姓名________________ 学号____________________ 班级________________

9.5 隐函数的求导公式

1. 填空题：

（1）设 $z=f(x,\ y)$ 由方程 $e^{z}-2xyz=0$ 确定的隐函数，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$________________；

$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$________________.

（2）设 $2\sin(x+2y-3z)=x+2y-3z$， 则 $dz=$________________.

（3）已知 $u=f(x,y,z)=x^{2}yz$，其中 $z=z(x,y)$ 为由 $x^{2}+y^{2}+z^{2}-1=0$ 所确定的隐函数，则 $f_{x}(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}})=$__________， $\dfrac{\partial u}{\partial x}\Big|_{(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}})}=$__________.

（4）由方程 $xyz+\sqrt{x^{2}+y^{2}+z^{2}}=2$ 所确定的隐函数 $z=z(x,y)$ 在点 $(1,0,-1)$ 处的全微分 $dz=$______.

（5）设 $z=z(x,y)$ 由方程 $z+z^{2}=\int_{y}^{x}e^{-t^{2}}dt$ 所确定，则 $dz=$__________________.

2. 计算题：

（1）设 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^{2}+y^{2}+z^{2}=4z$ 确定，试求二阶偏导数 $\dfrac{\partial^{2}z}{\partial x^{2}}$.

（2）设 $\Phi(u,v)$ 具有连续偏导数，证明由方程 $\Phi(cx-az,cy-bz)=0$ 所确定的函数 $z=f(x,y)$ 满足 $a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=c$.

（4）设 $z=z(x,y)$ 由方程 $xy=xf(z)+yg(z)$ 所确定，$xf'(z)+yg'(z)\neq 0$，求证：

$$(x-g(z))\frac{\partial z}{\partial x}=(y-f(z))\frac{\partial z}{\partial y}$$

（5）设 $\begin{cases} u=f(ux,v+y) \\ v=g(u-x,v^2y) \end{cases}$，其中 f,g 具有连续的一阶偏导数，求 $\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial v}{\partial x}$

（6）设 $u=f(x,y,z)$ 具有对各个变量的连续偏导数，又 $y=y(x),z=z(x)$ 是由如下方程组

$$\begin{cases} e^{xy}-xy=2 \\ e^{x}-\int_0^{x-z}\frac{\sin t}{t}dt=0 \end{cases}$$

确定的一元隐函数，求 $\frac{du}{dx}$