姓名________________ 学号____________________ 班级_____________________

第三章总复习题

1. 选择题

(1) 下列命题中正确的是（ ）.

A. 若 x_0 为 $f(x)$ 的极值点，则必有 $f'(x_0)=0$

B. 若 $f'(x_0)=0$，则 x_0 必为 $f(x)$ 的极值点

C. 若 $f(x)$ 在 (a,b) 内存在极大值，也存在极小值，则极大值必定大于极小值

D. 若 x_0 为函数 $y=f(x)$ 的极值点，则 $f'(x_0)=0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在.

(2) 曲线 $y=6x-24x^2+x^4$ 的凸区间是（ ）

A. $(-2,2)$ B. $(-\infty,0)$ C. $(0,+\infty)$ D. $(2,+\infty)$

(3) 设偶函数 $f\left(x\right)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内二阶可导，且在 $(-\infty,0)$ 内 $f'(x)>0$，$f''(x)<0$，则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有（ ）

A. $f'(x)>0$，$f''(x)<0$ B. $f'(x)>0$，$f''(x)>0$

C. $f'(x)<0$，$f''(x)<0$ D. $f'(x)<0$，$f''(x)>0$

(4) 已知 $(1,3)$ 为曲线 $y=ax^3+bx^2$ 的拐点，则 a,b 值应为（ ）

A. $a=\dfrac{9}{2},b=-\dfrac{3}{2}$ B. $\mathrm{a}=-\dfrac{3}{2},b=\dfrac{9}{2}$ C. $a=-3,b=6$ D. $a=2,b=1$

(5) 若 $f(x)$ 在至少二阶可导，且 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{(x-x_0)^2}=-1$，则函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处（ ）

A.取得极大值 B. 取得极小值 C. 无极值 D. 不一定有极值

(6) 设函数 $f\left(x\right)$ 在 $[0,1]$ 上二阶导数大于 0, 则下列关系式成立的是（ B ）

A. $f'(1)>f'(0)>f(1)-f(0)$ B. $f'(1)>f(1)-f(0)>f'(0)$

C. $f(1)-f(0)>f'(1)>f'(0)$ D. $f'(1)>f(0)-f(1)>f'(0)$

(7) 设 $f\left(x\right)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有二阶导数，$f'(x_0)=0$，问 $f\left(x\right)$ 满足以下哪个条件时 $f(x_0)$ 必是 $f(x)$ 的最大值。（ ）

A. $x=x_0$ 是 $f(x)$ 的唯一驻点 B. $x=x_0$ 是 $f(x)$ 的极大值点

C． $f''(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内恒为负　　　　D． $f''(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内恒为正

(8)若 $f\left(x\right)$ 在 $[a,+\infty)$ 上连续，并在 $(a,+\infty)$ 上二阶可导，且 $f(a)=A>0$，$f'(x)<0$，$f''(x)<0(x>a)$，则方程 $f(x)=0$ 在 $(a,+\infty)$ 内（　　）

A．没有实根　　　　B．至少有两个实根

C．有无穷多个实根　　　　D．有且仅有一个实根

2. 填空题

（1）设 $f\left(x\right)$ 有二阶连续导数，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} f''\left(x\right)=2$，则对任意常数 a，$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f'\left(x+a\right)-f'\left(x\right)\right]=$__________________.

（2）设 $y=y\left(x\right)$ 是由方程 $2y^3-2y^2+2xy-x^2=1$ 确定的，则 $y=y\left(x\right)$ 的极值点是____________.

（3）设 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,a\right]$ 二阶可导，$f\left(0\right)=0$，$f''\left(x\right)<0$，则 $\dfrac{f\left(x\right)}{x}$ 在 $\left(0,a\right]$ 上的单调性为____________.

（4）方程 $x^3-3x+q=0$ 有三个实根，则 q 的取值范围是____________.

（5）曲线 $y=xe^{-x}$ 的凹区间是____________.

（6）曲线 $y=x\ln\left(e+\dfrac{1}{x}\right)\left(x>0\right)$ 的渐近线方程是____________

3. 计算题

(1) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$　　　　(2) $\lim\limits_{x\to1}x^{\frac{1}{1-x}}$

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}x(e^{\frac{1}{x}}-1)$　　　　(4) $\lim\limits_{x\to+\infty}x(\dfrac{\pi}{2}-\arctan x)$

(5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{\arctan x}$ (6) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\ln\sin x}{(\pi-2x)^3}$

4. 证明下列不等式

（1）当$0<a<b$时，$\dfrac{b-a}{1+b^2}<\arctan b-\arctan a<\dfrac{b-a}{1+a^2}$

（2）当$x>0$时，$1+\dfrac{1}{2}x>\sqrt{1+x}$

(2) 当$x>0$时，$1+x\ln(x+\sqrt{1+x^2})>\sqrt{1+x^2}$

5. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导，且 $f(1)=0$. 证明：存在 $\xi\in(0,1)$，使 $f'(\xi)\xi+f(\xi)=0$ 成立.

6. 设 $\varphi(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导，$f(x)=(x-1)\varphi(x)$，求证：存在 $x_0\in(0,1)$，使 $f'(x_0)=\varphi(0)$.

7. 求以下函数的单调区间、极值、凹凸区间及拐点。

（1）$f(x)=x^3-5x^2+x-2$

（2）$f(x)=x+2\cos x$ 在 $[0,2\pi]$

8. 设 $f(x)$ 有三阶导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=0, f(1)=0$，证明在 $(0,1)$ 内存在一点，使 $f'''(\xi)=0$.

9. 绘制以下函数图形 $y=(x+2)e^{\frac{1}{x}}$