福建师范大学（公共课）数统 学院

2022—2023学年第 2 学期 期中考 试卷

知明行笃 立诚致广

专　　业：全校各专业　　　　年　　级：21、22级

课程名称：《线性代数》　　　　任课教师：唐嘉 陈兰清等

试卷类别：开卷（ ）闭卷（√）　　　　考试用时：120 分钟

考试时间：2023 年 4 月 22 日 下 午 14 点 00 分

题号	一 1-6	二 1-6	解答题							总得分
			三	四	五	六	七			
得分										

一. 单项选择题: 每小题 3 分, 共 18 分.

1. 设 A 为 n 阶方阵且满足 $A^2+A-7E=O$，其中 E 为单位矩阵，则 $(A+3E)^{-1}$

   =（　　）

   （A） $2E+A$;　（B） $A-4E$;　（C） $A-2E$;　（D） $A-3E$.

2. 设 A,B 都是 n 阶可逆矩阵，则必有（　　）

   （A） $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$;　（B） $AB=BA$;

   （C） $R(AB)=R(BA)$;　（D）以上均不对.

3. 以下说法正确的是（　　）

   （A） $A\neq B\Rightarrow |A|\neq|B|$;

   （B）若 A,B 均为 n 阶对称矩阵，则 AB 也对称;

   （C） $\begin{vmatrix} a+b & c+d \\ s+t & w+v \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & d \\ t & w \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} b & c \\ s & v \end{vmatrix}$;

   （D）若 A,E 均为 n 阶方阵，则 $R(E,A)=n$.

考生信息栏

学院＿＿＿＿ 系＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

装 订 线

4. 若四阶矩阵 A 满秩，以下说法错误的是（　　　）

（A） $|A|\neq 0$；　　　　（B） A 至少有一个二阶子式不等于零；

（C） $A+E$ 可逆；　　　　（D） A 和 E 等价；

5. 设$A=\begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 3 & b & 5 \end{pmatrix}$, 则$R(A)=($　　　$)$.

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 与a,b取值有关

6. 设 A为$s\times t$矩阵,非齐次线性方程组 $AX=b$ 有无穷多解，则（　　　）

（A） $R(A)=R(A,b)-1$;　　（B） $R(A)\neq R(A,b)$;

（C） $R(A)=R(A,b)<s$;　　（D） $R(A)=R(A,b)<t$.

二、填空题: 每小题 3 分, 共 18 分.

1. 已知$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$都是$3\times 1$矩阵，设 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，$B=(\alpha_3,\alpha_2,5\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)$，若$|A|=4$，则

$|B|=$ ________.

2. 设行列式$|A|=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$,$M_{ij}$ 和 A_{ij} $(i,j=1,2,3,4)$ 分别为$|A|$的余子式和代数余子式，则

$6A_{13}+4A_{23}+2M_{33}-8M_{43}=$______.

3. 已知 $A=\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$ ________.

4. 设A,B均为三阶矩阵，且$|A|=-2$, $|B|=4$, 则$\begin{vmatrix} A^* & 0 \\ 0 & -B^{-1} \end{vmatrix}=$________.

5. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$,$C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$,则 $R(ABC)=$____________.

6. 计算$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}^3 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^2 =$ ____________________.

下列解答题要求写出证明过程或演算步骤.

三、（10 分）计算n阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & a \end{vmatrix}.$$

四、（15 分）已知$\alpha=(1\ \ 0\ \ 1)^T, \beta=(0\ \ 1\ \ 0)^T, A=E+\alpha\beta^T, B=E-\alpha\beta^T$,

（1）计算 AB；

（2）证明 A 可逆并计算$\left||B|A^{-1}\right|$；

（3）求 A 的伴随矩阵 A^*.

五、（12 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$且$ABA^* = BA^{-1}-E$,求矩阵$B$.

六、（12 分）求解下列非齐次线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3+x_4=1 \\ 4x_1+2x_2-2x_3+x_4=2 \\ 2x_1+x_2-x_3-x_4=1 \\ 2x_1+2x_2+4x_3+6x_4=-1 \end{cases}.$$

七、（15 分）设$AP=P\Lambda$,其中P是3 阶可逆矩阵,$\Lambda=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$,

（1）已知多项式$f(x)=x^6+2$,求$f(A)$;

（2）设$P=(P_1,P_2,P_3)$（即P按列分块)，证明：$AP=P\Lambda \Leftrightarrow AP_1=-P_1, AP_2=P_2, AP_3=-P_3$.