一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、对于任意随机变量 X,Y，若 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则（ ）

A、$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$； B、$D(XY)=D(X)D(Y)$；

C、X,Y 一定独立； D、X,Y 一定不独立。

2、设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，且 $P\{X>150\}=P\{X\leq 250\}$，则 $\mu=$______。

A、200； B、250； C、300； D、350。

3、设 $E(X)=12$，$D(X)=8$，下列分布中哪一个满足该条件（ ）。

A、区间为 $(0,24)$ 的均匀分布； B、参数为 $n=36,p=\frac{1}{3}$ 的二项分布；

C、参数为 $\lambda=12$ 的泊松分布； D、参数为 $\theta=12$ 的指数分布。

4、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，其中 μ 已知，σ^2 未知，则下列不是统计量的是（ ）。

A、$\min\limits_{1\leq i\leq n} X_i$； B、$\overline{X}-\mu$； C、$\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{X_i}{\sigma}$； D、$X_n-X_1$。

5、在假设检验中，显著性水平 α 的意义是（ ）。

A、$P\{拒绝H_0|H_0不成立\}\leq\alpha$； B、$P\{接受H_0|H_0不成立\}\leq\alpha$；

C、$P\{拒绝H_0|H_0成立\}\leq\alpha$； D、$P\{接受H_0|H_0成立\}\leq\alpha$。

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6、将两封信随机地投入四个邮箱中，则未向前两个邮筒投信的概率为__________。

7、设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=5A\left(\frac{1}{2}\right)^k,k=1,2,\cdots$，则 $A=$________

8、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且已知 $E[(X-1)(X-2)]=1$，则 $\lambda=$________。

9、未知参数 θ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间的定义是：____________________。

10、设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.9，若 $Z=X-0.4$，求 Y 与 Z 的相关系数为________。

三、计算题（共70分）

11、（10分）在一批同一规格的产品中，甲、乙两厂生产的产品分别占30%和70%，合格率分别为98%，90%。今有一顾客买了一件产品，（1）求该顾客买到的产品为次品的概率；（2）若已知该顾客买到的产品为次品，求这件产品是甲厂生产的概率。

12、（12分）设二维随机向量(X,Y)的联合概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases} ce^{-x}, & 0<y<x \\ 0, & 其它 \end{cases}$，

（1）确定系数c；

（2）判断X和Y是否相互独立，并说明理由；

（3）求$E(Y)$。

13、（10分）设二维随机变量(X,Y)的联合分布律为

X \ Y	-1	0	1
0	0.07	0.18	0.15
1	0.08	0.32	0.20

试求X^2与Y^2的协方差$Cov(X^2,Y^2)$

14.（6分）设$X_1,\cdots,X_5$是来自总体$N(0,1)$的样本，$Y=\dfrac{c(X_1+X_2+X_3)}{(X_4^2+X_5^2)^{1/2}}$。试确定常数$c$，使得$Y$服从$t$分布。

15、（12分）设$X_1,\cdots,X_n$是来自概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0<x<1 \\ 0, & 其它 \end{cases}$$

的总体X的样本，试分别求出未知参数θ的矩估计量和最大似然估计量。

16、（10分）设$X_1,\cdots,X_n$是来自总体X的样本，且$E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$。现假定$n>3$，

（1）试证明：$\hat{\mu}_1=\overline{X}, \hat{\mu}_2=\frac{1}{4}X_1+\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{4}X_3, \hat{\mu}_3=\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$都是$\mu$的无偏估计。

（2）在上述的无偏估计中，指出哪一个较为有效。

17、（10分）某种导线，要求其电阻的方差不得大于0.25。某日从一批导线中随机抽取9个，测量并计算得：$\bar{x}=80$，$s^2=0.49$。假设导线电阻ξ服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2未知，试问这批导线电阻方差是否显著偏大？（取显著性水平$\alpha=0.05$）

查表数据：

$t_{0.05}(8)=1.8595$，$t_{0.05}(9)=1.8331$，$t_{0.025}(8)=2.306$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，

$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$，$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$，$\chi^2_{0.025}(8)=17.534$，$\chi^2_{0.025}(9)=19.022$，

$\chi^2_{0.95}(8)=2.733$，$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$，$\chi^2_{0.975}(8)=2.18$，$\chi^2_{0.975}(9)=2.7$.