10.3 三重积分

1. 选择题

（1）设$\Omega=\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\le 1,z\ge 0\}$，$\Omega_1=\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\le 1,x\ge 0,y\ge 0,z\ge 0\}$，则有（ C ）

A. $\iiint\limits_{\Omega} xdv=4\iiint\limits_{\Omega_1} xdv$. B. $\iiint\limits_{\Omega} ydv=4\iiint\limits_{\Omega_1} ydv$.

C. $\iiint\limits_{\Omega} zdv=4\iiint\limits_{\Omega_1} zdv$. D. $\iiint\limits_{\Omega} xyzdv=4\iiint\limits_{\Omega_1} xyzdv$.

（2）设$\Omega=\{(x,y,z):|x|+|y|+|z|\le 1,y\ge 0\}$，$\Omega_1=\{(x,y,z):|x|+|y|+|z|\le 1,x,y,z\ge 0\}$，则有（ A ）

A. $\iiint\limits_{\Omega} x^2ydv=4\iiint\limits_{\Omega_1} x^2ydv$. B. $\iiint\limits_{\Omega} xy^2dv=4\iiint\limits_{\Omega_1} xy^2dv$.

C. $\iiint\limits_{\Omega} x^2zdv=4\iiint\limits_{\Omega_1} xy^2dv$. D. $\iiint\limits_{\Omega} xz^2dv=4\iiint\limits_{\Omega_1} xz^2dv$

2. 填空题

（1） $f(x,y,z)$在有界闭区域Ω上连续是$f(x,y,z)$在Ω上可积的________条件.

（2）设$\Omega=\{(x,y,z):\dfrac{x^2}{3^2}+\dfrac{y^2}{4^2}\le 1,0\le z\le 3\}$，则$\iiint\limits_{\Omega} 3dv$=______.

（3）设$\Omega=\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\le 1,x\ge 0\}$，则$\iiint\limits_{\Omega}(y\cos z+y^2\sin z+1)dv$=_________.

（4）设$\Omega=\{(x,y,z):|x|+|y|+|z|\le a^2\}$，则$\iiint\limits_{\Omega}\dfrac{z\ln(x^2+y^2+z^2+1)}{x^2+y^2+z^2+1}dv$=___________.

（5）设$\Omega=\{(x,y,z):x^2+y^2\le z\le 1\}$，则$\iiint\limits_{\Omega} 2y^3\cos z+e^{x^2+1}\sin xdv$=____________.

（6）设$\Omega=\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\le a^2\}$，则$\iiint\limits_{\Omega} z^2dxdydz$=__________.

（7）设 Ω 是由平面 $x+y+z=1$ 与三个坐标平面平面所围成的空间区域，则 $\iiint\limits_{\Omega} zdxdydz=$ ___________.

3. 将下列三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dv$ 转化为三次积分.

（1）Ω 由曲面 $z=x^2+y^2$ 和平面 $z=1$ 所围成的区域：______________________________

（2）Ω 由曲面 $z=x^2+2y^2$ 和曲面 $z=1-y^2$ 所围成的区域：_________________________

（3）Ω 由半球面 $x^2+y^2+z^2=1(x\geq 0)$、柱面 $y^2+z^2=1$ 和平面 $x=3$ 所围成的区域：

____

4. 利用三重积分计算由曲面 $z=6-x^2-y^2$ 与 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围立体空间体积.

5. 计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} zdv$，其中 Ω 由曲面 $z=\sqrt{8-x^2-y^2}$ 与 $z^2=x^2+y^2$ 所围成的闭区域.

6. 计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} x^2+y^2dv$，其中 Ω 由曲面 $z=2-x^2-y^2$ 与 $z=0$ 所围成的闭区域.

7. 设Ω是球体$x^2+y^2+(z-1)^2\le 1$在曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$上方的闭区域，求其体积.

8. 计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}(x+z)dxdydz$， 其中$\Omega$为三个坐标平面及平面$x+2y+z=1$所围成的闭区域.

9. 求球体 $x^2+y^2+z^2\le 4a^2$ 被圆柱面 $x^2+y^2=2ax\ (a>0)$ 所截得（含在圆柱面内的部分）立体的体积.

10.4 重积分的应用

1. 求球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 含在圆柱面 $x^2+y^2=x$ 内部的那部分面积.

2. 求锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $z^2=2x$ 所割下部分的曲面面积.

3. 设平面薄片所占的闭区域 D 由抛物线 $y=x^2$ 与直线 $y=x$ 所围成，它的密度 $\mu(x,y)=x^2y$，求该薄片的质心.