

## 习题 7.6

### 1. 选择题

- (1) 下列函数组在其定义区间内线性相关的是 ( )
- A.  $1, \cos^2 x$       B.  $\sin x \cos x, \sin 2x$       C.  $x^2, x^3$       D.  $e^x, e^{2x}$
- (2) 下列函数组在其定义区间内线性无关的是 ( )
- A.  $\sin x, \cos x$       B.  $1, x, x-1$       C.  $\ln x, \ln x^3$       D.  $e^x, 2e^x$
- (3) 已知  $y_1 = e^{x^2 + \frac{1}{x^2}}$ ,  $y_2 = e^{x^2 - \frac{1}{x^2}}$ ,  $y_3 = e^{(x - \frac{1}{x})^2}$ , 则 ( )
- A. 仅  $y_1$  与  $y_2$  线性相关      B. 仅  $y_2$  与  $y_3$  线性相关
- C. 仅  $y_1$  与  $y_3$  线性相关      D. 它们两两线性相关
- (4) 若  $y_1$  与  $y_2$  是二阶齐次线性微分方程  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$  的两个解,  $C_1, C_2$  为任意常数, 则  $y = C_1 y_1 + C_2 y_2$  ( )
- A. 一定是该方程的通解      B. 是该方程的特解
- C. 是该方程的解      D. 不是该方程的解
- (5) 已知  $y_1, y_2, y_3$  是二阶非齐次线性微分方程  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f(x)$  的三个线性无关的特解,  $C_1, C_2, C_3$  为任意常数, 则下列是该微分方程通解的是 ( )
- A.  $y = C_1 y_1 + C_2 y_2 + C_3 y_3$       B.  $y = C_1 y_1 + C_2 (y_2 - y_3)$
- C.  $y = y_1 + C_2 y_2 + C_3 y_3$       D.  $y = y_1 + C_1 (y_2 - y_3) + C_2 (y_1 - y_3)$
- (6) 设  $y' + p(x)y = q(x)$  有两个解  $y_1 = x + e^{2x}$  和  $y_2 = x - e^{2x}$ , 则  $q(x) =$  ( )
- A.  $2x+1$       B.  $2x-1$       C.  $-2x+1$       D.  $-2x-1$

### 2. 判断题

- (1)  $y_1(x)$  是二阶非齐次线性微分方程  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f(x)$  的解, 则  $-y_1(x)$  是方程  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = -f(x)$  的解. ( )
- (2) 若  $y_1(x)$  与  $-y_1(x)$  均为二阶线性微分方程  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f(x)$  的解, 则必有

$f(x) \equiv 0$ . ( )

(3)  $y \equiv 0$  一定是二阶齐次线性微分方程  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$  的解. ( )

(4)  $y_1(x)$  与  $y_2(x)$  是方程  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$  的两个不同解, 则  $C_1y_1(x) + C_2y_2(x)$  ( $C_1, C_2$  为任意常数) 为该方程的通解. ( )

(5)  $y_1(x)$  与  $y_2(x)$  分别是二阶非齐次线性微分方程  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f_1(x)$  与  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f_2(x)$  的特解,  $y_3(x)$  与  $y_4(x)$  是对应齐次微分方程的两个线性无关的特解, 则  $y_1(x) + y_2(x) + C_1y_3(x) + C_2y_4(x)$  为  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f_1(x) + f_2(x)$  的通解. ( )

3. 验证  $y_1 = e^{x^2}, y_2 = xe^{x^2}$  都是方程  $y'' - 4xy' + (4x^2 - 2)y = 0$  的解, 并写出该方程的通解.

4. 验证  $y = C_1 + C_2x^5 - \frac{1}{4}x^4$  ( $C_1, C_2$  为任意常数) 是方程  $xy'' - 4y' = x^3$  的通解.