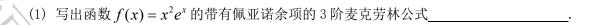
3.3.2 习题汇编

1. 填空题



- (2) 写出函数 $f(x) = \frac{1}{3-x}$ 在点 x = 1 处带有佩亚诺型余项的 n 阶泰勒公
- 写出函数 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 的带有拉格朗日余项的 n 阶麦克劳林公
- (4) 设 f(x) 在 $x = x_0$ 处可导,写出 n=1 时 f(x) 在 $x = x_0$ 处的带有皮亚诺余项的泰勒公
- (5) 设f(x)在 $U(x_0)$ 内可导,写出n=0时f(x)在 $x=x_0$ 处的带有拉格朗日余项的泰勒公
- (6) 将多项式 $f(x) = x^4 + 3x^2 + 4$ 按 x 1 的幂展开
- 2. 判断题

(1) 若函数
$$f(x)$$
 在 $x = x_0$ 处具有 n 阶导数, $R_n(x) = f(x) - p_n(x)$,其中
$$p_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$$
,则有

$$\lim_{x \to x_0} \frac{R_n(x)}{(x - x_0)^n} = 0.$$
 ()

(2) 若函数 f(x) 在 $x=x_0$ 处具有 n 阶导数, $R_n(x)$ 与 $p_n(x)$ 如上题所定义,则存在 $U(x_0)$ 及

$$\xi \in U(x_0)$$
, 使得 $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1}$.

(3) 若函数 f(x) 在 $x = x_0$ 处具有 n+1 阶导数, $R_n(x)$ 与 $p_n(x)$ 如上题所定义,则存在 $U(x_0)$

及
$$\xi \in U(x_0)$$
 , 使得 $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1}$.

3. 求下列极限:

- (1) $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} \sqrt[4]{x^4 2x^3})$
- (2) $\lim_{x \to \infty} [x x^2 \ln(1 + \frac{1}{x})]$



4. 利用泰勒公式证明不等式: 当 $x \ge 0$ 时,证明 $\sin x \ge x - \frac{1}{6}x^3$



5. 试确定常数 a,b,使 $f(x) = x - (a + b\cos x)\sin x$ 为当 $x \to 0$ 时关于 x 的 5 阶无穷小.

