

习题 7.4

1. 选择题

(1) 微分方程 $\frac{dy}{dx} + 2xy = e^{-x^2}$ 的通解是 ()

- A. $e^x(x+C)$ B. $e^{x^2}(x+C)$ C. $xe^{-x^2} + C$ D. $e^{-x^2}(x+C)$

(2) 微分方程 $-y^2 dx + (x + y^2) dy = 0$ 的类型属于

- A. 可分离变量方程 B. 齐次方程
C. 关于 $y = y(x)$ 的一阶线性微分方程 D. 关于 $x = x(y)$ 的一阶线性微分方程

2. 求下列微分方程的通解:

(1) $\frac{dy}{dx} = y + \sin x$;

(2) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x - y^2}$;

(3) $y' + y \cos x = e^{-\sin x}$;

(4) $\frac{dy}{dx} - \frac{n}{x}y = e^x x^n$ (n 为常数);

3. 求下列方程满足所给初值条件的特解:

(1) $\frac{dy}{dx} - y \tan x = \sec x, y|_{x=0} = 0$;

(2) $y = e^x + \int_0^x y(t) dt.$

4*. 设函数 $\varphi(t)$ 于 $-\infty < t < +\infty$ 上连续, $\varphi'(0)$ 存在且满足 $\varphi(t+s) = \varphi(t) \cdot \varphi(s)$, 求 $\varphi(t)$.