

# 《计量地理学》作业四

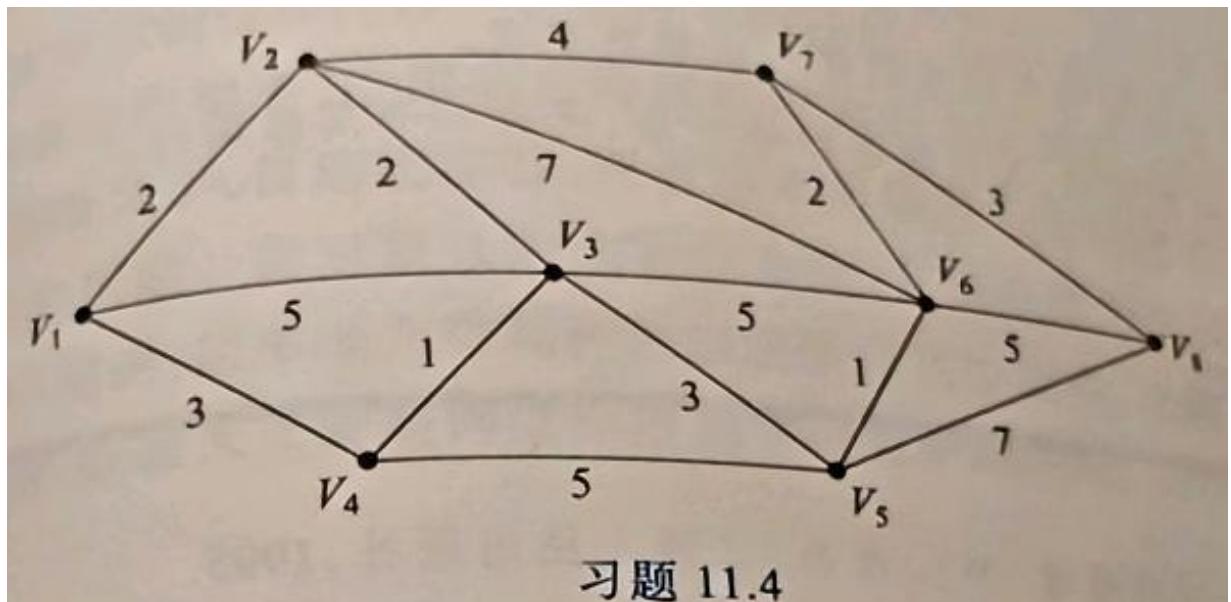
## 最短路径

学号：109090000000 专业：2023 级地理信息科学 姓名：许愿

2025 年 11 月 30 日

### 一、计算最短路径

下图是一个城镇体系的交通网络,  $V_1$ 、 $V_2$ 、 $\dots$ 、 $V_8$  代表每一个城镇, 各边旁的数字代表连接城镇之间相应路段的长度(单位: 10 km), 请用标号法求从  $V_1$  到  $V_8$  的最短路径。



解：

该连通图中共有以下边：

编号	点	点	值	编号	点	点	值
1	$V_1$	$V_2$	2	9	$V_3$	$V_6$	5
2	$V_1$	$V_3$	5	10	$V_4$	$V_5$	5
3	$V_1$	$V_4$	3	11	$V_5$	$V_6$	1
4	$V_2$	$V_3$	2	12	$V_5$	$V_8$	7
5	$V_2$	$V_6$	7	13	$V_6$	$V_7$	2
6	$V_2$	$V_7$	4	14	$V_6$	$V_8$	5
7	$V_3$	$V_4$	1	15	$V_7$	$V_8$	3
8	$V_3$	$V_5$	3				

设  $P$  为永久标号集合 (已求出最短距离的点),  $T$  为临时标号集合 (待求解的点)。

1. 初始化:  $P = \{V_1\}$ ,  $T = \{V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8\}$ 。站在  $V_1$  点看, 到  $V_2$  点的最短距离为 2、到  $V_3$  点的最短距离为 5、到  $V_4$  点的最短距离为 3。

