ 的四条性质如下:

①$f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续;

②$f(x,y)$ 的两个偏导数在点 (x_0,y_0) 处连续;

③$f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微;

④$f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的两个偏导数存在. 若用“$P\Rightarrow Q$”表示可由性质 P 推出性质 Q, 则有

(A) ②⇒③⇒①. (B) ③ ⇒ ② ⇒ ①. (C) ③ ⇒ ④ ⇒ ①. (D) ③ ⇒ ① ⇒ ④.

【240】函数 $f(x,y)$ 的两个偏导数在点 (x_0,y_0) 处连续是函数 $f(x,y)$ 在该点处可微的

(A) 充分但非必要条件.

(B) 必要但非充分条件.

(C) 充分必要条件.

(D) 既不充分也不必要条件.

【241】设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0),\end{cases}$ 则 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处

(A) 不连续.

(B) 连续但偏导数不存在.

(C) 连续且偏导数存在但不可微.

(D) 可微

【242】设 $f(x,y)=\begin{cases} xy, & xy\neq 0 \\ 1, & xy=0. \end{cases}$ 则下列命题成立的个数为

(1) $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点处两个偏导数都存在.

(2) $\lim\limits_{x\to 0} f_x'(x,0)=f_x'(0,0)$, 且 $\lim\limits_{y\to 0} f_y'(0,y)=f_y'(0,0)$.

(3) $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点处两个偏导数都连续.

(4) $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点处可微.

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

【243】设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^4-y^4}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0,\end{cases}$ 则 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处

(A) 连续，但偏导数 $f_x'(0,0)$ 和 $f_y'(0,0)$ 不存在.

(B) 连续且偏导数 $f_x'(0,0)$ 和 $f_y'(0,0)$ 都存在，但不可微.

(C) 可微但 f_x' 和 f_y' 不连续.

(D) 可微且 f_x' 和 f_y' 连续.

【244】函数 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点可微的充分条件是

(A) $\lim\limits_{x\to0} f_x'(x,0)=f_x'(0,0)$ 且 $\lim\limits_{y\to0} f_y'(0,y)=f_y'(0,0)$.

(B) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} [f(x,y)-f(0,0)]=0$.

(C) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{f(x,0)-f(0,0)}{x}$ 和 $\lim\limits_{y\to0} \dfrac{f(0,y)-f(0,0)}{y}$ 都存在.

(D) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f_x'(x,y)=f_x'(0,0)$ 且 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f_y'(x,y)=f_y'(0,0)$.

【245】设 $z=x^2+2y^2$, 其中 $y=y(x)$ 是由方程 $x^2-xy+y^2=1$ 确定的隐函数，且 y(1)= 1, 则 $z''(1)$ 等于

(A) 6. (B) 18. (C) -6. (D) -18.

【246】设方程组 $\begin{cases} x = u + vz, \\ y = -u^2 + v + z \end{cases}$ 在点 (2,1,1) 的某一个邻域内确定隐函数 $u(x,y,z)$ 与 $v(x,y,z)$, 且 $u(2,1,1) > 0$, 则 $\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial u}{\partial z}\right)\Bigg|_{(2,1,1)} =$

(A) $\dfrac{1}{9}$.　　(B) $\dfrac{1}{3}$.　　(C) $\dfrac{2}{9}$.　　(D) $\dfrac{2}{3}$.

【247】设方程 $F(x,y,z) = 0$ 确定隐函数 $z = z(x,y)$. 若已知 $F(x,y,z)$ 可微, 且 $F_x'(1,1,\ 1) = -2, F_y'(1,1,1) = 2, z(1,1) = 1$ 和 $z_y'(1,1) = 3$, 则 $z_x'(1,1)$ 等于

(A) -3.　　(B) -4.　　(C) 3.　　(D) 4.

【248】已知 $f(x,y)=\begin{cases} xy\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0), \\ 0, & (x,y)=(0,0), \end{cases}$ 则

(A) $f''_{xy}(0,0)=1$.

(B) $f''_{xy}(0,0)=0$.

(C) $f''_{yx}(0,0)=1$.

(D) $f''_{yx}(0,0)=-1$.

【249】已知 $\mathrm{d}f(x,y)=(2y^2+2xy+3x^2)\mathrm{d}x+(4xy+x^2)\mathrm{d}y$, 则 $f(x,y)=$

(A) $2xy^2+x^2y$.

(B) $2xy^2+x^2y+x^3$.

(C) $2xy^2+x^2y+x^3+C$.

(D) $3xy^2+x^2y+x^3+C$.

【250】设 $f(x,y)=x^3-4x^2+2xy-y^2$, 区域 $D=\{(x,y)\mid -1\leqslant x\leqslant 4,-1\leqslant y\leqslant 1\}$, 则下面结论正确的是

(A) 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极大值点且是 $f(x,y)$ 在区域 D 上的最大值点.

(B) 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极大值点但不是 $f(x,y)$ 在区域 D 上的最大值点.

(C) 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点.

(D) 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的驻点，但不是极值点.

【251】设有三个正数 x,y,z 满足 $x+y+z=a$, 其中 $a>0$ 为常数，又 $xyz\leqslant b$, 则 b 的最小取值是

(A) $\dfrac{a^3}{21}$.　　(B) $\dfrac{a^3}{18}$.　　(C) $\dfrac{a^3}{9}$.　　(D) $\dfrac{a^3}{27}$.

【252】函数 $z=x^2+y^2-6x+8y$ 在圆域 $x^2+y^2\leqslant 100$ 上的最大值与最小值分别是

(A) 200, −25.　(B) 180, 0　(C) 205,-15.　(D) 190,10.

【253】累次积分 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_x^1 f(x,y)\mathrm{d}y+\int_1^2 \mathrm{d}y\int_0^2 -yf(x,y)\mathrm{d}x$ 可写成

(A) $\int_0^2 \mathrm{d}x\int_x^{2-x} f(x,y)\mathrm{d}y.$

(B) $\int_0^2 \mathrm{d}y\int_y^{2-y} f\left(x,y\right)\mathrm{d}x.\ \int_0^1 \mathrm{c}^{2-y}$

(C) $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_x^{2-x} f(x,y)\mathrm{d}y.$

(D) $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_y^{2-y} f(x,y)\mathrm{d}x.$

【254】累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r\mathrm{d}r$ 可写成

(A) $\int_0^2 \mathrm{d}x \int_0^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$.

(B) $\int_0^2 \mathrm{d}x \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$.

(C) $\int_0^2 \mathrm{d}y \int_0^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)\mathrm{d}x$.

(D) $\int_0^2 \mathrm{d}x \int_0^2 f(x,y)\mathrm{d}y$.

【255】交换积分次序，则累次积分 $\int_0^2 \mathrm{d}x \int_0^{x^2} f(x,y)\mathrm{d}y =$

(A) $\int_0^4 \mathrm{d}y \int_{\sqrt{y}}^2 f(x,y)\mathrm{d}x$.

(B) $\int_0^4 \mathrm{d}y \int_0^{\sqrt{y}} f(x,y)\mathrm{d}x$.

(C) $\int_0^4 \mathrm{d}y \int_{x^2}^2 f(x,y)\mathrm{d}x$.

(D) $\int_0^4 \mathrm{d}y \int_2^{\sqrt{y}} f(x,y)\mathrm{d}x$.

【256】设 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant x\}$，则 $I=\iint\limits_D (x+y^2)\mathrm{d}\sigma=$

(A) $\frac{9}{64}\pi$. (B) $\frac{3}{8}\pi$. (C) $\frac{\pi}{2}$. (D) π.

【257】$\int_0^1 \mathrm{d}y\int_y^1 \frac{y}{\sqrt{1+x^3}}\mathrm{d}x=$

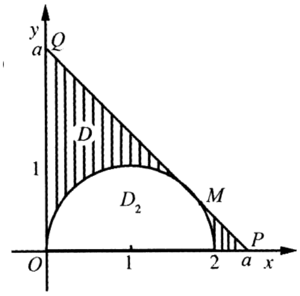
(A) $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$. (B) $\sqrt{2}-1$. (C) $\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1)$. (D) $1-\sqrt{2}$.

【258】设 D 是 xOy 平面上以 $A(1,1),B(-1,1)$ 和 $C(-1,-1)$ 为顶点的三角形区域，D_1 是 D 在第一象限的部分，则 $\iint_{\mathrm{P}}(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}\sigma$ 等于

(A) $2\iint \cos x\sin y\mathrm{d}\sigma$.　　(B) $2\iint_{D} xy\mathrm{d}\sigma$.

(C) $4\iint (xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}\sigma$.　　(D) 0.

【259】设 D_1 是以 $O(0,0),P(a,0),Q(0,a)$ 为顶点的等腰直角三角形，D_2 是中心在点 $(1,0)$ 半径 $R=1$ 的半圆，且半圆与斜边 PQ 相切于点 M. 若积分区域 D 是从 D_1 中挖去 D_2 的区域 (如图), 则 $\iint_D y\mathrm{d}\sigma =$



(A) $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\sqrt{2}$. (B) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\sqrt{2}$. (C) $\frac{5}{6}+\frac{1}{2}\sqrt{2}$. (D) $\frac{1}{2}+\frac{5}{6}\sqrt{2}$.

【260】设区域 D 由 $y=x, y=x+1, y=1, y=3$ 围成，则 $\iint_D y\mathrm{d}\sigma=$

(A) 2.　　(B) 3.　　(C) 4.　　(D) 6.

【261】设积分区域 D 是由曲线 $y=\sqrt{x}$, 直线 $y=1$ 及 y 轴围成，则 $\iint\limits_D \frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{e}^{-y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$

(A) $1+\frac{2}{\mathrm{e}}$.　　(B) $1-\frac{2}{\mathrm{e}}$.　　(C) $1-\frac{1}{\mathrm{e}}$.　　(D) $1+\frac{1}{\mathrm{e}}$.

【262】设积分区域 D 由 $y=x$ 与 $y^2=x$ 围成，则 $\iint_D \frac{\sin}{\pi} y \mathrm{d}\sigma =$

(A) π.　　(B) $-\pi$.　　(C) $\frac{1}{\pi}$.　　(D) $-\frac{1}{\pi}$.

【263】设平面域 D 由 $x+y=\frac{1}{2}, x+y=1$ 及两条坐标轴围成，$I_1=\iint_D \ln(x+y)^3 \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ $I_2=\iint_D (x+y)^3 \mathrm{d}x\mathrm{d}y, I_3=\iint_D \sin(x+y)^3 \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$ 则

(A) $I_1<I_2<I_3$.　　(B) $I_3<I_1<I_2$.　　(C) $I_1<I_3<I_2$.　　(D) $I_3<I_2<I_1$.

【264】设 $f(x,y)$ 连续, 且 $f(x,y)=xy+\iint_D f(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$, 其中 D 是由 $y=0, y=x^2, x=1$ 所围成的区域，则 $f(x,y)$ 等于

(A) xy.　　(B) $2xy$.　　(C) $xy+\frac{1}{8}$.　　(D) $xy+1$.

【265】设 $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$, 则在极坐标系 (r,θ) 中的累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta)\mathrm{d}r$ 可化为直角坐标系 (x,y) 中的累次积分

(A) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$.　　(B) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{f(x,y)}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}y$.

(C) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_{x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$.　　(D) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_{x}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{f(x,y)}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}y$.

【266】设积分区域 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 2x+2y\}$, 则 $\iint\limits_{-\infty}(x^2+xy+y^2)\mathrm{d}\sigma=$

(A) 6π.　　(B) 8π.　　(C) 10π　　(D) 12π.

【267】累次积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}x\int_0^{\sin x}(x^2+y\cos x)\sqrt{1-y^2}\mathrm{d}y=$

(A) $\frac{2}{3}-\frac{\pi}{4}$.　　(B) $\frac{2}{3}+\frac{\pi}{4}$.　　(C) $\frac{2}{3}+\frac{\pi}{8}$.　　(D) $\frac{2}{3}-\frac{\pi}{8}$.

【268】设 $D=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\geqslant 1,x^2+y^2\leqslant 9,x\leqslant\sqrt{3}y,y\leqslant\sqrt{3}x\right\}$, 则 $\iint\limits_{D}\arctan\frac{y}{x}\mathrm{d}\sigma=$

(A) $\frac{\pi}{6}$.　　(B) $\frac{\pi^2}{6}$.　　(C) $\frac{\pi}{3}$.　　(D) $\frac{\pi^2}{3}$.

【269】$\int_0^1\mathrm{d}y\int_y^1\sqrt{x^2-y^2}\mathrm{d}x$ 的值为

(A) $\frac{\pi}{3}$.　　(B) $\frac{\pi}{6}$.　　(C) $\frac{\pi}{9}$.　　(D) $\frac{\pi}{12}$.

【270】设积分区域 $D=\{(x,y)||x|+|y|\leqslant 1\}$, 则二重积分 $\iint\limits_{D}(2-x)(2-y)(1-|x|-|y|)\mathrm{d}\sigma$ 的值等于

(A) 1.　　(B) $\frac{4}{3}$.　　(C) 2.　　(D) $\frac{8}{3}$.

【271】设积分区域 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 4y\}$, 则二重积分 $\iint\limits_{D}x^2y\mathrm{d}\sigma$ 的值等于

(A) 2π.　　(B) 4π.　　(C) 6π.　　(D) 8π.

