一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设 A，B 为随机事件，则 $P(A-B)=$（　　）.

A. $P(A)-P(B)$；　　B. $P(A)-P(AB)$；

C. $P(A)-P(B)+P(AB)$；　　D. $P(A)+P(B)-P(AB)$.

2、随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $F(b)-F(a)=$（　　.）.

A. $P(a \le X \le b)$；　　B. $P(a \le X < b)$；

C. $P(a < X < b)$；　　D. $P(a < X \le b)$.

3、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，

与 $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ 分别为样本均值和样本方差，则下面正确的是（　　）.

A、$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2(n)$；　　B、$\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$；

C、$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$；　　D、$\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.

4、设总体 X 服从两点分布 $b(1,p)$，其中 p 未知，$X_1, X_2, \cdots, X_5$ 是来自总体 X 的样本，则 $X_1+X_2, \max\limits_{1\le i\le 5} X_i, X_5+2p, (X_5-X_1)^2, X_1-EX_1$ 这 5 个随机变量中有（　　）个不是统计量.

A、1；　　B、2；　　C、3；　　D、4.

5、设总体 $X \sim F(x,\theta)$，$\theta \in \Theta$；X_1，X_2，…，X_n 为该总体的一个样本，$\underline{\theta}$和$\overline{\theta}$是两个统计量，如果 $P\{\underline{\theta} < \theta < \overline{\theta}\} \ge \gamma$，$\theta \in \Theta$，其中 $0<\gamma<1$；则称随机区间 $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ 为 θ 的置信水平为（　　）的置信区间。

A、γ；　　B、$1-\gamma$；　　C、$\gamma/2$；　　D、$1-\gamma/2$.

二、填空题（每小题3分，共15分）

6、若袋子中有5个红球，10个白球，从中不放回地取10次，每次随机取一个，则第3次取到红球的概率为________.

7、设 $P(A)=0.4, P(A\cup B)=0.7$，若 A,B 相互独立，则 $P(B)=$________.

8、设随机变量 X 服从参数为3的泊松分布，则 $D(X-3)=$________.

9、设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & a & b & 0.4 \end{array}$，$a,b$ 为常数，且 $EX=0$，则 $a-b=$______.

0.4

10、设总体 $X\sim U(0,\theta)$，X_1,X_2,X_3,X_4 是来自总体 X 的样本，θ 为未知参数，要使统计量 $C(X_1+X_2+X_3-X_4)$ 是 θ 的无偏估计量，则 $C=$________.

三、计算题（共70分）

11、（10分）发报台分别以概率0.6和0.4发出信号A和B，由于通讯系统受到干扰，当发出信号A时，收报台未必收到信号A，而是分别以概率0.8和0.2收到信号A和B；同样，当发出信号B时，收报台分别以概率0.1和0.9收到信号A和B，求

（1）收报台收到信号A的概率；

（2）当收报台收到信号A时，发报台是发出信号A的概率.

12、（6分）设随机变量 $X\sim N(1,2)$，$Y\sim N(1,1)$，且 X 与 Y 相互独立，求 $P(2X-Y<1)$.

13、（16分）设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度函数是

$$f(x,y)=\begin{cases} Axy, & 0\le x\le y<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求 A 的值；

(2) 求 X 与 Y 的边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 及 $f_Y(y)$；

(3) X 与 Y 是否相互独立？请说明理由.

14、（8分）设随机变量 X 与 Y 独立，X 的分布律为 $P(X=1)=P(X=-1)=\frac{1}{2}$，$Y$ 服从参数为 λ 的泊松分布. 令 $Z=XY$. 求 $Cov(X,Z)$.

15、（10分）设样本 (X_1,X_2,X_3,X_4) 为来自服从均值为 θ 的指数分布的总体，其中 θ 为未知参数。设有如下估计量

$$\theta_1=\frac{1}{6}(X_1+X_2)+\frac{1}{3}(X_3+X_4),\quad \theta_2=\frac{1}{10}(X_1+2X_2+3X_3+4X_4),$$

$$\theta_3=\frac{1}{4}(X_1+X_2+X_3+X_4)$$

则以上三个估计量哪个最有效，并说明理由.

16、（10分）设总体 X 具有分布律

X	0	1	2	3
p_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$(1-2\theta)$

其中 $\theta\left(0<\theta<\frac{1}{2}\right)$ 为未知参数. 现有一组样本值：3，1，3，0，3，1，2，3.

(1) 求 θ 的矩估计值；

(2) 求 θ 的极大似然估计值.

17、（10分）一个矩形的宽与长之比为0.618（黄金分割点的近似值）将给人们带来美的感受. 假设某工艺品厂生产的一批矩形工艺品框的宽与长之比服从正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现从这批产品中随机抽取10个测算其比值，经计算样本均值 $\bar{x}=0.658$，样本标准差 $s=0.091$. 根据以往生产的经验估计，方差为 0.11^2，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下能否认为这批产品的加工精度保持不变？（注：用方差作为衡量精度的指标）

常用分布的上分位点如下：

$z_{0.025}=1.96$，$z_{0.05}=1.645$，

$t_{0.05}(9)=1.8331$，$t_{0.05}(10)=1.8125$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，$t_{0.025}(10)=2.2281$，

$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$，$\chi^2_{0.975}(9)=2.700$，$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$，$\chi^2_{0.025}(9)=19.022$，

$\chi^2_{0.95}(10)=3.940$，$\chi^2_{0.975}(10)=3.247$，$\chi^2_{0.05}(10)=18.307$，$\chi^2_{0.025}(10)=20.483$