《线性代数》期末考试（部分回忆版）

- 2024-2025 学年 第 2 学期
- 考试年级：2023 级、2024 级 任课教师：李德梅等
- 卷型：A卷 闭卷考试 考试时间：2025 年 6 月 27 日 9 时至 11 时

部分回忆版，记的不是很清楚。选择及填空题不依顺序记忆，题目所给的具体数据不一定与考试相同，仅作为题型参考。@Xuuyuan

一、选择题（6小题，每题3分，共18分）

1. 已知A为$m\times n$矩阵，下列说法正确的是（）
   A. 若 $R(A)<m$ ，则 A 中必有一行全为0
   B. 若 $R(A)<m$ ，则非齐次线性方程组 $Ax=b$ 无解
   C. 若 $R(A)<n$ ，则齐次线性方程组 $Ax=0$ 有无穷多解
   D. 若 $R(A)<n$ ，则 A 中必有一行全为0
2. 下列矩阵中不可以对角化的是（）
3. 已知矩阵 $A=$ 【一个包含 t 的 3 行 3 列的式子】 正定，则 t 的取值范围为（）
   A. $t<-2$
   B. $0<t<2$
   C. $-2<t<2$
   D. $t>2$

二、填空题（6小题，每题3分，共18分）

1. 给出两个正交基，已知某向量在第一个正交基中的坐标，求其在第二个正交基中的坐标。
2. 求某个非齐次线性方程组的通解。（其中一条条件： $\alpha_1+3\alpha_2=\alpha_3-\alpha_4$ ）
3. 若 4 阶矩阵 A 的行列式 $|A|=3$ ， A^* 是 A 的伴随矩阵，则 $|A^*A^T|=$ ___。
4. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+tx_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3$ 是正定的，则 t 的取值范围为 ___。（数据可能误差）
5. 已知 3 阶矩阵 A 的特征值为 $1,-1,2$，E 是单位矩阵，则行列式$|2A^*+A+E|=$ ___。（数据可能误差）

三、（12分）

XXX

1. XXX
2. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 与向量组 α_3, α_4 是否等价？说明理由。

四、（12分）

设向量组 $\alpha_1 = (0,0,1)^T, \alpha_2 = (0,1,1)^T, \alpha_3 = (1,1,1)^T$ 和 $\beta_1 = (-1,2,2)^T, \beta_2 = (2,2,-1)^T, \beta_3 = (-2,1,-2)^T$ 是 3 维向量空间 R^3 的两个基。（数据可能误差）

1. 求基 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 到基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的过渡矩阵。
2. 设向量 γ 在基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 中的坐标为 $1, 1, 1$ ，求向量 γ 在基 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 中的坐标。

五、（14分）

当 t 为何值时，非齐次线性方程组

$$A = \begin{cases} tx_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + tx_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + tx_3 + x_4 = -1 \\ ?x_1 + ?x_2 + ?x_3 + x_4 = ? \end{cases}$$

有惟一解或无穷多解？当方程组有无穷多解时求出对应的齐次线性方程组的基础解系和其特解，得出该方程组的通解。（数据可能误差，仅供题型参考）

PS：给出本题的行最简形（b 的部分不一定对，但是记得化简过程中有出现 -4 以及 3t-3），有兴趣的朋友可以尝试逆推一下原方程组：

$$\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & t-1 & | & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 0 & t & | & 0 \end{Bmatrix}$$

六、

七、

设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+x_3^2-4x_1x_2-8x_1x_3-4x_2x_3$ 。（数据可能误差）

1. 写出二次型 f 的矩阵 A，并求出 A 的全部特征值和特征向量。
2. 求一个正交变换 x=Qy 把二次型 f 化成标准形，并写出标准形。

八、（8分）

已知 A 是有两个不同特征值的二阶方阵，且 $A^2-3A-4E=0$ 。（数据可能误差）

1. 求 $|\ A\ |$ 的值。
2. 证明 $R(A+E)=1$ 。

不确定是填空题还是选择题的题目

1. 3 阶矩阵 A 与 $\begin{Bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{Bmatrix}$ 相似，则 $|\ A^2+3A-E\ |=$ ___（数据可能误差）