【272】设积分区域 $D=\{(x,y)|-1\leqslant x\leqslant 1,-1\leqslant y\leqslant 1\}$, 则二重积分 $\iint\limits_{D}|x+y|\,\mathrm{d}\sigma=$

(A) $\dfrac{2}{3}$.　　(B) $1\dfrac{1}{3}$.　　(C) $2\dfrac{2}{3}$.　　(D) $3\dfrac{1}{3}$.

【273】设积分区域 $D=\{(x,y)\mid 1\leqslant x+y\leqslant 2,x\geqslant 0,y\geqslant 0\}$, 则 $\iint\limits_{D}\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\sqrt{x^2+y^2}}=$

(A) $\ln(\sqrt{2}+1)$.　　(B) $\sqrt{2}\ln(\sqrt{2}+1)$.　　(C) $2\ln(\sqrt{2}+1)$.　　(D) $4\ln(\sqrt{2}+1)$.

【274】 $I=\int_1^2 \mathrm{d}x \int_2^{\frac{1}{x}} y\mathrm{e}^{xy}\mathrm{d}y=$

(A) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^4$. (B) $-\frac{1}{2}\mathrm{e}^4+\mathrm{e}^2$. (C) $\mathrm{e}^4+\mathrm{e}^2$. (D) $\mathrm{e}^4+2\mathrm{e}^2$.

【275】 设平面区域 $D_1=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\right\}, D_2=\left\{(x,y)\mid x^4+y^4\leqslant 1\right\}, D_3=\{(x,y)\mid |x|+|y|\leqslant 1\}$, 且 $I_1=\iint\limits_{D_1}|xy|\mathrm{d}\sigma, I_2=\iint\limits_{D_2}|xy|\mathrm{d}\sigma, I_3=\iint\limits_{D_3}|xy|\mathrm{d}\sigma$, 则

(A) $I_1<I_2<I_3$. (B) $I_3<I_2<I_1$. (C) $I_1<I_3<I_2$. (D) $I_3<I_1<I_2$.

线性代数

填空题

【276】$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$ ______.

【277】$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} =$ ______.

【278】$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2^2 & 3^2 & 4^2 \\ 1 & 2^3 & 3^3 & 4^3 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \end{vmatrix} =$ ______

【279】多项式 $f(x)=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & x & 4 & 1 \\ 3 & 4 & x & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 中，x^2 项的系数为 ______.

【280】设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶矩阵，且 $|\boldsymbol{A}|=2,|\boldsymbol{B}|=-3$, 则 $|-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{-1}|=$ ______.

【281】设 $|\boldsymbol{A}|=\begin{vmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{vmatrix}$,$\mathrm{A}_{ij}$ 为 (i,j) 位置元素的代数余子式，则 $\sum\limits_{i,j=1}^{3}A_{ij}=$ ______.

【282】设 3 阶矩阵$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$,其中$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为 3 维列向量, 若$|A|=\dfrac{1}{2}$,则$|\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1|=$______.

【283】已知 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{\Lambda}=\begin{bmatrix}1&&\\&2&\\&&-1\end{bmatrix}$, 则 $\boldsymbol{A\Lambda}-\boldsymbol{\Lambda A}=$______.

【284】设 $\boldsymbol{\alpha}=(1,3,-2)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\beta}=(2,0,0)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{A}=\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$, 则 $\boldsymbol{A}^3=$______.

【285】已知$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&-1\\0&0&-1&1\end{bmatrix}$,则$\mathbf{A}^5=$______.

【286】设$\boldsymbol{PA}=\boldsymbol{BP}$,其中$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}0&2&4\\1&0&0\\0&3&5\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$,则$\boldsymbol{A}^{100}=$______.

【287】设A为 3 阶可逆矩阵,将矩阵A的第一行的 2 倍加到第二行得矩阵B,则$AB^{-1}=$______.

【288】若 $A=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&2\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&3&0\\0&0&1\end{bmatrix}$, 则 $\left(\frac{1}{3}\mathbf{A}\right)^{-1}=$______.

【289】已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}3&0&0\\0&1&-1\\0&2&3\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{bmatrix}$, 若矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足 $A\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}+2\boldsymbol{X}$, 则 $\boldsymbol{X}=$______.

【290】已知 $A=\begin{bmatrix}1&1&a&4\\1&0&2&a\\-1&a&1&0\end{bmatrix}$, $r(A)=3$, 则 a 的取值范围是 ______.

【291】已知 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2&-1&3\\4&-2&6\\-2&1&-3\end{bmatrix}$, 则 $\boldsymbol{A}^{10}=$ ______.

【292】设矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^* = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, 则 $\boldsymbol{A} =$ ______.

【293】已知三阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的逆矩阵为 $\boldsymbol{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^*$ 的逆矩阵 $(\boldsymbol{A}^*)^{-1} =$ ______.

【294】设 A 为 3 阶矩阵，且 $A^2+3A+3E=O$, 则 $(A+E)^{-1}=$ ______.

【295】设 A 是 3 阶矩阵，且 $|A|=3$, 将 A 第二列的一 5 倍加到第一列得到矩阵 B, 则 $|A^*\boldsymbol{B}|=$ ______.

【296】 已知 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,0)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,2,-1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(-1,1,0)^{\mathrm{T}}$ 且 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_1=(2,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_2=(-1,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_3=(3,-4)^{\mathrm{T}}$, 则 $\boldsymbol{A}=$______.

【297】四阶矩阵 A 和 B 满足 $2\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\boldsymbol{A}^{-1}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}+6\boldsymbol{E}$, 若 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&2&0&0\\1&3&0&0\\0&0&0&2\\0&0&-1&0\end{bmatrix}$, 则 $\boldsymbol{B}=$______.

【298】已知矩阵 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 3 & a+2\\ 1 & a & -2\end{bmatrix}$ 和 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1 & 1 & a\\ -1 & a & 1\\ 1 & -1 & 2\end{bmatrix}$ 不等价，则 $a=$______.

【299】已知 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 3 & 4 & 5\\ 3 & 4 & 5 & 6\\ 4 & 5 & 6 & 7\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0 & 1 & -1 & 2\\ 0 & -1 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$, 则秩 $r(\boldsymbol{AB}+2\boldsymbol{A})=$______.

【300】已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,3)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(3,-1,2)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(2,3,t)^{\mathrm{T}}$ 线性相关，则 $t=$ ______.

【301】(1997, 数二) 已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,-1,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(2,0,t,0)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(0,-4,5,t)^{\mathrm{T}}$ 线性无关，则 t 的取值范围为 ______.

【302】已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(a+1,1,a)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(a,-2,2-a)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(a-1,-3,4-a)^{\mathrm{T}}$ 线性相关，则 $a=$ ______.

【303】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关若 , $\boldsymbol{\alpha}_1-3\boldsymbol{\alpha}_3,a\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+2\boldsymbol{\alpha}_3,2\boldsymbol{\alpha}_1+3\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$ 亦线性无关，则 a 的取值范围为 ______.

【304】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,4,2)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(2,7,3)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(0,1,a)^{\mathrm{T}}$ 可以表示任意一个三维向量，则 a 的取值范围为 ______.

【305】已知向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(a,a,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(a,1,a)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(1,a,a)^{\mathrm{T}}$ 的秩是 2, 则$a=$ ______.

【306】向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(2,1,3)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,2,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(3,3,4)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_4=(5,1,8)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_5=(0,0,2)^{\mathrm{T}}$ 的一个极大线性无关组是 ______.

【307】设 n 维向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 满足 $2\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2+3\boldsymbol{\alpha}_3=\mathbf{0},\boldsymbol{\beta}$ 是任意 n 维向量，若 $\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\alpha}_2,a\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性相关，则 $a=$ ______.

【308】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关，若 $\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_1+a\boldsymbol{\alpha}_2,3\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性相关，则 $a=$______.

【309】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(2,3,a)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(1,a+2,-2)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}=(1,3,0)^{\mathrm{T}}$. 若 $\boldsymbol{\beta}$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示, 且表示法不唯一，则 $a=$______.

【310】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,3,2,0)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(2,-1,4,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(5,1,6,2)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}=(7,a,14,3)^{\mathrm{T}}$, 且 $\boldsymbol{\beta}$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示，则 a 的取值范围为 ______.

【311】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是三维向量空间的一个基底，若

$$\beta_1=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,\beta_2=3\alpha_2+\alpha_3,\beta_3=\alpha_1-\alpha_2,$$

则由基 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 到基 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 的过渡矩阵是.______.

【312】设 4 阶矩阵 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4)$, 若 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关，$\boldsymbol{\alpha}_3$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性表示 ,$\boldsymbol{\alpha}_4$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性表示, 则 $r(\boldsymbol{A})=$ ______.

【313】齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+x_4=0, \\ 2x_1-x_2+x_3-3x_4=0, \\ x_1+x_3-x_4=0 \end{cases}$$

的基础解系是 ______.

【314】已知齐次线性方程组 $\begin{cases} ax_1-3x_2+3x_3=0, \\ x_1+(a+2)x_2+3x_3=0, \\ 2x_1+x_2-x_3=0 \end{cases}$ 有无穷多解,则$a=$______.

【315】设 $\boldsymbol{A}$ 是 5×4 矩阵，若 $\boldsymbol{\eta}_1,\boldsymbol{\eta}_2$ 是齐次方程组 $\boldsymbol{A}x=\mathbf{0}$ 的基础解系, 则 $r(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})=$______.

【316】已知 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & -2 & 0\\ 2 & 1 & 5\\ 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{A}^*$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，则 $\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 的通解是 ______.

【317】设线性方程组 $\boldsymbol{A}_{3\times3}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$, 即

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2, \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3 \end{cases} \tag{1}$$

有唯一解 $\boldsymbol{\xi}=[1,2,3]^{\mathrm{T}}$. 方程组 $\boldsymbol{B}_{3\times4}\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}$ 即

$$\begin{cases} a_{11}y_1+a_{12}y_2+a_{13}y_3+a_{14}y_4 \quad =b_1, \\ a_{21}y_1+a_{22}y_2+a_{23}y_3+a_{24}y_4 \quad =b_2, \\ a_{31}y_1+a_{32}y_2+a_{33}y_3+a_{34}y_4 \quad =b_3 \end{cases} \tag{2}$$

有特解 $\eta=[-2,1,4,2]^{\mathrm{T}}$, 则方程组 (2) 的通解是 ______.

【318】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(2,1,1)^{\mathrm{T}}$ 是方程组

$$\begin{cases}-x_1+ax_2+2x_3=1,\\ x_1-x_2+ax_3=2,\\ 5x_1+bx_2-4x_3=a\end{cases}$$

的两个解，则此方程组的通解为 ______.

【319】设 $A=\begin{bmatrix}1&-2&0\\2&1&5\\0&1&1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}$ 是三阶矩阵，则满足 $A\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$ 的所有的 $\boldsymbol{B}=$ ______.

【320】2002, 数二) 矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & -2 & -2\\ 2 & 2 & -2\\ -2 & -2 & 2\end{bmatrix}$ 的非零特征值是 ______.

【321】已知 $\boldsymbol{\alpha}=(a,1,1)^{\mathrm{T}}$ 是矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 2\\ 2 & a & -2\\ 2 & -2 & -1\end{bmatrix}$ 的逆矩阵的特征向量，那么 $\boldsymbol{\alpha}$ 在矩阵 A 中对应的特征值是 ______.

【322】设 $\boldsymbol{A}$ 为 2 阶矩阵，若矩阵 $\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{E}$ 与 $2\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}$ 均不可逆，则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 ______.

【323】已知 $\boldsymbol{A}$ 是三阶矩阵，且矩阵 A 各行元素之和均为 5, 则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 必有特征向量 ______.

【324】已知 $\boldsymbol{A} \sim \boldsymbol{B}$, 其中 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}$, 则 $|\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{E}|=$ ______.

【325】已知 $\boldsymbol{P}^{-1}A\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}1 & & \\ & 1 & \\ & & -1\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{P}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)$ 可逆，则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 关于特征值 $\lambda=1$ 的特征向量是 ______.

【326】已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3&1&2\\0&2&a\\0&0&3\end{bmatrix}$ 和对角矩阵相似，则 $a=$ ______.

【327】已知 $A=\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}$, 其中 $\boldsymbol{\alpha}=(1,0,2)^{\mathrm{T}}$, 则矩阵 $2\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}$ 的特征值是 ______.

【328】已知 A 是三阶实对称矩阵，特征值是 1,3,-2, 其中 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,-2)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(4,-1,a)^{\mathrm{T}}$ 分别是属于特征值 $\lambda=1$ 与 $\lambda=3$ 的特征向量，那么矩阵 A 属于特征值 $\lambda=-2$ 的特征向量是 ______.

【329】已知 $P^{-1}AP=B$, 其中 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&-1&2\\2&-2&4\\1&-1&2\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{P}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)$, 则矩阵 A 关于特征值 $\lambda=0$ 的特征向量是 ______.

【330】已知$\boldsymbol{A} \sim \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$,则$r(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})+r(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E})=$______.

【331】设 A 是三阶矩阵,$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是三维线性无关的列向量,且 $A\boldsymbol{\alpha}_1=\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3, A\boldsymbol{\alpha}_2=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_3, A\boldsymbol{\alpha}_3=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2$, 则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值是 ______.

【332】已知 A 是三阶实对称矩阵，若存在正交矩阵 Q 使得 $Q^{-1}AQ=\begin{bmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&6\end{bmatrix}$，如果 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,-1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(0,1,1)^{\mathrm{T}}$ 是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 属于特征值 $\lambda=3$ 的特征向量，则 $Q=$______.

【333】已知二次型 $x^{\mathrm{T}}Ax=ax_1^2+2x_2^2+ax_3^2+6x_1x_2+2x_2x_3$ 的秩为 2，则 $a=$______.

