姓名____________________ 学号________________________ 专业____________________

10.1 二重积分的概念与性质

1. 选择题

（1）设 $I_1=\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}|xy|\,dxdy$, $I_2=\iint\limits_{|x|+|y|\le 1}|xy|\,dxdy$, $I_3=\iint\limits_{\substack{|x|\le 1,\\ |y|\le 1}}|xy|\,dxdy$,则（　　）

A. $I_3>I_2>I_1$　B. $I_1>I_2>I_3$　C. $I_2>I_1>I_3$　D. $I_3>I_1>I_2$

（2）设 $I_1=\iint\limits_{(x-1)^2+(y-1)^2\le 1}e^{x+y}dxdy$， $I_2=\iint\limits_{(x-1)^2+(y-1)^2\le 1}\ln(x+y)dxdy$,

$I_3=\iint\limits_{(x-1)^2+(y-1)^2\le 1}x+ydxdy$，则（　　）

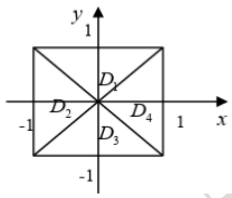
A. $I_3>I_2>I_1$　B. $I_1>I_2>I_3$　C. $I_3>I_1>I_2$　D. $I_1>I_3>I_2$

(3) 设 $D=\{(x,y):0\le x\le 1,-\sqrt{x}\le y\le\sqrt{x}\}$， $f(x)$ 是连续的奇函数，$g(x)$ 是连续的偶函数，则下列结论正确的是（　　）

A. $\iint\limits_D f(y)g(x)dxdy=0$.　　B. $\iint\limits_D f(x)g(y)dxdy=0$.

C. $\iint\limits_D f(x)+g(y)dxdy=0$.　　D. $\iint\limits_D f(y)+g(x)dxdy=0$.

(4) 如图，正方形 $\{(x,y):|x|\le 1,|y|\le 1\}$ 被其对角线划分为四个区域 $D_k(1\le k\le 4)$，令 $I_k=\iint\limits_{D_k}y\cos x\,dxdy$，则 $\max\limits_{1\le k\le 4}\{I_k\}=$（　　）



A. I_1　B. I_2　C. I_3　D. I_4

2. 设 D_1,D_2,D_3 分别是单位圆在第一、二、三象限的部分，$I_1=\iint\limits_{D_1}ydxdy$, $I_2=\iint\limits_{D_2}ydxdy$，$I_3=\iint\limits_{D_3}ydxdy$，$I_4=\iint\limits_{D_1\cup D_2}ydxdy$，$I_5=\iint\limits_{D_1\cup D_2\cup D_3}ydxdy$，$I_6=\iint\limits_{D_2\cup D_3}ydxdy$，$I_7=\iint\limits_{D_1}xdxdy$，$I_8=\iint\limits_{D_1\cup D_2}xdxdy$，$I_9=\iint\limits_{D_2\cup D_3}xdxdy$，判断下列叙述是否正确：

（1）$I_1>0$　（　　）　（2）$I_1=I_2$　（　　）　（3）$I_4=0$　（　　）

（4）$I_3>0$　（　　）　（5）$I_1=I_7$　（　　）　（6）$I_9=2I_3$　（　　）

（7）$I_8=0$　（　　）　（8）$I_6=0$　（　　）

姓名____________________ 学号________________________ 专业____________________

3. 填空题

（1） $f(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续是 $f(x,y)$ 在 D 上可积的__________条件.

（2）设 $D=\{(x,y):x^2+y^2\le 1\}$，则 $\iint\limits_D 3dxdy$ =___________.

（3） 设 $D=\{(x,y):x^2+y^2\le 1\}$，则 $\iint\limits_D x^3\cos y+e^x\tan y dxdy$ =__________.

（4）设 $D=\{(x,y):|x|+|y|\le 1\}$，则 $\iint\limits_D \dfrac{3x\ln(y+1)+e^{x+2}\sin y}{x^2+y^2+1}dxdy$ =_________.

（5）设 D 由曲线 $y=x$ 、 $x=-1$ 和 $y=1$ 围成的区域，则 $\iint\limits_D x^3\sin y dxdy$ =_______.

姓名____________________ 学号________________________ 专业____________________

10.2 二重积分的计算方法

1. 填空题

(1) 改变积分顺序：

$$\int_{-1}^{0}dy\int_{1-y}^{2}f(x,y)dx=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$\int_{0}^{\frac{1}{4}}dy\int_{y}^{\sqrt{y}}f(x,y)dx+\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}dy\int_{y}^{\frac{1}{2}}f(x,y)dx=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$\int_{0}^{2a}dx\int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}}f(x,y)dy(a>0)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$\int_{0}^{1}dx\int_{2x-2}^{0}f(x,y)dy=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

(2) 将累次积分化为极坐标的形式：

$$\int_{0}^{2a}dx\int_{0}^{\sqrt{2ax-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}dy=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$\int_{0}^{a}dx\int_{0}^{\sqrt{a^2-x^2}}f(x^2+y^2)dy=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

