

《计量地理学》作业四

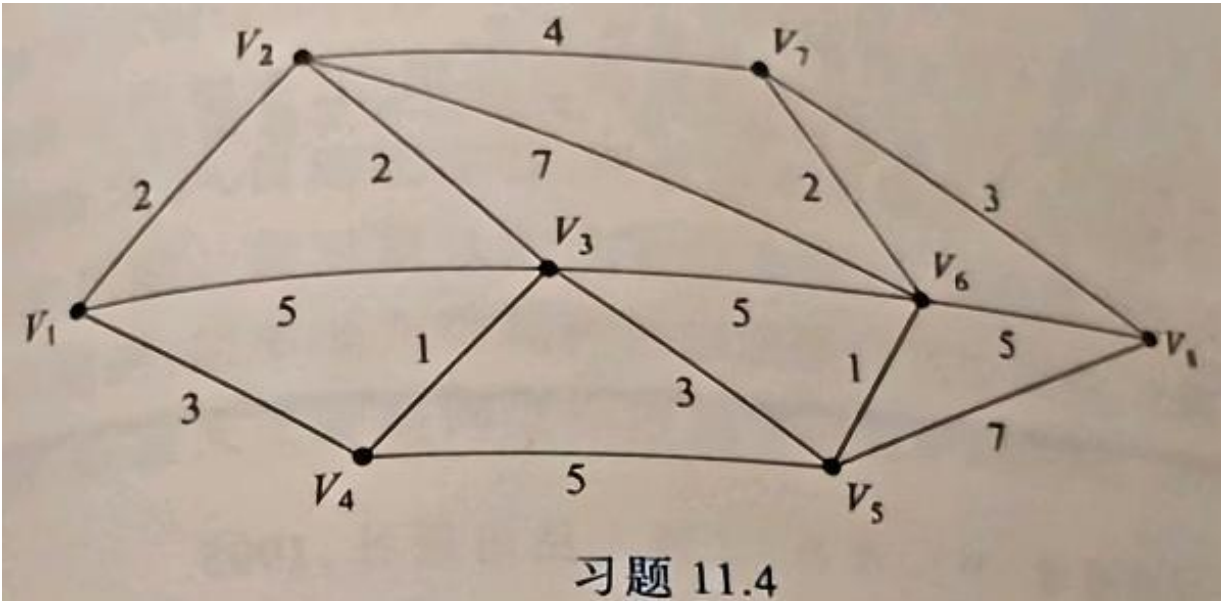
最短路径

学号：109090000000 专业：2023 级地理信息科学 姓名：许愿

2025 年 11 月 30 日

一、计算最短路径

下图是一个城镇体系的交通网络, V_1 、 V_2 、 \dots 、 V_8 代表每一个城镇, 各边旁的数字代表连接城镇之间相应路段的长度(单位:10 km), 请用标号法求从 V_1 到 V_8 的最短路径。



解：

该连通图中共有以下边：

编号	点	点	值	编号	点	点	值
1	V_1	V_2	2	9	V_3	V_6	5
2	V_1	V_3	5	10	V_4	V_5	5
3	V_1	V_4	3	11	V_5	V_6	1
4	V_2	V_3	2	12	V_5	V_8	7
5	V_2	V_6	7	13	V_6	V_7	2
6	V_2	V_7	4	14	V_6	V_8	5
7	V_3	V_4	1	15	V_7	V_8	3
8	V_3	V_5	3				

设 P 为永久标号集合（已求出最短距离的点）， T 为临时标号集合（待求解的点）。

1. 初始化： $P = \{V_1\}$ ， $T = \{V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8\}$ 。站在 V_1 点看，到 V_2 点的最短距离为 2、到 V_3 点的最短距离为 5、到 V_4 点的最短距离为 3。

2. 取出 T 集合中的最小值到 P 集合中, 此时的最小值为 2, 对应的点为 V2 点, 即 V1 到 V2 的最小路径确定为 2。此时 $P = \{V_1(0), V_2(2)\}$, $T = \{V_3(5), V_4(3), V_5, V_6, V_7, V_8\}$ 。站在 V2 点看, 到 V3 的距离为 $2+2=4$, 到 V6 的距离为 $2+7=9$, 到 V7 的距离为 $2+4=6$, 对 T 进行更新, $T = \{V_3(4), V_4(3), V_5, V_6(9), V_7(6), V_8\}$ 。

3. 取出 T 集合中的最小值到 P 集合中, 此时的最小值为 3, 对应的点为 V4 点, 即 V1 到 V4 的最小路径确定为 3。此时 $P = \{V_1(0), V_2(2), V_4(3)\}$, $T = \{V_3(5), V_5, V_6, V_7, V_8\}$ 。站在 V4 点看, 到 V3 的距离为 $3+1=4$, 到 V5 的距离为 $3+5=8$, 对 T 进行更新, $T = \{V_3(4), V_5(8), V_6(9), V_7(6), V_8\}$ 。

4. 取出 T 集合中的最小值到 P 集合中, 此时的最小值为 4, 对应的点为 V3 点, 即 V1 到 V3 的最小路径确定为 4。此时 $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3)\}$, $T = \{V_5(8), V_6(9), V_7(6), V_8\}$ 。站在 V3 点看, 到 V5 的距离为 $4+3=7$, 到 V6 的距离为 $4+5=9$, 对 T 进行更新, $T = \{V_5(7), V_6(9), V_7(6), V_8\}$ 。

5. 取出 T 集合中的最小值到 P 集合中, 此时的最小值为 6, 对应的点为 V7 点, 即 V1 到 V7 的最小路径确定为 6。此时 $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3), V_7(6)\}$, $T = \{V_5(7), V_6(9), V_8\}$ 。站在 V7 点看, 到 V6 的距离为 $6+2=8$, 到 V8 的距离为 $6+3=9$, 对 T 进行更新, $T = \{V_5(7), V_6(8), V_8(9)\}$ 。

6. 取出 T 集合中的最小值到 P 集合中, 此时的最小值为 7, 对应的点为 V5 点, 即 V1 到 V5 的最小路径确定为 7。此时 $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3), V_5(7), V_7(6)\}$, $T = \{V_6(8), V_8(9)\}$ 。站在 V5 点看, 到 V6 的距离为 $7+1=8$, 到 V8 的距离为 $7+7=14$, 对 T 进行更新, 但最小值没有变化故不改变, $T = \{V_6(8), V_8(9)\}$ 。

7. 取出 T 集合中的最小值到 P 集合中, 此时的最小值为 8, 对应的点为 V6 点, 即 V1 到 V6 的最小路径确定为 8。此时 $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3), V_5(7), V_6(8), V_7(6)\}$, $T = \{V_8(9)\}$ 。站在 V6 点看, 到 V8 的距离为 $8+5=13$, 对 T 进行更新, 但最小值没有变化故不改变, $T = \{V_8(9)\}$ 。

8. 取出 T 集合中的最小值到 P 集合中, 此时的最小值为 9, 对应的点为 V8 点, 即 V1 到 V8 的最小路径确定为 9。此时 $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3), V_5(7), V_6(8), V_7(6), V_8(9)\}$, T 成为空集合, 算法结束。

9. 从 V8 点往前回溯, 上一次 T 集合中 V8 更新是在 V7 点时、V7 更新是在 V2 点时, V2 更新是在 V1 点时, 回到起点。故从 V1 到 V8 的最短路径为:

$$V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_7 \rightarrow V_8$$

最短路径的长度为: $0 + 2 + 4 + 3 = 9$ (单位: 10km) 即 90km。