

## 习题 2.1

## 1. 判断题

(1)  $f'(x_0) = [f(x_0)]'$  ( )

(2) 若函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不可导, 则  $f(x)$  在  $x_0$  处必不连续. ( )

(3) 若函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不连续, 则在  $x_0$  处必不可导. ( )

(4) 若函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处可导, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在. ( )

(5) 若函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处可导, 则  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}$ . ( )

## 2. 选择题

(1) 若函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处可导, 则  $|f(x)|$  在  $x = x_0$  处 ( )

A. 可导 B. 不可导 C. 连续但未必可导 D. 不连续

(2) 设函数  $f(x) = (x+1)|\sin x|$ , 则  $f(x)$  在  $x = 0$  处 ( )

A. 可导 B. 极限不存在 C. 连续但不可导 D. 不连续

(3) 设函数  $f(x)$  在  $x = a$  的某邻域有定义, 则  $f(x)$  在该点导的一个充分条件是 ( )

A.  $\lim_{h \rightarrow +\infty} h \left[ f(a + \frac{1}{h}) - f(a) \right]$  存在

B.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h}$  存在

C.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$  存在

D.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h}$  存在

(4) 设  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(0)}{e^{3h} - 1} = 1$ , 则  $f'(0) =$  ( )

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{3}{2}$

C. 1

D. 0

## 3. 填空题

(1)  $y = \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x}\sqrt{x}}$  的导数  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_.

(2) 某物体的运动规律  $s = t \cdot \sqrt[3]{t^2}$ , 则该物体在  $t = 2$  时的速度 = \_\_\_\_\_.

(3) 曲线  $y = \cos x$  在点  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$  处的切线方程是\_\_\_\_\_.

(4) 设  $f'(x_0) = a$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} n[f(x_0 - \frac{1}{n}) - f(x_0)] =$ \_\_\_\_\_.

(5) 设  $x_0 > 0$ ,  $f'(x_0) = a$ , 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{\sqrt{x} - \sqrt{x_0}} =$ \_\_\_\_\_.

#### 4. 解答题

(1) 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$  试证  $f(x)$  在  $x = 0$  连续且可导.

(2) 设函数  $f(x) = \begin{cases} ax + b, & x > 0, \\ e^x, & x \leq 0. \end{cases}$  为了使函数  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续且可导,  $a, b$  应取何值?

(3) 设  $f(x)$  在  $x = 1$  处连续, 且  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1} = 3$ .

①求  $f(1)$  ; ②问  $f(x)$  在  $x = 1$  是否可导?