

福建师范大学数学与统计学院

2023 - 2024 学年第二学期期中考试

知明行笃



应诚敏

专 业: 全校性专业

年 级: 2023 级

课程名称: 高等数学 B(下)

任课教师: 谢碧华等

试卷类别: 开卷 () 闭卷 (√)

考试用时: 120 分钟

考试时间: 2024 年 4 月 27 日 下午 点 分

题号	一	二	三	四	五	六	七		总分
得分									
考生须知	<ol style="list-style-type: none">1. 答案一律写在答题纸上, 否则无效.2. 答题要写清题号, 不必抄原题.3. 考试结束, 试卷与答题纸一并提交.								

学号
姓名
年级
专业
系
学院

线
订
装

一、单选题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \sqrt{\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 \left(1+\frac{2}{n}\right)^2 \cdots \left(1+\frac{n}{n}\right)^2} = (\quad)$

A. $\int_0^1 \ln(1+x)^2 dx$

B. $\int_0^1 \ln x^2 dx$

C. $\int_0^1 \ln^2 x dx$

D. $\int_0^1 \ln^2(1+x) dx$

2. 若 $\int f(x) dx = x^2 + c$, 则 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f(\cos x) dx = (\quad)$.

A. 1

B. -1

C. 0

D. 2

3. 设函数 $f(u)$ 连续, $a \neq b$, 则 $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x+t) dt = (\quad)$.

A. $f(x+b)$

B. $f(x+b) - f(x+a)$

C. $f(x+a) - f(x+b)$

D. 0

4. 直线 $l_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$ 与 $l_2: \begin{cases} x-y=6 \\ 2y+z=3 \end{cases}$ 的夹角为 (\quad)

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{2}$

5. 已知 $y''+y=x$ 的一个解为 $y_1=x$, $y''+y=e^x$ 的一个解为 $y_2=\frac{1}{2}e^x$, 则方程

$y''+y=x+e^x$ 的通解为 (\quad)

A. $y=x+\frac{1}{2}e^x$

B. $y=c_1 \cos x + c_2 \sin x + \frac{1}{2}e^x$

C. $y=c_1 \cos x + c_2 \sin x + x$

D. $y=c_1 \cos x + c_2 \sin x + \frac{1}{2}e^x + x$

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. $\int_{-2}^2 \frac{x^4 \sin x}{x^2+1} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 连续曲线 $x=\varphi(y)$ 、直线 $y=c$ 、 $y=d(c < d)$ 及 y 轴所围成的曲边梯形绕 y 轴旋转一周而成的立体的体积 $V = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 已知 $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{k|x|} dx = 1$, 则 $k =$ _____.

4. 已知 $\overrightarrow{AB} = (1, 0, -2)$, $\overrightarrow{AC} = (0, 1, -1)$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

5. $\frac{d^3 y}{dx^3} + 2x^5 \left(\frac{dy}{dx}\right)^5 = 3$ 是 _____ 阶常微分方程.

三、(8分) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \int_0^x e^{t^2} dt}{x^2 \sin 2x}$

四、(8分) 求定积分 $\int_0^1 \arctan \sqrt{x} dx$.

五、(8分) 求方程 $y = e^x + \int_0^x y(t) dt$ 的特解.

六、(10分) 求微分方程 $y'' + 4y = \sin^2 x$ 的通解.

七、(8分) 求过点 $M_1(1, 1, 1)$ 和 $M_2(2, 1, -1)$ 且垂直于平面 $x - y - z + 3 = 0$ 的平面方程.

八、(8分) 求点 $M(1, -1, 1)$ 与直线 $\begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ 垂直相交的直线的方程.

九、(共14分) 设星形线 $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.

(1) 求星形线的全长;

(2) 求星形线所围平面图形的面积 A ;

(3) 求星形线绕 x 轴旋转一周所围几何体的体积 V_x .

十、(6分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且存在 $c \in (a, b)$ 使

$\int_a^c f(x) dx = f(b)(c - a)$, 证明在 (a, b) 内存在一点 ξ , 使 $f'(\xi) = 0$.