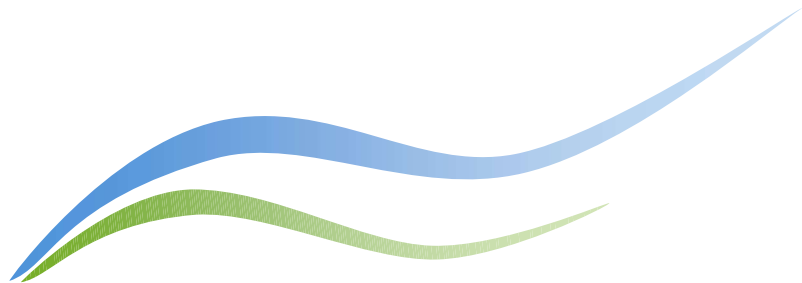


第5章 混合光谱理论与光谱分解





混合像元的存在，是传统的像元级遥感分类和面积量测精度难以达到使用要求的主要原因。为了提高遥感应用的精度，就必须解决混合像元的分解问题，使遥感应用由像元级达到亚像元级。



内容:

5.1

混合光谱基本概念

5.2

混合光谱模型

5.3

线性光谱解混

5.4

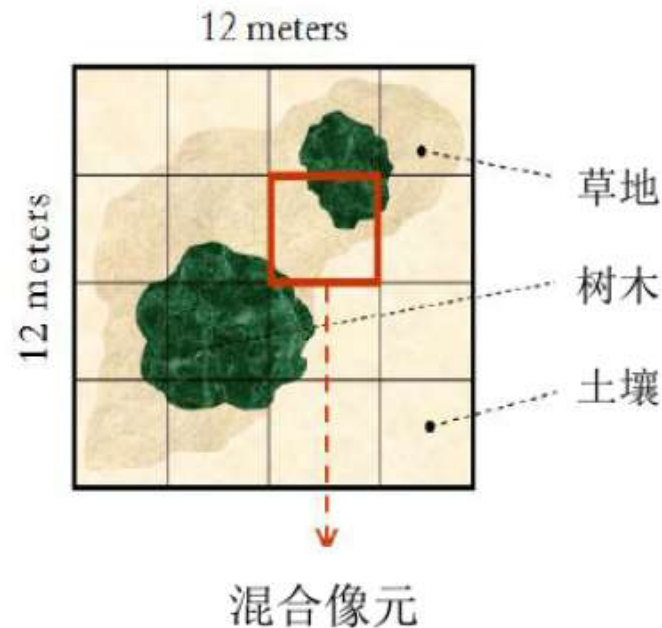
线性光谱解混在高光谱图像分析中的应用



5.1 混合光谱基本概念

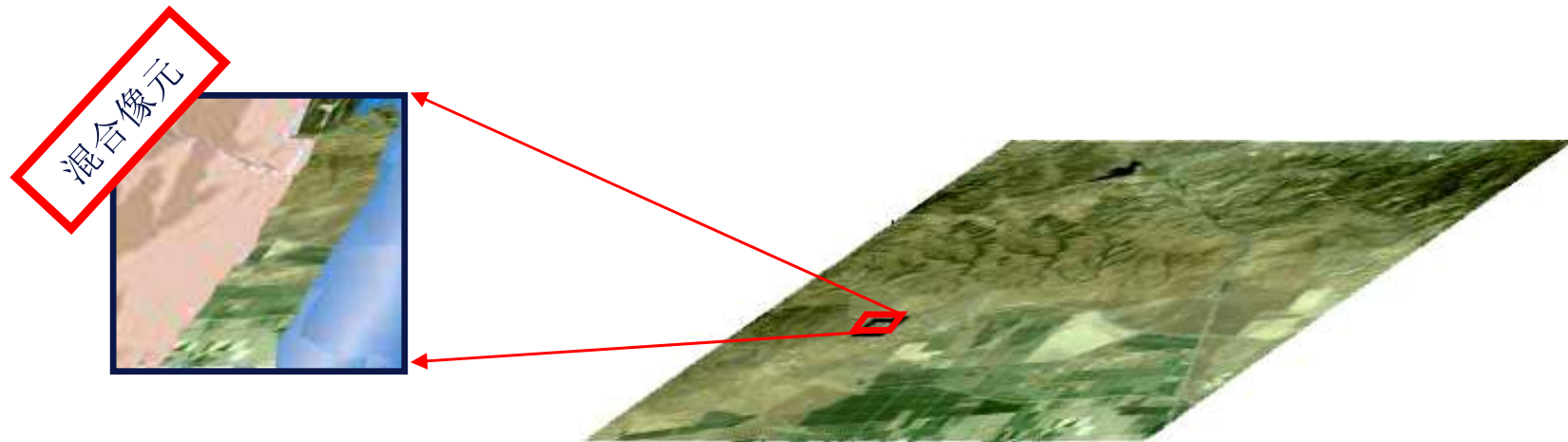
5.1.1 纯像元和混合像元的定义

- ❖ **纯像元**：该像元仅包含一种地表覆盖类型，它所记录的正是该类型的光谱响应特征或光谱信息。
- ❖ **混合像元**：该像元包含不止一种地表覆盖类型，则形成混合像元，它所记录的是所对应的不同类型光谱响应特征的综合。





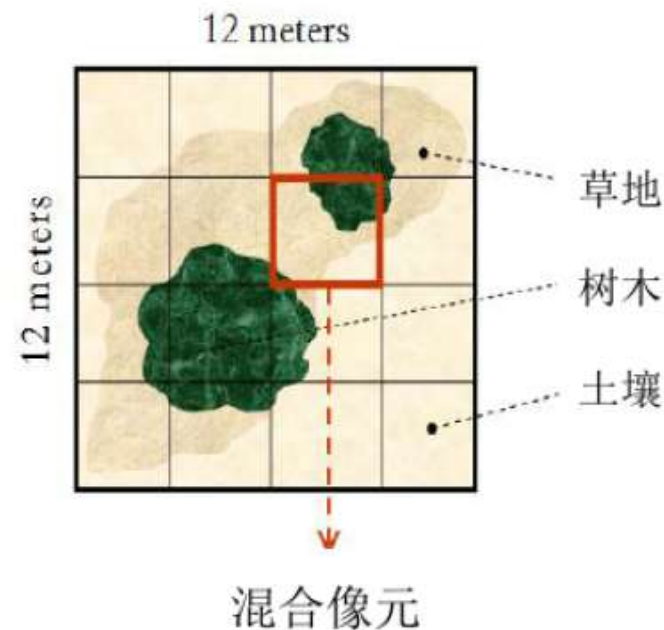
- ❖ 混合像元现象广泛存在。
- ❖ 混合光谱现象并非仅仅在高光谱遥感中存在，在全色影像、多光谱影像中同样存在。





5.1.2 端元、丰度和光谱解混的定义

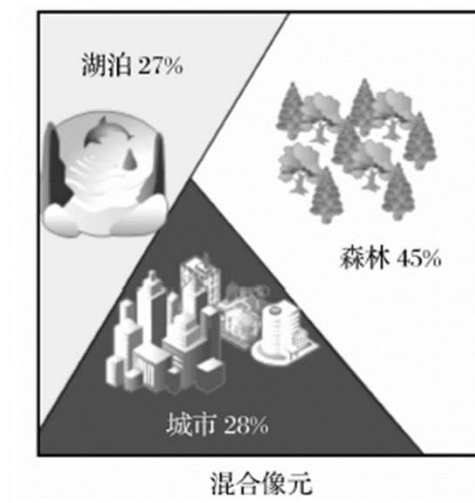
- ❖ **端元**：进入到像元内部，地物的基本组成成分被称为端元。
- ❖ **丰度**：每种成分所占的比例称为丰度。
- ❖ **光谱解混**：确定端元类型及相应丰度的过程被称为光谱解混或者混合像元分解。





5.1.3 混合光谱产生机理

在地面像元的瞬时视场视面积 A 上有 m 种物质（即端元），其幅射亮度分别为 $L_1(\lambda), L_2(\lambda), \dots, L_m(\lambda)$ ，它们的面积分别为 A_1, A_2, \dots, A_m ，并且 $A_1 + A_2 + \dots + A_m = A$ 。



则各端元在混合像元中所占的视面积比 F_j 可以表示为：

$$F_1 = \frac{A_1}{A}, F_2 = \frac{A_2}{A}, \dots, F_m = \frac{A_m}{A} \left(\sum_{j=1}^m F_j = 1 \right)$$



各端元的辐射强度为 $A_1L_1(\lambda)$, $A_2L_2(\lambda)$, \cdots , $A_mL_m(\lambda)$, 像元总的辐射强度等于所有端元辐射强度累加的结果, 即:

$$AL(\lambda) = \sum_{j=1}^m A_j L_j(\lambda) = A \sum_{j=1}^m F_j L_j(\lambda)$$

则

$$L(\lambda) = \sum_{j=1}^m F_j L_j(\lambda)$$

因此, 遥感器接收的地面像元的表观辐射亮度 $L(\lambda)$ 是各端元辐射亮度与它们在像元中所占面积比的加权和。



用地物的反射率表示，则有：

$$L(\lambda) = \frac{1}{\pi} \rho(\lambda) E_D(\lambda) = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^m F_j \rho_j(\lambda) E_D(\lambda)$$

式中，则有 $\rho(\lambda)$ 是地物的表观反射率， $E_D(\lambda)$ 是太阳直射光和天空光在地面的总光谱辐照度。因此，

$$\rho(\lambda) = \sum_{j=1}^m F_j \rho_j(\lambda)$$

在混合光谱条件下，地面像元的表观反射率 $\rho(\lambda)$ 也是各端元反射率与它们在像元中所占面积比的加权和。



既然混合光谱问题普遍存在, 为什么在高光谱遥感中得到重点关注?



5.2 混合光谱模型

光谱混合从本质上可以分为**线性混合**和**非线性混合**两种模型。线性混合模型是假设物体间没有相互作用，每个光子仅能“看到”一种物质，并将其信号叠加到像元光谱中。而物质间发生多次散射时，可以认为是一个迭代乘积过程，是一个非线性过程，如植株间的作用。

物体的混合和物理分布的空间尺度大小也会决定这种非线性的程度。大尺度（宏观尺度）的光谱混合完全可以被认为是一种线性混合，而小尺度（微观尺度）的内部物质混合是非线性的。

5.2.1 线性光谱混合模型

5.2.2 非线性光谱混合模型



5.2.1 线性光谱混合模型

可以从如下三方面对线性光谱混合模型进行描述：

- (1) 物理学
- (2) 代数学
- (3) 几何学



➤ 物理学描述

- ❖ 像元的混合光谱是像元内部各物质的“纯”光谱的面积加权平均。



$$X = A \times \alpha + B \times \beta + C \times \gamma$$

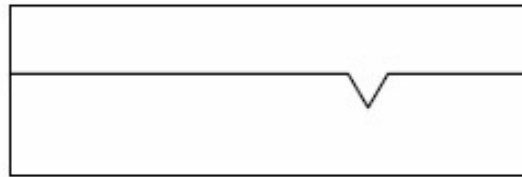
图中，像元 X 由 A 、 B 、 C 三种组分物质混合而成， α 、 β 、 γ 即分别为它们的面积权重。



物质成分

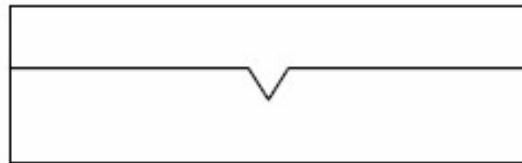
面积权重

A



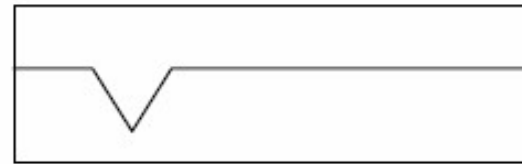
α

B

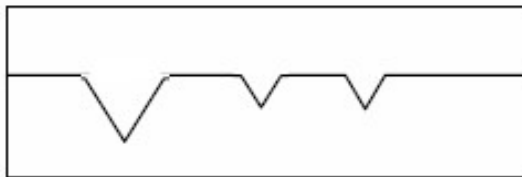


β

C



γ



混合像元的光谱吸收、反射强度等于内部各端元的光谱吸收、反射强度的相加。



➤ 代数学描述

- ❖ 遥感影像所获取的像元光谱矢量 **C** 是其所有端元光谱矢量 **A**（**Endmember matrix**）与各端元光谱丰度 **B**（**Endmember abundance**）矢量的乘积。

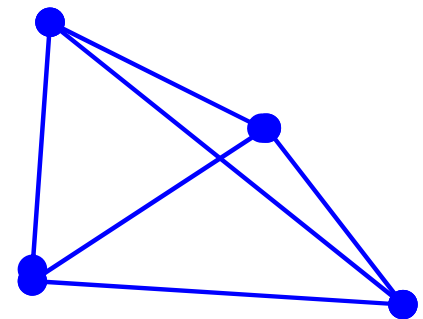
$$\begin{matrix} & \text{A} & & \text{B} & & \text{C} \\ & & & & & \\ m & \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} & \times & \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \\ & n & & 1 & & m \\ & & & & & 1 \end{matrix}$$

m -波段数
 n -端元数



➤ 几何学描述

- ❖ **Boardman (1993)** 首先研究了高光谱数据在其特征空间中的**单形体**结构，继而引入了凸面几何学的分析方法，开拓了从特征空间对光谱线性混合进行诠释的新道路。
- ❖ 认为高光谱图像中的每个像元，都是其**L**维特征空间中的一个点（**L**为波段数），其中有一些称之为端元的点构成了高光谱图像的基本元素，其余像元都可由这些点线性组合而成。若有**L+1**个端元，所有点的集合正好构成具有**L**维空间的凸面单形体，这些端元则位于凸面单形体的顶面上，其余像元位于凸面体内部。



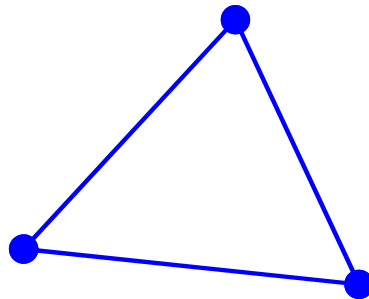


❖ **单形体**：只有 $(L+1)$ 个顶点的凸面几何体是 L 维空间中最简单的形式，称之为单形体。

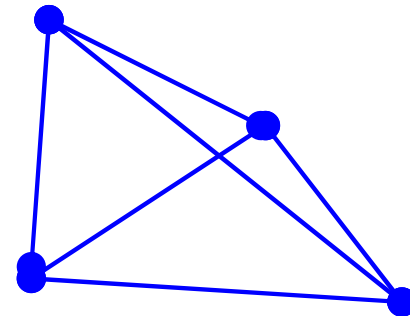
比如：一维空间中由两个点（两个端元）确定的**线段**、二维空间中由三个点（三个端元）确定的**三角形**、三维空间中由四个点（四个端元）确定的**四面体**。



1维



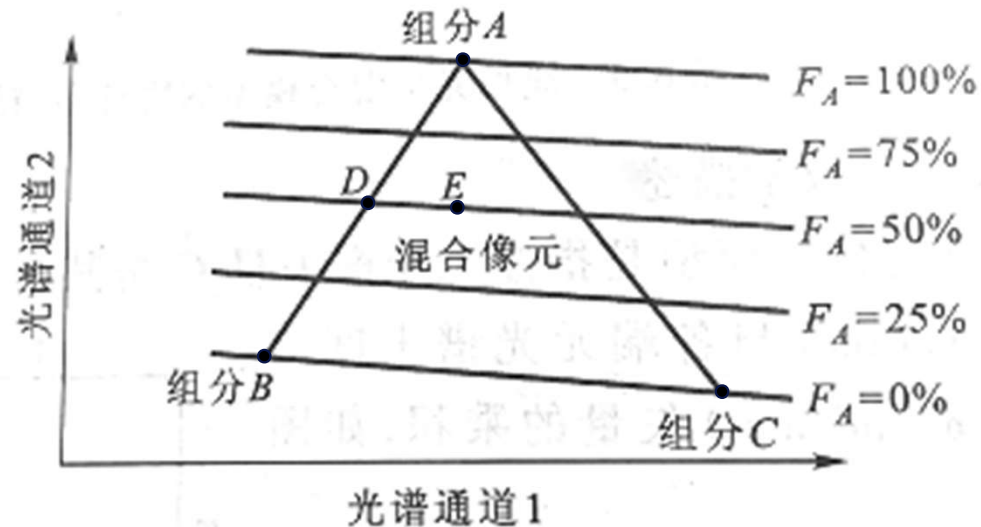
2维



3维



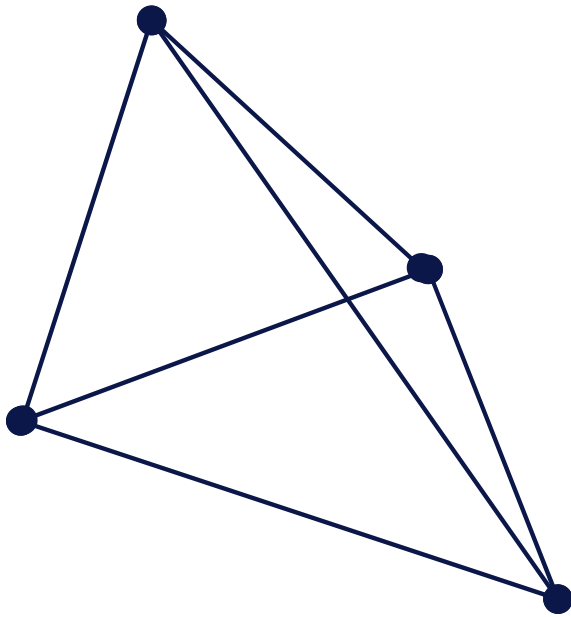
以2维（即两个波段）的光谱矢量空间为例：



- ❖ 在二维空间，凸面单形体为**三角形**，图像中有A、B、C三种像元组成物质（端元）。**三个端元分别位于三角形的顶点。**
- ❖ 只有A、B两种组分物质混合的像元都位于AB线上（比如**D点**）， $DB/AB=F_A$ 表示该像元中A组分物质所占的面积比。
- ❖ A、B、C三种组分物质混合的像元光谱都位于这个三角形内，比如**E点**，通过该点对三个边的平行线可求出各组分物质在像元中所占的面积比 F_A 、 F_B 、 F_C 。



