姓名________________ 班级______________ 学号________________________

3.3.2 习题汇编

1. 填空题

(1) 写出函数 $f(x)=x^2e^x$ 的带有佩亚诺余项的3阶麦克劳林公式________________.

(2) 写出函数 $f(x)=\dfrac{1}{3-x}$ 在点 $x=1$ 处带有佩亚诺型余项的 n 阶泰勒公式______________________________.

(3) 写出函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$ 的带有拉格朗日余项的 n 阶麦克劳林公式____________________________.

(4) 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导，写出 n=1时 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的带有皮亚诺余项的泰勒公式______________________________.

(5) 设 $f(x)$ 在 $U(x_0)$ 内可导，写出 n=0时 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的带有拉格朗日余项的泰勒公式____________________________.

(6) 将多项式 $f(x)=x^4+3x^2+4$ 按 $x-1$ 的幂展开______________________________.

2. 判断题

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处具有 n 阶导数，$R_n(x)=f(x)-p_n(x)$，其中

$p_n(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\dfrac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\cdots+\dfrac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$，则有

$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{R_n(x)}{(x-x_0)^n}=0$. ( )

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处具有 n 阶导数，$R_n(x)$ 与 $p_n(x)$ 如上题所定义，则存在 $U(x_0)$ 及 $\xi\in U(x_0)$，使得 $R_n(x)=\dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}$. ( )

(3) 若函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处具有 n+1阶导数，$R_n(x)$ 与 $p_n(x)$ 如上题所定义，则存在 $U(x_0)$ 及 $\xi\in U(x_0)$，使得 $R_n(x)=\dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}$. ( )

3. 求下列极限:

(1) $\lim\limits_{x \to +\infty}(\sqrt[3]{x^3+3x^2}-\sqrt[4]{x^4-2x^3})$ (2) $\lim\limits_{x \to \infty}[x-x^2\ln(1+\frac{1}{x})]$

4. 利用泰勒公式证明不等式：当$x \geq 0$时, 证明$\sin x \geq x-\frac{1}{6}x^3$

5. 试确定常数a,b，使$f(x)=x-(a+b\cos x)\sin x$为当$x \to 0$时关于x的 5 阶无穷小.