

习题 1.2

1、选择题

(1) 数列 $\{x_n\}$ 收敛是 $\{x_n\}$ 有界的 ().

- A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 无关条件

(2) 设 $x_n = \begin{cases} \frac{1}{n}, & \text{当 } n \text{ 为奇数} \\ 10^{-10}, & \text{当 } n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 则 ().

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 10^{-10}$

- C. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \begin{cases} 0, & \text{当 } n \text{ 为奇数} \\ 10^{-10}, & \text{当 } n \text{ 为偶数} \end{cases}$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 不存在

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = a (a \neq 0)$, 则 ().

- A. 数列 $\{x_n\}$ 收敛 B. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -a$ D. 数列 $\{x_n\}$ 可能收敛, 也可能发散

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$, 则下列说法错误的是 ().

- A. 数列 $\{x_{2n}\}$ 必收敛 B. $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = 0$
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} -x_n = 0$ D. 数列 $\{x_n\}$ 可能收敛, 也可能发散

(5) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1-a}{2a}\right)^n = 0$, 则 a 的取值范围是 ().

- A. $a = 1$ B. $a < -1$ 或 $a > \frac{1}{3}$
C. $-1 < a < \frac{1}{3}$ D. $a < -\frac{1}{3}$ 或 $a > 1$

(6) 设 $\{x_n\}$ 是数列, 下列命题不正确的是 ().

- A. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n+1} = a$

- B. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n+1} = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$

- C. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n+1} = a$

- D. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n+1} = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$

2、 判断题

(1) 设数列 $\{x_n\}$, 对 $\forall \varepsilon > 0$, $\exists N \in \mathbb{N}^+$, 当 $n > N$ 时, 有无穷多个 x_n 满足 $|x_n - a| < \varepsilon$,

则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$. ()

(2) 数列 $\{x_n\}$, 对 $\forall \varepsilon > 0$, $\{x_n\}$ 中仅有有限个 x_n 不满足 $|x_n - a| < \varepsilon$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$. ()

(3) 无界数列 $\{x_n\}$ 必发散. ()

(4) 发散数列 $\{x_n\}$ 必无界. ()

(5) 设 $\{x_n\}$ 是正数列, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 则 $a > 0$. ()

(6) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 则数列 $\{x_n\}$ 必收敛. ()

(7) 数列 $\{x_n\}$ 收敛的充要条件是数列 $\{x_{2n}\}$ 和数列 $\{x_{2n+1}\}$ 均收敛. ()

3、 解答题

(1) 已知数列 $1.9, 1.99, 1.999, \dots, \overbrace{1.99 \dots 99}^{n \text{ 个}}, \dots$,

① 写出它的通项 x_n ;

② 计算 $|x_n - 2|$;

③ 第几项后所有的项与 2 的差的绝对值小于 0.001?

④ 指出这个数列的极限并用 “ $\varepsilon - N$ ” 语言加以证明.