以此可类推，两个通道可解析出三个端元，三个通道可解析出四个端元，这四个端元为顶点构成凸四面体，混合像元位于凸四面体内部。



如果这四个端元点共面，则说明至少有一个端元不独立，可以减少一个通道利用三角形来分析。



➤ 线性光谱混合模型的一般形式:

通常情况下, 高光谱图像中每个像元都可以近似认为是图像中各个端元的线性混合, 即:

$$p = \sum_{i=1}^N c_i e_i + n = Ec + n$$

其中:

$$\sum_{i=1}^N c_i = 1$$

$$0 \leq c_i \leq 1$$

丰度

误差项

端元向量

式中: N ——端元数;

p ——图像中任意一个 L 维光谱向量(L 为图像波段数);

E —— $L \times N$ 矩阵, 其中的每列均为端元向量, $E = [e_1, e_2, \dots, e_N]$;

c ——系数向量 $c = (c_1, c_2, \dots, c_N)^T$;

c_i ——像元 p 中端元 e_i 所占的比例;

n ——误差项。



5.2.2 非线性光谱混合模型

许多学者非线性光谱模型进行了广泛的研究，比较典型且具有一定影响力的光谱混合模型有：

- ❖ **Hapke模型**
- ❖ **Kubelk-Munk模型（K-M模型）**
- ❖ 基于 辐通量密度理论的植被、土壤光谱混合模型
- ❖ **SAIL模型**
- ❖ 其他非线性光谱混合模型



➤ 其他非线性光谱混合模型

(1) 几何光学模型

该模型针对冠状植被地区，对树冠形态进行了参量化设置。

在这类模型中，树冠被认为是由**地面**（其反射率已知）和具有几何结构（如柱形、球形、锥形、椭球形等）与光学特性（如反射率、透射率、吸收率等）的**目标**以一定方式相结合而形成。

该模型较好地表达了**离散分布**的树冠（灌木丛、稀疏的树木、果园等），在些种情况下，双向散射可以忽略。在太阳天顶角较低的情况时，目标之间的阴影也可以忽略。



(2) 混合介质模型

在这类模型中，每一个植物单元都被看作具有一定光学特性的小吸收、散射粒子（平面、柱体），且在水平面上任意确定的方向内随机分布。树冠被考虑成是**一层均匀的平面平行层**，在该平行层中，辐射场仅依赖于垂直于树冠的坐标 Z 。

混合介质模型对于较**密集**、较水平均匀的树冠可得到较好的结果。



(3) 混合类模型

在这类模型中，树冠由具有几何结构的植物的分布来估计，植物单元被考虑成吸收和散射粒子，而且双向散射没有忽略。

混合类模型可以适用于那些**既不离散、也不密集**的树冠。该类模型比较复杂，但也是用途相当广泛的模型。



(4) 计算模拟模型

在这类模型中，植物单元的分布和方向可以通过计算机来模拟，每一个植物单元都可以认为是有限面积所组成。接收与散射辐射可以几乎在单个光子的基础上进行模拟追迹。这类模型的计算量巨大，但能允许在树冠内模拟整个辐射过程。

这类模型的计算量巨大，但能允许在树冠内模拟整个辐射过程。



5.3 线性光谱解混

线性光谱混合模型是将混合光谱视为端元光谱按照其丰度值线性相加的结果。因此，线性光谱解混由两步构成：

第一步，是提取“纯”地物的光谱，即端元提取（包括端元数目、种类）。

第二步，是用端元的线性组合来表示混合像元，即混合像元分解（丰度的解算）。

1. 端元的提取

2. 丰度的解算

端元数目、种类

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 & v_1 & s_1 \\ w_2 & v_2 & s_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ w_L & v_L & s_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_w \\ F_v \\ F_s \end{bmatrix}$$



5.3.1 端元提取

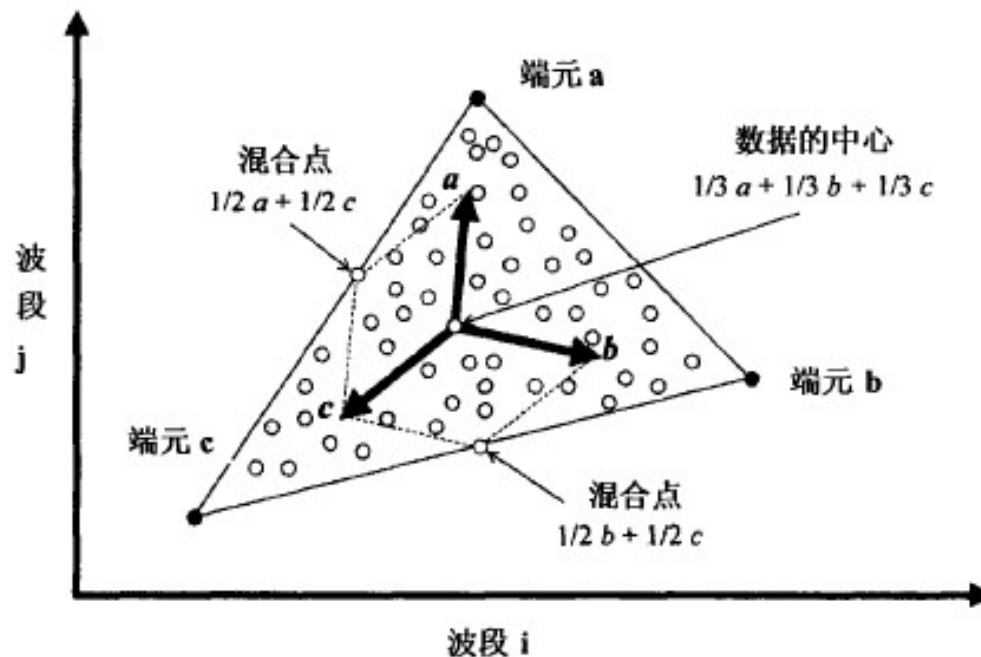
端元的提取有两种方式：

- 使用光谱仪在地面或实验室测量到的“参考端元”；
- 在遥感图像上得到的“图像端元”。
 - (1) 基于几何顶点的端元提取
 - (2) 基于PPI的端元提取
 - (3) 基于连续最大角凸锥的端元提取
 - (4) 基于最大距离的端元提取
 - (5) 基于迭代误差分析的端元提取



(1) 基于几何顶点的端元提取

- ❖ 高光谱图像的所有数据，在其特征空间中都处被以端元为顶点的单形体所包围。在光谱特征空间中进行分析，**单形体的顶点与端元**对应，找到了顶点即实现端元提取。



寻找端元

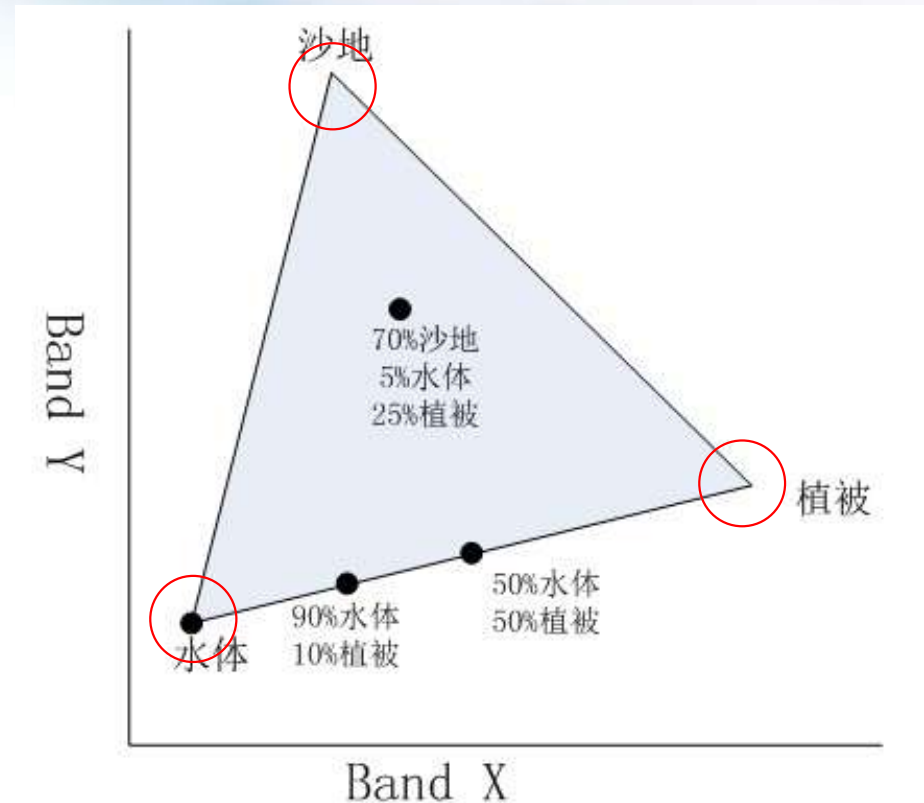


寻找单形体的顶点



❖ ENVI操作的基本思路:

将相关性很小的图像波段，如MNF、PCA等变换结果的前面两个波段，作为X、Y轴构成二维散点图。在理想情况下，散点图是三角形形状，根据线性混合模型数学描述，**纯净端元几何位置分布在三角形的三个顶点**，而混合像元在三角形内部。根据这个原理，我们可以在二维散点图上选择端元波谱。在实际的端元选择过程中，往往选择散点图周围凸出部分区域，后获取这个区域相应原图上的平均波谱作为端元波谱。





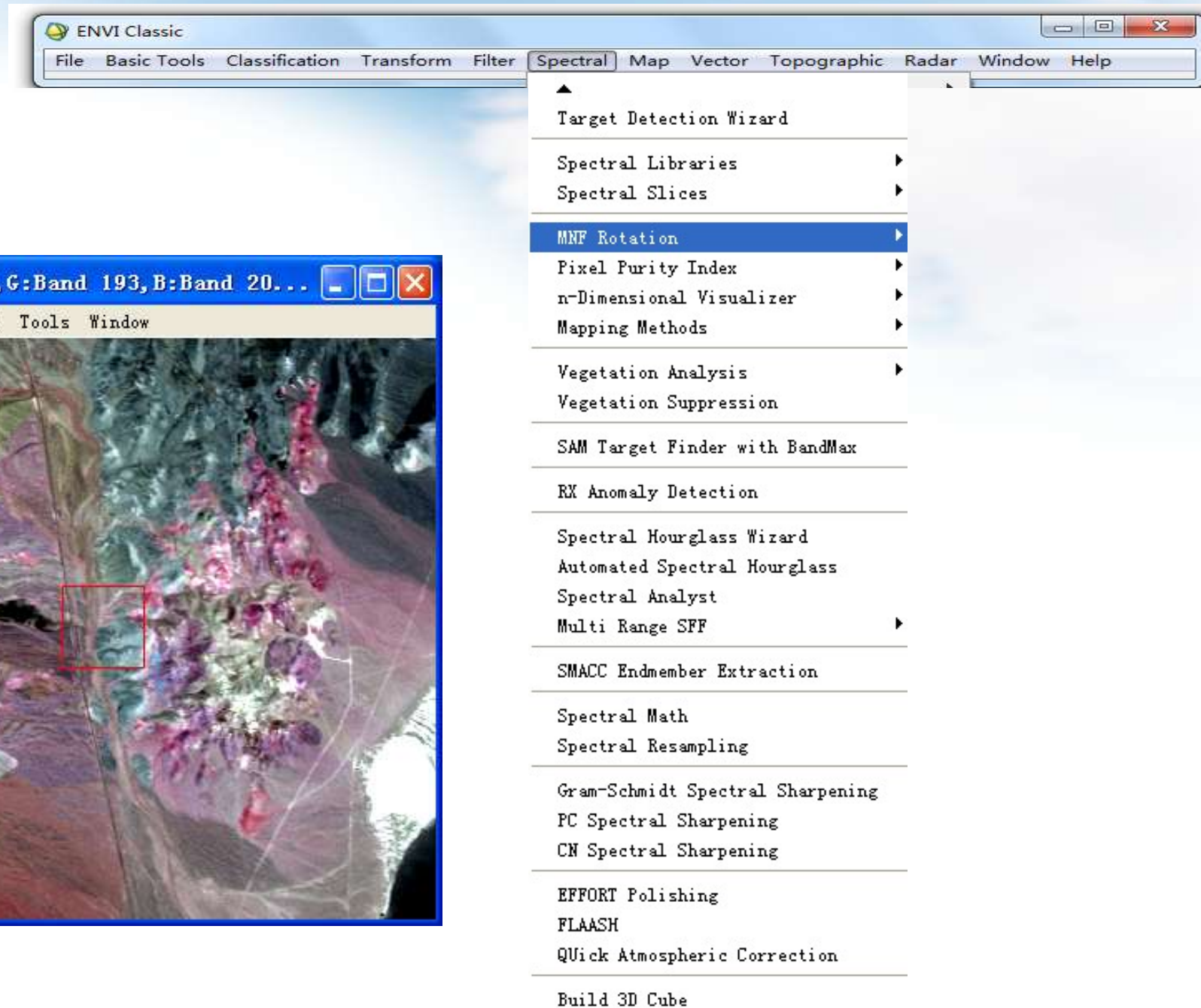
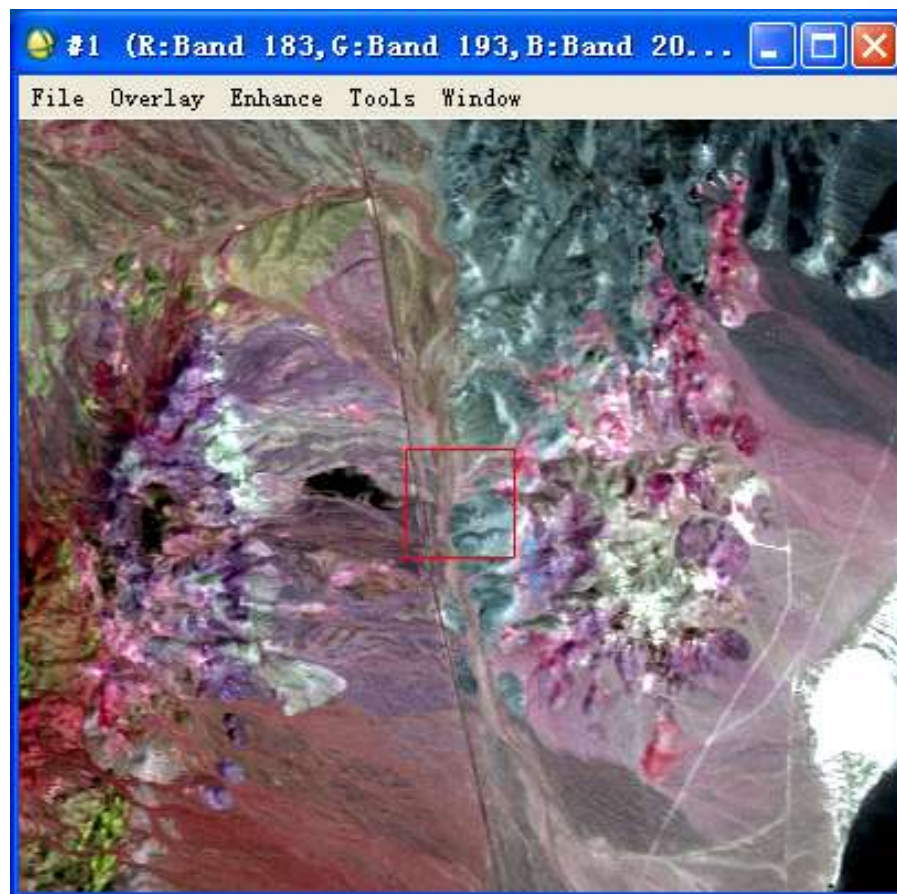
❖ 第一步 MNF（最小噪声分离）变换