【334】二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1x_2$ 的规范形为 ______.

【335】若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=ax_1^2+4x_2^2+ax_3^2+6x_1x_2+2x_2x_3$ 是正定的，则 a 的取值范围是 ______.

选择题

【336】(2016, 数农) 多项式 $f(x)=\begin{vmatrix}1&2&3&x\\1&2&x&3\\1&x&2&3\\x&1&2&x\end{vmatrix}$ 中，x^4 与 x^3 的系数依次为

(A) $-1,-1$.　　(B) $-1,-1$.　　(C) $-1,-1$.　　(D) $1,1$.

【337】$\begin{vmatrix}0&1&2&3\\1&1&0&0\\2&0&2&0\\3&0&0&3\end{vmatrix}=$

(A) 36.　　(B) -36.　　(C) 24.　　(D) -24.

【338】已知行列式 $D=\begin{vmatrix}1&1&0&0\\0&2&2&0\\0&0&3&3\\4&0&0&4\end{vmatrix}$, 则第一行元素的代数余子式之和为

(A) 96. (B) 48. (C) 24. (D) 0.

【339】下列行列式中，行列式的值不等于 24 的是

(A) $\begin{vmatrix}1&0&0&0\\2&2&0&0\\3&3&3&0\\4&4&4&4\end{vmatrix}$. (B) $\begin{vmatrix}1&1&1&1\\2&2&2&0\\3&3&0&0\\4&0&0&0\end{vmatrix}$. (C) $\begin{vmatrix}0&1&0&0\\2&0&2&0\\3&0&0&0\\0&0&0&4\end{vmatrix}$. (D) $\begin{vmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&2\\3&0&0&0\\0&0&4&0\end{vmatrix}$.

【340】设 3 阶矩阵 $A=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\beta}_1),\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\beta}_2)$, 且 $|\boldsymbol{A}|=a,|\boldsymbol{B}|=b$, 则 $|3\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}|=$

(A) $3a-b$.　(B) $9a-b$.　(C) $2(3a-b)$.　(D) $4(3a-b)$.

【341】(2017, 数农) 已知 $\boldsymbol{A}$ 是三阶矩阵且 $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})^{-1}=\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}$, 则 $|\boldsymbol{A}|=$

(A) 0.　(B) 2.　(C) 4.　(D) 8.

【342】设 $\boldsymbol{A}$ 是 3 阶可逆矩阵，且 $|\boldsymbol{A}|=2$, 则 $|\boldsymbol{A}^{-1}+\boldsymbol{A}^{*}|=$

(A) $\frac{9}{2}$. (B) 9. (C) $\frac{27}{2}$. (D) 27.

【343】设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 为三维列向量，矩阵 $\boldsymbol{A}=\left[\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3\right]$, $\boldsymbol{B}=\left[\boldsymbol{\alpha}_3,2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,3\boldsymbol{\alpha}_2\right]$, 若行列式 $|\boldsymbol{A}|=2$, 则行列式 $|\boldsymbol{B}|=$ ______.

(A) 6. (B) -6. (C) 12. (D) -12.

【344】设 $\boldsymbol{A}=\left[\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3\right]$ 是三阶矩阵，则下列行列式中等于 $|\boldsymbol{A}|$ 的是 ______.

(A) $|\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_1|$.

(B) $|\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_1|$.

(C) $|\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2|$.

(D) $|\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2|$.

【345】设 A,B 均为 n 阶矩阵，则必有

(A) $|\mathbf{A}+\boldsymbol{B}|=|\mathbf{A}|+|\boldsymbol{B}|$.

(B) $||A|B|=|A|\bullet|B|$.

(C) $|\boldsymbol{A}^*|=|\boldsymbol{A}|$.

(D) $|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}|=|\boldsymbol{A}|$.

【346】已知 $\boldsymbol{A}$ 是三阶矩阵，且 $|\boldsymbol{A}|=-2$, 则 $\left|\frac{1}{3}\boldsymbol{A}^*\right|=$

(A) $\frac{8}{27}$.　　(B) $\frac{4}{27}$.　　(C) $\frac{2}{3}$.　　(D) $\frac{4}{3}$.

【347】已知 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$ 是 n 维列向量，正确的结论是

(A) $\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{\beta}\alpha^{\mathrm{T}}$.　　(B) $\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}$.

(C) $\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}=\alpha^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}$.　　(D) $\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$.

【348】设 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶矩阵,$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵,$\boldsymbol{A}^*$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，$\boldsymbol{E}$ 是 n 阶单位矩阵 ,$\boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{\Lambda}_2$ 都是 n 阶对角矩阵，在下列运算中：

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^* = \boldsymbol{A}^*\boldsymbol{A}, \quad \boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{\Lambda}_2 = \boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{\Lambda}_1, \quad \boldsymbol{A}^m\boldsymbol{A}^t = \boldsymbol{A}^t\boldsymbol{A}^m,$$

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}, \quad \boldsymbol{A}\boldsymbol{\Lambda}_1 = \boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{A}, \quad (\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E})(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}) = (\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}).$$

交换律肯定成立的共有

(A) 2 个.　　(B) 3 个.　　(C) 4 个.　　(D) 5 个.

【349】设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶可逆矩阵，正确的是

(A) $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{B}^2$.　　(B) $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^{-1} = \boldsymbol{A}^{-1}+\boldsymbol{B}^{-1}$.

(C) $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^2 = \boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{B}^2$.　　(D) $(\boldsymbol{A}\boldsymbol{B})^* = \boldsymbol{B}^*\boldsymbol{A}^*$.

【350】A 是 n 阶矩阵，下列命题中正确的是

(A) 如果 $A^2=E$, 则必有 $A=E$ 或 $A=-E$.

(B) 如果 $A^2=\boldsymbol{O}$, 则必有 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$.

(C) 如果 $\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{A}$ 且 $\boldsymbol{A}\neq\boldsymbol{O}$, 则 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{E}$.

(D) 如果 $A^{\mathrm{T}}A=O$, 则 $A=O$

【351】下列命题中，

(1) $AB=E, A$ 可逆且 $A^{-}1=B$;

(2) 如果 n 阶矩阵 A,B 满足 $(AB)^2=E$, 则 $(\boldsymbol{B}A)^2=E$;

(3) 如果矩阵 A,B 均 n 阶不可逆，则 $A+B$ 必不可逆；

(4) 如果矩阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均 n 阶不可逆，则 $\boldsymbol{A}B$ 必不可逆.

正确的是

(A) (1)(2). (B) (1)(4). (C) (2)(3). (D) (2)(4).

【352】已知 A,B 均是 n 阶可逆矩阵，则错误的是

(A) $\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B}^{-1} \end{bmatrix}$.　　(B) $\begin{bmatrix} \boldsymbol{O} & \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{B} & \boldsymbol{O} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B}^{-1} \\ \boldsymbol{A}^{-1} & \boldsymbol{O} \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B} \end{bmatrix}^{n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{n} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B}^{n} \end{bmatrix}$.　　(D) $\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B} \end{bmatrix}^{n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{n} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B}^{n} \end{bmatrix}$.

【353】已知 $\boldsymbol{A}$ 是任意一个 n 阶矩阵，则

$$①A+A^{\mathrm{T}};②A-A^{\mathrm{T}};③AA^{\mathrm{T}};④AA^{*};⑤A^{\mathrm{T}}A.$$

上述矩阵中，对称矩阵一共有

(A) 2 个.　　(B) 3 个.　　(C) 4 个.　　(D) 5 个.

【354】下列矩阵中，行最简矩阵是

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

【355】下列矩阵中，初等矩阵是

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

【356】已知 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&-1&1\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&-1\\0&0&1\end{bmatrix}$, 则 $\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_1=$

(A) $\begin{bmatrix}1&2&1\\4&5&1\\3&3&0\end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix}1&2&3\\1&2&3\\3&3&3\end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix}1&-1&3\\-3&0&-3\\7&-1&9\end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix}1&1&1\\4&4&1\\7&7&1\end{bmatrix}$.

【357】已知 A 是三阶矩阵，将 A 的 1,2 两行互换得到矩阵 B, 再将 B 第三列的-2 倍加到第一列得到单位矩阵，则 $\boldsymbol{A}=$

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.　(B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.　(C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.　(D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

【358】设 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & a \end{bmatrix}$ 与 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ 等价，则 $a=$

(A) -3.　(B) 3.　(C) 0.　(D) -1.

【359】若矩阵 A 的秩为 r, 则下列命题中，正确的是

①$\boldsymbol{A}$ 中所有 r 阶子式均不为 0.

②A 中存在 r 阶子式不为 O.

③A 中所有 $r-1$ 阶子式均不为 0.

④$\boldsymbol{A}$ 中所有 $r+1$ 阶子式全为 0.

(A) ①④.　　(B) ②③.　　(C) ①③.　　(D) ②④.

【360】已知 a 是任意常数，下列矩阵中秩有可能不等于 3 的是

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a-1 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & a+1 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & a+1 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a+1 \\ 0 & 0 & 0 & 2a+2 \end{bmatrix}$.

【361】设 A, B 都是四阶非零矩阵，且 $AB = O$, 则必有

(A) 若 $r(\boldsymbol{A}) = 1$, 则 $r(\boldsymbol{B}) = 3$.

(B) 若 $r(\boldsymbol{A}) = 2$, 则 $r(\boldsymbol{B}) = 2$.

(C) 若 $r(\boldsymbol{A}) = 3$, 则 $r(\boldsymbol{B}) = 1$.

(D) 若 $r(\boldsymbol{A}) = 4$, 则 $r(\boldsymbol{B}) = 1$.

【362】已知 A,B,A^* 均为 3 阶非零矩阵，且满足 $AB=O$, 则 $r(B)=$

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 1 或 2.

【363】已知 $A=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\0&1&-1&a\\2&3&a&4\\3&5&1&9\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{A}^*$ 是 A 的伴随矩阵，若 $r(A^*)=1$, 则 $a=$

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 1 或 3.

【364】设 A,B 均 n 阶矩阵，且 $AB=A+B$, 则

(1) 若 A 可逆，则 B 可逆，

(2) 若 B 可逆，则 $A+B$ 可逆，

(3) 若 B 可逆，则 A 可逆，

(4)$A-E$ 恒可逆.

上述命题中，正确的命题共有

(A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个.

【365】(2018, 数农) 矩阵 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & 0 \\ c & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 的伴随矩阵为

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -bc \\ 0 & -ac & 0 \\ -ab & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -ab \\ 0 & -ac & 0 \\ -bc & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -bc \\ 0 & ac & 0 \\ -ab & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -ab \\ 0 & ac & 0 \\ -bc & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

【366】已知 $A^{-}1=\begin{bmatrix}1&-1&1\\0&2&-1\\1&0&2\end{bmatrix}$, 则 $|A|$ 的代数余子式 $A_{11}+A_{12}+A_{13}=$

(A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) 1. (D) 2.

【367】已知 $\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{E}=\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}$, 其中 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&2\\1&1\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}2&2\\1&-1\end{bmatrix}$, 则 $\boldsymbol{X}=$

(A) $\begin{bmatrix}1&-3\\0&1\end{bmatrix}$. (B) $\begin{bmatrix}-1&3\\0&-1\end{bmatrix}$. (C) $\begin{bmatrix}1&0\\-\frac{3}{2}&1\end{bmatrix}$. (D) $\begin{bmatrix}2&0\\-3&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$.

【368】

$$设\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}+2a_{11} & a_{32}+2a_{12} & a_{33}+2a_{13} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix},\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix},\boldsymbol{P}_3=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

(A) $\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_3\boldsymbol{A}$.　　(B) $\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{P}_3\boldsymbol{A}$.　　(C) $\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_3\boldsymbol{P}_2$.　　(D) $\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_3$.

【369】设 A 为三阶可逆矩阵，将 A 的第 1 行乘以-2 得到矩阵 $\boldsymbol{B}$, 则

(A) $\boldsymbol{A}^{-1}$ 的第 1 行乘以 -2 得到矩阵 $\boldsymbol{B}^{-1}$.

(B) $\boldsymbol{A}^{-1}$ 的第 1 列乘以 $-\frac{1}{2}$ 得到矩阵 $\boldsymbol{B}^{-1}$.

(C) $\boldsymbol{A}^{-1}$ 的第 1 行乘以 2 得到矩阵 $\boldsymbol{B}^{-1}$.

(D) $\boldsymbol{A}^{-}1$ 的第 1 列乘以 $\frac{1}{2}$ 得到矩阵 $\boldsymbol{B}^{-1}$.

【370】设分块矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{A}_2\\ \boldsymbol{A}_3 & \boldsymbol{A}_4\end{bmatrix},\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E} & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{E}\end{bmatrix}$, 其中 $\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{A}_3,\boldsymbol{A}_4,\boldsymbol{C}$ 均为 n 阶矩阵 ,$\boldsymbol{E}$ 为 n 阶单位矩阵，则 $\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{A}_2\\ -\boldsymbol{C}\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{A}_3 & -\boldsymbol{C}\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{A}_4\end{bmatrix}=$

(A) $\boldsymbol{PA}$. (B) $\boldsymbol{AP}$. (C) $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}$. (D) $\boldsymbol{AP}^{-1}$.

【371】设 3 阶矩阵 $A = (\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3)$, 若 $\boldsymbol{\alpha}_1 = \boldsymbol{\alpha}_2 + \boldsymbol{\alpha}_3$ 且 $\boldsymbol{A}^* \neq \boldsymbol{O}$, 则 $r(\boldsymbol{A}) =$

(A) 0.　(B) 1.　(C) 2.　(D) 3.

