



2026 考研 · 数学刷题本系列

# 李永乐 660 题数一 基础过关 II 阶刷题本

遇到录入错误，可查看：

在线勘误文档 ([点击跳转](#))

A4 宽松版

“你这个年龄是怎么睡得着觉的”

研小布

最后编辑时间：2025 年 1 月 27 日

---

## 声明（建议保留此页）

**声明一** 此刷题本（或做题本）<sup>1</sup>只是对原书题目的二次排版，仅供个人学习交流使用，不得用于商业用途。如有侵权，请联系删除。

**声明二** 此刷题本（或做题本）只有电子版，无任何纸质版，所有售卖此刷题本纸质版的商家均为盗用，与此刷题本制作人无关，请各位同学注意甄别。

**声明三** 制作此刷题本的目的是方便大家在考研备考中多次刷题、记录自己的刷题过程和笔迹，以便日后复盘与巩固！此刷题本不包含答案，答案请参考原书！**若在做题中遇到错误，可以点击封面或此处的[在线勘误文档](#)，进行查错和报错**，如链接失效，请关注微信公众号：**研小布**，后台回复“勘误文档”获取最新的勘误文档。

---

<sup>1</sup>此刷题本（或做题本）模板来自开源 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 项目 **ExBook** (<https://github.com/ExBook/ExBook>)。如果你在利用此模板制作刷题本时遇到问题，请关注  微信公众号：**研小布**，后台回复“ExBook”进入交流群。

---

## 打印纸质版说明

**此说明只针对 A4 版做题本**（A4 标准版、A4 宽松版、A4 紧凑版、A4 单题版）

**打印参数建议** A4 纸张、黑白（或彩色）、双面（或单面）

**打印渠道推荐** 微信扫描下方二维码进入小程序可进行在线打印，超优惠打印价格！70gA4 纸单面 0.07 元/张，双面 0.05 元/张。



目录

基础过关 II 阶 ..... 2

    高等数学..... 2

        填空题 ..... 2

        选择题 ..... 24

## 基础过关 II 阶

### 高等数学

#### 填空题

【576】在级数

$$\textcircled{1} \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) + \cdots,$$

$$\textcircled{2} 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} + \cdots,$$

$$\textcircled{3} 2 - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \frac{4}{3} + \frac{4}{3} - \frac{5}{4} + \cdots + \frac{n+1}{n} - \frac{n+2}{n+1} + \cdots,$$

$$\textcircled{4} \left(2 - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3}\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n+2}{n+1}\right) + \cdots$$

中, 发散级数的序号是 \_\_\_\_\_.

【577】若数列  $\{a_n\}$  收敛，则级数  $\sum_i^{\infty} (a_{n+1} - a_n)$  \_\_\_\_\_ (填“收敛”或“发散”).

【578】已知级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^\alpha}$  收敛，则  $\alpha$  应满足 \_\_\_\_\_.

【579】已知幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  在  $x=1$  处条件收敛, 则幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$  的收敛半径为 \_\_\_\_\_.

【580】幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n+1}$  的收敛域为 \_\_\_\_\_.

【581】已知幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$  在  $x=2$  处收敛，在  $x=0$  处发散，则幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$  的收敛域为

【582】把函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x - 3}$  展开为  $x$  的幂级数，则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【583】  $f(x) = \ln(2 + x - 3x^2)$  在  $x = 0$  处的泰勒展开式为 \_\_\_\_\_.

【584】 设  $f(x) = x \arctan x - \ln \sqrt{1 + x^2}$ , 则  $f(x)$  的幂级数展开式是 \_\_\_\_\_.

【585】级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$  的和为 \_\_\_\_\_.

【586】若数列  $(a_1 + a_2) + (a_3 + a_4) + \dots + (a_{2n-1} + a_{2n}) + \dots$  发散, 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  \_\_\_\_\_ (填“收敛”或“发散”).

【587】 设  $a_1 = 2025$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4051$ , 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} - a_n)$  的和为 \_\_\_\_\_.

【588】 已知幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(x - \frac{1}{2}\right)^n$  在  $x = 2$  处发散, 在  $x = -1$  处收敛, 则幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - 1)^n$  的收敛域是 \_\_\_\_\_.

【589】 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n[4^n + (-3)^n]}$  的收敛半径  $R =$  \_\_\_\_\_, 收敛域为 \_\_\_\_\_.