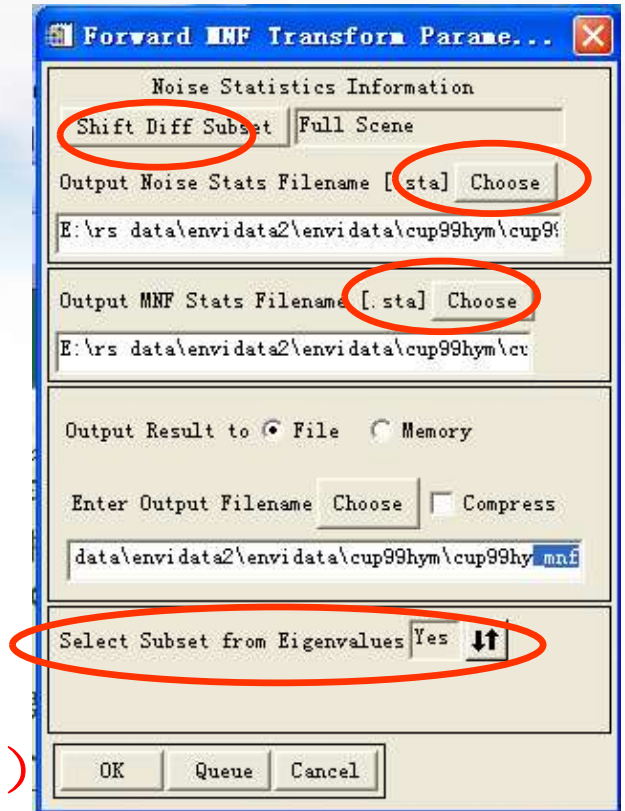
MNF（Minimum Noise Fraction）变换是将一幅多波段图像的主要信息集中在前面几个波段中，主要作用是判断图像数据维数、分离数据中的噪声，减少后处理中的计算量。

MNF也是一种线性变换，本质上是两次叠置的主成分变换：

第一次变换是利用主成分中的噪声协方差矩阵，分离和重新调节数据中的噪声（噪声白化），使变换后的噪声数据只有最小的方差且没有波段间的相关。

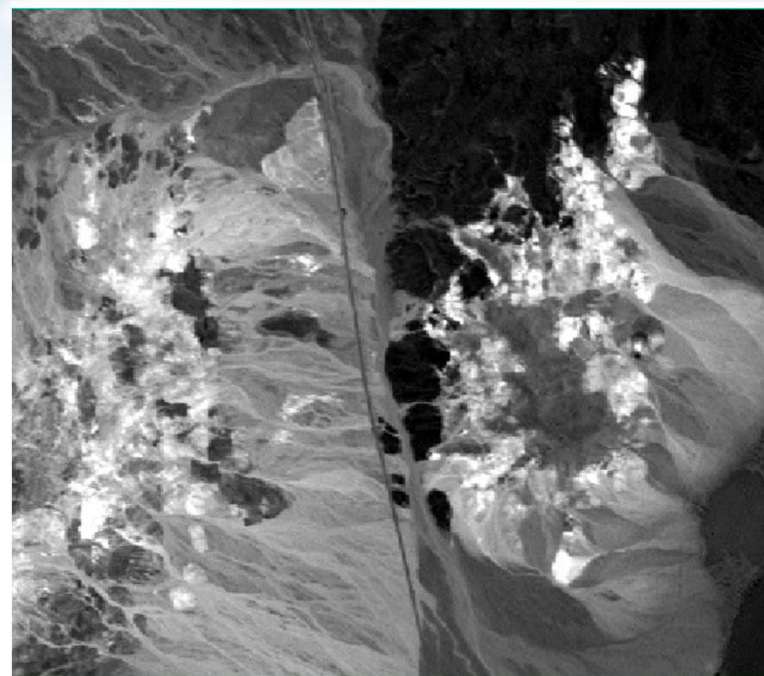
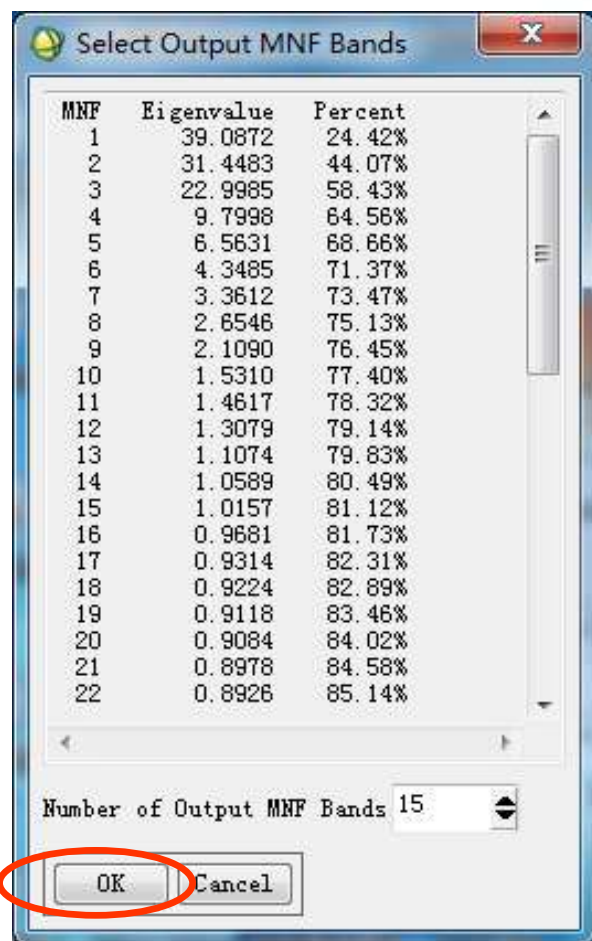
第二次变换是对噪声白化数据进行主成分变换。为了进一步进行波谱处理，检查最终特征值和相关图像来判定数据的内在维数。数据空间被分为两部分：一部分是联合大特征值和相对应的特征图像，另一部分与近似相同的特征值和噪声图像。





计算时需要输入的参数：

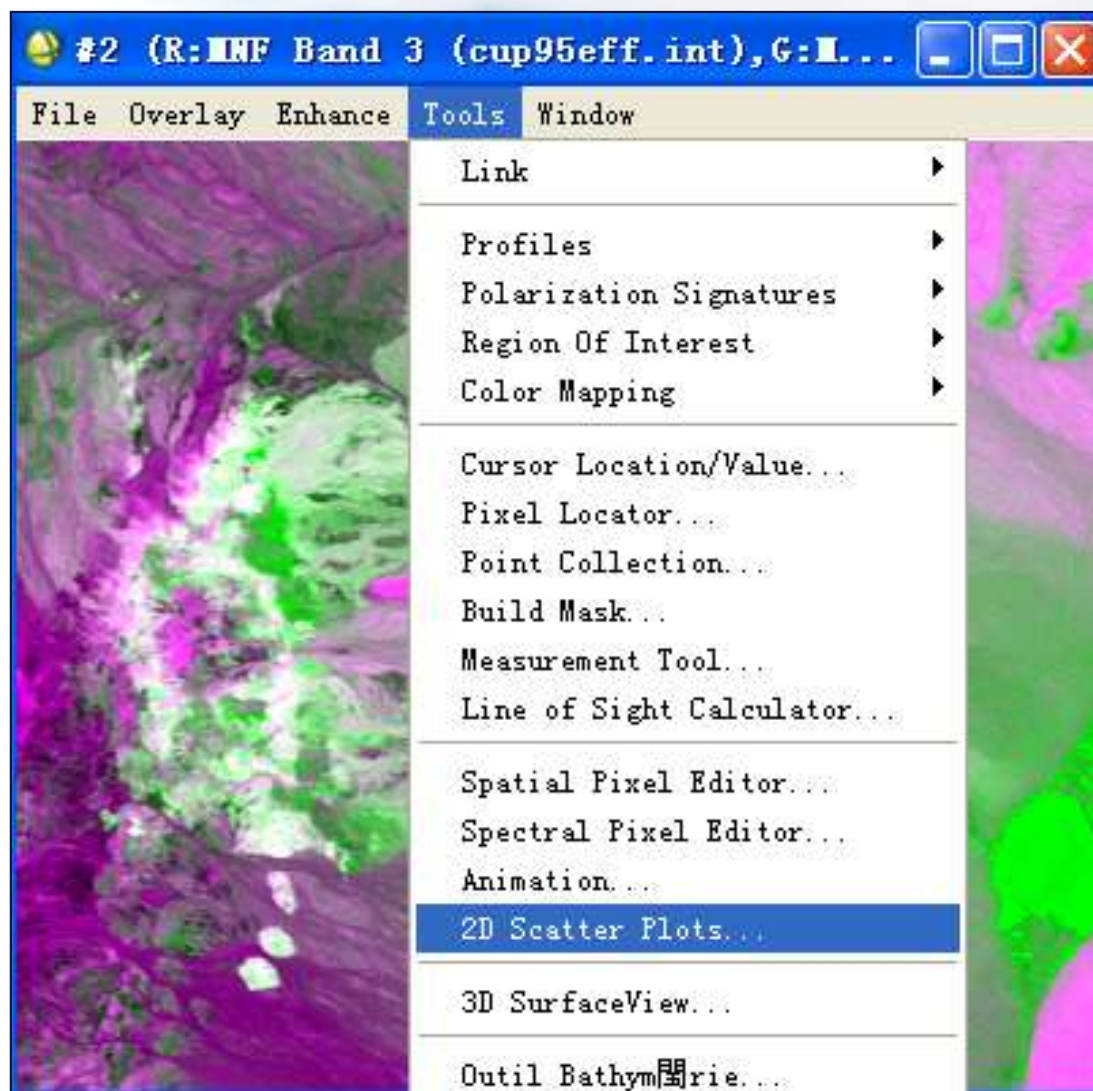
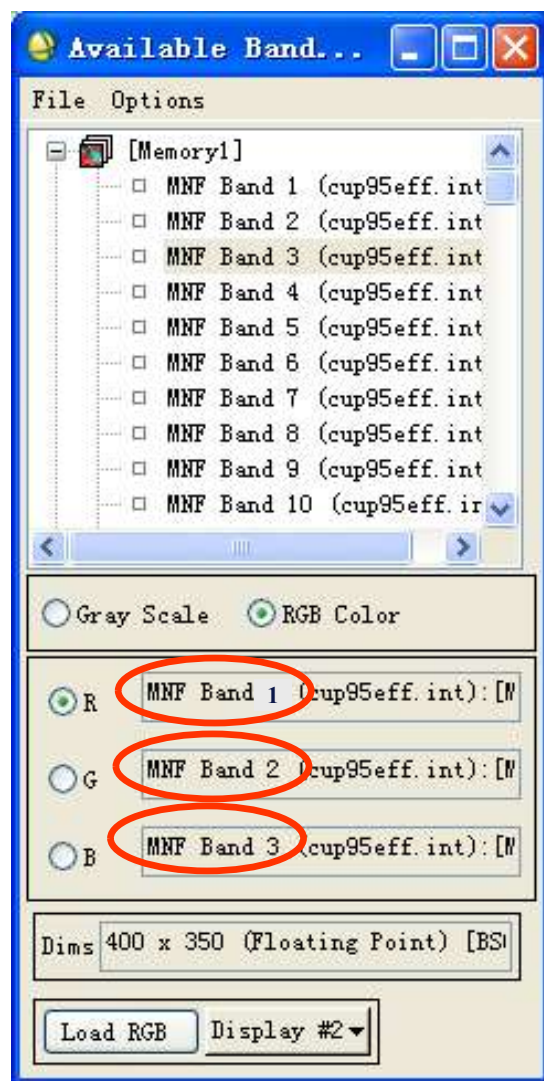
- 统计信息的图像范围 **shift diff subset**
- 噪声统计文件（可以用到另一副图像上做变换）
- MNF统计文件(反变换的时候要用)
- MNF变换输出波段选择(根据特征值选择输出波段)

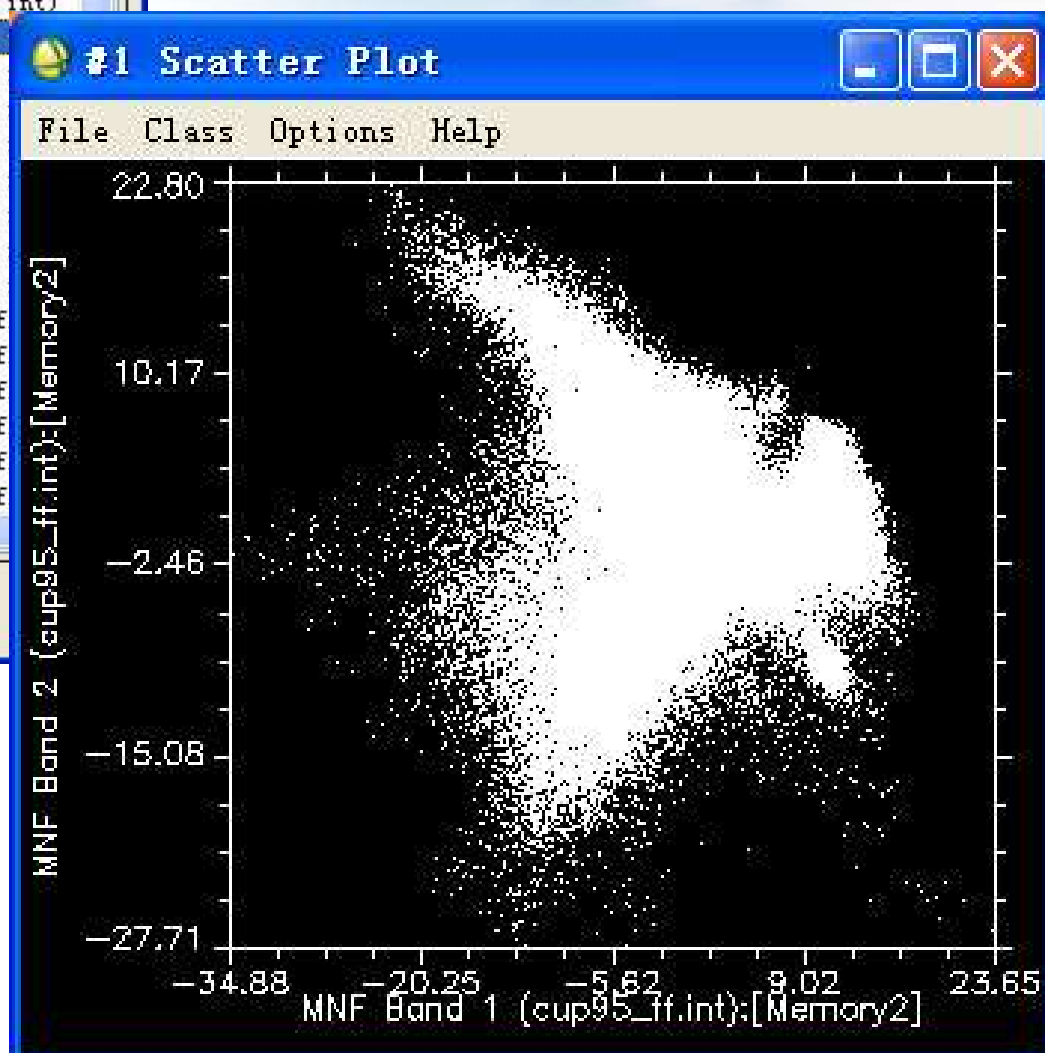
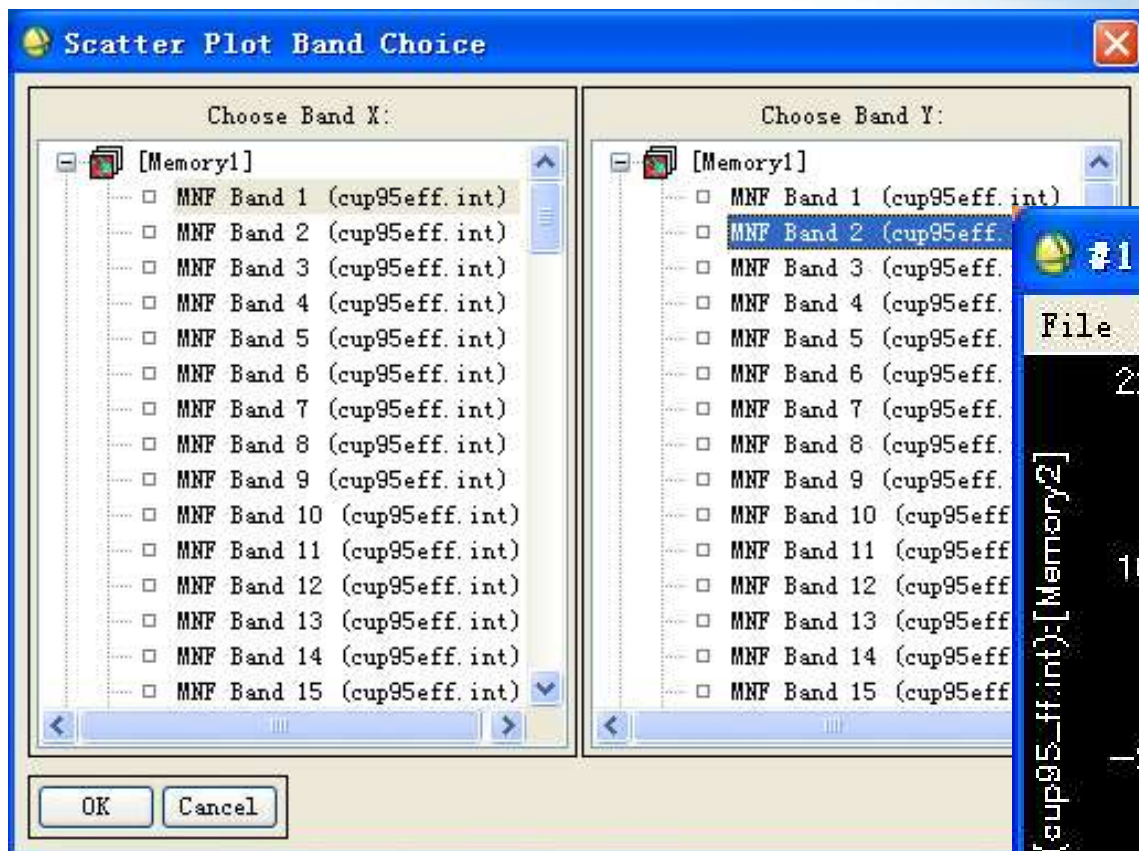


