姓名____________________ 学号____________________ 班级________________

习题 12.2

1. 判断题

（1）正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛是级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 收敛的充分必要条件.（ ）

（2）如果 $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$，那么正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛.（ ）

（3）如果 $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$，那么正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散.（ ）

（4）如果正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，那么级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ 绝对收敛.（ ）

（5）如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，那么级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ 条件收敛.（ ）

（6）如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 发散，那么级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 也发散.（ ）

（7）如果交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ 收敛，那么 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ 为条件收敛.（ ）

2.选择题

（1）下列级数中收敛的是（ ）

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+100}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{\sqrt{n}}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1}$

（2）当（ ）时，交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n\ (u_n > 0)$ 必收敛.

A. $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$ B. $u_n \geq u_{n+1}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛 D. 以上均不对

（3）已知 λ 为常数且 $\lambda > 0$，则交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+\lambda}{n^2}$（ ）.

A. 发散 B. 绝对收敛 C. 敛散性与 λ 的取值有关 D. 条件收敛

（4）设 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ $(a_n \geqslant 0)$ 收敛,则下列级数发散的是（　　　　）.

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{2n}$；　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a_n+1}{3+a_n^{\ 2}}$；　　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{a_n}}{n}$；　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^{\ 2}$.

（5） 设 $a_n>0$，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 条件收敛，则（　　　　）.

A. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}a_{2k}$，$\sum\limits_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}$ 都发散.　　B. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}a_{2k}$ 发散，$\sum\limits_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}$ 收敛.

C. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}a_{2k}$ 收敛，$\sum\limits_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}$ 发散.　　D. $\sum\limits_{k=1}^{\infty}a_{2k}$，$\sum\limits_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}$ 都收敛.

（6）若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^{\ 2}$ 收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ （　　　）.

A.绝对收敛；　　B.条件收敛；　　C.发散；　　D.可能收敛，可能发散.

3.填空题

（1）设 $p>1$，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^p}$__________.（填“收敛”或“发散”）

（2）若 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{nu_n}=\dfrac{3}{2}$，则正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 必定_________.（填“收敛”或“发散”）

（3）设 $\lim\limits_{n\to\infty}n^p(e^{\frac{3}{n}}-1)u_n=3,$ 且正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则 p 的取值范围为_________.

（4）若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 绝对收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 必定_____________.

（5）若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 条件收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 必定_____________.

4. 判断下列级数的敛散性.（须说明理由）

（1）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n+1}{n^2+1}$　　　　（2）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n\cdot\sqrt[n]{n}}$

（3）$\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)^2\tan\frac{\pi}{3^n}$ （4）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n^2}}{n!}$

5. 判断下列级数的敛散性，若收敛，指出是条件收敛还是绝对收敛？

（1）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\ln n}{n}$ （2）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{2^n}$

（3）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+2}{n+1}\frac{1}{\sqrt{n}}$ （3）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\ln\frac{n+2}{n+1}$

6*. 设 $x_1=1, x_{n+1}=x_n+x_n^2$，证明 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1+x_n}$ 收敛.