姓名______________ 学号_____________________ 班级________________

习题 1.5

1、选择题

(1) 已知 $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x^2}{x+1}-ax-b)=0$，其中常数 a,b 满足（　　　　）.

A. $a=1,b=1$　　　　B. $a=-1,b=1$

C. $a=1,b=-1$　　　　D. $a=-1,b=-1$

(2) 已知 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\lim\limits_{x\to a}g(x)$,则 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=$（　　　　）.

A. 1　　B. 0　　C. ∞　　D. 不能确定

(3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+\alpha x-7}{x-1}=\beta$，则常数 α,β 满足（　　　　）.

A. $\alpha=6,\beta=-8$　　　　B. $\alpha=6,\beta=8$

C. $\alpha=-6,\beta=-8$　　　　D. $\alpha=-6,\beta=8$

2、判断题

(1) 数列 $\{x_n\}$ 和 $\{y_n\}$ 都收敛，则数列 $\{x_n+y_n\}$ 必收敛.（　　　）

(2) 数列 $\{x_n\}$ 和 $\{y_n\}$ 都发散，则数列 $\{x_n+y_n\}$ 必发散.（　　　）

(3) 若数列 $\{x_n\}$ 收敛，而 $\{y_n\}$ 发散，则数列 $\{x_n+y_n\}$ 必发散.（　　　）

(4) 若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)=0$，则必有 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$ 或 $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=0$.（　　　）

(5) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 和 $\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n$ 都存在，则 $\lim\limits_{n\to\infty}y_n$ 也存在.（　　　）

(6) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a\neq 0$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n$ 存在的充分必要条件是 $\lim\limits_{n\to\infty}y_n$ 存在.（　　　）

3、解答题

(1) 计算下列极限：

① $\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\cdots\cdots+\dfrac{n}{n^2})$；　　② $\lim\limits_{n\to\infty}[\dfrac{1}{1\times 3}+\dfrac{1}{3\times 5}+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}]$；

③ $\lim\limits_{x\to -1}\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{3}{x^3+1}\right)$；

④ $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{1+x}}{x^2-1}$ ；

⑤ $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{4+x^2}}{2x}$；

⑥ $\lim\limits_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1})$；

⑦ $\lim\limits_{n\to \infty}\dfrac{3^{n+1}-2^n}{3^n+2^n}$；

⑧ $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{(2x-3)^{20}(3x+2)^{30}}{(5x+1)^{50}}$.

（2） $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & x<0 \\ \dfrac{2x^2+x-1}{3x^3+1} & x\ge 0 \end{cases}$，求 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$， $\lim\limits_{x\to +\infty}f(x)$.