MNF变换结果的第1分量



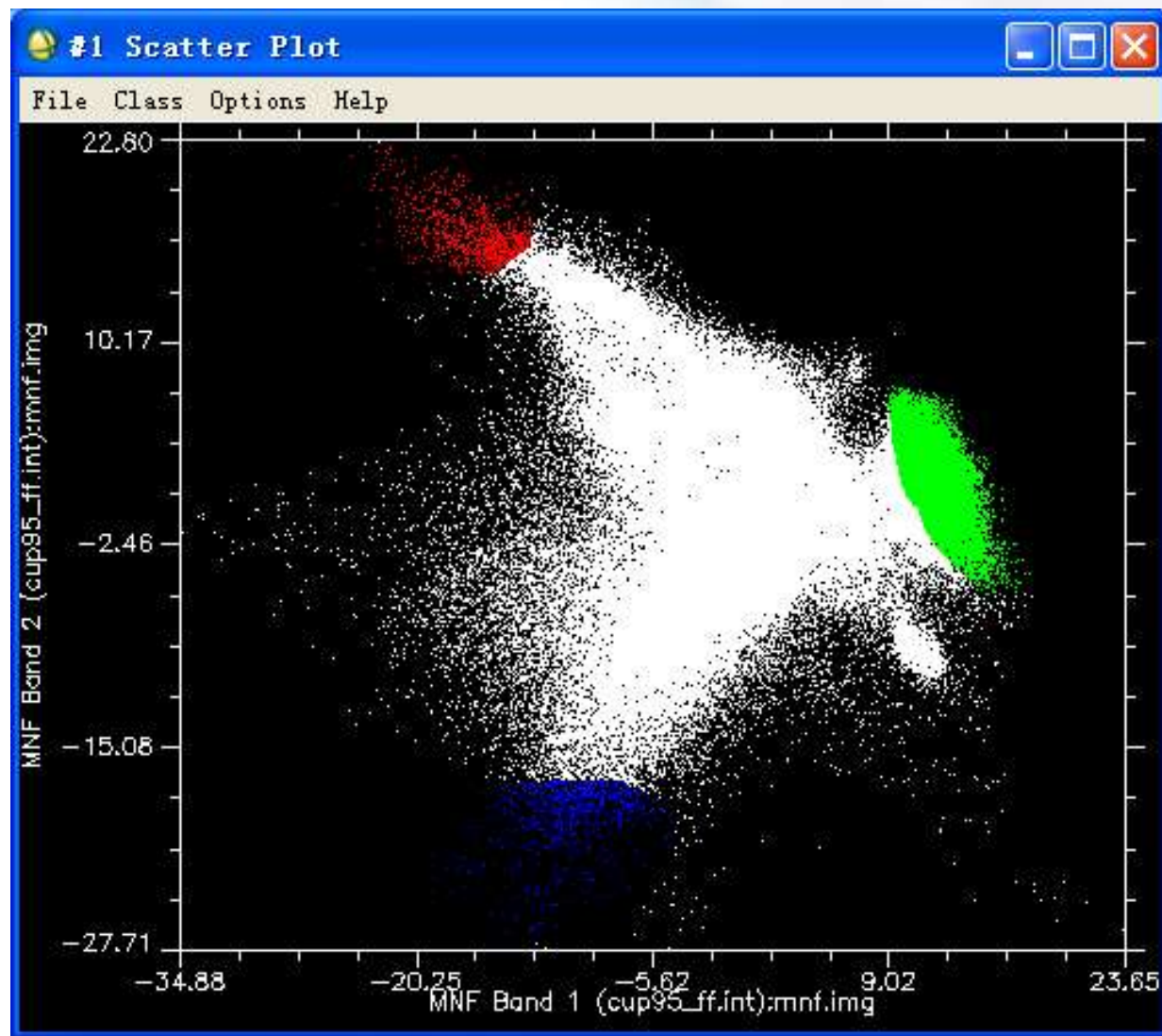
❖ 第二步 构建二维散点图

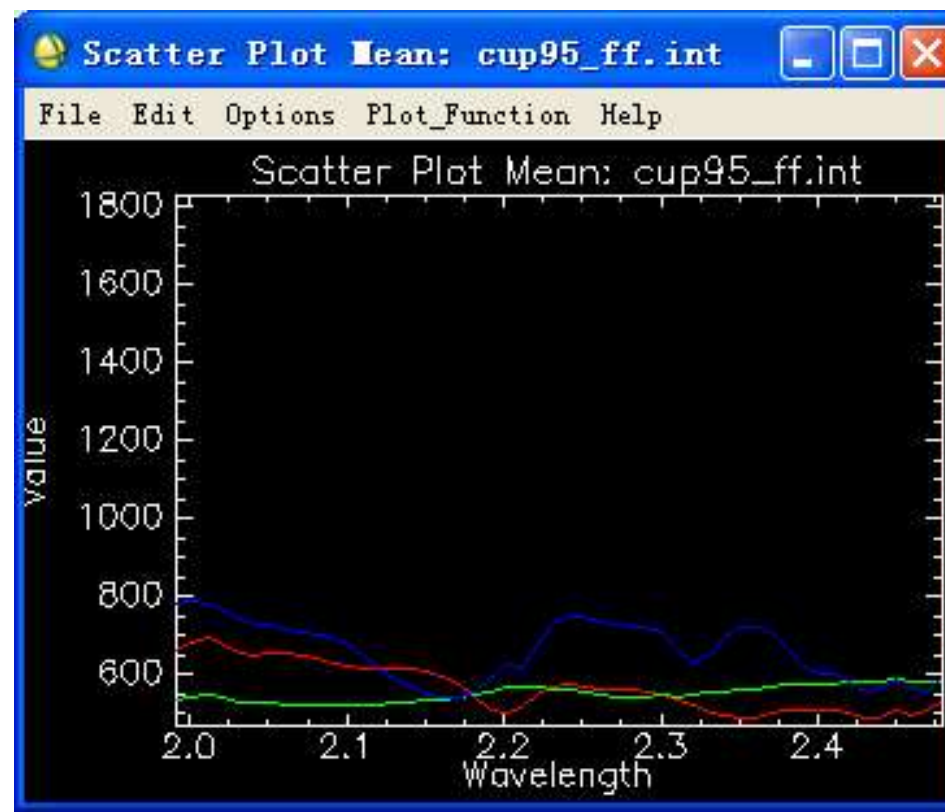
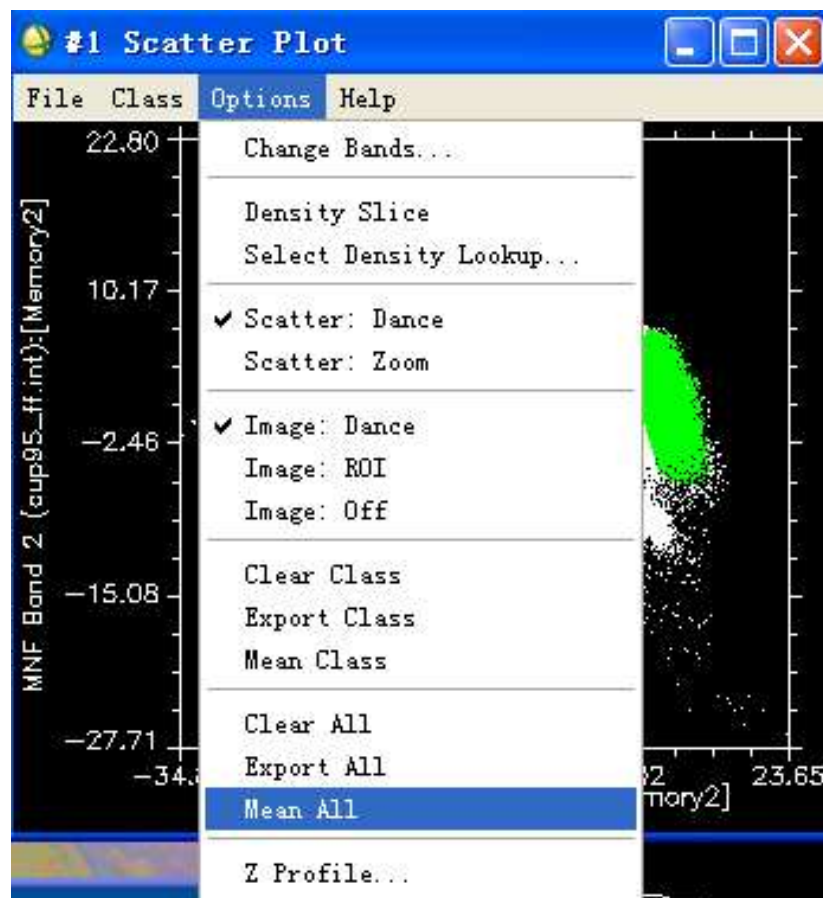
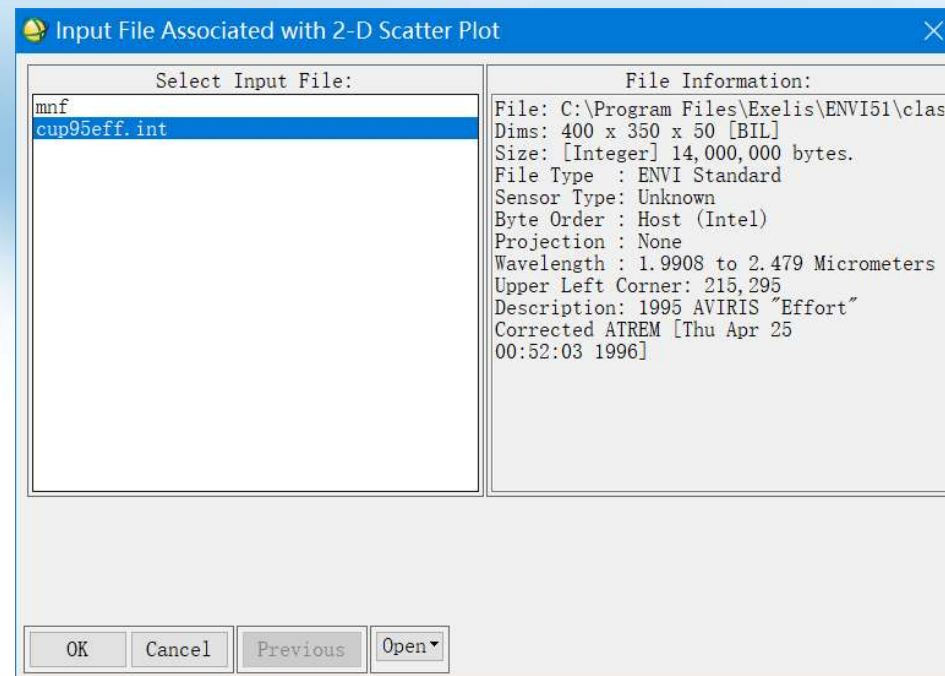






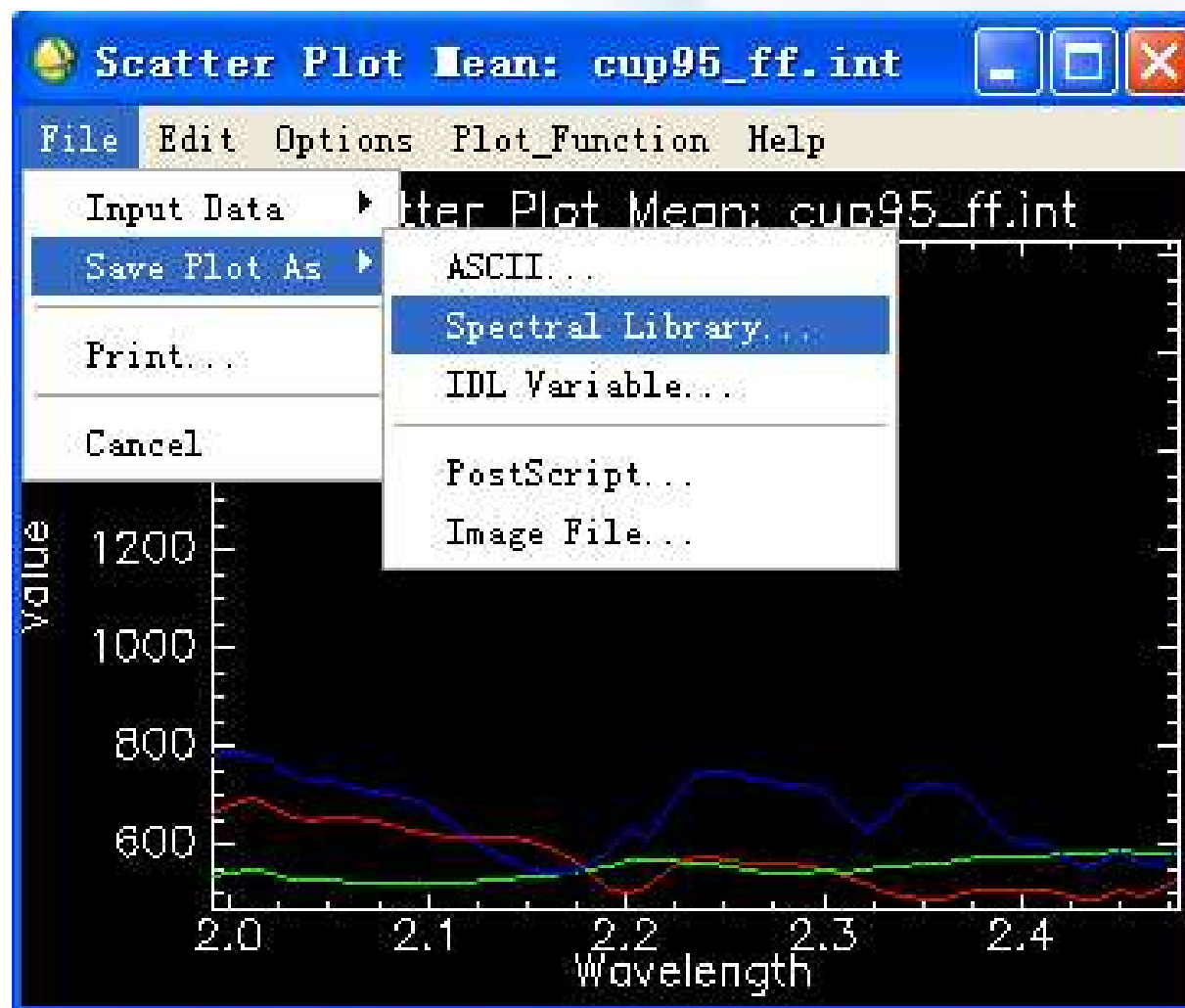
❖ 第三步 选择端元波谱（选择散点图中周围的凸出部分）







❖ 第四步 输出端元波谱





(2) 基于PPI的端元提取

❖ 纯像元指数法(pure pixel index, PPI)是Boardman等人1995年提出的端元提取算法。该算法中纯像元指数是指：在光谱特征空间中被投影到端点的次数。

❖ 主要步骤：

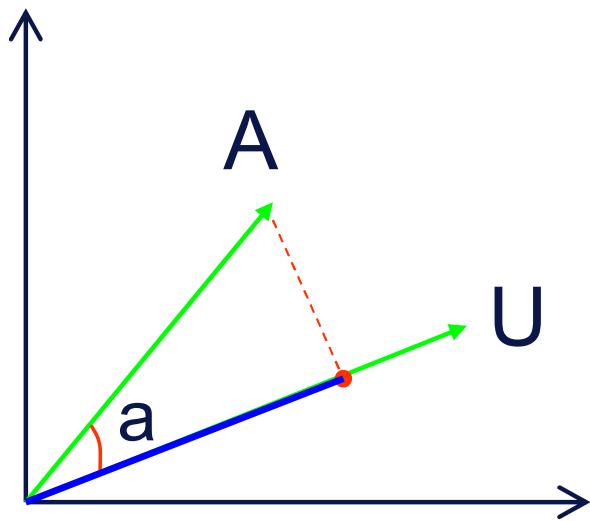
① 降维：

利用MNF（最小噪声分离变换）对高光谱数据进行噪声白化和降维处理，得到低维特征空间。



② 投影运算：

把光谱特征空间中的所有像元点往某一个向量U上投影时，端元就会投影到U的两侧，而混合像元则会投影U的中部。



向量A向U的投影等于A的模乘以向量夹角余弦。



③ 投影结果统计

让图像在 n 个随机的单位向量上投影，并且记下每个像元被投影到端点的次数，即纯像元指数。

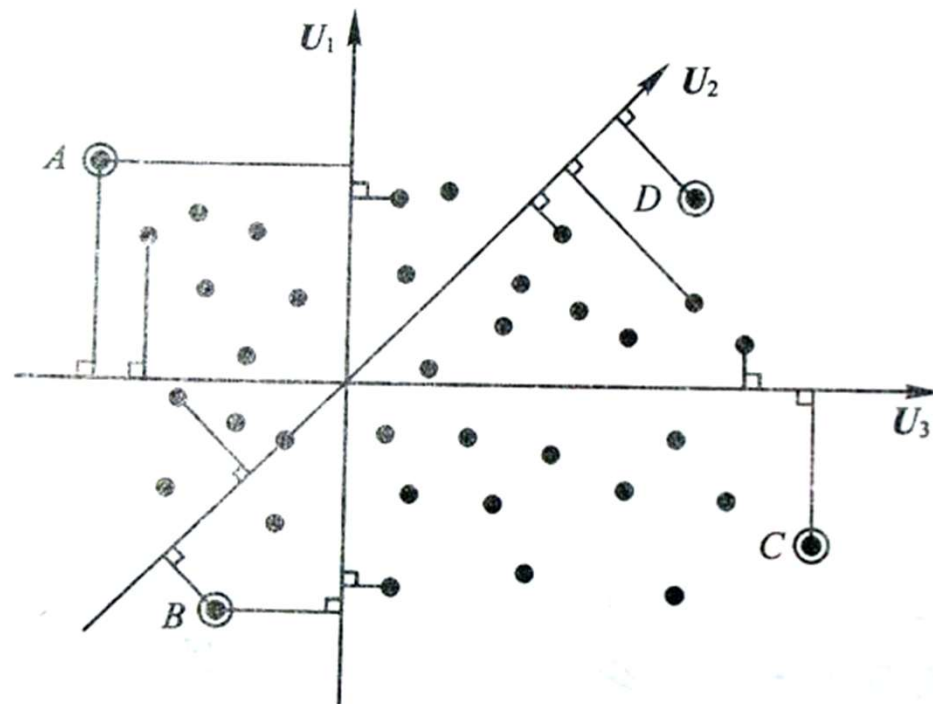
④ 确定端元

像元的纯像元指数越高，说明它是端元的概率越大，选择纯像元指数最高的几个像元作为端元。



以3个随机的单位向量为例：

- ❖ U_1 、 U_2 和 U_3 是三个随机的单位向量，所有的像元点向 U_1 、 U_2 和 U_3 三个方向投影。被投影到端点的数据点被记录。（画圈的点A、B、C、D）



