

习题 1.3

1、选择题

(1) 下列命题正确的是()

A. 若 $f(x_0) = A$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ B. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 则 $f(x_0) = A$ C. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则极限唯一

D. 以上说法都不正确

(2) 函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某一去心邻域有界是 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在的()

A. 必要条件

B. 充分条件

C. 充分必要条件

D. 无关条件

(3) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 存在且相等是 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的()

A. 充分但非必要条件

B. 必要但非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分又非必要条件

2、填空题

(1) 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义是它在点 x_0 处有极限的_____条件.(2) 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处极限存在是 $|f(x)|$ 在点 x_0 处极限存在的_____条件.

3、解答题

(1) 当 $x \rightarrow 1$ 时, 函数 $y = 3x - 1 \rightarrow 2$, 问 δ 等于多少时, 能使 $0 < |x - 1| < \delta$ 时, $|y - 2| < 0.01$.(2) 当 $x \rightarrow \infty$ 时, 函数 $y = \frac{2x-1}{x} \rightarrow 2$, 问 X 等于多少时, 能使 $|x| > X$ 时, $|y - 2| < 0.01$.

(3) 设 $f(x) = \begin{cases} -(x+1) & x < 0 \\ x+1 & 0 < x < 1 \\ 2x & x \geq 1 \end{cases}$, 求① $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; ② $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; ③ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

(4) 对函数 $f(x) = \frac{|x|}{x}$, 回答下列问题:

① 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处是否有极限? 为什么?

② 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处是否有极限? 为什么?

(5*) 用函数极限的定义证明 $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$.