(3) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_{0}^{\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$ 化为直角坐标累次积分为________________

(4) 设 $D=\{(x,y):|x|\le 1,|y|\le 1\}$，$a,b$ 为任意常数，则 $\iint\limits_{D}(ax+by)dxdy=$ ______________

2. 选择题

(1) 设区域 $D=\{(x,y):x\le x^2+y^2\le 2x,y\ge 0\}$，则在极坐标下二重积分 $\iint\limits_{D}xydxdy$=（　）

A. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_{\cos\theta}^{2\cos\theta}r^2\cos\theta\sin\theta dr$　　B. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_{\cos\theta}^{2\cos\theta}r^3\cos\theta\sin\theta dr$

C. $\int_{0}^{\pi}d\theta\int_{\cos\theta}^{2\cos\theta}r^2\cos\theta\sin\theta dr$　　D. $\int_{0}^{\pi}d\theta\int_{\cos\theta}^{2\cos\theta}r^3\cos\theta\sin\theta dr$

(2) 设 $f(x,y)$ 连续，则 $\int_{1}^{2}dx\int_{x}^{2}f(x,y)dy+\int_{1}^{2}dy\int_{y}^{4-y}f(x,y)dx$ =（　）

A. $\int_{1}^{2}dx\int_{1}^{4-x}f(x,y)dy$　　B. $\int_{1}^{2}dx\int_{x}^{4-x}f(x,y)dy$

C. $\int_{1}^{2}dy\int_{1}^{4-y}f(x,y)dx$　　D. $\int_{1}^{2}dy\int_{y}^{2}f(x,y)dx$

(3) 设函数 $f(x)$ 连续。若 $F(u,v)=\iint\limits_{D_{uv}}\frac{f(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$，其中 D_{uv} 是第一象限内由圆周 $x^2+y^2=1$ 与 $x^2+y^2=u^2(u>1)$ 和直线 $y=vx(v>0)$、x 轴所围成区域，则 $\frac{\partial F}{\partial u}=$（　）

A. $\arctan v f(u^2)$ B. $\dfrac{\arctan v}{u} f(u^2)$ C. $\arctan v f(u)$ D. $\dfrac{\arctan v}{u} f(u)$.

(4) 设函数 $f(x,y)$ 连续，则二次积分 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \mathrm{d}x \int_{\sin x}^{1} f(x,y)\mathrm{d}y$ 等于（ ）

（A） $\int_0^1 \mathrm{d}y \int_{\pi+\arcsin y}^{\pi} f(x,y)\mathrm{d}x$ （B） $\int_0^1 \mathrm{d}y \int_{\pi-\arcsin y}^{\pi} f(x,y)\mathrm{d}x$

（C） $\int_0^1 \mathrm{d}y \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi+\arcsin y} f(x,y)\mathrm{d}x$ （D） $\int_0^1 \mathrm{d}y \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi-\arcsin y} f(x,y)\mathrm{d}x$

(5) 设区域 $D=\{(x,y)\big| x^2+y^2 \le 4, x\ge 0, y\ge 0\}$，$f(x)$ 为 $[0,2]$ 上的正值连续函数，a,b 为常数，则 $\iint\limits_D \dfrac{a\sqrt{f(x)}+b\sqrt{f(y)}}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(y)}} d\sigma =$（ ）

（A） $ab\pi$ （B） $\dfrac{ab}{2}\pi$. （C） $(a+b)\pi$. （D） $\dfrac{a+b}{2}\pi$.

3. 计算二重积分 $\iint\limits_D \dfrac{x\sin y}{y} dxdy$，其中 D 由 $y=x^2$ 与 $y=x$ 所围成的平面闭区域.

$\dfrac{1}{2}(1-\sin 1)$

4. 计算 $\iint\limits_D e^{x+y} dxdy$，其中 $D=\{(x,y):|x|\le 1, |y|\le 1\}$.

5. 计算二重积分 $\int_1^2 \mathrm{d}y\int_y^2 \frac{x}{y\ln x}\mathrm{d}x$.

6. 计算二重积分 $I=\iint\limits_D (x-y)dxdy$，其中 $D=\{(x,y):(x-1)^2+(y-1)^2\le 2, y\ge x\}$.

7. 计算二重积分 $\iint\limits_D x^2+y^2dxdy$，其中 D 由 $x^2+y^2=2y$ 、 $x^2+y^2=4y$ 及 $x=0$ 在第一象限所围成的平面闭区域.

8. 计算$\iint\limits_{D}|x-1|\,dxdy$，其中$D$是第一象限内直线$y=x$、$y=0$及$x^2+y^2=2$所围成的区域.

9. 计算积分$\iint\limits_{D}\frac{1+xy^2}{1+x^2+y^2}dxdy$，其中$D=\{(x,y):x^2+y^2\le 1, y\ge 0\}$.

10. 计算积分$\iint\limits_{D}x^2+3x+4y-6dxdy$，其中$D=\{(x,y):1\le x^2+y^2\le 4\}$.