## 习题 1.6

## 1、 选择题

(1) 设对任意的x, 总有 $\varphi(x) \le f(x) \le g(x)$ , 且 $\lim_{x \to \infty} [g(x) - \varphi(x)] = 0$ , 则 $\lim_{x \to \infty} f(x)$ 

A. 存在且等于 0

B. 存在但不一定为 0

- D. 不一定存在
- (2) 下列极限中,极限值等于1的是(
- ).

A. 
$$\lim_{x \to \infty} \frac{(1 - \frac{1}{x})^x}{e}$$

学号

- C.  $\lim_{x \to \infty} \frac{x(x+1)}{x^2}$  D.  $\lim_{x \to \infty} \frac{\arctan x}{x}$

- (3) 下列极限中,极限值等于e的是(

A. 
$$\lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^2$$

- C.  $\lim_{x \to 0} \left( \frac{1+2x}{1+x} \right)^{\frac{1}{x}}$  D.  $\lim_{x \to \infty} (1+\frac{1}{x})^{-x}$

- (4) 如下四个选项,极限不存在的是(

A. 
$$\lim_{x \to 0} x \sin \frac{1}{x}$$

- c.  $\lim_{x \to 0} x \sin x$
- D.  $\lim x \sin x$

(5) 设 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0 \\ 0, & x = 0, \\ x \sin \frac{1}{x} + k, & x > 0 \end{cases}$$
 A.  $-1$  B.  $0$  C.  $1$  D.  $2$ 

- A. -1

- (6) 设函数 f(x) 在  $(-\infty, +\infty)$  内单调有界,  $\{x_n\}$  为数列,下列命题正确的是(
  - A. 若 $\{x_n\}$ 收敛,则 $\{f(x_n)\}$ 收敛
- B. 若 $\{x_n\}$ 单调,则 $\{f(x_n)\}$ 收敛
- C. 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛,则 $\{x_n\}$ 收敛
- D. 若 $\{f(x_n)\}$ 单调,则 $\{x_n\}$ 收敛

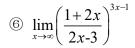
## 3、解答题

- (1) 计算下列极限:



- ③  $\lim_{n\to\infty} (3^n \cdot \sin \frac{x}{3^n})$  (x 为不等于零的常数);
- $4 \lim_{x \to 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}.$





- THE REPORT OF THE PERSON OF TH
- (2) 利用极限准则求下列极限:

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{(n+1)^2}}\right)$$



②设0 < a < b < c,求 $\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}$ .



③ 设 $x_1 = 10$ ,  $x_{n+1} = \sqrt{6 + x_n}$   $(n = 1, 2, \cdots)$ , 试证数列 $\{x_n\}$ 极限存在,并求此极限.