端点： U_1 : U_2 : U_3 :

纯像元指数： A: B: C: D:

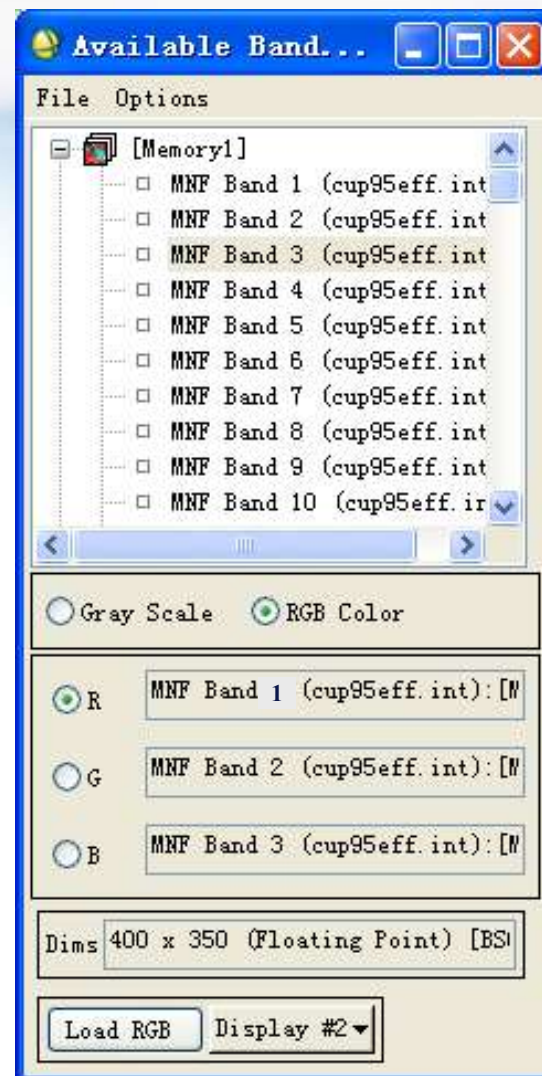
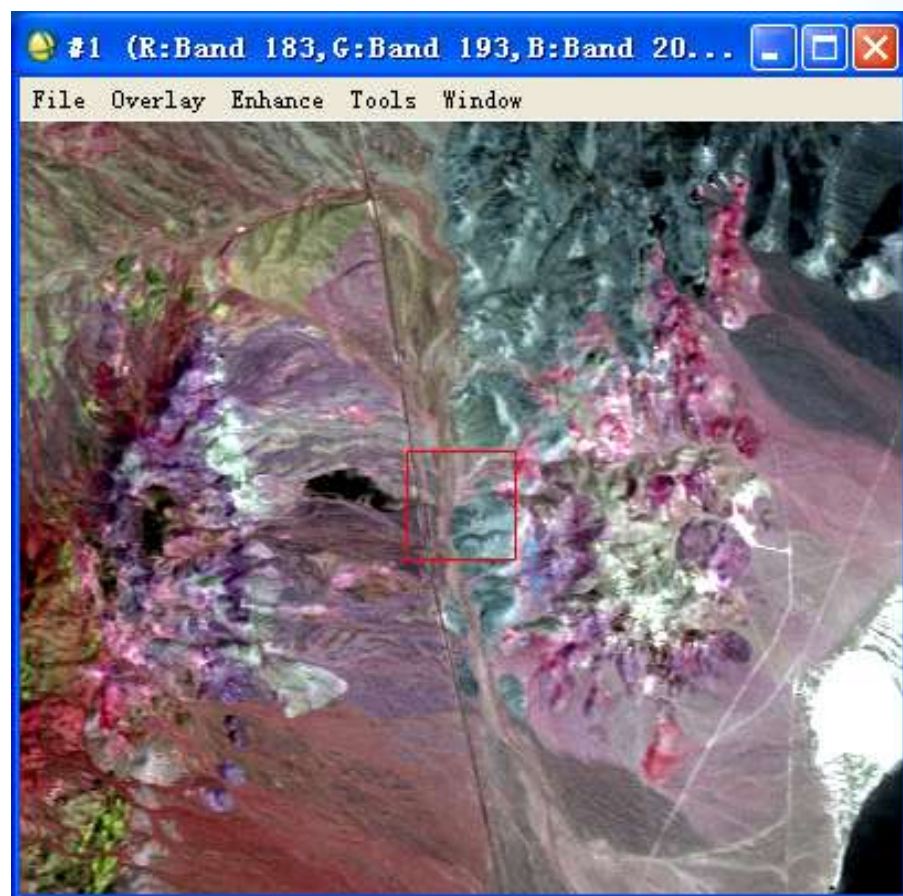


在ENVI中借助纯净像元指数（PPI）和n维可视化工具用于端元波谱收集。

- ❖ 第一步 MNF（最小噪声分离）变换
- ❖ 第二步 获取PPI纯净像元指数
- ❖ 第三步 通过N维可视化选择端元波谱



❖ 第一步 MNF (最小噪声分离) 变换





❖ 第二步 获取PPI纯净像元指数

➤ **Spectral/Pixel Purity Index/Fast New Output Band**

(选择MNF变换结果的前11个波段)

➤ **计算时需要输入的参数**

■ 进行迭代的次数

指数据被映射到随机向量的次数，
迭代次数越多，越能较好地发现极
值像元，一般高光谱数据制图时，
需要上千次迭代。

■ 设置阈值系数极值（像元的域值）

Fast Pixel Purity Index Parameters

Number of Iterations 10000

Threshold Factor 3

X Resize Factor 1.0000

Y Resize Factor 1.0000

Output Result to ☒ File ☐ Memory

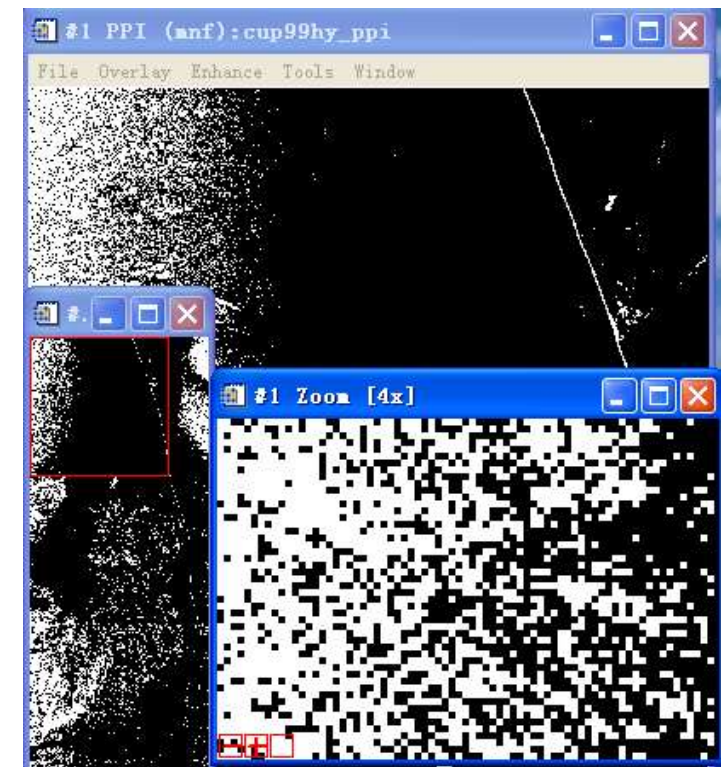
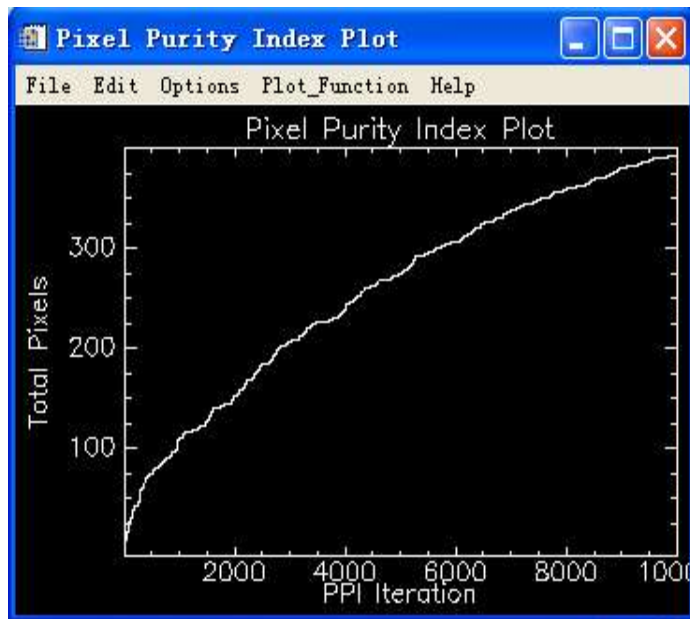
Enter Output Filename Choose

I:\第七章 练习数据\PPI

OK Queue Cancel Help



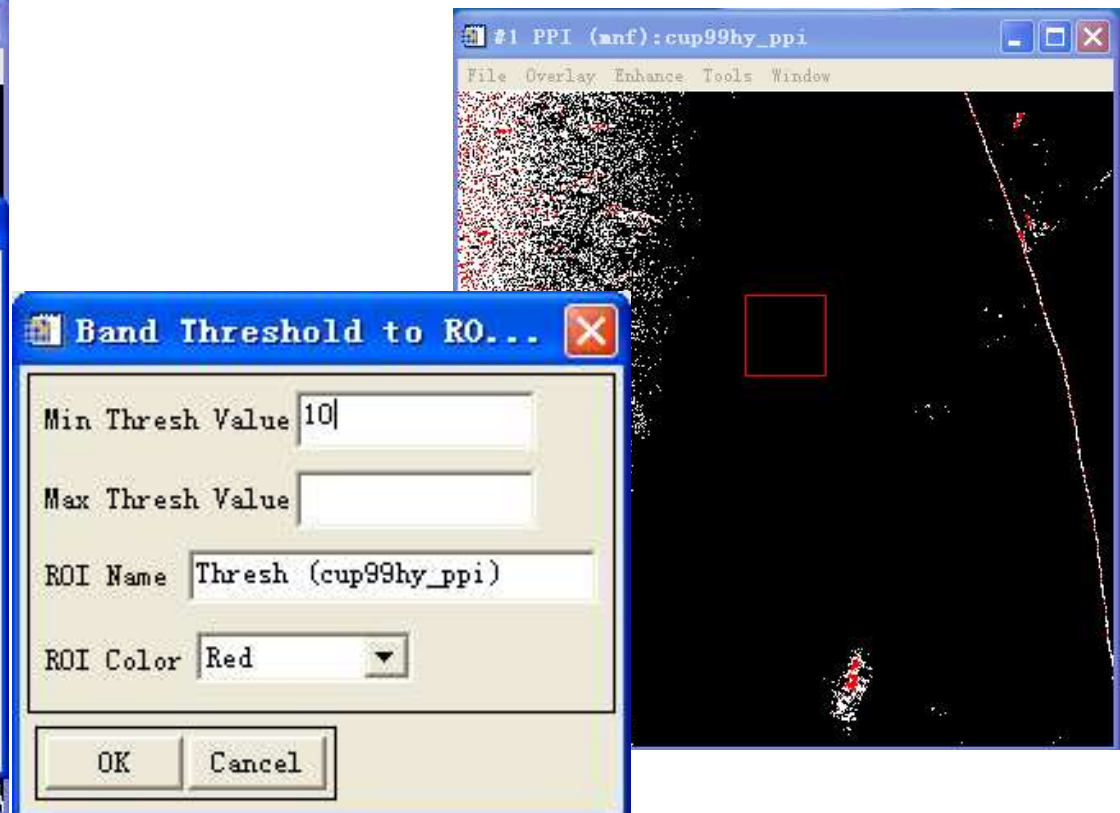
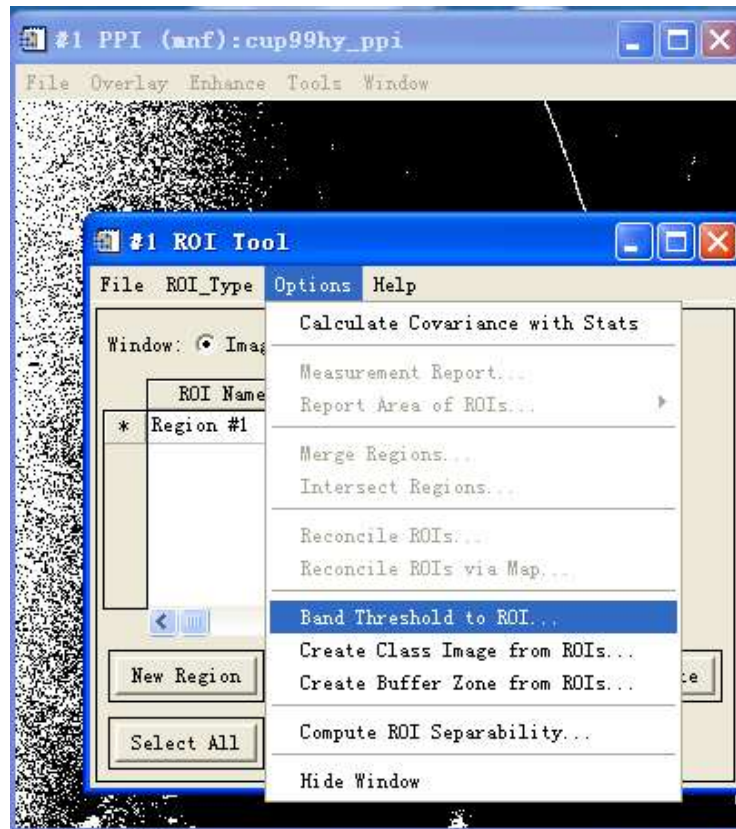
- 处理时会出现纯净像元指数图
 - X- 像元迭代次数,Y-极值像元总数
 - 该图显示了PPI的迭代次数的函数
 - 当所有极值像元都已经找到后,它应该接近于一条水平线
- 生成的结果是一幅灰度的影像, 像元DN值越大, 说明它是端元的概率越大。





➤ PPI纯净像元指数提取ROI

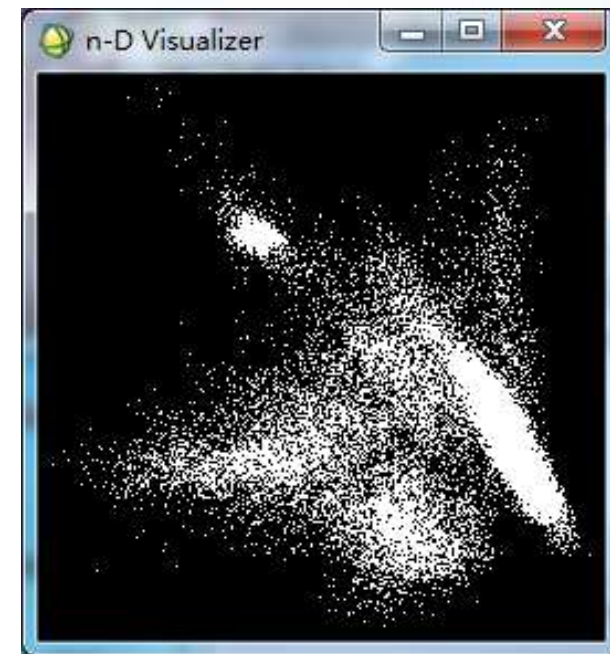
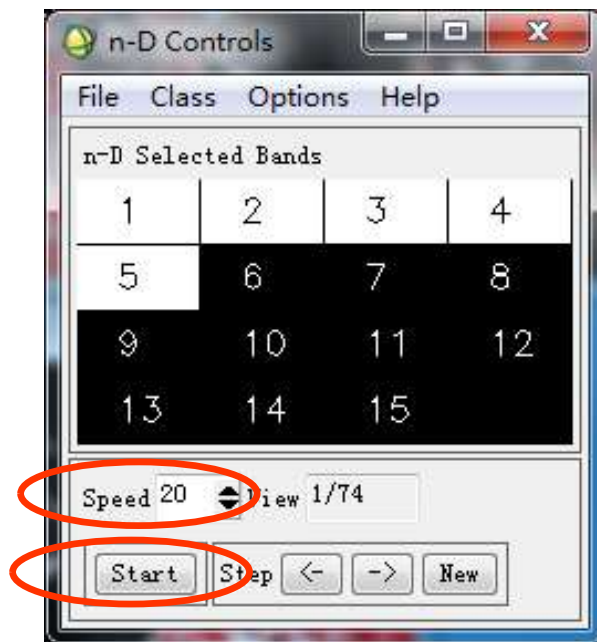
- 设置波段域值提取PPI_ROI
- 通常只设最小值（值越大，像元越纯净）





