

习题 7.7

1. 判断题

(1) 微分方程 $y'' + 4y = 0$ 的通解是 $C_1 + C_2 e^{-4x}$. ()

(2) 设 $y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$ (C_1, C_2 为任意常数) 是某个二阶常系数齐次线性微分方程的通解, 则该方程为 $y'' - 2y' + 2y = 0$. ()

2. 选择题

(1) 微分方程 $y'' - 2y' + y = 0$ 的通解是 ()

A. $C_1 e^x + C_2 e^{-x}$

B. $C_1 e^x + C_2 e^x$

C. $C_1 e^x + C_2 x e^x$

D. 以上答案都不对

(2) 具有特解 $y_1 = e^x, y_2 = 3xe^x, y_3 = 5e^{-x}$ 的三阶常系数齐次微分方程为 () .

A. $y''' - y'' - y' + y = 0$

B. $y''' + y'' - y' - y = 0$

C. $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$

D. $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$

(3) 设二阶常系数齐次线性微分方程 $y'' + ay' + y = 0$ 的每个解在 $(0, +\infty)$ 上均有界, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $[0, +\infty)$

B. $(-\infty, 0)$

C. $(-\infty, 4]$

D. $(-2, 2)$

3. 填空题

(1) 微分方程 $\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = 0$ 的通解是_____.

(2) 已知微分方程 $y'' + ay' + by = 0$ 的通解为 $y = (C_1 + C_2 x)e^{3x}$, 则该微分方程为_____.

4. 求下列微分方程的通解:

(1) $y'' - 2y' - 8y = 0$

(2) $y'' - 6y' + 10y = 0$

(3) $y'' - 4y' + 3y = 0$

(4) $\frac{d^4 y}{dx^4} - 3\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = 0$

(5) $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$

(6) $\frac{d^4 y}{dx^4} - 2\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$

5. 求微分方程 $y'' + a y = 0$ 的通解 (这里 a 为常数) .