【590】 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{2^n} \right) x^n$  的收敛域为 \_\_\_\_\_, 和函数  $S(x) =$  \_\_\_\_\_.

【591】 已知幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  的收敛半径为 2, 则幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x+1)^n$  的收敛区间为 \_\_\_\_\_.

【592】 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+1)^n}{n(1-4^n)}$  的收敛域为 \_\_\_\_\_.

【593】  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【594】 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n2^{n+1}}$  的和为  $\underline{\hspace{2cm}}.$

【595】 设  $f(x)$  是周期为 2 的周期函数且  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & 1 < x < 2 \end{cases}$ ,  $f(x)$  的傅里叶级数为  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x)$ , 则  $n \geq 1$  时,  $a_n =$  \_\_\_\_\_.

【596】 设  $a, b, c \neq 0$ , 若  $a = b \times c, b = c \times a, c = a \times b$ , 则  $|a| + |b| + |c| =$  \_\_\_\_\_.

【597】平面  $\Pi: x-2y+2z+9=0$  与以点  $M_0(2,0,-1)$  为球心的球面相切, 则该球面的方程是 \_\_\_\_\_.

【598】平行于平面  $5x-14y+2z+36=0$  且距此平面距离为3 的平面方程为\_\_\_\_\_.

【599】 已知三个向量  $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ , 其中  $\boldsymbol{c} \perp \boldsymbol{a}, \boldsymbol{c} \perp \boldsymbol{b}$ ,  $\boldsymbol{a}$  与  $\boldsymbol{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{6}$ ,  $|\boldsymbol{a}|=6, |\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{c}|=3$ , 则  $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c} =$  \_\_\_\_\_.

【600】 点  $M(3, 2, 6)$  到直线  $\frac{x}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}$  的距离为\_\_\_\_\_.

【601】 过点  $P(-1,0,4)$  且与平面  $3x-4y+z+10=0$  平行, 又与直线  $L: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$  相交的直线方程是 \_\_\_\_\_.

【602】 设  $\Omega$  由  $x^2 + \frac{y^2}{2^2} + \frac{z^2}{3^2} \leq 1, 0 \leq z \leq 1$  所确定, 则  $\iiint_{\Omega} z^2 dv =$  \_\_\_\_\_.

【603】设  $\Omega$  是由曲面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  与  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  所围成的区域, 则  $I = \iiint_{\Omega} (x+z) \mathrm{d}v = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【604】已知曲线  $L: y = x^2 \left( 0 \leq x \leq \sqrt{2} \right)$ , 则  $\int_L x \mathrm{d}s = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【605】 设曲线  $C$  为圆  $x^2 + y^2 = R^2$ , 则线积分  $\oint_C (x^2 + y^2 + 2xy) ds = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【606】 若曲线积分  $\int_L \frac{x dx - a y dy}{x^2 + y^2 - 1}$  在区域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$  内与路径无关, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【607】 设  $C$  为  $|x| + |y| = 1$ , 取正向, 则  $\oint_C \frac{x dy - y dx}{|x| + |y|} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【608】 设  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ , 则  $\iint_{\Sigma} (x + y + z)^2 dS = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【609】 设  $D$  是由  $x^2 + y^2 \leq a^2, y \geq 0$  所确定的上半圆域, 则  $D$  的形心的  $y$  坐标  $y =$  \_\_\_\_\_.

【610】  $f(x, y, z) =$  向量场  $A(x, y, z) = (x + y + z)\mathbf{i} + xy\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  的旋度  $\text{rot } A =$  \_\_\_\_\_.

【611】 设  $\Omega$  是由曲线  $\begin{cases} y^2 = 2z \\ r = 0 \end{cases}$  绕  $z$  轴旋转一周而成的曲面与平面  $z = 2$  和  $z = 8$  所围立体, 则  $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dv = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【612】 设  $C$  为曲线  $y = \sqrt{\pi}x^2$  上从  $O(0,0)$  到  $A(1, \sqrt{\pi})$  的曲线段, 则  $\int_C \cos y^2 dx - 2xy \sin y^2 dy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【613】 设 $\Sigma$ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 2ax (a > 0)$ , 则面积分 $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dS = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【614】 设 $\Omega$ 是由锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与半球面 $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ 围成的空间区域, $\Sigma$ 是 $\Omega$ 的整个边界的外侧, 则 $\oiint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【615】 设球体  $x^2 + y^2 + z^2 \leq z$  上任一点处的密度等于该点到原点的距离的平方，则此球的质心的  $z$  坐标为 \_\_\_\_\_.