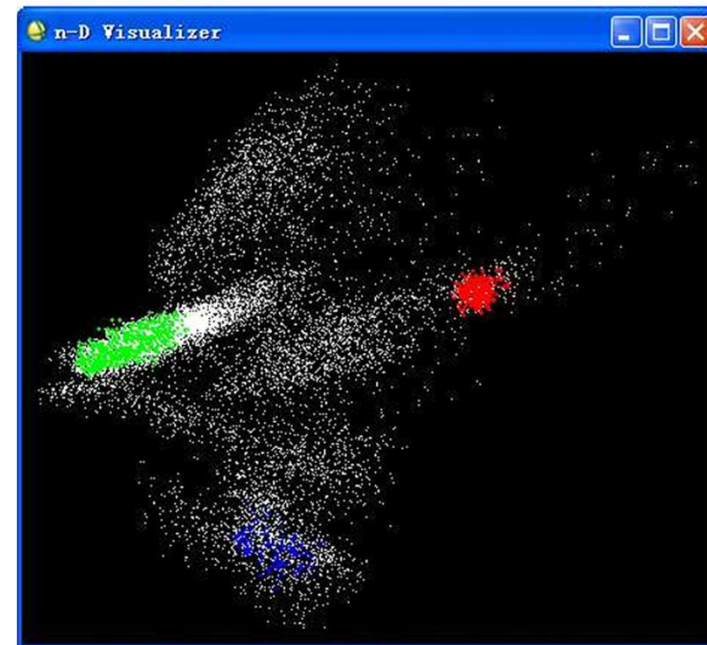
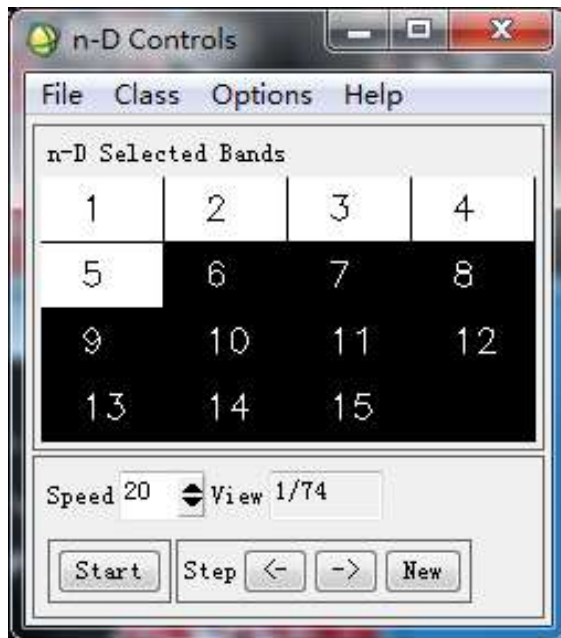
❖ 第三步 通过N维可视化选择端元波谱

提取PPI_ROI后打开N维可视化器（Spectral/ n-D Visualizer），选择MNF变换结果。在N维可视化面板中，选择1、2、3、4、5波段，构建5维散点图。





- **start**→点云部分聚集→**stop**→勾绘区域
- 修改: **class** →白色
- **new class** → 3个端元用不同颜色勾绘
- **mean all**, 生成3条地物平均波谱曲线, 保存为波谱库文件
- **Spectral Analyst**波谱分析, 端元识别, 修改每个端元名称





(3) 基于连续最大角凸锥 (SMACC) 的端元提取

- ❖ 该方法是基于凸锥模型（也称为残余最小化）借助约束条件识别图像端元波谱。
- ❖ 可以把整幅影像看作由离散的非负向量构成的凸锥，通过遥感图像的物理特性找到凸锥的边界点即顶点（角点），来自动获取图像的端元。

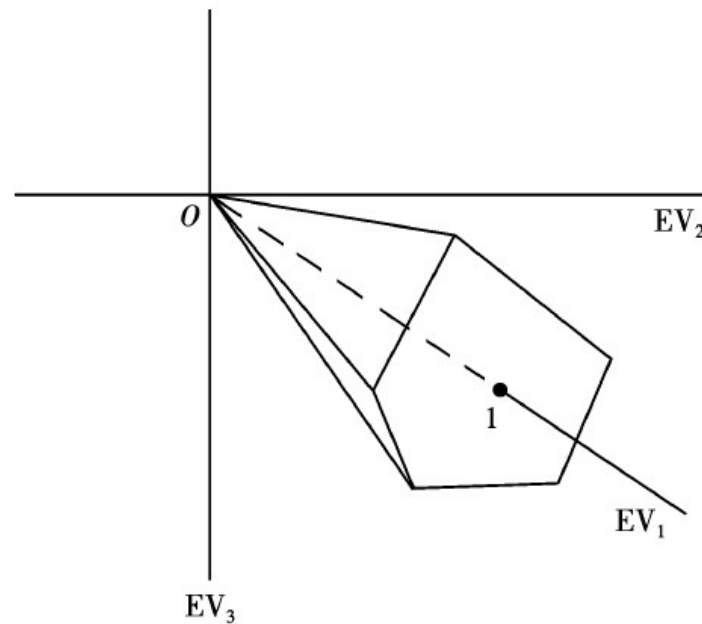


图 1 三维凸锥

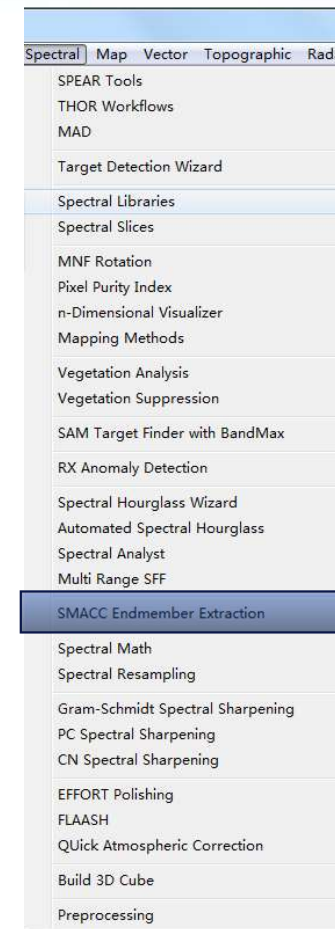


- ❖ **连续最大角凸锥法**是不需要进行降维处理，是一种快速端元提取算法。可以在提取端元波谱的同时得到丰度图像结果。
- ❖ 采用极点来确定凸锥，并以此定义第一个端元波谱；然后，在现有锥体中应用一个具有约束条件的斜投影生成下一个端元波谱；继续增加锥体生成新的端元波谱。重复这个过程直至生成的凸锥中包括了已有的终端单元（满足一定的容差），或者直至满足了指定的端元波谱类别个数。



通俗的解释，SMACC方法首先找到图像中最亮的像元，然后找到和最亮的像元差别最大的像元；继续再找到与前两种像素差别最大的像素。重复该方法直至SMACC找到一个在前面查找像素过程已经找到的像素，或者端元波谱数量已经满足。SMACC方法找到的像素波谱转成波谱库文件格式的端元波谱。

➤ Spetral/SMACC Endmember Extraction





➤ Spetral/SMACC Endmember Extraction

提取端元数量

误差容限值

分离端元波谱
的约束条件

合并相似端元
波谱

SMACC Endmember Extraction Parameters

Number of Endmembers: 15

RMS Error Tolerance: 0.000000

Unmixing Constraint For Endmembers:

- ☐ Positivity Only
- ☒ Sum to Unity or Less
- ☐ Sum to Unity

Coalesce Redundant Endmembers: ☒

SAM Coalesce Value: 0.100000

Endmember Location ROIs:

Enter Output Filename: Choose

Endmember_roi.roi

Abundance Image:

Output Result to: ☒ File ☐ Memory

Enter Output Filename: Choose

Abundance_Image.img

Select Output Spectral Library:

Output Result to: ☒ File ☐ Memory

Enter Output Filename: Choose

Endmember_spe.sli

OK Queue Cancel

仅把正值作为约束条件

等于或小于每个像素计算得到每种物质的组分之和



(4) 基于最大距离的端元提取

- ❖ 基于几何顶点的方法在进行端元提取时，需进行降维处理，这正是该方法可能引起偏差（比如忽视小目标）的重要因素。
- ❖ 最大距离法则弥补了前述方法需要降维的缺陷，是一种快速端元提取算法。基本思想是寻找当前数据点的最大距离点来提取端元。



❖ 主要步骤:

- A. 首先, 求出所有像元的平均光谱向量, 记为 \mathbf{e}_0 ;
- B. 然后, 计算 \mathbf{e}_0 与其它点的距离, 离 \mathbf{e}_0 最远的点记为 \mathbf{e}_1 ;
- C. 计算 \mathbf{e}_1 与其它点的距离, 离 \mathbf{e}_1 最远的点记为 \mathbf{e}_2 ;
- D. \mathbf{e}_1 与 \mathbf{e}_2 确定直线 L , 找出离直线 L 最远的点记为 \mathbf{e}_3 ;
- E. \mathbf{e}_1 、 \mathbf{e}_2 与 \mathbf{e}_3 确定平面 S , 找出离平面 S 最远的点记为 \mathbf{e}_4 ;
- F. \mathbf{e}_1 、 \mathbf{e}_2 、 \mathbf{e}_3 与 \mathbf{e}_4 确定四面体 V

⋮

最终, 选择 \mathbf{e}_1 、 \mathbf{e}_2 、 \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_m 作为 m 个端元



❖ 高维空间中点到超平面距离的计算

设现有端元向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_M$ 构成 L 维空间中的超平面 S 。其中， $\mathbf{e}_i = (e_{1i}, e_{2i}, \dots, e_{Li})$ ， L 是波段数。

p 是 L 维空间中的一个点，坐标为 (p_1, p_2, \dots, p_L) 。

如何求点 p 到超平面 S 的距离？

- 过点 p 到超平面 S 的垂线方程
- 超平面 S 的方程



基于最大距离的端元提取方法有何优缺点？

优点：

- 无需降维处理
- 保留小目标信息
- 算法直观易懂

缺点：

- 计算复杂度
- 对噪声敏感
- 可能陷入局部最优



(5) 基于迭代误差分析的端元提取

❖ 迭代误差分析是一种不需要对原始数据进行降维或去冗余而直接对数据进行处理的一端元提取算法。该算法的基本思想是利用均方根误差来逐个搜索端元，通过对当前端元分解结果的误差评估来决定后续端元的选择。

