

第六次书面作业

1. （教材练习 6.3）

（1）设 A 和 B 是两个长为 n 的有序数组，现需要将 A 和 B 合并为一个排好序的数组，证明任何以元素比较作为基本运算的归并算法至少要做 $2n-1$ 次比较。

（2）对上述归并问题，假设 $|A|=m$ ， $|B|=n$ ，给出求解该问题的最优算法并证明其最优性。

2. （教材练习 6.9）

设 $L=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 是 n 个不相等的实数的数表， m 是小于 n 的正整数。现在需要按照从小到大的次序输出 L 中最小的 m 个数。

（1）如果 $m=\Theta(n/\log n)$ ，以 L 中元素的比较作为基本运算，设计一个 $O(n)$ 时间的算法。

（2）如果 $m=\omega(n/\log n)$ ，证明不存在 $O(n)$ 时间的算法。

3. （下界证明）

考虑在排序数组中（ n 个整数）判断是否存在两个和为 S 的数。基于比较的算法的下界？

4. （下界证明）

考虑芯片测试问题。在 n 个生产出来的芯片中，好的芯片一定比坏的芯片多，好的芯片可以测试另一个芯片的好坏，但坏的芯片在测试时给出的结论不可靠。现在要从中找出一个好的芯片，问测试次数的下界是多少？证明你所给出的答案是这个问题的下界。

（注：越大的下界越好。又因为存在 $n-1$ 次测试的算法，因此下界不可能大于 $n-1$ ）