【372】设 A 是 5×4 矩阵，且 A 的列向量线性无关，B 是 4 阶矩阵，满足 $2AB = A, B^*$ 是 B 的伴随矩阵，则 $r(\boldsymbol{B}^*) =$

(A) 1.　(B) 2.　(C) 3.　(D) 4.

【373】设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 线性相关，则必有

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中至少有一个向量为零向量.

(B) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中至少有两个向量成比例.

(C) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中至少有一个向量可由其余向量线性表出.

(D) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中每一个向量都可由其余向量线性表出.

【374】已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,t)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,t,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(t,1,1)^{\mathrm{T}}$ 线性相关，而 $\boldsymbol{\beta}_1=(1,3,2)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}_2=(2,7,t+4)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}_3=(0,t+2,3)^{\mathrm{T}}$ 线性无关，则

(A) $t\neq-3$.　　(B) $t=1$.　　(C) $t=-2$.　　(D) $t=-3$.

【375】设 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$, 则 $|\boldsymbol{A}|=0$ 的充分必要条件是

(A) $\boldsymbol{A}$ 的列向量线性相关.

(B) $\boldsymbol{A}$ 的列向量线性无关.

(C) $\boldsymbol{A}$ 中每一个列向量都可由其他列向量线性表示.

(D) $\boldsymbol{A}$ 中一定有 2 个列向量坐标成比例.

【376】向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 线性无关的充分必要条件是

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 均不是零向量.

(B) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中任意 $s-1$ 个向量都线性无关.

(C) 向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s,\boldsymbol{\alpha}_{s+1}$ 线性无关.

(D) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中每一个向量都不能由其余 $s-1$ 个向量线性表出.

【377】设向量组 (I):$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\alpha_s$; 向量组 (II):$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s,\boldsymbol{\alpha}_{s+1},\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{s+t}$, 则正确命题是

(A) (II) 无关 $\Rightarrow$(II) 无关.

(B) (I) 无关 $\Rightarrow$(II) 相关.

(C) (II) 相关 $\Rightarrow$ (I) 相关.

(D) (II) 无关 $\Rightarrow$ (II) 无关.

【378】已知四维列向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关，则下列向量组中线性无关的是

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_4+\boldsymbol{\alpha}_1$.

(B) $\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_4-\boldsymbol{\alpha}_1$.

(C) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_4+\boldsymbol{\alpha}_1$.

(D) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_4-\boldsymbol{\alpha}_1$.

【379】已知 n 维向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关，则下列向量组中线性无关的是

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_1$.

(B) $\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_1$.

(C) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_1$.

(D) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$.

【380】设 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,0)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(0,0,5)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}$ 为 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 的线性组合，则 $\boldsymbol{\beta}$ 可能是

(A) $(0,1,0)^{\mathrm{T}}$.

(B) $(1,3,5)^{\mathrm{T}}$.

(C) $(5,0,1)^{\mathrm{T}}$.

(D) $(0,1,5)^{\mathrm{T}}$.

【381】若向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关,$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性相关，则

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1$ 必可由 $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性表示.

(B) $\boldsymbol{\alpha}_2$ 必可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性表示.

(C) $\boldsymbol{\alpha}_3$ 必可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性表示.

(D) $\boldsymbol{\alpha}_4$ 必可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示.

【382】(2021, 数农) 若向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 可由向量组 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_s$ 线性表出，则 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 线性无关是 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_s$ 线性无关的

(A) 充分必要条件.

(B) 充分不必要条件.

(C) 必要不充分条件.

(D) 既不充分也不必要条件.

【383】如果向量组 $\alpha_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 的秩为 r, 则下列命题中正确的是

(A) 向量组中任意 $r-1$ 个向量都线性无关.

(B) 向量组中任意 r 个向量都线性无关.

(C) 向量组中任意 $r-1$ 个向量都线性相关.

(D) 向量组中任意 $r+1$ 个向量都线性相关.

【384】向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,3,5,-1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(2,-1,-3,4)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(6,4,4,6)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\alpha}_4=(7,7,9,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_5=(3,2,2,3)^{\mathrm{T}}$ 的极大线性无关组是

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_5$.　(B) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_5$.　(C) $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$.　(D) $\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_5$.

【385】现有四个向量组

$$①(1,2,3)^{\mathrm{T}},(3,-1,5)^{\mathrm{T}},(0,4,-2)^{\mathrm{T}},(1,3,0)^{\mathrm{T}},$$

$$②(a,1,b,0,0)^{\mathrm{T}},(c,0,d,2,0)^{\mathrm{T}},(e,0,f,0,3)^{\mathrm{T}},$$

$$③(a,1,2,3)^{\mathrm{T}},(b,1,2,3)^{\mathrm{T}},(c,3,4,5)^{\mathrm{T}},(d,0,0,0)^{\mathrm{T}},$$

$$④(1,0,3,1)^{\mathrm{T}},(-1,3,0,-2)^{\mathrm{T}},(2,1,7,2)^{\mathrm{T}},(4,2,14,5)^{\mathrm{T}}$$

则下列结论正确的是

(A) 线性相关的向量组为 ①④; 线性无关的向量组为 ②③.

(B) 线性相关的向量组为 3④; 线性无关的向量组为 ①②.

(C) 线性相关的向量组为 ①②; 线性无关的向量组为 ③④.

(D) 线性相关的向量组为 ①③④; 线性无关的向量组为 ②.

【386】(2012, 数一、二、三) 设 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{bmatrix}0\\0\\c_1\end{bmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_2=\begin{bmatrix}0\\1\\c_2\end{bmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_3=\begin{bmatrix}1\\-1\\c_3\end{bmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_4=\begin{bmatrix}-1\\1\\c_4\end{bmatrix}$, 其中 $c_1, c_2\ c_3, c_4$ 为任意常数，则下列向量组线性相关的是

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3$.　(B) $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_4$.　(C) $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\alpha}_4$.　(D) $\boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\alpha}_4$.

【387】设向量组 (I):$\boldsymbol{\alpha}_1=(a_{11}, a_{12}, a_{13}), \boldsymbol{\alpha}_2=(a_{21}, a_{22}, a_{23}), \boldsymbol{\alpha}_3=(a_{31}, a_{32}, a_{33})$; 向量组 (II): $\boldsymbol{\beta}_1=(a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}), \boldsymbol{\beta}_2=(a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}), \boldsymbol{\beta}_3=(a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34})$, 则正确的命题是

(A) (I) 相关 $\Rightarrow$ (II) 相关.　(B) (II) 无关 $\Rightarrow$(II) 无关.

(C) (II) 无关 $\Rightarrow$ (I) 无关.　(D) (II) 相关 $\Rightarrow$ (II) 无关.

【388】设 $\boldsymbol{A}=\left[\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n\right],\boldsymbol{B}=\left[\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_n\right],\boldsymbol{AB}=\left[\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_n\right]$ 都是 n 阶矩阵，记向量组 (I)$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$;(II)$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_n$;(III)$\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_n$. 若向量组 (III) 线性相关，则

(A) (I)、(II) 均线性相关.

(B) (I) 或 (II) 中至少有一个线性相关.

(C) (I) 一定线性相关.

(D) (II) 一定线性相关.

【389】已知 $\boldsymbol{\beta}_1=(4,-2,a)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}_2=(7,b,4)^{\mathrm{T}}$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,3)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(-2,1,-1)^{\mathrm{T}}$ 线性表示, 则

(A) $a=2,b=-3$.　　(B) $a=-2,b=3$.

(C) $a=2,b=3$.　　(D) $a=-2,b=-3$.

【390】设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关，向量 $\boldsymbol{\beta}_1$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示, 向量 $\boldsymbol{\beta}_2$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示, 则必有

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\beta}_1$ 线性无关.

(B) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\beta}_2$ 线性无关.

(C) $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 线性相关.

(D) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2$ 线性相关.

【391】 $a=1$ 是向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,a)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,a,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(a,1,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_4=(-2,-2,a+6)^{\mathrm{T}}$ 的秩为 2 的

(A) 充分必要条件.

(B) 充分而非必要条件.

(C) 必要而非充分条件.

(D) 既非充分又非必要条件.

【392】设 $A=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3),\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3)$ 均为 3 阶矩阵，则下列选项不正确的是

(A) 若向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 与向量组 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 等价，则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 等价.

(B) 若 $r(\boldsymbol{A})=r(\boldsymbol{B})=3$, 则向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 与向量组 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 等价.

(C) 若 $r(\boldsymbol{A})=r(\boldsymbol{B})=2$, 则向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 与向量组 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 等价.

(D) 若 $r(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=r(\boldsymbol{B})$, 则向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 与向量组 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 等价.

【393】某五元齐次线性方程组经高斯消元，系数矩阵化为 $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 3 & -4 \\ & & 1 & 5 & -2 \\ & & & 2 & 0 \end{bmatrix}$, 选取自由变量不能是

(A) x_2,x_5.　　(B) x_1,x_5.　　(C) x_3,x_5.　　(D) x_2,x_3.

【394】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 是非齐次线性方程组 $Ax=\boldsymbol{b}$ 的两个不同的解，那么

$$\alpha_1-\alpha_2,\quad 3\alpha_1-2\alpha_2,\quad \frac{1}{3}(\alpha_1+2\alpha_2),\quad \frac{1}{2}(\alpha_1+\alpha_2)$$

中，仍是线性方程组 $Ax=b$ 特解的共有

(A) 4 个. (B) 3 个. (C) 2 个. (D) 1 个.

【395】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是非齐次线性方程组 $\boldsymbol{A}x=\boldsymbol{b}$ 的三个不同的解，那么下列向量

$$\alpha_1-\alpha_2,\quad \alpha_1+\alpha_2-2\alpha_3,\quad \frac{2}{3}(\alpha_2-\alpha_1),\quad \alpha_1-3\alpha_2+2\alpha_3$$

中是导出组 $Ax=0$ 解的向量共有

(A) 4 个.　　(B) 3 个.　　(C) 2 个.　　(D) 1 个.

【396】已知齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + ax_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

有无穷多解，则 $a =$

(A) 0. (B) -1. (C) 1. (D) 2.

【397】齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+2x_3-x_4=0 \\ x_1+x_2+x_4=0 \end{cases}$ 的基础解系是

(A) $(-2,2,1,0)^{\mathrm{T}},(1,2,0,1)^{\mathrm{T}}$.

(B) $(-1,0,1,1)^{\mathrm{T}},(2,0,-2,-2)^{\mathrm{T}}$.

(C) $(-2,2,1,0)^{\mathrm{T}},(2,2,-3,-4)^{\mathrm{T}}$.

(D) $(1,-2,0,1)^{\mathrm{T}}$.

【398】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是齐次方程组 $Ax=0$ 的基础解系，则 $Ax=0$ 的基础解系还可以是

(A) 与 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 等价的向量组.

(B) $\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_1$.

(C) 与 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 等秩的向量组.

(D) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$.

【399】已知 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,-1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,2,0)^{\mathrm{T}}$ 是齐次方程组 $Ax=\mathbf{0}$ 的基础解系，那么下列向量中 $Ax=0$ 的解向量是

(A) $(1,-1,3)^{\mathrm{T}}$.　　(B) $(2,1,-3)^{\mathrm{T}}$.　　(C) $(2,2,-5)^{\mathrm{T}}$.　　(D) $(2,-2,6)^{\mathrm{T}}$.

【400】设 A 是 $m\times n$ 矩阵,$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的转置，若 $\boldsymbol{\eta}_1,\boldsymbol{\eta}_2,\cdots,\boldsymbol{\eta}_t$ 是齐次方程组 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}=\mathbf{0}$ 的基础解系，则秩 $r(\boldsymbol{A})=$

(A) t.　　(B) $n-t$.　　(C) $m-t$.　　(D) $n-m$.

【401】要使 $\boldsymbol{\alpha}_1=(2,1,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,-2,-1)^{\mathrm{T}}$ 都是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的解, 只要系数矩阵 A 为

(A) $\begin{bmatrix}2&1&1\\1&-2&-1\end{bmatrix}$.　　(B) $\begin{bmatrix}1&3&-5\\-1&-3&5\end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix}1&-4&2\\1&2&-1\end{bmatrix}$.　　(D) $\begin{bmatrix}1&-3&1\\2&-6&2\end{bmatrix}$.

【402】设 $\boldsymbol{A}$ 是 $m\times n$ 矩阵，则 $m<n$ 是齐次方程组 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 有非零解的

(A) 充分非必要条件.　　(B) 必要非充分条件.

(C) 充分必要条件.　　(D) 既不充分也不必要条件.

【403】设 $A=\left[\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4\right]$ 是四阶矩阵，$\boldsymbol{\eta}_1=(1,-2,3,1)^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{\eta}_2=(0,1,0,-2)^{\mathrm{T}}$ 是 $Ax=0$ 的基础解系，则必有

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关.　　(B) $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关.

(C) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关.　　(D) $\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关.

【404】设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&2&-2\\4&-3&3\\2&-1&1\end{bmatrix}$, 那么矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的三个特征值是

(A) $1,0,-2$.　　(B) $1,1,-3$.　　(C) $3,0,-2$.　　(D) $2,0,-3$.

【405】已知 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶可逆矩阵，那么与 $\boldsymbol{A}$ 有相同特征值的矩阵是

(A) $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$.　　(B) $\boldsymbol{A}^2$.　　(C) A^{-1}.　　(D) $A-E$.

