

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ "GRIGORE MOISIL" - EDIȚIA a XXXV-a BISTRIȚA, 24-26 MARTIE 2023

Supersecv

Autori: stud. Uzum Răzvan-Viorel, Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca, stud. Ignat Alex-Matei, Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca

Vom aborda strategiile necesare pentru fiecare subtask.

Subtask 1. K = 1, N < 1000 si Z = 1.

Putem lua fiecare interval (st, dr) și le vom număra pe acelea care au suma X. Pentru fiecare st fixat, parcurgem cu dr elementele de la dreapta lui și păstrăm suma elementelor, ca să o verificăm.

Complexitate: $O(N^2)$

Subtask 2. K = 1 și Z = 1.

Folosim metoda $two\ pointers$ pentru a găsi subsecvențele de sumă X. Avem doi pointeri: st și dr. Inițial, $st=1,\ dr=1,$ iar suma este egală cu primul element din șir. Parcurgând șirul, mutăm la fiecare pas pointerul dr spre dreapta cu o poziție și adăugăm acel element din vector la suma. Dacă suma depășește X, scădem din suma elementul de la poziția st și mutăm pointerul st spre dreapta. Putem repeta de mai multe ori această operație cu pointerul din stânga dacă suma încă depășește X.

Complexitate: O(N)

Subtask 3. $N, K \leq 15$ și Z = 1.

Numărul de elemente din vector fiind mic, putem încerca toate posibilitățile de supersecvențe, folosind un algoritm de tip backtracking.

Complexitate: $O(2^N)$

Subtask 4. $N \leq 1000$ și Z = 1.

Putem lua fiecare interval (st, dr) și verifica dacă acesta are suma X și minim K elemente.

După ce am găsit o subsecvență de sumă X, trebuie să vedem cum o putem împărți în K subsecvențe. Dacă avem în total D elemente în subsecvența noastră de sumă X și trebuie să o împărțim în K subsecvențe, atunci avem $\binom{D-1}{K-1}$ posibilități. Ideea este aceea a problemei **stars and bars**. Trebuie să punem K-1 "bări" în spațiile dintre elementele subsecvenței ca să le despărțim în mai multe subsecvențe. Între cele D elemente, avem D-1 spații. Deci, numărul de posibilitați este dat de $\binom{D-1}{K-1}$.

Adunăm numărul de posibilitați pentru toate subsecvențele de suma X pe care le găsim și obținem rezultatul final.

Complexitate: $O(N^2)$

Notă.

Pentru calculul combinărilor, putem precalcula factorialele fiecărui număr, cât și inversul modular, astfel reușind să aflăm rezultatele la combinări ulterior în O(1).

Subtask 5. Z=1.

Procedăm ca la subtask-ul anterior, dar folosim metoda two pointers descrisă la subtask-ul 2 pentru a găsi subsecvențele de sumă X.

Complexitate: O(N)



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ "GRIGORE MOISIL" - EDIȚIA a XXXV-a BISTRIȚA, 24-26 MARTIE 2023

Subtask 6. Fără restricții suplimentare.

Știind că fiecare dintre subsecvențele care formează o supersecvență are lungime minim Z, putem spune că fiecare dintre acestea are automat Z-1 elemente și trebuie să repartizăm restul de $D-(K\cdot(Z-1))$ în K subsecvențe, ca la subtask-ul anterior. Astfel, numărul de posibilități este $\binom{D-(K\cdot(Z-1))}{K-1}$.

În rest, procedăm ca la subtask-ul 5.

Complexitate: O(N)