姓名____________________ 学号______________________ 专业_________________________

第七章总复习

1、填空题

（1）$\dfrac{d^3y}{dx^3}+2x^5\dfrac{dy}{dx}=3$ 是 __________阶常微分方程.

（2）微分方程 $\dfrac{dy}{dx}=P(x)y+Q(x)$ 的通解为______________________________.

（3）方程 $\dfrac{e^x}{y+1}dx-ydy=0, y(0)=1$ 的解为______________________.

（4）二阶线性方程 $\dfrac{d^2x}{dt^2}+q(t)x=0$ 有解 $x=\sin t$，则其通解为_________________.

（5）用待定系数法求非齐次线性方程 $x''+25x=te^{5t}$ 的特解，其待定解的形式为_____________________.

（6）用待定系数法求非齐次线性方程 $x''+25x=t\sin 5t$ 的特解，其待定解的形式为___________________________.

（7）已知 $xe^x, x\cos x$ 为 n 阶常系数齐次微分方程的两个解，则最小的正整数 n=_________.

（8）若函数 $f(x)$ 满足方程 $f''(x)-f'(x)-2f(x)=0$ 及方程 $f''(x)+f(x)=2e^{-x}$，则 $f(x)=$______________________.

2. 求下列各微分方程的通解

(1) $x\dfrac{dy}{dx}=xe^{\frac{y}{x}}+y$；

（2）$-2xy^3dx+\left(y^4-3x^2y^2\right)dy=0$；

（3）$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{n-1}{x}y+2x^n e^x \quad (n>1)$

（4）$y''+(y')^2+1=0$；

(5) $\dfrac{d^2x}{dt^2}+8\dfrac{dx}{dt}+12x=e^{-3t}$；

(6) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-2y=8\sin 2x$.

3．求下列微分方程 $yy''+(y')^2-1=0$ 满足初值条件 $y(0)=1, y'(0)=\sqrt{2}$ 的特解.

4．设函数 $\varphi(x)$ 连续且满足 $\varphi(x)=e^x+\int_0^x t\varphi(t)\mathrm{d}t - x\int_0^x \varphi(t)\mathrm{d}t$，求 $\varphi(x)$.

5．　给定方程 $y'''+5y''+6y'=f(x)$，其中 $f(x)$ 在 $-\infty<x<\infty$ 上连续，设 $\varphi_1(x),\varphi_2(x)$ 是上述方程的两个解，证明极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}[\varphi_1(x)-\varphi_2(x)]$ 存在.

6*. 设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b$，又 $a>0, b\neq 0$，证明方程 $\frac{dy}{dx}+ay=f(x)$ 的一切解 $y(x)$，均有 $\lim\limits_{x\to+\infty} y(x)=\frac{b}{a}$.