## 第二章总复习题

## 1. 选择题

- A. 左、右导数都不存在
- B. 左导数存在,右导数不存在

C. 左、右导数都存在

- D. 左导数不存在,右导数存在
- (2) 设 $f(x) = 3x^3 + x^2 |x|$ , 则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数为(
  - A. 0 B. 1 C. 2

- (3) 己知 f(x) 在 x = 0 可导,且 f(0) = 0,则  $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 f(x) 2f(x^3)}{x^3}$  等于(
- A. -2f'(0) B. -f'(0) C. f'(0)

- D. 0
- (4) 函数 f(x) 在 x=0 处可导的充分必要条件是( ).

  - A. f(x) 在 x = 0 处连续; B. f(x) f(0) = Ax + o(x), 其中 A 是常数;
  - C. f'(0)与 f'(0)都存在; D.  $\lim_{x\to 0} f'(x)$  存在.

(5) 已知函数 
$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, x > 0 \\ ax + b, x \le 0 \end{cases}$$
 在  $x = 0$  可导,则有( ).

- A. a=1,b=0 B. a=1,b 为任意实数 C. a=0,b=0 D. a=0,b 为任意实数
- (6) 设奇函数 f(x) 在 x=0 的某邻域有定义,且在 x=0 处可导,又知函数

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{(x + \sin x)f(x)}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$
  $\text{£ } x = 0$   $\text{£ } \text{£ } x = 0$ 

- A. 1
- в. 2

## 2. 填空题

(1) 
$$\forall f(x) = e^x(e^x - 1)(e^x - 2)\cdots(e^x - n)(n \ge 2)$$
,  $\bigcup f'(0) = \underline{\hspace{1cm}}$ .

(3) 设  $y = f(\ln x)e^{f(x)}$ , 其中 f 可微,则 dy =



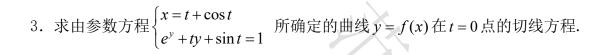
(4) 
$$\mathfrak{P} f'(\ln x) = 1 + x$$
,  $\mathfrak{P} f'(x) = 1$ 

(4) 设 
$$f'(\ln x) = 1 + x$$
,则  $f'(x) =$ \_\_\_\_\_\_.
(5) 设  $x = y^y$  确定  $y = y(x)$ ,则  $dy =$ 

(6) 设
$$f(x) = \lim_{t \to 0} (1+2t)^{\frac{x}{\sin t}}$$
, 则 $f'(x) =$ \_\_\_\_\_\_\_.

2. 设 f(x) 在 x = 2 的某邻域内可导 ,且  $f'(x) = e^{f(x)}$  , f(2) = 1 , 求 f'''(2) .







4. 设周期为 4 的周期函数 f(x) 可导,又  $\lim_{x\to 0} \frac{f(1)-f(1-x)}{2x} = -1$ ,求 y = f(x) 在点 (5, f(5)) 处的切线的斜率.

5. 设函数 f(x) 可导,证明: 当 f(x) 为奇函数时, f'(x) 为偶函数;当 f(x) 为偶函数时, f'(x) 为奇函数.



6. 设 f(1) = 0, f'(1) 存在,求极限  $\lim_{x \to 0} \frac{f(\sin^2 x + \cos x) \tan 3x}{(e^{x^2} - 1) \sin x}$ .



7. 设曲线 y = f(x) 与  $y = x^2 - 2x$  在 (2,0) 处有公共切线,求  $\lim_{n \to \infty} nf(\frac{2n}{n+1})$ .



8. 设  $f(x) = x^n$  在点(1,1) 处的切线与 x 轴的交点为( $\xi_n$ ,0), 求  $\lim_{n\to\infty} f(\xi_n)$ .







9. 设 f(x) 在点 x=0 处的某个邻域  $U(0,\delta)$  内有定义, f'(0)=1 且  $\forall x,y \in U(0,\delta)$  满足 f(x+y)=f(x)+f(y)+1 ,证明:上述邻域内 f'(x)=1.





10. 读 
$$f(x) = \begin{cases} (x^2)^{\lambda} \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$
, 讨论:

- (1) 当 $\lambda$ 为何值时,f(x)在点x=0连续;
- (2) 当 $\lambda$ 为何值时, f(x)在点x=0可导;
- (3) 当 $\lambda$ 为何值时,f'(x)在点x=0连续.



