

第六章 定积分的应用 (2)

1. 填空题

(1) 设连续曲线 $x = \varphi(y)$ 、直线 $y = c$ 、 $y = d$ 及 y 轴所围成的曲边梯形绕 y 轴旋转一周而成的立体的体积为 V ，则其体积元素为 $dV =$ _____，体积为 $V =$ _____.

(2) 曲线 $r = a \cos \theta (a > 0)$ 的弧长 $s =$ _____.

(3) 连续曲线 $y = \int_0^x \tan t \, dt (0 \leq x \leq \frac{\pi}{4})$ 弧长度为 _____.

(4) 曲线 $y = e^x$ ，直线 $y = e^2$ 及 $x = 0$ 所围成的平面图形 D 绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积为 _____.

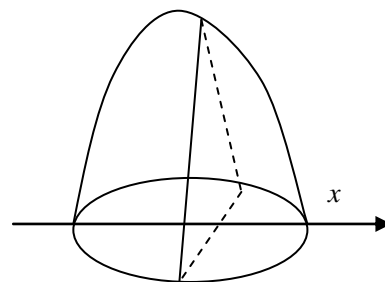
2. 计算题

(1) 求由曲线 $y = \sin x, (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$ ， y 轴和直线 $y=1$ 所围封闭图形的面积 D ，以及该平面图形分别绕 x 轴和 y 轴旋转所围几何体的体积 V_x 和 V_y .

(2) 求圆盘 $(x-1)^2 + y^2 \leq 1$ 分别绕 x 轴和 y 轴旋转而成的旋转体的体积 V_x 和 V_y .

(3) 求星形线 $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ 的全长 l , 所围平面图形的面积 A , 以及绕 x 轴旋转一周所围几何体的体积 V_x .

(4) 计算底面半径为 R 的圆, 而垂直于底面上一条固定直径的所有截面都是等边三角形的立体体积.



(5) 求曲线 $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = e^t \end{cases} (0 \leq t \leq 2\pi)$ 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.