【616】 设  $\Gamma$  为质量均匀分布的半圆  $y = \sqrt{1 - x^2}$ , 线密度为  $\rho$ , 则  $\Gamma$  对  $x$  轴的转动惯量  $I_x =$  \_\_\_\_\_.

【617】 设  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , 则  $\operatorname{div}(\mathbf{grad} f) \Big|_{(1, -2, 2)} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 选择题

【618】 设级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  条件收敛, 则

- (A) 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + |u_n|)$  与级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - |u_n|)$  都收敛.
- (B) 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + |u_n|)$  与级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - |u_n|)$  都发散.
- (C) 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + |u_n|)$  收敛而级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - |u_n|)$  发散.
- (D) 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + |u_n|)$  发散而级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - |u_n|)$  收敛

【619】在关于级数的如下四个结论中正确的结论是

(A) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$  和  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n^2$  都收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)^2$  收敛.

(B) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n v_n|$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$  与  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n^2$  都收敛.

(C) 若正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散, 则  $u_n \geq \frac{1}{n}$ .

(D) 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 且  $u_n \geq v_n (n = 1, 2, \dots)$ , 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  也收敛

【620】 设正项级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  收敛,  $b_n = (-1)^n \ln(1 + a_{2n})$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

(A) 条件收敛.

(B) 绝对收敛.

(C) 发散.

(D) 不能确定敛散性.

【621】对于级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$ , 其中  $u_n > 0 (n = 1, 2, \cdots)$ , 在下列命题中正确的是

(A) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$  必条件收敛.

(B) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  必收敛.

(C) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$  必发散.

(D) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$  为绝对收敛.

【622】幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{n(n+1)} (x-1)^n$  收敛域是

(A)  $(0, 2]$ .

(B)  $[0, 2)$ .

(C)  $(0, 2)$ .

(D)  $[0, 2]$ .

【623】 若  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  的收敛域是  $(-8, 8]$ , 则  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n x^n}{n(n-1)}$  的收敛半径及  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{3n}$  的收敛域分别是

(A)  $8, (-2, 2]$ .

(B)  $8, [-2, 2]$ .

(C)  $4, (-2, 2]$ .

(D)  $8, [-2, 2]$ .

【624】幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$  的和函数  $S(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(A)  $\ln(1-x) + \frac{1}{x} \ln(1-x) + 1 \quad (-1 \leq x < 1, x \neq 0).$

(B)  $\ln(1+x) + \frac{1}{x} \ln(1-x) + 1 \quad (-1 < x < 1, x \neq 0).$

(C)  $-\ln(1-x) + \frac{1}{x} \ln(1-x) + 1 \quad (-1 \leq x < 1, x \neq 0).$

(D)  $-\ln(1-x) + \frac{1}{x} \ln(1+x) + 1 \quad (-1 < x < 1, x \neq 0).$

【625】当  $|x| < 1$  时，幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n$  的和函数是

(A)  $\ln(1-x).$

(B)  $\ln \frac{1}{1-x}.$

(C)  $\ln(x-1).$

(D)  $-\ln(x-1).$

【626】 数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2}{3}\right)^n$  的和  $S =$

(A) 3.

(B) 6.

(C) 9.

(D) 12.

【627】 设  $f(x) = \begin{cases} x+1, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x-1, & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$ ,  $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi x (-\infty < x < +\infty)$ , 其中  $b_n =$

$2 \int_0^1 f(x) \sin n\pi x dx$ , 则  $S\left(-\frac{5}{2}\right)$  等于

(A)  $\frac{1}{2}$ .

(B)  $-\frac{1}{2}$ .

(C)  $\frac{3}{2}$ .

(D)  $-\frac{3}{2}$ .

【628】  $a_n$  和  $b_n$  符合下列哪一个条件，可由  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  发散推得  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  发散

- (A)  $a_n \leq b_n$ .                      (B)  $|a_n| \leq b_n$ .                      (C)  $a_n \leq |b_n|$ .                      (D)  $|a_n| \leq |b_n|$ .