【406】设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3 & -4 & -4\\ 0 & 1 & 0\\ 2 & -4 & -3\end{bmatrix}$, 下列不是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量的是

(A) $(2,0,1)^{\mathrm{T}}$.　　(B) $(2,1,0)^{\mathrm{T}}$.　　(C) $(1,1,0)^{\mathrm{T}}$.　　(D) $(1,0,1)^{\mathrm{T}}$.

【407】设 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶矩阵，下列命题中正确的是

(A) 若 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 的特征向量，那么 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量.

(B) 若 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $\boldsymbol{A}^{*}$ 的特征向量，那么 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量.

(C) 若 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $\boldsymbol{A}^{2}$ 的特征向量，那么 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量.

(D) 若 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $2\boldsymbol{A}$ 的特征向量，那么 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量。

【408】下列矩阵中，不能相似对角化的是

(A) $\begin{bmatrix}1&0&0\\2&3&0\\1&2&2\end{bmatrix}$.　(B) $\begin{bmatrix}1&2&3\\0&1&2\\0&0&-1\end{bmatrix}$.　(C) $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\3&2&-1\end{bmatrix}$.　(D) $\begin{bmatrix}1&2&3\\2&0&1\\3&1&1\end{bmatrix}$.

【409】已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3&0&0\\0&a&b\\0&2&3\end{bmatrix}$ 和 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}3&0&0\\0&4&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$ 相似，则 $b=$

(A) 1.　　(B) -1.　　(C) 2.　　(D) -2.

【410】下列矩阵中，A 和 B 相似的是

(A) $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&1\\2&2\end{bmatrix}$.

(B) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\end{bmatrix},\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}$.

(C) $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&1\\1&3\end{bmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\end{bmatrix}$.

(D) $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3&0\\0&3\end{bmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}3&0\\1&3\end{bmatrix}$.

【411】设 A 为 3 阶矩阵，非零向量 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 是方程组 $\boldsymbol{A}x=(i-1)\boldsymbol{\alpha}_i$ 的解，其中 $i=1,2,3$, 则矩阵 A^2+E 的迹为

(A) 1.　　(B) 2.　　(C) 5.　　(D) 8.

【412】已知 A 是 n 阶可逆矩阵，若 $A\sim B$, 则下列命题中

$$①AB\sim BA,\quad ②A^2\sim B^2,\quad ③A^{-1}\sim B^{-1},\quad ④A^{\mathrm{T}}\sim B^{\mathrm{T}},$$

正确的命题共有

(A) 4 个.　　(B) 3 个.　　(C) 2 个.　　(D) 1 个.

【413】已知 $\boldsymbol{A}$ 是三阶矩阵，$r(\boldsymbol{A})=1$, 则 $\lambda=0$

(A) 必是 $\boldsymbol{A}$ 的二重特征值.

(B) 至少是 A 的二重特征值.

(C) 至多是 $\mathbf{A}$ 的二重特征值.

(D) 一重，二重、三重特征值都有可能.

【414】已知 $\boldsymbol{\alpha}=(1,-2,3)^{\mathrm{T}}$ 是矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3&2&-1\\a&-2&2\\3&b&-1\end{bmatrix}$ 的特征向量，则

(A) $a=-2, b=6$.

(B) $a=2, b=-6$.

(C) $a=2, b=6$.

(D) $a=-2, b=-6$.

【415】设 A 是三阶矩阵，其特征值是 1,3,−2, 相应的特征向量依次为 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$, 若 $\mathbf{P}=\left[\boldsymbol{\alpha}_1,2\boldsymbol{\alpha}_3,-\boldsymbol{\alpha}_2\right]$,则$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}=$

(A) $\begin{bmatrix}1 & & \\ & -2 & \\ & & 3\end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix}1 & & \\ & -4 & \\ & & -3\end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix}1 & & \\ & -2 & \\ & & -3\end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix}1 & & \\ & 3 & \\ & & -2\end{bmatrix}$.

【416】设 A 是三阶矩阵，特征值是 $2,2,-5.\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 是 A 关于特征值 $\lambda=2$ 的线性无关的特征向量，$\boldsymbol{\alpha}_3$ 是 $\boldsymbol{A}$ 对应于 $\lambda=-5$ 的特征向量. 若 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}2 & & \\ & 2 & \\ & & -5\end{bmatrix}$, 则 $\boldsymbol{P}$ 不能是

(A) $[\boldsymbol{\alpha}_2,-\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_3]$.

(B) $[\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,5\boldsymbol{\alpha}_1,2\boldsymbol{\alpha}_3]$.

(C) $\left[\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3\right]$.

(D) $[\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3]$.

【417】若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=ax_1^2+ax_2^2+ax_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$ 的秩为 2, 则数 $a=$

(A) -2.　　(B) 1.　　(C) -2 或 1.　　(D) 0.

【418】若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=ax_1^2-2x_3^2-2x_1x_2+2x_1x_3+2bx_2x_3$ 在正交变换下的标准形为 $y_1^2-3y_2^2$，则 $b=0$

(A) -1.　　(B) 1.　　(C) -2.　　(D) 2.

【419】二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_3^2-2x_1x_2-2x_2x_3$ 的规范形是

(A) $z_1^2+z_2^2-z_3^2$.　　(B) $z_2^2-z_3^2$.　　(C) $z_1^2-z_2^2-z_3^2$.　　(D) $z_1^2+z_2^2$.

【420】二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2)^2+(x_2+x_3)^2+(x_3-x_1)^2$ 的规范形为

(A) $z_1^2+z_2^2$. (B) $z_1^2-z_2^2$. (C) $z_1^2+z_2^2+z_3^2$. (D) $z_1^2+z_2^2-z_3^2$.

【421】与矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&-1&1\\-1&0&-1\\1&-1&2\end{bmatrix}$合同的矩阵是

(A) $\begin{bmatrix}1&&\\&1&\\&&0\end{bmatrix}$. (B) $\begin{bmatrix}1&&\\&-1&\\&&0\end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix}1&&\\&1&\\&&-1\end{bmatrix}$. (D) $\begin{bmatrix}-1&&\\&-1&\\&&0\end{bmatrix}$.

【422】二次型

$$ax_1^2+(2a-1)x_2^2+ax_3^2-2x_1x_2+2ax_1x_3-2x_2x_3$$

的正惯性指数 $p=1$, 则 $a\in$

(A) $(1,+\infty)$.　(B) $\left(-\frac{1}{2},1\right)$.　(C) $\left(-\frac{1}{2},1\right]$　(D) $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$.

【423】下列二次型经正交变换，标准形不是 $y_1^2+3y_2^2-y_3^2$ 的是

(A) $3x_2^2+2x_1x_3$.　(B) $x_1^2+x_2^2+x_3^2+4x_1x_2$.

(C) $2x_1^2+2x_2^2-x_3^2+2x_1x_2$.　(D) $x_1^2+x_2^2+x_3^2-4x_1x_2-4x_2x_3$.

【424】下列矩阵中，正定矩阵是

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 8 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$.

【425】已知 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 若 $\boldsymbol{A} + k\boldsymbol{E}$ 正定，则 k 的取值范围是

(A) $k = 1$.　(B) $k > 1$.　(C) $k \geqslant 1$.　(D) $k \leqslant 1$.

概率论与数理统计

填空题

【426】已知事件 A 与 B 相互独立，$P(A)=a, P(B)=b$. 如果事件 C 发生必然导致事件 A 与 B 同时发生，则 A,B,C 都不发生的概率为 ______.

【427】已知事件 A,B 仅发生一个的概率为 0.3, 且 $P(A)+P(B)=0.5$, 则 A,B 至少有一个不发生的概率为 ______.

【428】设随机事件 A,B 和 $A\cup B$ 的概率分别是 0.4,0.3 和 0.6, 则事件 $A\overline{B}$ 的概率 $P(A\overline{B})=$ ______.

【429】已知甲袋有 3 个白球,6 个黑球, 乙袋有 5 个白球,4 个黑球. 先从甲袋中任取一球放人乙袋，然后再从乙袋中任取一球放回甲袋，则甲袋中白球数不变的概率为 ______.

【430】将一枚硬币重复掷 5 次，则正、反面都至少出现 2 次的概率为 ______.

【431】设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A-B)=0.3, P(B)=0.4$, 则 $P(B-A)=$ ______.

【432】设随机事件 A,B,C 满足 $A\subset C, P(AB)=\frac{1}{2}$ 和 $P(C)=\frac{2}{3}$, 则 $P(\overline{A}\cup\overline{B}\mid C)=$ ______.

【433】一射手对同一目标独立地进行 4 次射击. 若至少命中一次的概率为 $\frac{15}{16}$, 则该射手对同一目标独立地进行 4 次射击中至少没命中一次的概率为 ______.

【434】袋中有 8 个球，其中 3 个白球 5 个黑球, 现随意从中取出 4 个球, 如果 4 个球中有 2 个白球 2 个黑球，试验停止. 否则将 4 个球放回袋中，重新抽取 4 个球，直到出现 2 个白球 2 个黑球为止. 用 X 表示抽取次数，则 $P\{X=k\}=$______. $(k=1,2,\cdots)$.

【435】一实习生用同一台机器接连独立地制造 3 个同种零件，第 i 个零件是不合格品的概率 $p_i=\dfrac{1}{i+1}(i=1,2,3)$, 以 X 表示 3 个零件中合格品的个数，则 $P\{X=2\}=$______.

【436】设袋中有黑、白球各 1 个，从中有放回地取球，每次取 1 个，直到 2 种颜色球都取到时停止，则取球次数恰好为 3 的概率为 ______.

【437】假设 X 服从参数为 λ 的指数分布，对 X 作 3 次独立重复观察，至少有一次观测值大于 2 的概率为 $\frac{7}{8}$, 则 $\lambda =$ ______.

【438】设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，则 $P\langle 3 > X > 2 \mid X > 1\rangle =$ ______.

【439】设随机变量 X_1 服从分布 $B(2,p)$, 随机变量 X_2 服从分布 $B(3,p)$. 已知 $P\langle X_{\mathrm{i}} \geqslant 1\rangle = \dfrac{5}{9}$, 则 $P\{X_2 \geqslant 1\} =$ ______.

【440】设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x)=f(1-x)$, 且 $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=0.3$ 则 X 的分布函数 $F(x)$ 有 $F(0)=$______.

【441】设随机变量 X 服从 $(0,2)$ 上的均匀分布，则随机变量 $Y=X^2$ 在 $(0,4)$ 内的概率密度 $f_Y(y)=$______.

【442】设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，随机变量函数 $Y=1-e^{-x}$ 的分布函数为 $F_Y(y)$，则 $F_Y(\frac{1}{2})=$______.

【443】设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)(\sigma>0)$，其分布函数为 $F(x)$，则有 $F(\mu+x\sigma)+F(\mu-x\sigma)=$______.

【444】设 $X \sim N(\mu, \sigma_1^2), Y \sim N(2\mu, \sigma_2^2), X$ 与 Y 相互独立，已知 $P\{X - Y \geqslant 1\} = \dfrac{1}{2}$, 则 $\mu =$ ______.

【445】设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leqslant 0 \end{cases}$, 则 $P\{X \leqslant 2 \mid X \geqslant 1\}$ 的值为 ______.

【446】已知随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=k\}=\dfrac{1}{3}(k=1,2,3)$, 当 $X=k$ 时随机变量 Y 在 (0,k) 上服从均匀分布，即

$$P\{Y\leqslant y\mid X=k\}=\begin{cases}0, & y\leqslant 0\\ \dfrac{y}{k}, & 0<y<k\\ 1, & k\leqslant y\end{cases}$$

则 $P\{Y\leqslant 2.5\}=$______.

【447】设相互独立的两随机变量 X 与 Y 均服从参数为 1 的指数分布，则 $P\{\min(X,Y)\geqslant 1\}=$______.

【448】已知随机变量 (X,Y) 的概率密度函数 $f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0<x<y \\ 0, & 其他 \end{cases}$ 则 $P\{X+Y\leqslant 1\}=$______.

【449】设随机变量 X_1 和 X_2 相互独立，已知 $X_1\sim B(1,\frac{3}{4})$, X_2 的分布函数为 $F(x)$, 则随机变量 $Y=X_1+X_2$ 的分布函数 $F_Y(y)=$______.

【450】设随机变量 (X,Y) 服从分布律

X \ Y	0	1
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{2}$

，记 (X,Y) 的分布函数为 $F(x,y)$，则 $F(\frac{1}{2},1)=$ ______.

【451】设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\begin{cases} x, & a<x<b, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ $(a>0)$，其中 a,b 为待定常数，且 $EX^2=2$，则 $P\{|X|<\sqrt{2}\}=$ ______.

【452】已知 (X,Y) 的概率分布为

X \ Y	-1	0	1
0	0.1	0.2	α
1	β	0.1	0.2

，且 $P\{X^2+Y^2=1\}=0.5$，则 $P\{X^2Y^2=1\}=$ ______.

【453】设随机变量 X 与 Y 相互独立，且均服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则 $P\left\{\max(X,Y)>\mu\right\}-P\left\{\min(X,Y)<\mu\right\}=$ ______.

【454】设相互独立的两随机变量 X, Y 均服从 $[0,3]$ 上的均匀分布，则 $P\langle 1 < \max(X, Y) \leqslant 2\rangle$ 的值为 ______.

【455】设 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2; \sigma_1^2, \sigma_2^2; 0)$, 其分布函数为 $F(x, y)$, 已知 $F(\mu_1, y) = \frac{1}{4}$, 则 $y =$ ______.

