

习题 1.8

1、选择题

(1) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 存在且相等是 $f(x)$ 在点 x_0 连续的 ()

- A. 充分条件
B. 必要条件
C. 充要条件
D. 既非充分也非必要条件

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{-\frac{1}{x}}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $k = ()$

- A. e^{-1} B. e C. 1 D. 不存在

(3) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x} & x < 0 \\ 3x^2 - 2x + k & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 点连续, 则 $k = ()$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

(4) 已知 $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$, 那么 $x=0$ 是 ()

- A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 振荡间断点

(5) 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-e^{1/x}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 那么 ()

- A. $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续 B. $x=0$ 是跳跃间断点
C. $x=0$ 是无穷间断点 D. $x=0$ 是可去间断点

2、填空题

(1) 函数 $f(x) = \frac{1}{x^3 + x^2 + x}$ 间断点的个数为_____.

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 2 \\ x, & x \geq 2 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x+1, & x < 1 \\ x, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(x) + g(x)$ 的间断点为_____.

(3) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ 的无穷间断点为_____.

(4) 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)x}{nx^2 + 1}$, 则 $f(x)$ 的间断点为_____.

(5) 设 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x-1}} \ln(1+x)}{(e^x - 1)(x-2)}$, 则 $f(x)$ 的第二类间断点个数为_____.

3、解答题

(1) 求函数 $f(x) = \frac{3}{2 - \frac{1}{x}}$ 的间断点，并判断其类型.

(2) 讨论函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - x^{2n}}{1 + x^{2n}}$ 的连续性，若有间断点，指出其类型.

(3) 求函数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{x(x-1)}$ 的间断点并判断其类型.

(4) 求函数 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - e^x}{e^x - e^{-1}}$ 的间断点并判断其类型.