【629】 设  $\alpha, \beta, \gamma$  均为大于 1 的常数，则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^\gamma + \alpha^n}{n^\alpha + \ln^\beta n + \gamma^n}$

- (A) 当  $\alpha > \gamma$  时收敛.                      (B) 当  $\alpha < \gamma$  时收敛.  
(C) 当  $\gamma > \beta$  时收敛.                      (D) 当  $\gamma < \beta$  时收敛.

【630】 设正数列  $\{a_n\}$  单调减少, 且交错级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$  发散, 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{1}{a_n + 1} \right)^n$

(A) 发散.

(B) 条件收敛.

(C) 绝对收敛.

(D) 敛散性不能仅由题设条件确定.

【631】 在如下四个级数

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln(n+1)}{n}, \quad \textcircled{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2^n}, \\ \textcircled{3} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} - (-1)^n}, \quad \textcircled{4} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(n\pi + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \end{aligned}$$

(A) ①②.

(B) ②③.

(C) 3④.

(D) ①④.

【632】 设  $a$  是常数，则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{na}{n+1} \right)^n$

(A) 当  $a > 0$  时收敛.

(B) 当  $a > 0$  时发散.

(C) 当  $a \leq 1$  时发散.

(D) 当  $a \geq 1$  时发散.

【633】 已知级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$  与反常积分  $\int_0^{+\infty} e^{(p-2)x} dx$  均收敛，则  $p$  的取值范围是

(A)  $p > 2$ .

(B)  $p < 2$ .

(C)  $p > 0$ .

(D)  $0 < p < 2$ .

【634】 设级数 (1) 是  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1} + (-1)^n}$ , 级数 (2) 是  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\pi\sqrt{n^2+1})$ , 则

- (A) 级数 (1) 与级数 (2) 都是收敛的. (B) 级数 (1) 与级数 (2) 都是发散的.  
(C) 级数 (1) 发散, 级数 (2) 收敛. (D) 级数 (1) 收敛, 级数 (2) 发散.

【635】 给定下列两个级数: (1)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n!}$ , (2)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^3 n}{n^2}$ , 则下列结论正确的是

- (A) 两个级数均收敛. (B) 两个级数均发散.  
(C) 级数 (1) 发散, 级数 (2) 收敛. (D) 级数 (1) 收敛, 级数 (2) 发散.

【636】 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} x^{2n}$  的和函数  $S(x) =$

(A)  $\arcsin x, x \in [-1, 1]$ .

(B)  $x \arcsin x, x \in [-1, 1]$ .

(C)  $\arctan x, x \in [-1, 1]$ .

(D)  $x \arctan x, x \in [-1, 1]$ .

【637】 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (n^2 - 3n + 5) x^n$  的和函数  $S(x) =$

(A)  $\frac{x(5x^2 + 6x + 3)}{(1+x)^3} (|x| < 1)$ .

(B)  $\frac{x(5x^2 - 6x + 3)}{(1+x)^3} (|x| < 1)$ .

(C)  $\frac{5x^2 + 6x + 3}{(1+x)^3} (|x| < 1)$ .

(D)  $\frac{5x^2 - 6x + 3}{(1+x)^3} (|x| < 1)$ .

【638】 直线  $L: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$  与平面  $\Pi: x-y+2z+4=0$  的夹角为

- (A)  $\pi$ . (B)  $\frac{\pi}{3}$ . (C)  $\frac{\pi}{6}$ . (D)  $\frac{\pi}{2}$ .

【639】 直线  $L$  为  $\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ , 平面  $\Pi$  为  $4x-2y+z-2=0$ , 则

- (A)  $L$  平行于  $\Pi$ . (B)  $L$  在  $\Pi$  上. (C)  $L$  垂直于  $\Pi$ . (D)  $L$  与  $\Pi$  斜交.

【640】 曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$  在点  $(1, -1, 0)$  处的切线方程为

(A)  $\frac{x-1}{2} = y+1 = z.$

(B)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}.$

(C)  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}.$

(D)  $x-1 = y+1 = -\frac{z}{2}.$

【641】 曲线  $L: \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{5} = 1 \\ x - 2z + 3 = 0 \end{cases}$  在  $xOy$  面上的投影柱面方程是

(A)  $x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0$ .

(B)  $4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0$ .

(C)  $\begin{cases} x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0, \\ z = 0. \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} 4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0, \\ x = 0. \end{cases}$

【642】 点  $M_1(0, 1, -1)$  到直线  $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$  的距离  $d =$

(A)  $\sqrt{2}$ .

