

# 福建师范大学 数学与统计 学院

## 2023—2024 学年第一学期考试 A 卷

知明行笃



立诚致广

栏  
学号 \_\_\_\_\_  
姓名 \_\_\_\_\_

信息  
专业 \_\_\_\_\_  
年级 \_\_\_\_\_

考生  
学院 \_\_\_\_\_  
系 \_\_\_\_\_  
专业 \_\_\_\_\_  
年级 \_\_\_\_\_

线

订

装

专业: 全校性专业 年 级: 2023 级

课程名称: 高等数学 A 任课教师: 蔡裕华等

试卷类别: 开卷 ( ) 闭卷 (✓) 考试用时: 120 分钟

考试时间: 2024 年 1 月 17 日 上午 9 点 00 分

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
考生 须知	1. 答案一律写在答题纸上, 否则无效. 2. 答题要写清题号, 不必抄原题. 3. 考试结束, 试卷与答题纸一并提交.							

重排版: Github@Xuuyuan

欢迎了解WeFJNU项目 (<https://wefjnu.nekoark.com>) !

## 一、单选题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设  $f(x) = |x|e^x$ , 则  $f(x)$  在  $x = 0$  处 ( ) .  
A. 可导      B. 极限不存在  
C. 连续但不可导      D. 不连续
2. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \dots + n^p}{n^{p+1}}$ , 其中  $p > 0$ , 利用定积分可表示为 ( ) .  
A.  $\int_0^1 x^{-p} dx$       B.  $\int_0^1 x^p dx$       C.  $\int_0^1 (1+x)^{-p} dx$       D.  $\int_0^1 (1+x)^p dx$
3. 设  $\varphi(x) = \int_0^x f(t) dt$ , 则下列结论正确的是 ( ) .  
A.  $f(x)$  为奇函数  $\Rightarrow \varphi(x)$  为偶函数      B.  $f(x)$  为奇函数  $\Rightarrow \varphi(x)$  为奇函数  
C.  $f(x)$  为偶函数  $\Rightarrow \varphi(x)$  为偶函数      D. 以上都不对
4. 设  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{Q}^c \end{cases}$ , 则下列叙述正确的是 ( ) .  
A.  $f(x)$  有最小正周期      B.  $f(x)$  是初等函数  
C.  $f(x)$  处处不连续      D.  $f(f(x))$  处处不连续
5. 下列反常积分中收敛的是 ( ) .  
A.  $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$       B.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$       C.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx$       D.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$

## 二、填空（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设  $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^{\frac{1}{x}} + 1}$ , 则  $x = 0$  是  $f(x)$  的 \_\_\_\_\_ 间断点.
2. 设  $y = f^2(\sin x)$ , 其中  $f$  可导, 则  $dy =$  \_\_\_\_\_.
3. 曲线  $y = \frac{x^2}{1+2x}$  的斜渐近线方程为 \_\_\_\_\_.
4. 设  $f(x)$  的导数为  $\sec^2 2x$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

5. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则 $\frac{d}{dx} \left( \int_{-x}^1 f(t) dt \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、(8分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+\tan x} - \sqrt{2+\sin x}}{x^3}$ .

四、(8分) 判断函数 $f(x) = \int_0^x te^{-t^2} dt$ 是否有极大(小)值, 若有请求出极值并说明理由.

五、(8分) 求不定积分 $\int \frac{\tan x}{1+\cos x} dx$ .

六、(8分) 求定积分 $\int_0^4 e^{\sqrt{2x+1}} dx$ .

七、(8分) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^y + xy = e$ 所确定, 求 $y''(0)$ .

八、(10分) 求函数 $y = \ln(1 + x^2)$ 的一阶导数、二阶导数, 并列表说明其凹凸区间.

九、(12分) 设 $f(\cos^2 x) = \cos 2x + \cot^2 x$ ,  $0 < x < 1$ ,

(1) 求函数 $f(x)$ ; (2) 求 $\int f(x) dx$ .

十、(8分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 $(a, b)$ 内可导, 且

$$\int_a^b f(x) dx = (b-a)f(b),$$

证明至少存在一点 $\xi \in (a, b)$ 使得 $f'(\xi) = 0$ .