一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设 A , B, C 是三个事件，则 A , B, C 中不少于两个发生可表示为（　　　）。

A、$\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$ ；　B、$AB\overline{C}$；　C、$AB\cup BC\cup AC$；　D、$A\cup B\cup C$。

2、设随机变量 X 与 Y 满足 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则下列结论正确的是（　　）.

A、$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$；　B、X 与 Y 独立；

C、$D(XY)=D(X)D(Y)$；　D、$D(X-Y)=DX-DY$。

3、设 X_1, X_2, $\cdots$, X_{10} 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的一个样本，$\overline{X}$ 是样本均值，则 $\overline{X}$ 服从（　　　）。

A、$\chi^2(9)$；　B、$\chi^2(10)$；　C、$N(0,1)$；　D、$N(0,\frac{1}{10})$。

4、设 X_1, X_2, $\cdots$, X_n 是来自参数为 2 的指数分布总体的一个样本，$\overline{X}$，S^2 分别是样本均值和样本方差，则 $E(2S^2-\overline{X})=$（　　　）

A、2；　B、4；　C、6；　D、8。

5、设总体 X 的分布函数 $F(x,\theta)$ 含有一个未知参数 θ, $\theta\in\Theta$。对于给定值 $\alpha(0<\alpha<1)$，若由来自 X 的样本 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 确定的两个统计量 $\underline{\theta}=\underline{\theta}(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 和 $\overline{\theta}=\overline{\theta}(X_1, X_2, \cdots, X_n)$，对于任意的 $\theta\in\Theta$，满足________，则称随机区间 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ 为 θ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间.

A、$P\{\underline{\theta}<\theta<\overline{\theta}\}\geq\alpha$ ；　B、$P\{\underline{\theta}<\theta<\overline{\theta}\}\geq 1-\alpha$；

C、$P\{\underline{\theta}<\theta<\overline{\theta}\}\leq\alpha$；　D、$P\{\underline{\theta}<\theta<\overline{\theta}\}\leq 1-\alpha$。

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6、将 3 个球随机地投入 4 个杯子中，则每个杯子至多有一个球的概率是________.

7、设 A , B, C 是三个相互独立的事件，$P(A)=0.2$，$P(B)=0.3$, $P(C)=0.4$。则 A , B, C 至少有一个发生的概率为________

8、设$X\sim\pi(\lambda)$且$P(X>0)=1-e^{-2}$，则$D(-2X+1)==$ ______.

9、设X和Y是两个随机变量，满足$Y=-3X+5$，则X与Y的相关系数为______.

10、设估计量$\hat{\theta}_1(X_1,\cdots,X_n)$和$\hat{\theta}_2(X_1,\cdots,X_n)$都是$\theta$的无偏估计。若对于任意的$\theta\in\Theta$，

有 ______ 且至少对于某一个$\theta\in\Theta$上式中的不等号成立，则称$\hat{\theta}_1$较$\hat{\theta}_2$有效.

三、（8分）某商店有100台相同型号的冰箱待售，其中60台是甲厂生产的，25台是乙厂生产的，15台是丙厂生产的，已知这三个厂生产的冰箱质量不同，它们的不合格率依次为0.1、0.4、0.2，现有一位顾客从这批冰箱中随机地取了一台，如果顾客开箱测试后发现冰箱不合格，试问这台冰箱来自甲厂的概率是多大？

四、（6分）设(X,Y)的联合概率分布为

$Y \backslash X$	-1	2	3	4	5
1	0.1	0.2	0	0.3	0.1
2	0.04	0.06	0.05	0.05	0
3	0.01	0.02	0.03	0	0.04

请判断X与Y的独立性并说明理由。

五、（10分）设随机变量X的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}\dfrac{cx}{\pi^2}, & 0<x<\pi \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，

(1)求常数c；(2)求$Y=X^2+1$的概率密度函数。

六、（12分）设(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}21e^{-3x-4y}, & x>y>0 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

（1）求X，Y的边缘密度函数；　（2）X,Y相互独立吗？

七、（10分）设(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}(x+y) & ,0\le x\le 2,0\le y\le 2\\ 0 & ,其它\end{cases}$$

（1）求数学期望 $E(X)$ ，$E(Y)$；

（2）求 X 与 Y 的协方差 $Cov(X,Y)$。

八、（12 分）已知总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{-\theta} & ,x>1\\ 0 & ,其它\end{cases}$$

其中 $\theta>1$ 是未知参数。设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一个简单随机样本.

（1）求 θ 的矩估计量；　（2）求 θ 的最大似然估计量.

九、（12 分）随机地从一批电子元件中抽取 16 个，测得它们的电阻（欧）分别为：14.0，16.0，15.1，14.5，14.6，14.2，14.6，14.7，14.0，13.9，13.8，14.2，13.6，13.8，14

这批数据为 x_i ，已经计算得到 $\sqrt{\frac{1}{15}\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2}\approx 0.60$，$\bar{x}\approx 14.3$。设这批元件的

服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$。

（1）　能否认为这批元件的电阻的均值 μ 大于 14？（显著性水平为 0.05）；

（2）　能否认为这批元件的电阻的方差是 0.2？（显著性水平为 0.05）

附：参考数据

$\Phi(1)=0.8413,\Phi(2)=0.9772$，

$t_{0.05}(15)=1.7531$，$t_{0.025}(15)=2.1315$，$t_{0.05}(16)=1.7$

$z_{0.05}=1.645$, $z_{0.025}=1.96$，

$\chi^2_{0.975}(15)=6.262$，$\chi^2_{0.05}(15)=24.$

$t_{0.025}(16)=2.1199$，$\chi^2_{0.95}(15)=7.261$，

$\chi^2_{0.975}(16)=6.908$，$\chi^2_{0.05}(16)=26.$

$\chi^2_{0.025}(15)=27.488$，$\chi^2_{0.95}(16)=7.796$，