【456】设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 X 服从标准正态分布，其分布函数为 $\Phi(x), Y$ 的概率分布为 $P\{Y=-1\}=P\{Y=1\}=\frac{1}{2}$, 则随机变量 $Z=XY$ 的分布函数 $F(x)=$______.

【457】已知随机变量 X_1, X_2 相互独立，且都服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2), (\sigma>0)$, 则 $D(X_1 X_2)=$______.

【458】设随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=\dfrac{1}{2^k k!(\sqrt{\mathrm{e}}-1)}, k=1,2,\cdots$, 则 X 的数学期望 $E(X)=$ ______.

【459】设随机变量 X 和 Y 均服从 $B\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$, 且 $D(X+Y)=1$, 则 X 与 Y 的相关系数 $\rho=$ ______.

【460】设连续型随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases} a-\mathrm{e}^{-bx}, & x\geqslant 0 \\ c, & x\leqslant 0 \end{cases}$ 已知 $E(X)=1$, 则 $D(X)=$ ______.

【461】设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且已知 $E[(X-1)(X-2)]=1$, 则 $\lambda=$ ______.

【462】设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 1)$ 独立同分布，且方差为 $\sigma^2 > 0$, 记 $Y_1 = \sum_{i=2}^{n} X_i$ 和 $Y_n = \sum_{j=1}^{n-1} X_j$,则 Y_1 和 Y_n 的协方差 $\mathrm{Cov}(Y_1, Y_n) =$ ______.

【463】已知随机变量 X_1 与 X_2 相互独立且分别服从参数为 λ_1, λ_2 的泊松分布，已知 $P\{X_1 + X_2 > 0\} = 1 - \mathrm{e}^{-1}$, 则 $E(X_1 + X_2)^2 =$ ______.

【464】相互独立的随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 具有相同的方差 $\sigma^2 > 0$, 记 $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, 则 $D(X_1 - \overline{X}) =$ ______.

【465】设随机变量 X 服从分布 $E(1)$, 记 $Y = \min\{|X|, 1\}$, 则 Y 的数学期望 $E(Y) =$ ______.

【466】相互独立的随机变量 X_1 和 X_2 均服从正态分布 $N\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$, 则 $D(|X_1-X_2|)=$______.

【467】设随机变量 X 在 $[-1,b]$ 上服从均匀分布，其中 b 是未知常数，根据切比雪夫不等式有 $P\{|X-1|\geqslant\varepsilon\}\leqslant\dfrac{1}{3}$, 则 $\varepsilon=$______.

【468】将一个骰子重复掷 n 次，每次掷出的点数依次为 $X_1,\cdots,X_n$. 则当 $n\to\infty$ 时，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 依概率收敛于______.

【469】设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_{2n},\cdots$ 独立均服从指数分布 $E(\lambda)$, 记 $Z_i=X_2i-X_{2i-1},i=1,2,3,...$, 则 $\sum_{i}=1^nZ_i$ 近似服从正态分布 $N($______,______$)$

【470】设相互独立的随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 均服从标准正态分布，记 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$, 则随机变量 $X_1-\overline{X}$ 服从的分布及参数为 ______,

【471】设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自总体 X 的简单随机样本，已知总体 X 的分布为 $F(x)$, 则 $Y=\max(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 的分布函数 $F_Y(y)=$ ______.

【472】设总体 X 的概率密度函数为 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x-\mu|}(-\infty<x<+\infty)$, $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的简单随机样本，其样本方差为 S^2, 则 $E(S^2)=$ ______.

【473】设 $X_1,X_2,\cdots,X_6$ 是来自正态分布 $N(0,\sigma^2)$ 的简单随机样本. 统计量 $F=a\frac{X_1^2+X_2^2}{X_2^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}$ 服从 $F(n_1,n_2)$ 分布，其中 a 为常数，则参数 n_1 和 n_2 分别为 ______.

【474】设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $E(\lambda)(\lambda > 0)$ 的简单随机样本，记统计量 $T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$，则 $ET =$ ______.

【475】设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自指数分布总体 $E(\lambda)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差. 记统计量 $T = \overline{X} - S^2$，则 $ET =$ ______.

【476】已知二维随机变量 $(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2;\sigma_1^2,\sigma_2^2;\rho)(\sigma_1>0,\sigma_2>0)$, 则二维随机变量 $\left(\dfrac{X-\mu_1}{\sigma_1},Y\right)\sim$ ______.

【477】设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，而 $X\sim B\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$. 记 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$ 则 $P\left\{\overline{X}=\dfrac{k}{n}\right\}=$ ______.$(0\leqslant k\leqslant n)$

【478】设随机变量 $X \sim t(n), Y \sim F(1, n)$, 常数 C 满足 $P\{X > C\} = 0.6$, 则 $P\{Y > C^2\} =$ ______.

【479】设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自区间 $[-a, a]$ 上均匀分布的总体 X 的简单随机样本，则参数 a 的矩估计量为 ______.

【480】设随机变量 X 在区间 $[0,\theta]$ 上服从均匀分布 ,$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本,则 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}=$ ______.

【481】总体 X 的概率分布为

X	0	1	2
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

,其中 $\theta\left(0<\theta<\dfrac{1}{2}\right)$ 是未知参数，利用总体 X 的如下样本值 1,2,1,0,1,0,1,2,1,2, 则有 θ 的矩估计值为 ______.

【482】设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\lambda^2 x\mathrm{e}^{-\lambda x}, & x>0,\\ 0, & x\leqslant 0,\end{cases}$ $\lambda>0$,则λ的最大似然估计量$\hat{\lambda}=$______.

【483】设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2),X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，据此样本检测在检验水平 α 条件下的拒绝域范围会随 α 变大而变 ______.

【484】设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本值，其平均值 $\overline{x} = 9.0$, 参数 μ 的置信度为 0.90 的双侧置信区间的置信下限为 7.8, 则 μ 的置信度为 0.90 的双侧置信上限为 ______.

【485】设 $X_1, X_2, \cdots, X_{36}$ 是取自正态总体 $N(\mu, 0.04)$ 的简单随机样本，其中 μ 为未知参数，记 $\overline{X} = \frac{1}{36}\sum_{i=1}^{36} X_i$, 如果对检验问题

$$H_0 : \mu \leqslant 0.5, H_1 : \mu > 0.5$$

在显著性水平 $\alpha = 0.05$, 取检验拒绝域 $D = \left\{(x_1, x_2, \cdots, x_{36}) : \overline{x} > C\right\}$, 则 $C =$ ______. $(\Phi(1.645) = 0.95)$

选择题

【486】设随机事件 A 和 B 满足关系式 $A\cup B=\overline{A}\cup\overline{B}$, 则必有

(A) $A-B=\varnothing$.　　(B) $AB=\varnothing$.　　(C) $AB\cup\overline{AB}=\Omega$.　　(D) $A\cup\overline{B}=\Omega$.

【487】设两两独立且概率相等的三事件 A,B,C 满足条件 $P(A\cup B\cup C)=\dfrac{9}{16}$, 且 $ABC=\varnothing$, 则 $P(A)$ 的值为

(A) $\dfrac{3}{4}$.　　(B) $\dfrac{1}{4}$.　　(C) $\dfrac{1}{4}$ 或 $\dfrac{3}{4}$.　　(D) $\dfrac{1}{3}$.

【488】设随机事件 A 与 B 互不相容，则

(A) $P(\overline{A}\,\overline{B})=0$.　　(B) $P(\overline{AB})\neq 0$.

(C) $P(A\cup\bar{B})=P(A)$.　　(D) $P(A\cup\bar{B})=P(\bar{B})$.

【489】对任意两个互不相容的事件 A 与 B, 必有

(A) 若 $P(A)=1$, 则 $P(\overline{B})=1$.　　(B) 若 $P(A)=0$, 则 $P(\overline{B})=1$.

(C) 若 $P(A)=1$, 则 $P(\overline{B})=0$.　　(D) 若 $P(A)=0$, 则 $P(\overline{B})=0$.

【490】设 A,B 为随机事件，$P(B)>0$, 则

(A) $P(A\cup B)\geqslant P(A)+P(B)$.

(B) $P(A-B)\geqslant P(A)-P(B)$.

(C) $P(AB)\geqslant P(A)P(B)$.

(D) $P(A\mid B)\geqslant \dfrac{P(A)}{P(B)}$.

【491】设随机事件 A,B, 满足 $P(A)>0, P(B\mid A)=1$, 则

(A) $B=\Omega$.

(B) $A-B=\varnothing$.

(C) $P(A-B)=0$.

(D) $P(B-A)=0$.

【492】若 A,B 为任意两个随机事件，且满足条件 $P(AB)\geqslant\dfrac{P(A)+P(B)}{2}$, 则

(A) $A=B$.

(B) A, B 互不相容.

(C) $P(AB)=P(A)P(B)$.

(D) $P(A-B)=0$.

【493】将一枚硬币独立投掷二次，记事件 $A=$“第一次掷出正面”,$B=$“第二次掷出反面”, $C=$ 正面最多掷出一次”, 则事件

(A) A,B,C 两两独立.

(B) A 与 BC 独立.

(C) B 与 AC 独立.

(D) C 与 AB 独立.

【494】已知 A,B 为随机事件，$0<P(A)<1, 0<P(B)<1$，则 $P(\overline{A}\mid B)=P(B\mid \overline{A})$ 的充要条件是

(A) $P(B\mid A)=P(B\mid \overline{A})$.

(B) $P(A\mid B)=P(A\mid \overline{B})$.

(C) $P(\overline{B}\mid A)=P(A\mid \overline{B})$.

(D) $P(A\mid B)=P(\overline{A}\mid B)$.

【495】设事件 A,B,C 两两独立，则 A,B,C 相互独立的充分必要条件是

(A) AB 和 BC 独立.

(B) $A\cup B$ 和 $B\cup C$ 独立.

(C) $A-B$ 和 C 独立.

(D) $A-B$ 和 $B^{\cdot}-C$ 独立.

【496】已知 $0 < P(B) < 1$ 且 $P[(A_1 \cup A_2) \mid B] = P(A_1 \mid B) + P(A_2 \mid B)$, 则成立

(A) $P[(A_1 \cup A_2) \mid \overline{B}] = P(A_1 \mid \overline{B}) + P(A_2 \mid \overline{B})$.

(B) $P(A_1 B \cup A_2 B) = P(A_1 B) + P(A_2 B)$.

(C) $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1 \mid B) + P(A_2 \mid B)$.

(D) $P(B) = P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2)$.

【497】设随机变量 X 在 $[0,1]$ 上服从均匀分布，记事件 $A = \left\{0 \leqslant X \leqslant \frac{1}{2}\right\}, B = \left\{\frac{1}{4} \leqslant X \leqslant \frac{3}{4}\right\}$, 则

(A) A 与 B 互斥，但不对立.

(B) B 包含 A.

(C) A 与 B 对立.

(D) A 与 B 相互独立.

【498】假设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)$ 是偶函数，其分布函数为 $F(x)$, 则

(A) $F(x)$ 是偶函数.

(B) $F(x)$ 是奇函数.

(C) $F(x)+F(-x)=1$.

(D) $2F(x)-F(-x)=1$.

【499】设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$

(A) 当 $x<a$ 时 $F(x)=0$, 则 $F(a)=0$.

(B) 当 $x>a$ 时 $F(x)=1$, 则 $F(a)=1$.

(C) 当 $P\{X<a\}=\frac{1}{2}$ 时 ,$F(a)=\frac{1}{2}$.

(D) 当 $P\{X\geqslant a\}=\frac{1}{2}$ 时 ,$F(a)=\frac{1}{2}$.

【500】设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 则可以作出分布函数

(A) $F(ax)$. (B) $F(x^2+1)$. (C) $F(x^3-1)$. (D) $F(|x|)$.

【501】设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$, 则可以作出概率密度函数

(A) $f(2x)$. (B) $f(2-x)$. (C) $f^2(x)$. (D) $f(x^2)$.

【502】假设随机变量 X 的密度函数

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}, & -2\leqslant x\leqslant -1,\\ \frac{1}{4}, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ \frac{1}{2}, & 2\leqslant x\leqslant 3,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

如果常数 k 使 $P\{X>k\}=P\{X<k\}$，则 k 的取值范围是

(A) $(-\infty,-2]$.　　(B) $[-1,0]$.　　(C) $[1,2]$.　　(D) $[3,+\infty)$.

【503】设随机变量 $X \sim U(a,b)$, 已知 $P\{-2<X<0\}=\dfrac{1}{4}$ 和 $P\{1<X<3\}=\dfrac{1}{2}$, 则

(A) $\begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} a=-2 \\ b=3 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$.

【504】设随机变量 X 的分布函数和概率密度函数分别为 $F(x)$ 和 $f(x)$, 则随机变量 $-X$ 的分布函数和概率密度函数分别为

(A) $F(-x)$ 和 $f(-x)$. (B) $F(-x)$ 和 $f(x)$.

(C) $1-F(-x)$ 和 $f(-x)$. (D) $1-F(-x)$ 和 $f(x)$.

【505】连续型随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases} a+be^{-x}, & x\geqslant 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$，则其中的常数 a 和 b 为

(A) $\begin{cases} a=1, \\ b=1. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} a=1, \\ b=-1. \end{cases}$ (C) $\begin{cases} a=-1, \\ b=1. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} a=0, \\ b=1. \end{cases}$

【506】设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$，则随机变量 $2X+3$ 的概率密度函数为

(A) $\frac{1}{2}f\left(\frac{x-3}{2}\right)$. (B) $f\left(\frac{x-3}{2}\right)$. (C) $2f(2x+3)$. (D) $f(2x+3)$.

