

## 8.5 空间曲面及其方程

## 1. 选择题

(1) 二次曲面  $z = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} + z^2$  与平面  $z = 2$  相截, 其截痕是平面  $z = 2$  上的 ( )

- A. 抛物线      B. 双曲线      C. 椭圆      D. 直线

(2) 下列结论**错误**的是 ( )

- A.  $x^2 + 2y^2 = 1 + 3z^2$  表示双曲面      B.  $2x^2 + y^2 + z = 0$  表示椭圆抛物面

- C.  $x^2 + 2y = 0$  表示抛物柱面      D.  $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 0$  表示圆锥面

(3) 下列方程中, 与方程  $2x^2 + 4y^2 - 9z^2 = 4$  表示同一种二次曲面类型的是 ( )

- A.  $x^2 + 4y^2 - 9z^2 = 0$       B.  $x^2 - y^2 + z^2 = 4$

- C.  $x^2 + y^2 - z^2 = -1$       D.  $-x^2 + y^2 - z^2 = 1$

## 2. 填空题

(1) 曲面  $x^2 - y^2 - z^2 = 1$  可由  $xOy$  面上的曲线\_\_\_\_\_绕\_\_\_\_\_轴旋转一周得到.

(2)  $xOy$  面上曲线  $x^2 + (2y)^2 = 4$  绕  $x$  轴旋转一周得到的曲面方程是\_\_\_\_\_,  
绕  $y$  轴旋转一周得到的曲面方程是\_\_\_\_\_.

(3) 已知某抛物柱面过原点、点  $(1, 2, 3)$  和点  $(-1, 2, 3)$ , 其母线平行于  $y$  轴, 则该抛物柱面的方程是\_\_\_\_\_.

(4) 方程  $x^2 + y^2 - z^2 - 4y + 4z = 0$  表示 (填曲面类型) \_\_\_\_\_.

(5) 过点  $(2, 1, 5)$  且与三个坐标平面都相切的球面方程是\_\_\_\_\_.

3. 求与坐标原点及点  $(1, 2, 3)$  的距离之比为  $1:\sqrt{2}$  的点的全体所组成的曲面的方程, 它表示怎样的曲面?

4. 求  $xOy$  平面上的双曲线  $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} = 25$  分别绕  $x$  轴和  $y$  轴旋转一周生成的旋转曲面的方程，并指出对应的曲面类型.

5. 说明下列旋转曲面的类型及其是怎么形成的:

(1)  $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{3^2} - \frac{z^2}{4^2} = 1;$

(2)  $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} - \frac{z^2}{5^2} = 0.$

6. 已知动点  $M(x, y, z)$  到平面  $xOy$  的距离与它到点  $(1, -1, 2)$  的距离相等，求点的轨迹方程并判断其曲面类型.

## 8.6 空间曲线及其方程

### 1. 判断题

(1) 用方程组  $\begin{cases} F(x, y, z) = 0, \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$  表示的必定是空间曲线. ( )

(2) 曲线  $\begin{cases} F(x, y, z) = 0, \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$  在坐标平面的投影一定可以用消元法得到. ( )

### 2. 填空题

(1) 曲线  $\begin{cases} y^2 + z^2 - 2x = 0 \\ z = 3 \end{cases}$  在  $xOy$  面上的投影曲线方程是\_\_\_\_\_.

(2) 平面  $x + y + z = 1$  ( $x, y, z \geq 0$ ) 在  $xOz$  面上的投影是\_\_\_\_\_.

(3) 平面  $x + y + z = 1$  与三个坐标平面围成的四面体被平面  $z = a$  ( $0 < a < 1$ ) 所截的三角形截面的面积是\_\_\_\_\_；椭球体  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$  被平面  $z = z_1$  ( $0 < z_1 < c$ ) 所截截面面积是\_\_\_\_\_.

3. 求母线平行于  $x$  轴且通过曲线  $\begin{cases} x^2 + 2y^2 + z - 2 = 0, \\ x + y + z = 0 \end{cases}$  的柱面方程.

4. 求抛物面  $z = 2x^2 + y^2$  ( $0 \leq z \leq 3$ ) 在三个坐标平面的投影.

5. 求曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ x + y = 1 \end{cases}$  在三个坐标平面上的投影.

6. 将下列曲线的一般方程化为参数方程:

(1)  $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z^2 = 8, \\ x + y = 0. \end{cases}$

(2)  $\begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 25, \\ z = 1. \end{cases}$