

习题 1.10

1、选择题

- (1) 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续是 $f(x)$ 在该区间上取得最值的 ().
- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充分且必要条件 D. 既非充分又非必要条件
- (2) 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 上 ().
- A. 必有界 B. 无界
C. 必有最值 D. 存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(\xi) = 0$
- (3) 设函数在 (a, b) 上连续 (a, b 为有限数, $a < b$), 则 $f(x)$ ().
- A. 在 (a, b) 上有界 B. 在 (a, b) 上无界
C. 在 (a, b) 内的任一闭区间上有界 D. 在 $[a, b]$ 上有界
- (4) 方程 $2x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ 至少有一个根在下列哪个区间中 ().
- A. $(\frac{1}{6}, 1)$ B. $(0, \frac{1}{6})$ C. $(-\frac{1}{6}, \frac{1}{6})$ D. $(-2, 0)$
- (5) 已知函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 连续, 且 $f(a^+), f(b^-)$ 都存在, 则 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内 ().
- A. 有最大值 B. 有最小值 C. 有界 D. 无界

2、解答题

- (1) 证明方程 $e^x + 1 = 4x^2$ 至少有一个小于 1 的正实数根.

- (2) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(a) = b, f(b) = a$, 证明在 (a, b) 内至少存在一点 c , 使得 $f(c) = c$.

(3) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 且 $f(1) > 1$, 证明存在 $\xi \in (0,1)$, 使得 $f(\xi) = \frac{1}{\xi}$.

(4) 设 $f(x)$ 是 $[a,b]$ 上连续的正值函数, 且 $a < c < d < e < b$. 证明 $\exists \xi \in (c,e)$, 使得

$$f(\xi) = \sqrt[3]{f(c)f(d)f(e)}.$$