【507】设离散型随机变量 X 服从分布律 $P\{X=k\}=\dfrac{C}{k}\mathrm{e}^{-2}, k=0,1,2,\cdots$, 则常数 C 必为

(A) 1.　　(B) e.　　(C) e^{-1}.　　(D) e^{-2}.

【508】假设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 概率密度函数 $f(x)=af_1(x)+bf_2(x)$, 其中 $f_1(x)$ 是正态分布 $\mathrm{N}(0,\sigma^2)$ 的概率密度函数，$f_2(x)$ 是参数为 λ 的指数分布的概率密度函数，已知 $F(0)=\dfrac{1}{8}$, 则

(A) $a=1, b=0$.　　(B) $a=\dfrac{3}{4}, b=\dfrac{1}{4}$.　　(C) $a=\dfrac{1}{2}, b=\dfrac{1}{2}$.　　(D) $a=\dfrac{1}{4}, b=\dfrac{3}{4}$.

【509】已知 $X \sim N(15,4)$, 若 X 的值落入区间 $(-\infty, x_1), (x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_4), (x_4, +\infty)$ 内的概率之比为 $7:24 \div 38:24:7$, 则 x_1, x_2, x_3, x_4 分别为

(A) 12,13.5,16.5,18.

(B) 11.5,13.5,16.5,18.5.

(C) 12,14,16,18.

(D) 11,14,16,19.

附: 标准正态分布函数值 $\Phi(1.5) = 0.93, \Phi(0.5) = 0.69$.

【510】设相互独立的随机变量 X_i 的分布函数为 $F_i(x)$, 概率密度函数为 $f_i(x), i = 1,2$, 则随机变量 $Y = \max(X_1, X_2)$ 的概率密度函数为

(A) $f_1(x) f_2(x)$.

(B) $f_1(x) + f_2(x)$.

(C) $f_1(x)F_2(x) + f_2(x)F_1(x)$.

(D) $f_1(x)F_1(x) + f_2(x)F_2(x)$.

【511】假设随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从参数为 λ 的指数分布，则可以作出服从参数为 2λ 的指数分布的随机变量如

(A) $X+Y$.　　(B) $X-Y$.　　(C) $\max(X,Y)$.　　(D) $\min(X,Y)$.

【512】设随机变量 X 和 Y 相互独立，均服从分布 $B\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$, 则下列选项成立的是

(A) $P\{X=Y\}=1$.　　(B) $P\{X=Y\}=\dfrac{1}{2}$.　　(C) $P\{X=Y\}=\dfrac{1}{4}$.　　(D) $P\{X=Y\}=0$.

【513】设随机变量 $X_i \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}(i=1,2)$ 且满足条件 $P\{X_1+X_2=0\}=1$, 则 $P\{X_1=X_2\}$ 等于

(A) 0. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) 1.

【514】设相互独立两随机变量 X 和 Y 均服从 $\begin{array}{c|cc} X & -1 & 1 \\ \hline P & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$, 则可以作出服从二项分布的随机变量

(A) $X+Y+2$. (B) $\frac{X+Y}{2}+1$. (C) $X-Y+2$. (D) $\frac{X-Y}{2}-1$.

【515】设随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从标准正态分布 $N(0,1)$, 则

(A) $P\{X+Y\geqslant 0\}=\dfrac{1}{4}$.　　(B) $P\{X-Y\geqslant 0\}=\dfrac{1}{4}$.

(C) $P\{\max(X,Y)\geqslant 0\}=\dfrac{1}{4}$.　　(D) $P\{\min(X,Y)\geqslant 0\}=\dfrac{1}{4}$.

【516】设随机变量 $X\sim B(1,\dfrac{1}{2}),Y\sim B(1,\dfrac{1}{2})$. 已知 X 与 Y 的相关系数 $\rho=1$, 则 $P\{X=0,Y=1\}$ 的值必为

(A) 0.　　(B) $\dfrac{1}{4}$.　　(C) $\dfrac{1}{2}$.　　(D) 1.

【517】已知随机变量 X 与 Y 均服从 $B\left(1,\dfrac{3}{4}\right)$ 分布，$EXY=\dfrac{5}{8}$, 则 $P\{X+Y\leqslant 1\}$ 等于

(A) $\dfrac{1}{8}$.　　(B) $\dfrac{1}{4}$.　　(C) $\dfrac{3}{8}$.　　(D) $\dfrac{1}{2}$.

【518】设相互独立的两随机变量 X 和 Y 均服从分布 $B\left(1,\dfrac{1}{3}\right)$, 则 $P\{X\leqslant 2Y\}=$

(A) $\dfrac{1}{9}$.　　(B) $\dfrac{4}{9}$.　　(C) $\dfrac{5}{9}$.　　(D) $\dfrac{7}{9}$.

【519】设随机变量 X,Y 独立同分布，且 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $Z=\min(X,Y)$ 的分布函数为

(A) $F^2(x)$.

(B) $F(x)F(y)$.

(C) $1-[1-F(x)]^2$.

(D) $[1-F(x)][1-F(y)]$.

【520】设相互独立的两随机变量 X 和 Y 分别服从 $E(\lambda)$ 和 $E(\lambda+2)$ 分布，$\lambda>0$, 则 $P\{\min(X,Y)>1\}$ 的值为

(A) $\mathrm{e}^{-(\lambda+1)}$.

(B) $1-\mathrm{e}^{-(\lambda+1)}$.

(C) $\mathrm{e}^{-2(\lambda+1)}$.

(D) 1- $e^{-2(\lambda+1)}$.

【521】设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从参数为 λ 的指数分布，Y 的分布律为

Y	-1	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

，则 $Z=X+Y$ 的分布函数 $F_z(z)$

(A) 是连续函数.

(B) 是恰有一个间断点的阶梯函数.

(C) 是恰有一个间断点的非阶梯函数.

(D) 至少有两个间断点.

【522】设随机变量 (X,Y) 的分布函数为 $F(x,y)$, 边缘分布为 $F_x(x)$ 和 $F_Y(y)$, 则概率 $P\{X>x,Y>y\}$ 等于

(A) $1-F(x,y)$.

(B) $1-F_X(x)-F_Y(y)$.

(C) $F(x,y)-F_x(x)-F_Y(y)+1$.

(D) $F_X(x)+F_Y(y)+F(x,y)-1$.

【523】设随机变量 X 和 Y 相互独立同分布. 已知 $P\{X=k\}=pq^{k-1}(k=1,2,3,\dots)$, 其中 $0<p<1, q=1-p$, 则 $P\{X=Y\}$ 等于

(A) $\dfrac{p}{2-p}$.

(B) $\dfrac{1-p}{2-p}$.

(C) $\dfrac{p}{1-p}$.

(D) $\dfrac{2p}{1-p}$.

【524】已知随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从正态分布 $N\left(\mu,\dfrac{1}{2}\right)$, 如果 $P\{X+Y\leqslant 1\}=\dfrac{1}{2}$, 则 μ 等于

(A) -1.　　(B) 0.　　(C) $\dfrac{1}{2}$.　　(D) 1.

【525】设随机变量 (X,Y) 的概率密度函数 $f(x,y)=\frac{1}{2\pi}\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{2}},-\infty<x,y<+\infty$, 则在 Y =y 的条件下，X 的条件概率密度函数 $f_X|Y(x|y)$ 为

(A) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}},-\infty<x<+\infty.$

(B) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{y^2}{2}},-\infty<y<+\infty.$

(C) $\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}(\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}+\mathrm{e}^{-\frac{y^2}{2}}),-\infty<x,y<+\infty.$

(D) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(x-y)^2}{2}},-\infty<x,y<+\infty.$

【526】设二维随机变量 (X,Y) 与 (U,V) 有相同的边缘分布，则

(A) (X,Y) 与 (U,V) 有相同的联合分布.

(B) (X,Y) 与 (U,V) 不一定有相同的联合分布.

(C) $(X+Y)$ 与 $(U+V)$ 有相同的分布.

(D) $(X-Y)$ 与 $(U-V)$ 有相同的分布.

【527】已知随机变量 (X,Y) 在区域 $D=\{(x,y)\mid -1<x<1,-1<y<1\}$ 上服从均匀分布，则

(A) $P\{X+Y\geqslant 0\}=\dfrac{1}{4}$.

(B) $P\{X-Y\geqslant 0\}=\dfrac{1}{4}$.

(C) $P\{\max(X,Y)\geqslant 0\}=\dfrac{1}{4}$.

(D) $P\{\min(X,Y)\geqslant 0\}=\dfrac{1}{4}$.

【528】设相互独立的两随机变量 X 和 Y, 其中 $X \sim B\left(1, \frac{1}{2}\right)$, 而 Y 具有概率密度函数 $f(y) = \begin{cases} 1, & 0 \le y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 $P\{X+Y \leqslant \frac{1}{3}\}$ 的值为

(A) $\frac{1}{6}$.　　(B) $\frac{1}{3}$.　　(C) $\frac{1}{4}$.　　(D) $\frac{1}{2}$.

【529】设二维随机变量 (X_1, X_2) 的概率密度函数 $f_1(x_1, x_2)$, 则随机变量 (Y_1, Y_2)(其中 $Y_1 = 2X_1, Y_2 = \frac{1}{3}X_2$) 的概率密度函数 $f_2(y_1, y_2)$ 等于

(A) $f_1\left(\frac{y_1}{2}, 3y_2\right)$.　　(B) $\frac{3}{2}f_1\left(\frac{y_1}{2}, 3y_2\right)$.　　(C) $f_1\left(2y_1, \frac{y_2}{3}\right)$.　　(D) $\frac{2}{3}f_1\left(2y_1, \frac{y_2}{3}\right)$.

【530】设随机变量 X,Y 不相关，且 $EX=2,EY=1,DX=3$, 则 $E[X(X+Y-2)]=$

(A) -3.　(B) 3.　(C) -5.　(D) 5.

【531】设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$, 则其数学期望 $E(X)=a$ 成立的话，则

(A) $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x-a)\mathrm{d}x=0$.　(B) $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x+a)\,\mathrm{d}x=0$.

(C) $\int_{-\infty}^{a} f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.　(D) $\int_{-\infty}^{a} xf(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.

【532】设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$, 数学期望 $E(X)=2$, 则

(A)) $\int_{-\infty}^{2} xf(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.

(B)) $\int_{-\infty}^{2} xf(x)\mathrm{d}x=\int_{2}^{+\infty} xf(x)\mathrm{d}x$.

(C)) $\int_{-\infty}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.

(D)) $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.

【533】已知随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-|x|}, -\infty<x<+\infty$, 则 $D(X^2)$ 的值为

(A) 20. (B) 22. (C) 24. (D) 28.

【534】已知随机变量 X 与 Y 的相关系数为 $\rho_x Y$ 且 $\rho_X Y \neq 0$, 设 $Z = aX + b$, 其中 a, b 为常数，则 Y 与 Z 的相关系数 $\rho_Y Z = \rho_{XY}$ 的充要条件是

(A) $a = 1$. (B) $a > 0$. (C) $a < 0$. (D) $a \neq 0$.

【535】已知随机变量 X 与 Y 有相同的不为零的方差，则 X 与 Y 相关系数等于 1 的充分必要条件是

(A) $\operatorname{Cov}(X+Y, X) = 0$. (B) $\operatorname{Cov}(X+Y, Y) = 0$.

(C) $\operatorname{Cov}(X+Y, X-Y) = 0$. (D) $\operatorname{Cov}(X-Y, X) = 0$.

【536】已知随机变量 X 与 Y 的相关系数大于零，则

(A) $D(X+Y)=DX+DY$.

(B) $D(X+Y)<DX+DY$.

(C) $D(X-Y)=DX+DY$.

(D) $D(X-Y)<DX+DY$.

【537】设随机变量 X 与 Y 相互独立，且方差 $DX>0, DY>0$, 则

(A) X 与 $X+Y$ 一定相关.

(B) X 与 $X+Y$ 一定不相关.

(C) X 与 XY 一定相关.

(D) X 与 XY 一定不相关.

【538】设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} a-\mathrm{e}^{-bx}, & x>0 \\ 0, & x\leqslant 0 \end{cases}$，其中 a,b 均为常数. 已知 $D(X)=4$，则

(A) $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$.　　(B) $\begin{cases} a=1 \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$.　　(C) $\begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$.　　(D) $\begin{cases} a=2 \\ b=\dfrac{1}{4} \end{cases}$.

【539】假设随机变量 X 与 Y 相互独立具有非零的方差，$DX\neq DY$，则

(A) $3X+1$ 与 $4Y-2$ 相关.　　(B) $X+Y$ 与 $X-Y$ 不相关.

(C) $X+Y$ 与 $2Y+1$ 相互独立.　　(D) e^{x} 与 $2Y+1$ 相互独立.

【540】相互独立同分布的两个随机变量 X_1 和 X_2, 已知

X_1	n	$n+1$	$n+2$
P	0.3	0.4	0.3

则 $D(X_1+X_2)=$

(A) 1.2. (B) 1.0. (C) 0.8. (D) 0.6.

【541】将一枚硬币重复掷 2 次，以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数，则 X 和 Y 的相关系数等于

(A) -1. (B) 0. (C) $\frac{1}{2}$. (D) 1.

【542】设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，则 $E(X)E\left(\dfrac{1}{1+X}\right)=$

(A) 1. (B) $\mathrm{e}^{-\lambda}$. (C) $1-\mathrm{e}^{-\lambda}$. (D) $1+\mathrm{e}^{-\lambda}$.

