

习题 1.1

1. 选择题

(1) 设函数 $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 则 $f(x) =$ ()

A. x^2

B. $x^2 - 2$

C. $x^2 + 2$

D. $\frac{x^4 + 1}{x^2}$

(2) 下列各组函数中, 表示同一函数的是 ()

A. $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = x$

B. $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$

C. $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = (\sqrt{x})^2$

D. $f(x) = \frac{(\sqrt{x})^2}{x}, g(x) = \frac{x}{(\sqrt{x})^2}$

(3) 函数 $y = \sqrt{1-x} + \arccos \frac{x+1}{2}$ 的定义域是 ()

A. $(-\infty, 1)$

B. $[-3, 1]$

C. $(-3, 1)$

D. $\{x | x < 1\} \cap \{x | -3 \leq x \leq 1\}$

(4) 函数 $f(x) = \frac{2 + \sin x}{1 + x^2}$ 是 ()

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 有界函数

D. 周期函数

(5) 设 $f(x) = x^2, \varphi(x) = 2^x$, 则 $f[\varphi(x)] =$ ()

A. 2^{x^2}

B. x^{2^x}

C. x^{2^x}

D. 2^{2^x}

(6) 下列函数中不是或不能表示为初等函数的是 ()

A. $y = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

B. $y = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$

C. $y = \sqrt{2 + \cos x}$

D. $y = \ln \sin(x+1)$

2. 填空题

(1) 函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$, 则 $f[f(x)] =$ _____.

(2) 函数 $\sec x$ 的定义域为 _____, 值域为 _____;
 函数 $\csc x$ 的定义域为 _____, 值域为 _____;
 函数 $\operatorname{arccot} x$ 的定义域为 _____, 值域为 _____;
 函数 $\arctan x$ 的定义域为 _____, 值域为 _____.

(3) 设 $f(\sin^2 x) = \cos 2x + \tan^2 x, 0 < x < 1$, 则 $f(x) =$ _____.

(4) 已知函数 $f(x)$ 是周期为 π 的奇函数, 且当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时 $f(x) = \sin x - \cos x + 2$, 则当 $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ 时 $f(x) =$ _____.

3、解答题

(1) 求函数 $y = \sqrt{x^2 - x - 6} + \arcsin \frac{2x-1}{7}$ 定义域.

(2) 求函数 $y = \sin x \cdot |\sin x|$ (其中 $|x| \leq \frac{\pi}{2}$) 的反函数.