(B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(D)  $\sqrt{3}$ .

【643】 设有空间区域  $\Omega_1: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0$ ; 及  $\Omega_2: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ , 则

(A)  $\iiint_{\Omega_1} x dv = 4 \iiint_{\Omega_2} x dv.$

(B)  $\iiint_{\Omega_1} y dv = 4 \iiint_{\Omega_2} y dv.$

(C)  $\iiint_{\Omega_1} z dv = 4 \iiint_{\Omega_2} z dv.$

(D)  $\iiint_{\Omega_1} xyz dv = 4 \iiint_{\Omega_2} xyz dv.$

【644】 设  $\Omega$  是由曲面  $z = x^2 + y^2, y = x, y = 0, z = 1$  在第一卦限所围成的区域,  $f(x, y, z)$  在  $\Omega$  上连续, 则  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dv$  等于

- (A)  $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} dx \int_{x^2+y^2}^1 f(x, y, z) dz.$
- (B)  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_y^{\sqrt{1-y^2}} dy \int_{x^2+y^2}^1 f(x, y, z) dz.$
- (C)  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} dx \int_0^1 f(x, y, z) dz.$
- (D)  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} dx \int_{x^2+y^2}^1 f(x, y, z) dz.$

【645】 设曲线  $L$  为椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , 其周长为  $l$ , 则  $\oint_L (bx + ay)^2 ds$  等于

- (A)  $(a + b)l$ .                      (B)  $(a^2 + b^2)l$ .                      (C)  $a^2 b^2 l$ .                      (D)  $abl$ .

【646】 设  $L$  是以  $A(1, 0), B(0, 1), C(-1, 0), D(0, -1)$  为顶点的正方形边界, 则  $\oint_L \frac{x + y + 1}{|x| + |y|} ds$  等于

- (A)  $4\sqrt{2}$ .                      (B)  $0$ .                      (C)  $2\sqrt{2}$ .                      (D)  $4$ .

【647】设有曲线  $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ , 从  $x$  轴正向看去为逆时针方向, 则  $\oint_{\Gamma} y \, dx + z \, dy + x \, dz$  等于

- (A)  $\sqrt{2}\pi a^2$ .                      (B)  $-\sqrt{2}\pi a^2$ .                      (C)  $-\sqrt{3}\pi a^2$ .                      (D)  $\sqrt{3}\pi a^2$ .

【648】下列结论

$$\textcircled{1} \oint_{x^2+y^2=a^2} (x^2+y^2)ds = a^2 \oint_{x^2+y^2=a^2} ds = 2\pi a^3.$$

$$\textcircled{2} \iint_{x^2+y^2 \leq a^2} (x^2+y^2)d\sigma = a^2 \iint_{x^2+y^2 \leq a^2} d\sigma = \pi a^4.$$

$$\textcircled{3} \iint_{x^2+y^2+z^2=a^2} (x^2+y^2+z^2)dS = a^2 \iint_{x^2+y^2+z^2=a^2} dS = 4\pi a^4.$$

$$\textcircled{4} \iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq a^2} (x^2+y^2+z^2)dv = a^2 \iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq a^2} dv = \frac{4}{3}\pi a^5.$$

(A) 1 条.

(B) 2 条.

(C) 3 条.

(D) 4 条.

【649】函数  $f(x, y, z) = x^2 y^3 + 3y^2 z^3$  在点  $(0, 1, 1)$  处方向导数的最大值为

- (A)  $\sqrt{107}$ .                      (B)  $\sqrt{117}$ .                      (C) 117.                      (D) 107.

【650】函数  $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$  在点  $(1, 0)$  处的梯度向量为

- (A)  $-i$ .                      (B)  $i$ .                      (C)  $-j$ .                      (D)  $j$ .

【651】 设可微函数  $f(x, y, z)$  在点  $(x_0, y_0, z_0)$  处的梯度向量为  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{l} = (0, 2, 2)$  为一常向量, 且  $\mathbf{g} \cdot \mathbf{l} = 1$ , 则函数  $f(x, y, z)$  在点  $(x_0, y_0, z_0)$  处沿  $\mathbf{l}$  方向的方向导数等于

- (A)  $2\sqrt{2}$ . (B)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ . (C)  $-2\sqrt{2}$ . (D)  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .

