习题 1.9

1、选择题

(1) 设函数 f(x) 和 g(x) 在点 x_0 处不连续, 而函数 h(x) 在点 x_0 处连续, 则下列函数在 x_0 处 必不连续的是().

A. f(x) + g(x)

B. f(x)g(x)

C. f(x)h(x)

D. f(x) + h(x)

(2) 函数 f(x) 在 \mathbb{R} 上连续,且 $f(x) \neq 0$, $\varphi(x)$ 在 \mathbb{R} 上有间断点,则下列陈述正确的是) .

A. $\varphi(f(x))$ 必有间断点

B. $\varphi^2(x)$ 必有间断点

C. $f(\varphi(x))$ 未必有间断点

D. $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$ 未必有间断点

(3) 设函数 f(x) 在点 x_0 处连续,则下列函数一定在点 x_0 处连续的是(

A. |f(x)| B. $\ln f(x)$ C. $\frac{1}{f(x)}$

D. arccos f(x)

(4) 函数 $f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x+2} + \frac{1}{1+x}$ 的连续区间是(

A. $(-\infty, -2)$

B. $(-2,+\infty)$

C. $(-\infty, -1)$

D. $(-2,-1),(-1,+\infty)$

2、填空题

(1) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x + a, & x < 0 \\ k, & x = 0, \\ x \sin \frac{1}{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$, k =_____时, f(x) 在聚 内连续.

(2) 已知 $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$,则 $\lim_{x \to 0} \ln[f(x)] \frac{\sin x}{x} = \underline{\hspace{1cm}}$

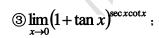
(3) $\[\[\] \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x - k}{x} \right)^{-2x} = \lim_{x \to 0} e^{x \sin \frac{2}{x} + 2}, \[\] \[\] \[\] \[$

(4) $\lim_{x \to 0} \sqrt{1 - \frac{\sin x}{x}} = _{----}, \lim_{x \to \infty} \sqrt{1 - \frac{\sin x}{x}} = _{---}$

3、解答题

(1) 求下列极限:

 $\lim_{x\to+\infty} \left(\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x} \right);$



$$4 \lim_{x\to 0} (2\sin x + \cos x)^{\frac{1}{x}};$$

(2) 设
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{x+2}, & x \ge 0 \\ \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a-x}}{x}, & x < 0 \ (a > 0) \end{cases}$$
, 当 a 为何值时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续

