

习题 12.3**1. 选择题**

(1) 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2n+1}$ 的收敛半径为 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. $\frac{1}{2}$

(2) 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处的收敛, 则此级数在 $x=\frac{3}{2}$ 处 ()

A. 条件收敛

B. 绝对收敛

C. 发散

D. 收敛性不能确定

(3) 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{3n+1}$ 的收敛域为 ()

A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 1]$ C. $[-1, 1)$ D. $[-1, 1]$ **2. 填空题**

(1) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-8)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛域为_____.

(2) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2+2} x^n$ 的收敛区间为_____.

(3) 设 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 R , 则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{2n+1}$ 的收敛半径为_____.

(4) 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}}$ 的收敛域是_____, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x^n}{n\sqrt{n}} \right)'$ 的收敛域是_____.

3. 计算题

(1) 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n+1}$ 的和函数, 并给出收敛域.

(2) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n+1}} x^{n-1}$ 的和函数, 并给出收敛域.

(3) ①求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+2)x^n$ 的收敛半径及其和函数;

②求级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+2)(-3)^{n-1}}{5^{n+1}}$ 的和.

(4) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)nx^{n-1}$ 的和函数, 并给出收敛域.

(5) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2(n+1)n}$ 的和函数, 并给出收敛域.