## 习题 5.4

## (一) 基本习题

1. 填空题:

- (1) 当k \_\_\_\_\_\_时,反常积分 $\int_0^{+\infty} e^{-kx} dx$  收敛;当k \_\_\_\_\_\_时,反常积分 $\int_{-\infty}^0 e^{-kx} dx$  收敛.
- (2)  $\exists \exists \prod_{k=0}^{+\infty} e^{k|x|} dx = 1, \exists k = \underline{\qquad}$

2. 选择题:

- (1) 下列结论正确的是().
  - A. 若  $\int_{0}^{+\infty} f(x)dx$  和  $\int_{0}^{0} f(x)dx$  中有一个发散,则  $\int_{0}^{+\infty} f(x)dx$  一定发散
  - B. 若 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$  发散,  $\int_0^{+\infty} g(x)dx$  发散, 则 $\int_0^{+\infty} [f(x) + g(x)]dx$ 一定发散
  - C. 若 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$  发散,  $\int_0^{+\infty} g(x)dx$  发散, 则 $\int_0^{+\infty} f(x)g(x)dx$  一定发散
  - D. 若 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$  收敛,  $\int_0^{+\infty} g(x)dx$  发散, 则 $\int_0^{+\infty} f(x)g(x)dx$  一定发散
- (2) 下列反常积分中收敛的是 (

  - A.  $\int_{e}^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$  B.  $\int_{e}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$  C.  $\int_{e}^{+\infty} \frac{dx}{x (\ln x)^{2}}$  D.  $\int_{e}^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$
- (3) 反常积分  $\int_{-1}^{1} \frac{1}{r^2} dx = ($  )
  - A. 收敛 B. 发散 C. 既不收敛、也不发散 D. 无法判断.
- (4) 反常积分  $\int_{0}^{+\infty} \frac{1}{r^{p}} dx (p > 1)$  (
- A. 收敛 B. 发散 C. 既不收敛、也不发散 D. 无法判断.
- (5) 已知反常积分  $\int_3^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^k} dx$  收敛,则 k 的取值范围为(
- A.  $(1, +\infty)$
- B.  $[1, +\infty)$  C.  $(-\infty, 1)$
- D.  $(-\infty,1]$

- (6) 下列反常积分中收敛的是( )
  - A.  $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx$

B.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\sqrt{\cos x}} dx$ 

C.  $\int_{a}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan x \sin x} dx$ 

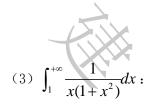
D.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\cos x} dx$ 



## 3. 计算题:

 $(1) \int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx;$ 

 $(2) \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx;$ 



$$(4) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 2} dx;$$



$$(5) \int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

(6) 
$$\int_0^1 \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$



4. 求 
$$c$$
 值使得  $\lim_{x \to +\infty} \left( \frac{x + 2c}{x - 3c} \right)^{-2x} = \int_{c}^{+\infty} t e^{-10t} dt$ .

