本份试题提供者@sweetMeow，重排版@Xuuyuan

2023-2024 学年第二学期《高等数学 B(下)》

期末考试试题 A 卷

一、单选题（每小题 3 分，共 15 分）

1．微分方程 $y''+25y=x\sin 5x$ 的一个特解形式（其中 a,b,c,d 为常数）（　）.

A． $y=x(ax+b)\sin 5x$　　B． $y=x[(ax+b)\cos 5x+(cx+d)\sin 5x]$

C． $y=(ax+b)\sin 5x$　　D． $y=(ax+b)\cos 5x+(cx+d)\sin 5x$

2．方程 $x^2+y^2-z^2-4y+4z=0$ 表示的二次曲面是（　　）.

A. 球面　　B. 旋转抛物面　　C. 椭圆锥面　　D. 圆锥面

3．若偏导数 $f_x(x_0,y_0)=f_y(x_0,y_0)=0$，则点 (x_0,y_0) 必为 $f(x,y)$ 的（　　）.

A. 极值点　　B. 连续点　　C. 驻点　　D. 零点

4．改变积分次序 $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_{y^2}^{y} f(x,y)\mathrm{d}x=$（　　）

A. $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_x^{\sqrt{x}} f(x,y)\mathrm{d}y$　　B. $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_{\sqrt{x}}^{x} f(x,y)\mathrm{d}y$

C. $\int_0^x \mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)\mathrm{d}y$　　D. $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^{x} f(x,y)\mathrm{d}y$

5．在 $(-1,3)$ 内，将函数 $\dfrac{1}{x+1}$ 展开成关于 $x-1$ 的幂级数为（　　　）.

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^{n+1}}(x-1)^n$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2^{n+1}}(x-1)^n$

C. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{1}{2^{n+1}}(x-1)^n$　　D. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2^{n+1}}(x-1)^n$

二、填空（每小题 3 分，共 15 分）

1．点 $(3,2,2)$ 到平面 $x+2y-2z=0$ 的距离为__________.

2．微分方程 $y''=\sin x$ 的通解为__________.

3． $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{1-\cos(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)e^{x^2y^2}}=$ __________.

4．将$\int_0^{2a}dx\int_0^{\sqrt{2ax-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}dy$化为极坐标累次积分为__________.

5．设级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则$\lim_{n\to\infty}(u_n+2024)=$__________.

三、（8 分） 求微分方程$yy''+(y')^2-1=0$满足初值条件$y(0)=1, y'(0)=\sqrt{2}$的特解.

四、（8 分） 设$z=xf(x,\frac{x}{y})$，其中f具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

五、（8 分） 计算二重积分$\iint_D e^{x+y}dxdy$，其中$D=\{(x,y):|x|\le 1,|y|\le 1\}$.

六、（8 分） 已知曲面$x^2-y^2-3z=0$，求经过点$A(0,0,-1)$且与直线$\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$平行的切平面方程.

七、（8 分） 判别$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\ln\frac{n+2}{n+1}$的敛散性, 若收敛, 指出是绝对收敛还是条件收敛.

八、（10 分） 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^{n+1}}x^{n-1}$的和函数，并给出收敛域;

九、（10 分） 设$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2xy^2}{x^2+y^4} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$,

（1） 求$f_x(0,0), f_y(0,0)$.

（2） 证明$f(x,y)$在$(0,0)$处不连续.

（3） 证明$f(x,y)$在$(0,0)$处不可微.

十、（10 分） 求函数$f(x,y)=x^2+2y^2$在有界闭区域$x^2+2xy+3y^2\le 4$的最值.