❖ 主要步骤：

① 初始向量的选择：

首先计算整个数据的平均光谱作为初始向量，用它来构成式中的端元矩阵；



② 计算误差

依照当前端元矩阵进行光谱解混，求得丰度，并计算每个像元的RMS；

③ 统计误差最大点

将RMS误差最大的若干个记录点记录下来，选择出与最大误差点光谱夹角小于阈值的点构成集合G；



④ 形成新的端元矩阵

将G中的点的均值向量作为新的端元光谱，加入到端元矩阵中；

⑤ 不断重复上述过程

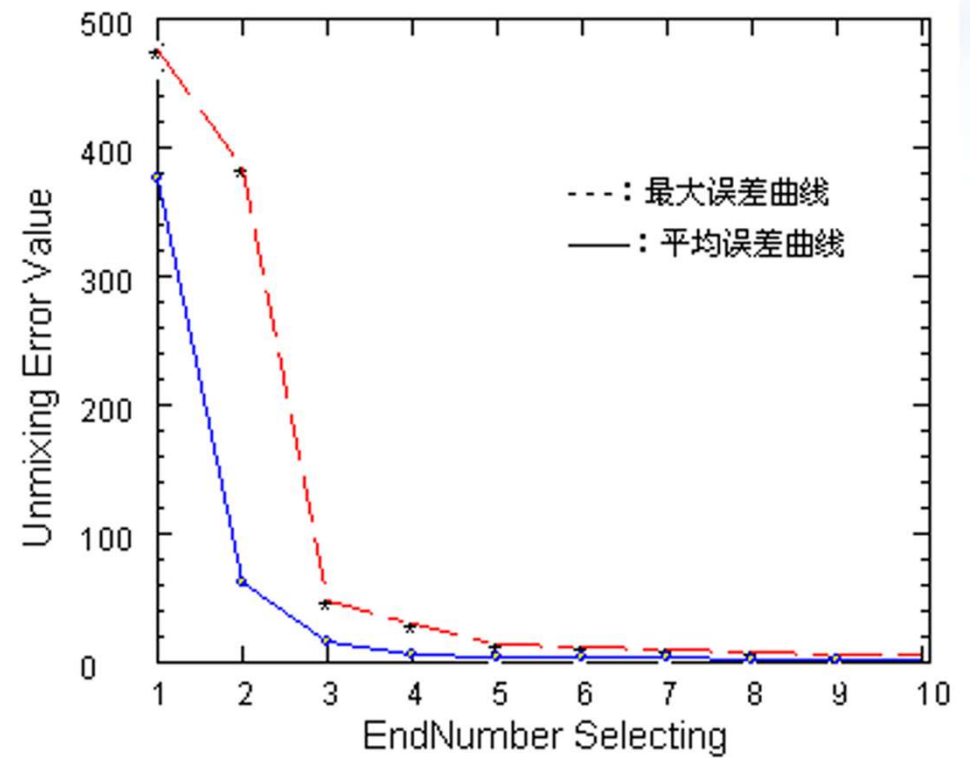
直至找到规定数量的端元或者RMS小于域值。



❖ 选择端元实例



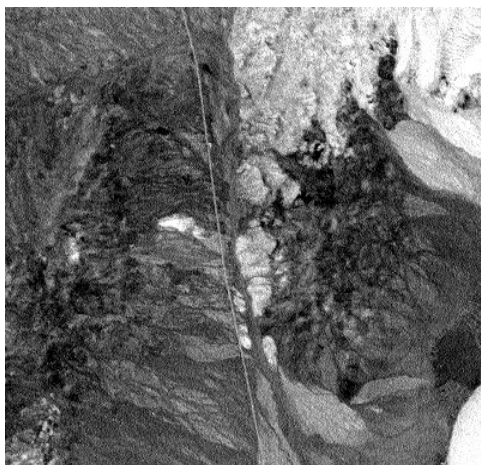
AVIRIS高光谱数据



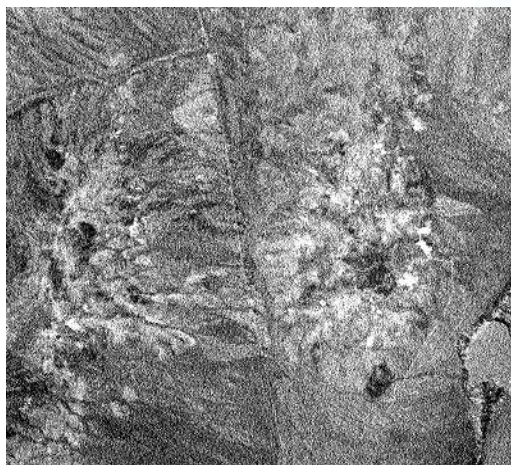
误差随端元增加而减小的曲线



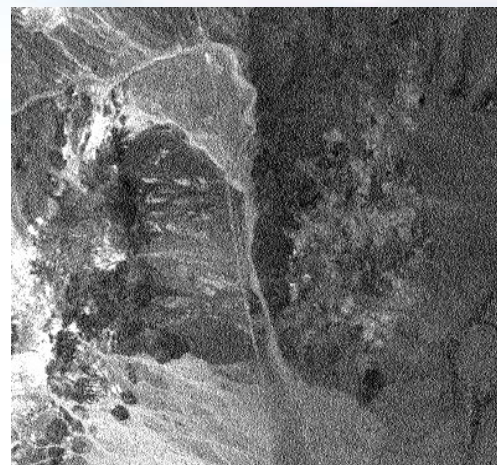
❖ 提取的端元分布图



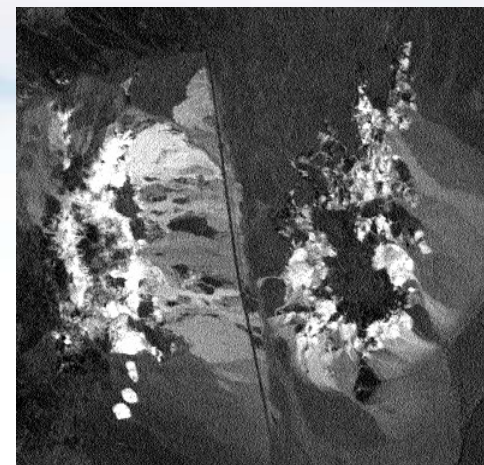
a



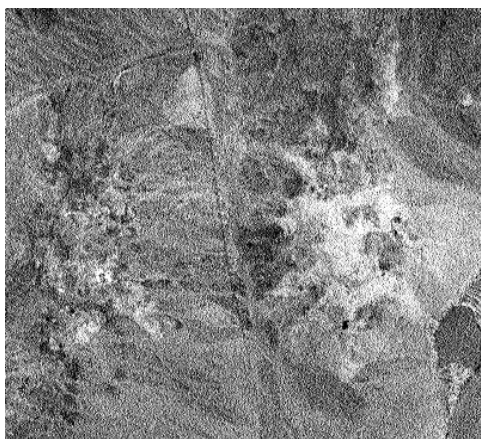
b



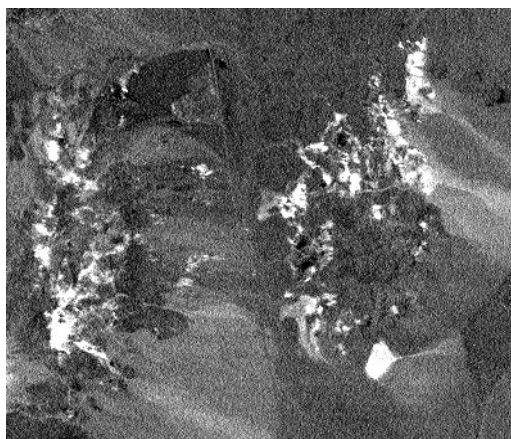
c



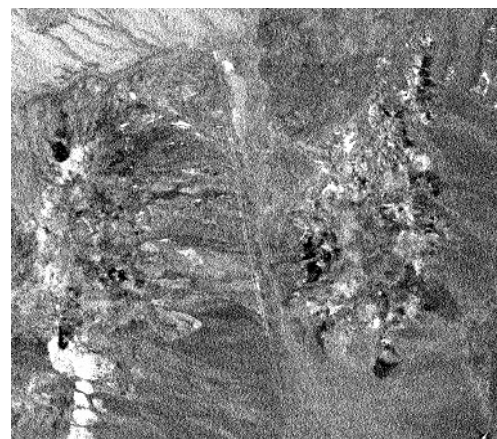
d



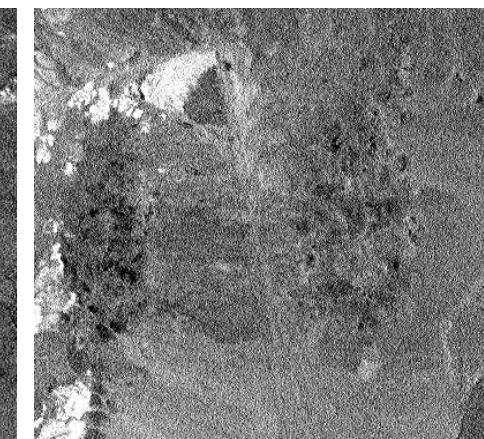
e



f



g



h

a: 山体、阴影; b: 黄钾铁矾; c: 针铁矿; d: 明矾; e: 白云母;
f: 玉髓; g: 高岭石; h: 方解石



线性光谱解混

线性光谱混合模型是将混合光谱视为端元光谱按照其丰度值线性相加的结果。因此，线性光谱解混由两步构成：

第一步，是提取“纯”地物的光谱，即端元提取（包括端元数目、种类）。

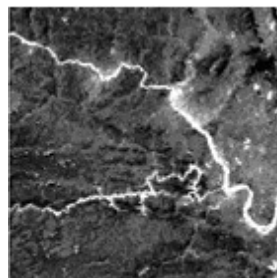
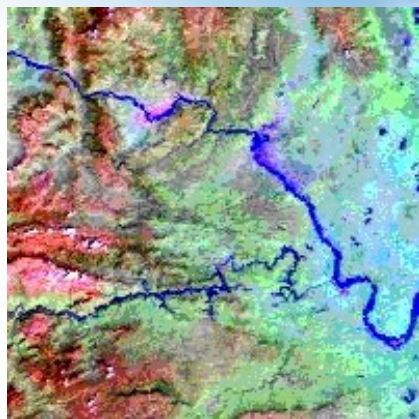
第二步，是用端元的线性组合来表示混合像元，即混合像元分解（丰度的求算）。

1. 端元的提取

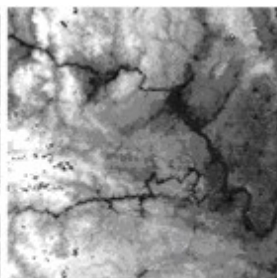
2. 丰度的求算

端元数目、种类

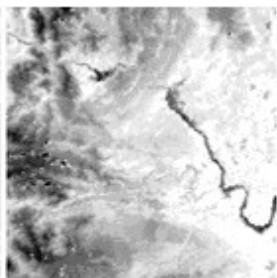
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 & v_1 & s_1 \\ w_2 & v_2 & s_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ w_L & v_L & s_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_w \\ F_v \\ F_s \end{bmatrix}$$



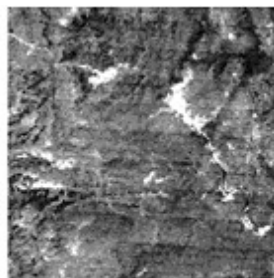
(a) 水体



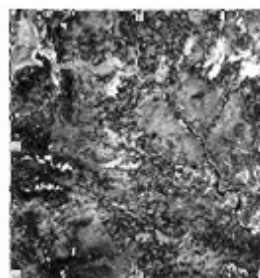
(b) 茂密植被



(c) 稀疏植被



(d) 城区



(e) 均方根误差



5.3.2 丰度的求解

求解的基本思路是类似的，即立足于混合光谱和端元光谱，通过方程组的解算得到丰度。

$$p = \sum_{i=1}^N c_i e_i + n = Ec + n$$

上式是基本的数学表达式，但在实际自然环境中，线性混合模型受到两个**约束条件**的限制：

$0 \leq c_i \leq 1$ \longrightarrow 光谱是能量的表现形式，不可能为负值。

$\sum_{i=1}^N c_i = 1$ \longrightarrow 混合能量的大小是限定的，比例满足归一化。



主要的丰度反演算法：

- (1) 最小二乘法
- (2) 滤波向量法
- (3) 投影寻踪
- (4) 正交子空间投影



(1) 最小二乘法

- ❖ 最小二乘法是一种数学优化技术，用于寻找一组数据的最佳拟合模型。其核心思想是最小化预测值与实际观测值之间的残差平方和，从而确定模型参数的最优解。它在回归分析、曲线拟合、信号处理、遥感解混等领域广泛应用。
- ❖ 最小二乘法的目标是找到一组参数，使得模型预测值与真实数据之间的误差平方和最小。数学表达式为：

$$\min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

其中： y_i 是第 i 个观测值， \hat{y}_i 是模型预测值， n 是数据点的数量。



① 非限制性方法

不利用任何约束条件，仅仅利用线性关系求解丰度的方法称为非限制性方法。

$$p = \sum_{i=1}^N c_i e_i + n = Ec + n$$

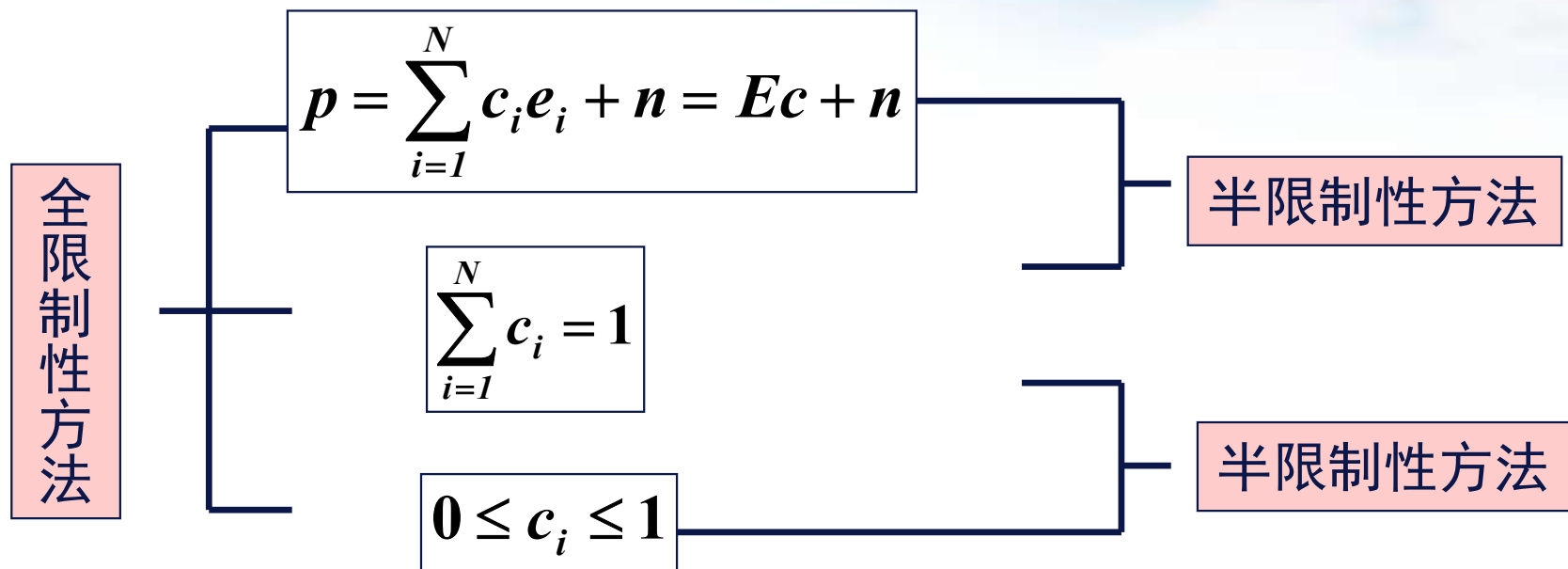
非限制性方法特点：

- 方程解算直接，运算简单
- 不太精确，可能出现有悖于物理意义的解



② 限制性方法

将线性关系和限制性条件综合利用，得到丰度求解结果。



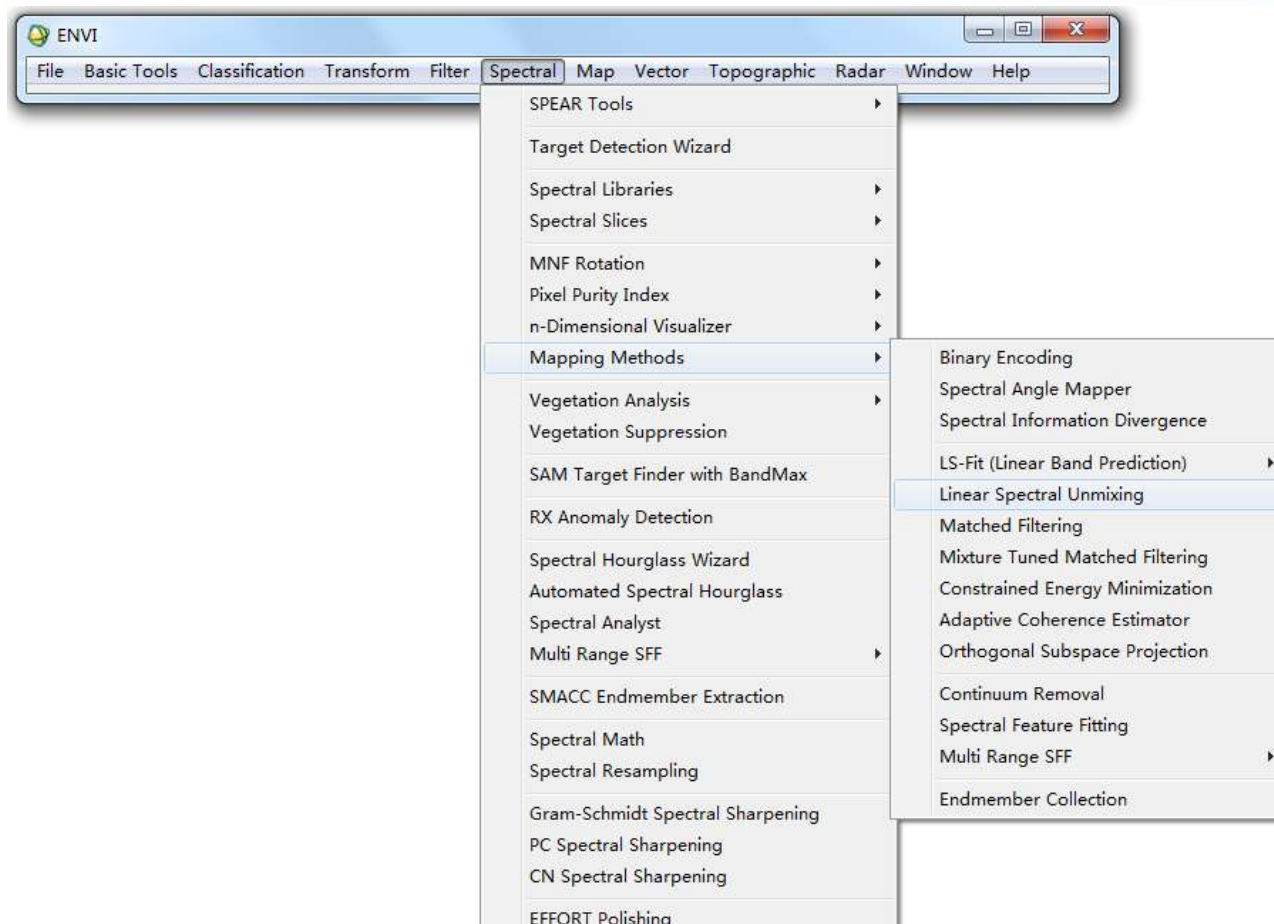
限制性方法特点：

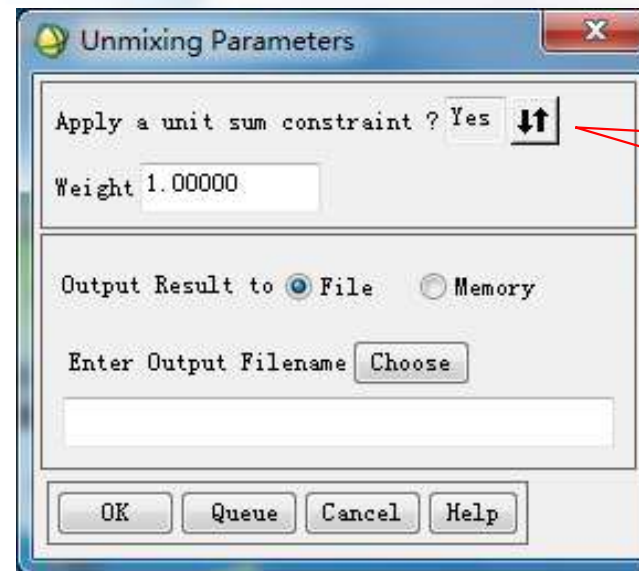
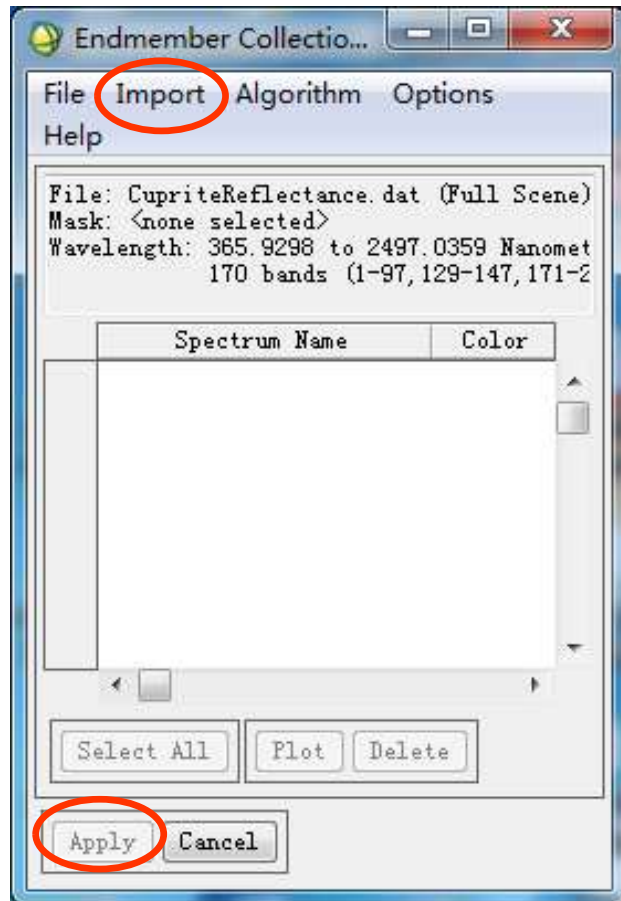
- 具有较高精度
- 解算结果不会违背物理意义
- 解算过程较为复杂,尤其是全限制型分析方法,难以找到解析方法,通常只有数值方法。解算过程涉及数值分析知识,一般需要迭代运算。



