考生信息栏

学院________ 系________ 专业________ 年级________ 姓名________ 学号________

装订线

福建师范大学数学与统计学院

2024 — 2025 学年第二学期期中考试卷

知明行笃 立诚致广

专　业：全校各专业　　　　年　级：2023 级、2024 级

课程名称：《线性代数》　　　　任课教师：李德梅、陈兰清等

试卷类别：开卷（ ）闭卷（√）　　　　考试用时：120 分钟

考试时间：2025 年 4 月 26 日上午 8 点 0 分

题号	一 1-6	二 1-6	解答题					总得分
			三	四	五	六	七	
得分								

一、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 设 $A=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 5 & 4\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=($　　$)$.

A. $\begin{pmatrix}4 & -2\\ -5 & 2\end{pmatrix}$；　B. $\begin{pmatrix}-2 & 1\\ \frac{5}{2} & -1\end{pmatrix}$；　C. $\begin{pmatrix}4 & -5\\ -2 & 2\end{pmatrix}$；　D. $\begin{pmatrix}-2 & \frac{5}{2}\\ 1 & -1\end{pmatrix}$.

2. 设 A, B 为 n 阶可逆矩阵，则下列等式正确的是（　　）.

A. $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$；　　B. $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$；

C. $(3B^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}})^{-1}=\frac{1}{3}(B^{-1}A^{-1})^{\mathrm{T}}$；　　D. $|B^{\mathrm{T}}+A^{\mathrm{T}}|=|A|+|B|$.

3. 已知 A 为 n 阶方阵且满足 $R(A)<n$，则下列说法错误的是（　　）.

A. A 中可能一列元素全为 0；

B. A 中可能有两行元素对应成比例；

C. 齐次线性方程组 $Ax=0$ 有非零解；

D. 非齐次线性方程组 $Ax=b$ 可能有唯一解.

4. 若方程组$\begin{cases} x_1+x_2-x_3=1 \\ 2x_1+3x_2+ax_3=3 \\ x_1+ax_2+3x_3=2 \end{cases}$无解，则$a=($　　$)$.

A. -3;　　B. -2;　　C. 0;　　D. 2.

5. 设$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}+2a_{11} & a_{32}+2a_{12} & a_{33}+2a_{13} \end{pmatrix}$, $P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $Q=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

则必有(　　).

A. $APQ=B$;　　B. $QA=PB$;　　~~C. $QA=P^{-1}B$;~~　　D. $PA=Q^{-1}B$.

6. 设A为4×3矩阵, $R(A)=3$, 则下列说法错误的是(　　).

A. A^T的行最简形为$(E_3,0)$;

B. A的行最简形为$\begin{pmatrix} E_3 \\ 0 \end{pmatrix}$;

C. 若$A_{4\times3}B_{3\times2}=O$, 则$B=O$;

D. A^TA是3阶对称矩阵.

二、填空题（每小题3分，共18分）

1. 设α,β,γ为3×1矩阵，若$|\alpha,\beta,\gamma|=1$, 则$|2\alpha-3\gamma,\beta+2\gamma,-\gamma|=$______.

2. 设$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, 则$(A^*)^{-1}=$______

3. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & t & t \\ 1 & t & 0 & 1 \end{pmatrix}$的秩为2，则$t=$______.

4. 设$\alpha=(1,2,3)^T$, $\beta=(0,1,-1)^T$, $A=\alpha\beta^T$, 则$A^{2025}=$______

5. 设A是3阶方阵且$|A|=-2$, 若$E(2(\frac{1}{2}))A=B$, 则$\left||B|A^{-1}\right|=$ ________.

6. 当$\lambda=$ ________时，齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+\lambda x_2+x_3=0 \\ x_1+x_2+\lambda x_3=0 \end{cases}$有非零解.

以下各解答题要求写出证明过程或演算步骤

三、(14分)计算下列行列式的值：

(1)设3阶行列式$|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$的每列元素之和为-2, 且第一行元素的代数余子式之和为3, 求$|A|$.

(2)计算$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

四. (14分) 设$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(1)已知$AX+E=A^2+X$, 求X;

(2)已知$AX=B$, 求X.

五. (12分)设$AP=P\Lambda$, $P=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $\Lambda=\begin{pmatrix} -1 & & \\ & 1 & \\ & & 2 \end{pmatrix}$, $\varphi(x)=2x^3-3x+1$.

(1)求P^{-1}和$\varphi(\Lambda)$;

(2)求$\varphi(A)$.

六. (12分)利用矩阵初等行变换求解线性方程组

$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=4 \\ 2x_1+3x_2+4x_3=5. \\ 3x_1+4x_2+5x_3=6 \end{cases}$$

七. (12分)设A是$m\times n$矩阵.

(1)若$m=n$且$A^2-2A+4E=O$, 证明：$A+E$可逆, 并求$(A+E)^{-1}$;

(2)若$m>n$, 证明：AA^T不可逆.