【652】 设  $f(x)$  有连续的导数,  $f(0) = 0$ , 区域  $\Omega$  由柱面  $x^2 + y^2 = t^2 (t > 0)$  和两平面  $z = 0, z = 1$  所围成, 则  $\lim_{t \rightarrow 0}^+ \frac{1}{t^4} \iiint_{\Omega} f(x^2 + y^2) \mathrm{d}v$  等于

- (A)  $\pi f'(0)$ . (B)  $\pi f(0)$ . (C)  $\frac{\pi}{2} f(0)$ . (D)  $\frac{\pi}{2} f'(0)$ .

【653】 设  $C_k(k=1,2,3)$  分别为曲线  $x^2+y^2=1, \frac{x^2}{2}+y^2=1, x^2+y^2=2$ , 其方向为逆时针方向,  $I_k=\oint_{C_k} (3yx^2+y^3)dx+(3x+y)dy(k=1,2,3)$ , 则

- (A)  $I_1 < I_2 < I_3$ . (B)  $I_1 < I_3 < I_2$ . (C)  $I_3 < I_2 < I_1$ . (D)  $I_2 < I_1 < I_3$ .

【654】 下列曲线积分

$$\textcircled{1} \int_L \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2}, \quad \textcircled{2} \int_L \frac{x dx + y dy}{x^2 + y^2}, \quad \textcircled{3} \int_L \frac{x dx + y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \textcircled{4} \int_L \frac{x dy + y dx}{x^2 + y^2}.$$

中, 在平面  $D: x^2 + y^2 > 0$  上与路径无关的有

- (A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个.

【655】 设曲线  $L: f(x, y) = 1$  ( $f(x, y)$  具有一阶连续偏导数), 过第 II 象限内的点  $M$  和第 IV 象限内的点  $N$ ,  $\Gamma$  为  $L$  上从点  $M$  到点  $N$  的一段弧, 则下列积分小于零的是

(A)  $\int_{\Gamma} f(x, y) dx.$

(B)  $\int_{\Gamma} f(x, y) dy.$

(C)  $\int_{\Gamma} f(x, y) ds.$

(D)  $\int_{\Gamma} f'_x(x, y) dx + f'_y(x, y) dy.$

【656】 在力场  $F = \frac{y^3 \mathbf{i} - x^3 \mathbf{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  的作用下, 一质点沿圆周  $x^2 + y^2 = 1$  逆时针运动一圈所做的功为

(A)  $\frac{\pi}{2}.$

(B)  $\frac{3\pi}{2}.$

(C)  $-\frac{\pi}{2}.$

(D)  $-\frac{3\pi}{2}.$

【657】 设  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ ,  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  为该球面外法线向量的方向余弦, 则  $\oint (x^3 \cos \alpha + y^3 \cos \beta + z^3 \cos \gamma) dS$  等于

(A)  $4\pi R^5$ .

(B)  $2\pi R^3$ .

(C)  $3\pi R^4$ .

(D)  $\frac{1}{2}\pi R^5$ .

【658】 设  $P = P(x, y, z), Q = Q(x, y, z)$  均为连续函数,  $\Sigma$  为曲面  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} (x \leq 0, y \geq 0)$  的上侧, 则  $\iint_{\Sigma} P dy dz + Q dz dx =$

(A)  $\iint_{\Sigma} \frac{x}{z} P dx dy + \frac{y}{z} Q dy dz$ .

(B)  $\iint_{\Sigma} \frac{x}{z} P dx dy - \frac{y}{z} Q dy dz$ .

(C)  $\iint_{\Sigma} \frac{y}{z} P dx dy + \frac{y}{x} Q dy dz$ .

(D)  $\iint_{\Sigma} \frac{x}{z} P dx dy + \frac{y}{x} Q dy dz$ .

【659】 设  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  上半部分的上侧，则下列结论不正确的是

(A)  $\iint_{\Sigma} x^2 dydz = 0.$

(B)  $\iint_{\Sigma} x dydz = 0.$

(C)  $\iint_{\Sigma} y^2 dydz = 0.$

(D)  $\iint_{\Sigma} y dydz = 0.$

【660】 函数  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$  在点  $(1, 1, 1)$  处沿曲线  $x = t, y = -t^2, z = t^3$  在该点指向  $x$  轴负向一侧的切线方向的方向导数等于

(A)  $-12.$

(B)  $12.$

(C)  $-\frac{12}{\sqrt{14}}.$

(D)  $\frac{12}{\sqrt{14}}.$