在ENVI中可以使用Linear Spectral Unmixing进行最小二乘法的丰度求算。

➤ **Spectral/Mapping methods/Linear Spectral Unmixing**





是否使用总和的限制

No: 不限制，丰度可以为负值，且总和不必限制在1以内。

Yes: 使用总和限制，默认权重为1。



(2) 滤波向量法

滤波向量法是一类基于线性滤波的高光谱混合像元分解技术，通过设计特定的滤波器（向量），从混合光谱中增强目标信号或抑制背景干扰，从而估计端元丰度。常见的方法包括匹配滤波（Matched Filter, MF）、约束能量最小化（Constrained Energy Minimization, CEM）和自适应一致估计（Adaptive Cosine Estimator, ACE）等。

设计一个滤波器向量 $w \in R^{L \times 1}$ ，对观测光谱 r 进行线性滤波：

$$y = w^T r$$

目标：通过优化 w ，使得滤波输出 y 最大化目标端元信号，同时最小化背景和噪声的影响。



滤波向量法本质上是 将光谱投影到一个方向 w ，使得：

- 目标端元 d 的投影尽可能大，
- 背景端元和噪声 的投影尽可能小。

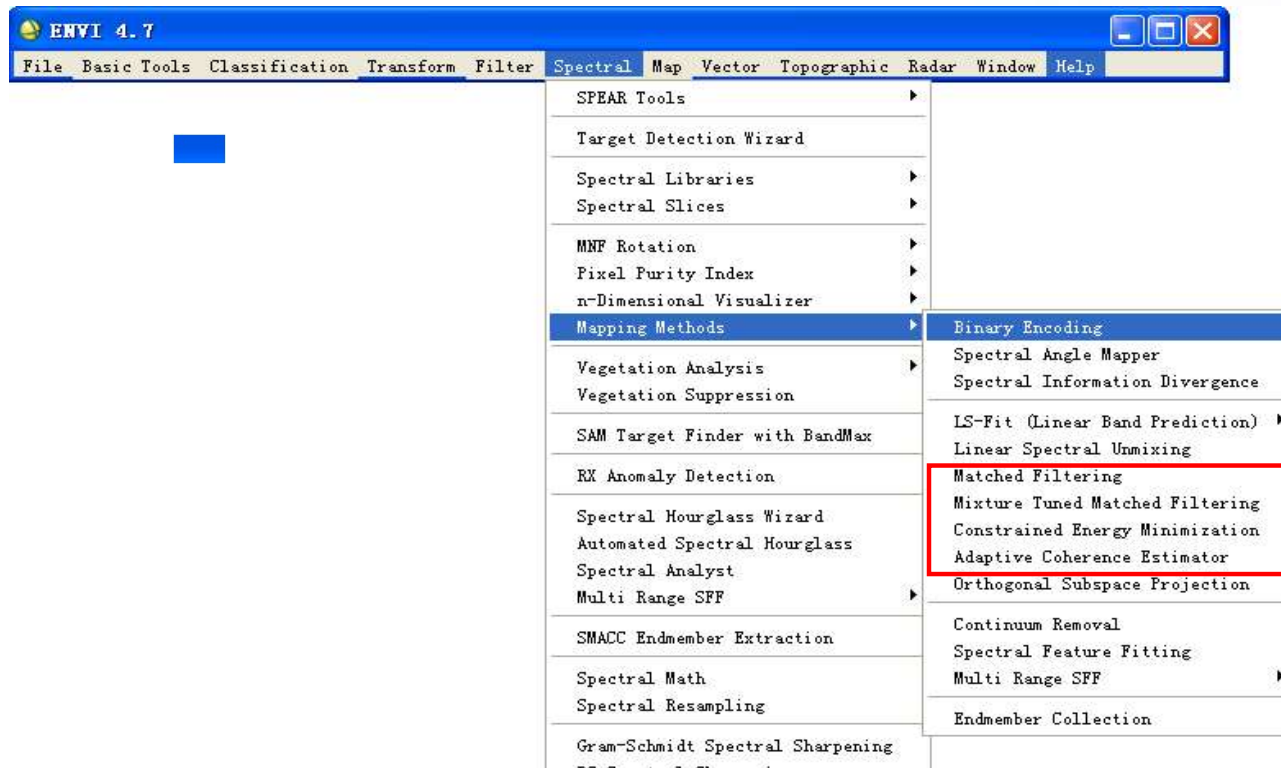
几何意义（以 约束能量最小化 为例）：

- 1.数据空间通过 Σ^{-1} 白化（**Whitening**），使背景噪声各向同性。
- 2.在白化空间中，滤波器 w_{CEM} 指向目标端元方向。
- 3.滤波输出 y 反映像元与目标端元的相似性。



ENVI提供多种滤波向量方法，包括：

- 匹配滤波(Matched Filtering)
- 混合调谐匹配滤波(Mixture Tuned Matched Filtering)
- 最小能量约束法(Constrained Energy Minimization)
- 自适应一致估计(Adaptive Coherence Estimator)





(3) 正交子空间投影

- ❖ 正交子空间投影（**Orthogonal Subspace Projection, OSP**）是一种数学和信号处理技术，用于将向量或信号投影到某个子空间上，同时消除（或抑制）与另一个正交子空间相关的分量。用于丰度估计的原理是**通过投影变换分离目标端元信号与背景干扰**，从而实现对特定端元丰度的精准提取。
- ❖ 最小二乘法的目标是找到一组参数，使得模型预测值与真实数据之间的误差平方和最小。数学表达式为：

$$\min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

其中： y_i 是第 i 个观测值， \hat{y}_i 是模型预测值， n 是数据点的数量。



5.4 线性光谱解混在高光谱图像分析中的应用

5.4.1 图像反射率转换

借助地面某些已知地物光谱反射率，来计算图像地物反射率。设从图像上找到了C类纯像元即端元类型，其光谱反射率已知 ρ_i 为（i表示端元的序号），对应的辐射量为 L_i ，则

$$b + kL_i = \sum_{i=1}^C f_{i,j} \rho_i + E_i$$

❖ 将反射率表示为物理端元及丰度的形式。反演精度严重依赖于端元选择精度。

问题：①方程中的已知数和未知数分别是什么？

②对于一个固定的像元来讲，各种端元的丰度是否随波段变化？



5.4.2 地物分类

由于混合像元的客观存在，如果用传统的统计模式识别方法往往会发生错误分类。近年来一些学者提出了类型分解的思想，它根据各类地物在混合像元中所占的比例来确定混合像元的类型，即把混合像元分配到类型比最大的那一类地物中去。其分类方法有最小二乘法、二次规划法和模糊数学法等多种方法。

模糊数学法将丰度与模糊分类的隶属度函数建立联系。样本纯化：初始样本视为“准纯样本”，在混合像元分解后，样本可视为“模糊样本”，依据“模糊样本”分类可提高精度。



5.4.3 低概率目标识别

- ❖ 低概率目标是指在图像中占据极少像元的目标（有时甚至是亚像元级的目标），这些目标看起来虽然无关紧要，但往往正是要监测的目标。
- ❖ 在高光谱图像处理领域，利用最小二乘原理构建检测算子的方法有很多，其中以Harsanyi 和Chang提出的正交子空间投影（OSP）算法及其系列算法使用的最为广泛。
- ❖ OSP算法一般分为两步：第一步是利用正交子空间投影来抑制背景，第二步是利用匹配滤波来突出目标。



- ❖ 类似于统计方式的检测方法，这一类异常检测方法也需要使用目标与背景分离的线性混合模型：

$$x = Sa + w = da_d + Ua_u + w$$

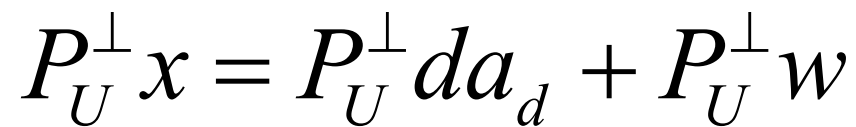
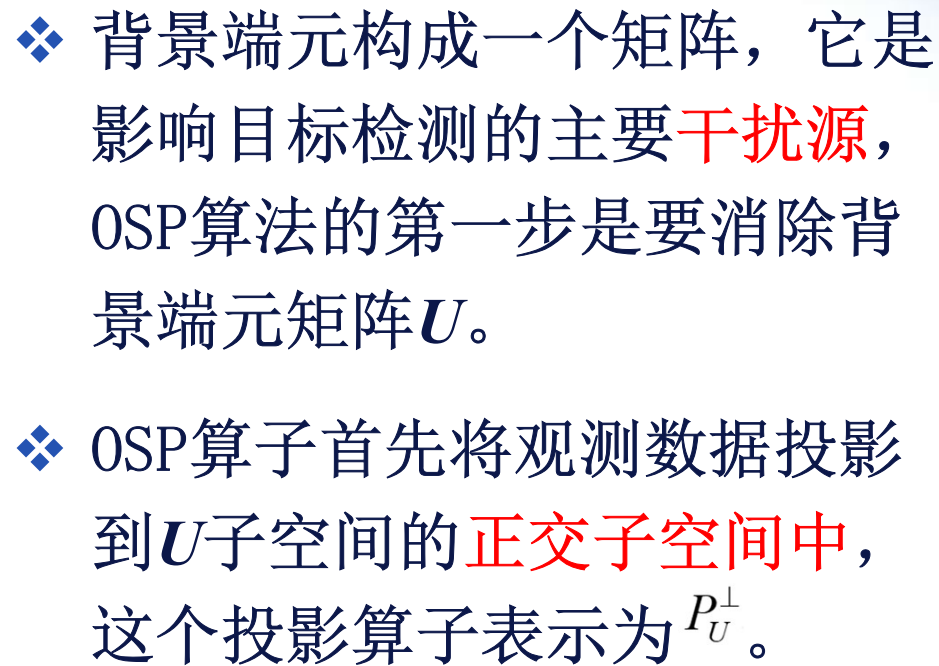
d 为目标光谱向量

U 为背景端元矩阵

w 为白噪声

目标
信息

背景
信息





OSP算法第一步:

❖ P_U^\perp 矩阵的构建:

$$P_U^\perp = (I - U U^\#)$$

❖ 其中: #代表求矩阵的伪逆矩阵:

$$U^\# = (U^T U)^{-1} U^T$$

这一算子与最小均方理论中的正交补算子相似。



OSP算法第二步:

❖ OSP第二步是找到一个 $1 * l$ 维的向量 n 使得输出的信噪比最大:

$$n^T P_U^\perp x = n^T P_U^\perp d a_d + n^T P_U^\perp w$$

$$SNR = \lambda = \frac{n^T P d a_d^2 d^T P^T n}{n^T P E\{w w^T\} P^T n} = \frac{a_d^2}{\sigma_w^2} \frac{n^T P d d^T P^T n}{n^T P P^T n}$$

$$n^T = \kappa d^T$$



两步合成的OSP算法:

❖ OSP算子形式:

$$q^T = d^T P_U^\perp$$

❖ 该算子作用于混合模型公式:

$$\delta_{OSP}(x) = d^T P_U^\perp x = (d^T P_U^\perp d) a_d + d^T P_U^\perp w$$



- ❖ OSP算法的作用是将图像中所有像素向量投影到一组矢量方向（由目标向量和背景向量共同确定）上，算法将高光谱图像立方体转化成为多幅投影图像，每一个投影图像就代表一种目标的结果。

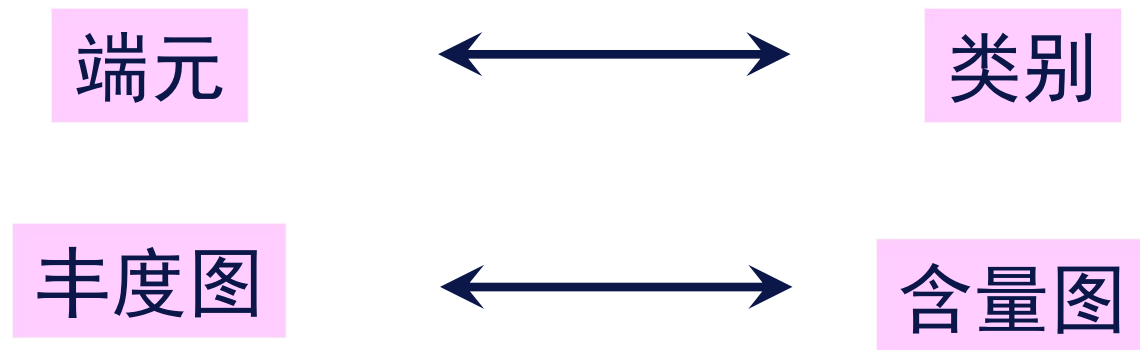
$$q^T = d^T P_U^\perp$$

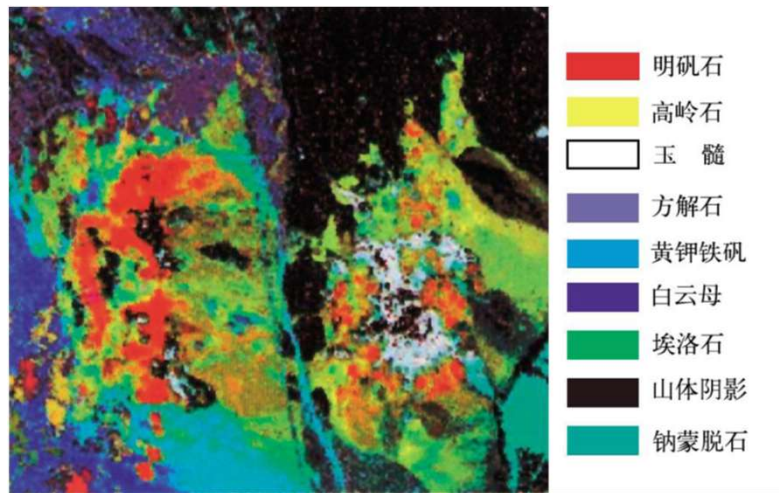
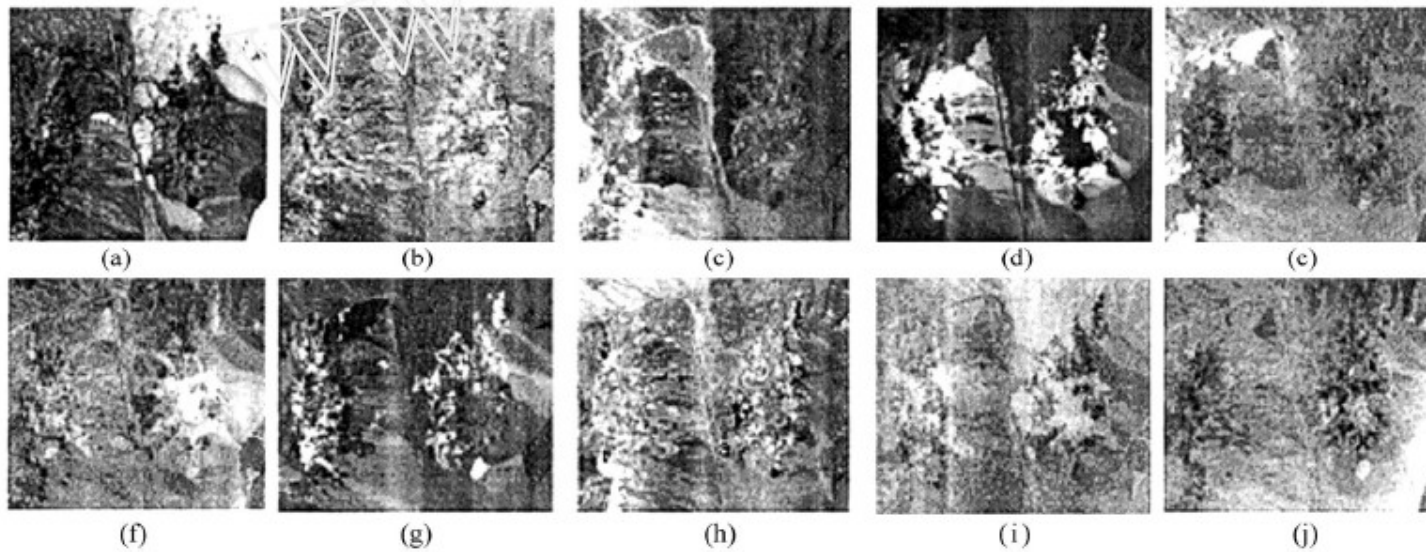
先验光谱信息的不同，产生不同的检测效果



5.4.3 地物分布填图

针对某种端元，将每个像元的丰度量化为灰度，则可以形成丰度影像，作为地物填图结果。





各端元分别为：

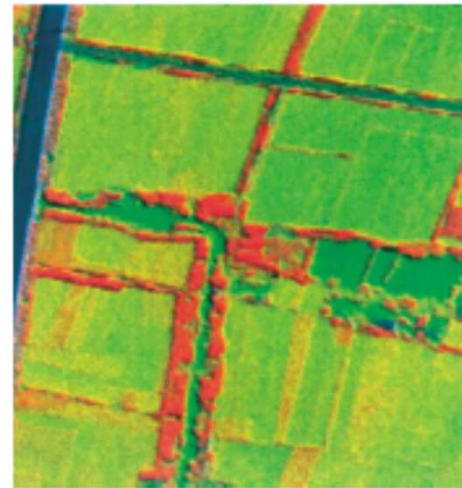
(a) 山体、阴影；(b) 黄钾铁矾；(c) 针铁矿；(d) 明矾；(e) 白云母；(f) 玉髓；(g) 高岭石；(h) 方解石



(a) 道路; (b) 水体; (c) 菜地; (d) 稻田; (e) 土壤、稀疏草地



误差图像



前三个端元的假彩色图