2. 取出  $T$  集合中的最小值到  $P$  集合中，此时的最小值为 2，对应的点为  $V_2$  点，即  $V_1$  到  $V_2$  的最小路径确定为 2。此时  $P = \{V_1(0), V_2(2)\}$ ,  $T = \{V_3(5), V_4(3), V_5, V_6, V_7, V_8\}$ 。站在  $V_2$  点看，到  $V_3$  的距离为  $2+2=4$ ，到  $V_6$  的距离为  $2+7=9$ ，到  $V_7$  的距离为  $2+4=6$ ，对  $T$  进行更新， $T = \{V_3(4), V_4(3), V_5, V_6(9), V_7(6), V_8\}$ 。
3. 取出  $T$  集合中的最小值到  $P$  集合中，此时的最小值为 3，对应的点为  $V_4$  点，即  $V_1$  到  $V_4$  的最小路径确定为 3。此时  $P = \{V_1(0), V_2(2), V_4(3)\}$ ,  $T = \{V_3(5), V_5, V_6, V_7, V_8\}$ 。站在  $V_4$  点看，到  $V_3$  的距离为  $3+1=4$ ，到  $V_5$  的距离为  $3+5=8$ ，对  $T$  进行更新， $T = \{V_3(4), V_5(8), V_6(9), V_7(6), V_8\}$ 。
4. 取出  $T$  集合中的最小值到  $P$  集合中，此时的最小值为 4，对应的点为  $V_3$  点，即  $V_1$  到  $V_3$  的最小路径确定为 4。此时  $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3)\}$ ,  $T = \{V_5(8), V_6(9), V_7(6), V_8\}$ 。站在  $V_3$  点看，到  $V_5$  的距离为  $4+3=7$ ，到  $V_6$  的距离为  $4+5=9$ ，对  $T$  进行更新， $T = \{V_5(7), V_6(9), V_7(6), V_8\}$ 。
5. 取出  $T$  集合中的最小值到  $P$  集合中，此时的最小值为 6，对应的点为  $V_7$  点，即  $V_1$  到  $V_7$  的最小路径确定为 6。此时  $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3), V_7(6)\}$ ,  $T = \{V_5(7), V_6(9), V_8\}$ 。站在  $V_7$  点看，到  $V_6$  的距离为  $6+2=8$ ，到  $V_8$  的距离为  $6+3=9$ ，对  $T$  进行更新， $T = \{V_5(7), V_6(8), V_8(9)\}$ 。
6. 取出  $T$  集合中的最小值到  $P$  集合中，此时的最小值为 7，对应的点为  $V_5$  点，即  $V_1$  到  $V_5$  的最小路径确定为 7。此时  $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3), V_5(7), V_7(6)\}$ ,  $T = \{V_6(8), V_8(9)\}$ 。站在  $V_5$  点看，到  $V_6$  的距离为  $7+1=8$ ，到  $V_8$  的距离为  $7+7=14$ ，对  $T$  进行更新，但最小值没有变化故不改变， $T = \{V_6(8), V_8(9)\}$ 。
7. 取出  $T$  集合中的最小值到  $P$  集合中，此时的最小值为 8，对应的点为  $V_6$  点，即  $V_1$  到  $V_6$  的最小路径确定为 8。此时  $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3), V_5(7), V_6(8), V_7(6)\}$ ,  $T = \{V_8(9)\}$ 。站在  $V_6$  点看，到  $V_8$  的距离为  $8+5=13$ ，对  $T$  进行更新，但最小值没有变化故不改变， $T = \{V_8(9)\}$ 。
8. 取出  $T$  集合中的最小值到  $P$  集合中，此时的最小值为 9，对应的点为  $V_8$  点，即  $V_1$  到  $V_8$  的最小路径确定为 9。此时  $P = \{V_1(0), V_2(2), V_3(4), V_4(3), V_5(7), V_6(8), V_7(6), V_8(9)\}$ ,  $T$  成为空集合，算法结束。
9. 从  $V_8$  点往前回溯，上一次  $T$  集合中  $V_8$  更新是在  $V_7$  点时、 $V_7$  更新是在  $V_2$  点时， $V_2$  更新是在  $V_1$  点时，回到起点。故从  $V_1$  到  $V_8$  的最短路径为：

$$V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_7 \rightarrow V_8$$

最短路径的长度为：  $0 + 2 + 4 + 3 = 9$  (单位： 10km) 即 90km。