【543】设随机变量 X 的二阶矩存在，则

(A) $EX^2<EX$. (B) $EX^2\geqslant EX$. (C) $EX^2<(EX)^2$. (D) $EX^2\geqslant(EX)^2$.

【544】设随机变量 X 的期望、方差都存在，则对任意常数 c, 有

(A) $E(X-c)^2 < DX+[E(X-c)]^2$.　　(B) $E(X-c)^2 > DX+[E(X-c)]^2$.

(C) $E(X-c)^2 = DX+[E(X-c)]^2$.　　(D) $E(X-c)^2 = DX-[E(X-c)]^2$.

【545】设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=0.4\Phi\left(\dfrac{x-5}{2}\right)+0.6\Phi\left(\dfrac{x+1}{3}\right)$, 其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，则 $E(X)=$

(A) 3.　　(B) 2.6.　　(C) 1.4.　　(D) 1.

【546】设随机变量 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$, 则 $E[(X-2)^2\mathrm{e}^{2X}]=$

(A) 1. (B) 2. (C) e^2. (D) $2\mathrm{e}^2$.

【547】设随机变量 X 与 Y 相互独立，均服从正态 $N(1,2)$, 则 $D(XY)=$

(A) 4. (B) 6. (C) 8. (D) 10.

【548】设二维随机变量 (X_1, X_2) 中 X_1 与 X_2 的相关系数为 ρ, 记 $\sigma_i j = \mathrm{Cov}(X_i, X_j), (i, j = 1, 2)$, 则行列式

$$\begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{vmatrix} = 0$$

的充分必要条件是

(A) $\rho = 0$.　　(B) $|\rho| = \dfrac{1}{3}$.　　(C) $|\rho| = \dfrac{1}{2}$.　　(D) $|\rho| = 1$.

【549】设随机变量 $X \sim B(1, \frac{1}{4}), Y \sim B(1, \frac{1}{3})$, 已知 $P\{XY=1\}=\frac{1}{12}$, 记 ρ 为 X 和 Y 的相关系数，则

(A) $\rho = 1$.

(B) $\rho = -1$.

(C) $\rho = 0$, 但 X, Y 不独立.

(D) X, Y 相互独立.

【550】设随机变量 X 的 $EX=\mu, DX=\sigma^2(\sigma>0$ 为常数), 则对任意常数 c 必有

(A) $E(X-c)^2 = EX^2 - c^2$.

(B) $E(X-c)^2 = E(X-\mu)^2$.

(C) $E(X-c)^2 < E(X-\mu)^2$.

(D) $E(X-c)^2 \geqslant E(X-\mu)^2$.

【551】设随机变量 X 服从指数分布 $E(1)$, 用切比雪夫不等式得到估计 $P\{X \geqslant 3\} \leqslant a$, 则 $a =$

(A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{1}{8}$. (D) e^{-3}.

【552】设随机变量序列 $X_1, \cdots, X_n, \cdots$ 相互独立，则根据辛钦大数定律，当 $n \to \infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ 依概率收敛于其数学期望，只要随机变量序列 $X_1 \cdots, X_n, \cdots$

(A) 有相同的数学期望. (B) 服从同一离散型分布.

(C) 服从同一泊松分布. (D) 服从同一连续型分布.

【553】设两两独立的随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots X_i, i=1,2,\cdots$

(A) 有相同数学期望.

(B) 服从同一离散型分布.

(C) 服从同一连续型分布.

(D) X_{2i} 服从泊松分布 $P(\lambda_2), X_{2i-1}$ 服从泊松分布 $P(\lambda_1)(i=1,2,...), \lambda_1, \lambda_2 > 0$.

【554】设 X_n 表示将一硬币随意投掷 n 次“正面”出现的次数，则

(A) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{X_n - n}{\sqrt{n}} \leqslant x\right\} = \Phi(x)$.

(B) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{X_n - 2n}{\sqrt{n}} \leqslant x\right\} = \Phi(x)$.

(C) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{2X_n - n}{\sqrt{n}} \leqslant x\right\} = \Phi(x)$.

(D) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{2X_n - 2n}{\sqrt{n}} \leqslant x\right\} = \Phi(x)$.

【555】设 $X_1, X_2, \ldots, X_n (n \geqslant 2)$ 为来自总体 $N(\mu, 1)$ 的简单随机样本，记 $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, 则不能得出结论

(A) $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$ 服从 χ^2 分布.

(B) $2(X_n - X_1)^2$ 服从 χ^2 分布.

(C) $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ 服从 χ^2 分布.

(D) $n(\overline{X} - \mu)^2$ 服从 χ^2 分布.

【556】设总体 X 服从正态分布 $N(0, \sigma^2), \overline{X}, S^2$ 分别为容量是 n 的样本的均值和方差，则可以作出服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布的随机变量

(A) $\frac{\sqrt{n}\,\overline{X}}{S}$.

(B) $\frac{\sqrt{n}\,\overline{X}}{S^2}$.

(C) $\frac{n\overline{X}}{S}$.

(D) $\frac{n\overline{X}}{S^2}$.

【557】设 $X_1,X_2,X_3,\cdots,X_{11}$ 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的简单随机样本，$Y^2=\frac{1}{10}\sum_{i=2}^{11}X_i^2$, 则

(A) $X_1^2 \sim \chi^2(1)$.　　(B)) $Y^2 \sim \chi^2(10)$.　　(C) $\frac{X_1}{Y} \sim t(10)$.　　(D) $\frac{X_1^2}{Y^2} \sim F(10,1)$.

【558】设总体 X 服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$, $X_1,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，其均值、方差分别为 $\overline{X},S^2$, 则

(A) $\frac{\overline{X}^2}{S^2} \sim F(1,n-1)$.　　(B) $\frac{(n-1)\overline{X}^2}{S^2} \sim F(1,n-1)$.

(C) $\frac{n\overline{X}^2}{S^2} \sim F(1,n-1)$.　　(D) $\frac{(n+1)\overline{X}^2}{S^2} \sim F(1,n-1)$.

【559】设随机变量 $X \sim F(n,n), p_1 = P\{X \geqslant 1\}, p_2 = P\{X \leqslant 1\}$, 则

(A) $p_1 < p_2$.

(B) $p_1 = p_2$.

(C) $p_1 > p_2$.

(D) p_1, p_2 的值与 n 有关，因而无法比较.

【560】设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 和 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 分别来自总体均为正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的两个相互独立的简单随机样本，记它们的样本方差分别为 S_x^2 和 S_y^2, 则统计量 $T = (n-1)(S_x^2 + S_y^2)$ 的方差 DT 是

(A) $2n\sigma^4$. (B) $2(n-1)\sigma^4$. (C) $4n\sigma^4$. (D) $4(n-1)\sigma^4$.

【561】已知随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立且 $EX_i = \mu, DX_i = \sigma^2 > 0$, 记 $\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$, 则 $X_1 - \overline{X}$ 与 $X_2 - \overline{X}$

(A) 不相关且相互独立.

(B) 不相关且相互不独立.

(C) 相关且相互独立.

(D) 相关且相互不独立.

【562】设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 则统计量 $Y = \dfrac{(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2}{(X_1 + X_2)^2 + (X_3 + X_4)^2}$ 服从

(A) $F(4,4)$.

(B) $F(2,2)$.

(C) $F(2,4)$.

(D) 不是 F 分布.

【563】设总体 X 与 Y 都服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$, 已知 $X_1,\cdots,X_m$ 与 $Y_1,\cdots,Y_n$ 是分别来自总体 X 与 Y 两个相互独立的简单随机样本，统计量 $Y=\dfrac{2(X_1+\cdots+X_m)}{\sqrt{Y_1^2+\cdots+Y_n^2}}$ 服从 $t(n)$ 分布，则 $\dfrac{m}{n}$ 等于

(A) 1. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{1}{3}$. (D) $\dfrac{1}{4}$.

【564】设 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n\geqslant 2)$ 为来自总体 $N(\mu,\sigma^2)(\sigma>0)$ 的简单随机样本，令 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$,S$=\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}$,S$^*=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}$, 则

(A))$\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)}{S}\sim t(n)$. (B) $\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)}{S}\sim t(n-1)$.

(C) $\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)}{S^*}\sim t(n)$. (D) $\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)}{S^*}\sim t(n-1)$.

【565】设 $X_1,X_2,...,X_n$ 是取自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，记

$$S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2,S_2^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2,S_3^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}X_i^2,S_4^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2,$$

则可以作出服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布统计量

(A) $t=\dfrac{\overline{X}}{S_1/\sqrt{n-1}}$.

(B) $t=\dfrac{\overline{X}}{S_2/\sqrt{n-1}}$.

(C) $t=\dfrac{\overline{X}}{S_3/\sqrt{n}}$.

(D) $t=\dfrac{\overline{X}}{S_4/\sqrt{n}}$.

【566】假设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2), X_1,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本 $(n>1)$; 其均值为 $\overline{X}$, 如果 $P\{|X-\mu|<a\}=P\{|\overline{X}-\mu|<b\}$, 则比值 $\dfrac{a}{b}$

(A) 与 σ 及 n 都有关.

(B) 与 σ 及 n 都无关.

(C) 与 σ 无关，与 n 有关.

(D) 与 σ 有关，与 n 无关.

【567】已知总体 X 的期望 $EX=0$, 方差 $DX=\sigma^2$, 从总体中抽取容量为 n 的简单随机样本，其样本均值为 $\overline{X}$, 样本方差为 S^2. 记统计计量 $T_k=\dfrac{n}{k}\overline{X}^2+\dfrac{1}{k}S^2(k=1,2,3,4)$, 已知 $ET_k=\sigma^2$, 则 $k=$

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

【568】 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，则数学期望 $E\left\{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\left[\sum_{j=1}^{n}\left(nX_j - \sum_{k=1}^{n} X_k\right)^2\right]\right\}$ 等于

(A) $n^3(n-1)\mu \bullet \sigma^2$.

(B) $n(n-1)\mu \bullet \sigma^2$.

(C) $n^2(n-1)\mu \bullet \sigma^2$.

(D) $n^3(n-1)\mu \bullet \sigma$.

【569】设 $X_1, X_2, \cdots, X_9$ 是来自正态总体 X 的简单随机样本，记

$$Y_1 = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} X_i, \quad Y_2 = \frac{1}{3}\sum_{j=7}^{9} X_j, \quad S^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=7}^{9}(X_k - Y_2)^2,$$

则统计量 $Z = \dfrac{\sqrt{2}(Y_1 - Y_2)}{S}$ 服从分布为

(A) $t(3)$.　　(B) $t(2)$.　　(C) $F(1,3)$.　　(D) $F(1,2)$.

【570】假设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$X_1, \cdots, X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，其均值为 $\overline{X}$, 方差为 S^2. 已知 $\hat{\lambda} = a\overline{X} + (2-3a)S^2$ 为 λ 的无偏估计，则 a 等于

(A) -1.　　(B) 0.　　(C) 1.　　(D) $\dfrac{1}{2}$.

【571】设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，X 的分布律为

$$\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & \theta & 1-2\theta & \theta \end{array},\quad 0<\theta<\frac{1}{2}$$

则未知参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$ 为

(A) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$.　　(B) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$.　　(C) $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}X_i$.　　(D) $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$.

【572】假设总体 X 的方差 DX 存在，$X_1,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，其均值和方差分别为 $\overline{X},S^2$, 则 EX^2 的矩估计量是

(A) $S^2+\overline{X}^2$.　　(B) $(n-1)S^2+\overline{X}^2$.　　(C) $nS^2+\overline{X}^2$.　　(D) $\frac{n-1}{n}S^2+\overline{X}^2$.

【573】设总体的概率密度函数为 $f(x;\sigma)=\dfrac{1}{2\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{|x|}{\sigma}},-\infty<x<+\infty$, 其中 $\sigma\in(0,+\infty)$ 为未知参数 ,$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，则 σ 的最大似然估计量 $\hat{\sigma}=$

(A) $\overline{X}$.

(B) $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}|X_i|$.

(C) S.

(D) $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$.

【574】设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2),X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，据此样本检验假设：$H_0:\mu=\mu_0,H_1:\mu\neq\mu_0$, 则

(A) 如果在检验水平 $\alpha=0.01$ 下拒绝 H_0, 那么在检验水平 $\alpha=0.05$ 下必拒绝 H_0.

(B) 如果在检验水平 $\alpha=0.01$ 下拒绝 H_0, 那么在检验水平 $\alpha=0.05$ 下必接受 H_0.

(C) 如果在检验水平 $\alpha=0.01$ 下接受 H_0, 那么在检验水平 $\alpha=0.05$ 下必拒绝 H_0.

(D) 如果在检验水平 $\alpha=0.01$ 下接受 H_0, 那么在检验水平 $\alpha=0.05$ 下必接受 H_0.

【575】设 $X_1,X_2,\cdots,X_8$ 是来自总体 $N(\mu,2)$ 的简单随机样本，考虑假设检验问题：$H_0:\mu\leqslant 5,H_1:\mu>5$.$\Phi(x)$ 表示标准正态分布函数，若该检验问题的拒绝域为 $W=\left\{\overline{X}>5.5\right\}$, 其中 $\overline{X}=\dfrac{1}{8}\sum\limits_{i=1}^{8}X_i$, 则 $\mu=5.75$ 时，该检验犯第二类错误的概率为

(A) $1-\Phi(0.25)$.　　(B) $1-\Phi(0.5)$.　　(C) $1-\Phi(0.75)$.　　(D) $1-\Phi(1)$.