

9.3 全微分

1. 选择题:

(1) 对 $z = f(x, y)$, 下列说法正确的是()

- A. 偏导数不连续, 则全微分不存在 B. 偏导数连续, 则全微分存在
C. 全微分存在, 则偏导数必连续 D. 全微分存在, 偏导数不一定存在

(2) 考虑二元函数 $f(x, y)$, 记 P_1 : $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处连续; P_2 : $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数连续; P_3 : $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的可微; P_4 : $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数存在;

那么, 下述关系正确的是()

- A $P_2 \Rightarrow P_3 \Rightarrow P_1$; B $P_3 \Rightarrow P_2 \Rightarrow P_1$
C $P_3 \Rightarrow P_4 \Rightarrow P_1$; B $P_3 \Rightarrow P_1 \Rightarrow P_4$

(3) 设函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, 则下列结论正确的是()

- A. 偏导数 $f_x(0, 0)$ 不存在 B. 在 $(0, 0)$ 处可微
C. 在 $(0, 0)$ 处连续 D. 在 $(0, 0)$ 处极限不存在

(4) 二元函数 $z = f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处可微的充分条件是()A. $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续B. $f'_x(x, y)$, $f'_y(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 的某邻域内存在C. $\Delta z - f'_x(x_0, y_0)\Delta x - f'_y(x_0, y_0)\Delta y$ 当 $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \rightarrow 0$ 时, 是无穷小D. $\lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{\Delta z - f'_x(x_0, y_0)\Delta x - f'_y(x_0, y_0)\Delta y}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}} = 0$

2. 填空题:

(1) 函数 $z = e^{xy}$ 在点 $(2, 1)$ 处的全微分为_____.(2) 已知函数 $z = e^{\sin \frac{y}{x}}$, 则 $dz =$ _____.(3) 已知 $z = \frac{y}{x}$, $x = 2$, $y = 1$, $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.2$, 则 $dz =$ _____, $\Delta z =$ _____.

3. 设函数

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

试探讨该函数在 $(0, 0)$ 的连续性、偏导数的存在性和连续性以及可微性.