

2.4.2、习题汇编**(一) 基本习题****1. 判断题**

(1) 若 $y = x \sin y$, 则 $y' = \sin y + x \cos y$. ()

(2) 若 $y - 2x^2 - y^3 = 0$, 则 $y' - 4x - 3y^2 = 0$, 从而 $y' = 4x + 3y^2$. ()

(3) 若 $\begin{cases} x = \ln t - 1 \\ y = t^5 + 3 \end{cases}$, 则 $\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = 5t^5$, 从而 $\frac{d^2y}{dx^2} = (5t^5)' = 25t^4$. ()

2. 填空题

设 $y = f(x)$ 由方程 $y - 2x = e^{x(1-y)}$ 所确定的隐函数, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} n(f(\frac{1}{n}) - 1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 求下列方程所确定的隐函数的导数 $\frac{dy}{dx}$.

(1) $y^3 + 3y = \ln y - x$

(2) $xy = \tan(x + y)$.

4. 求曲线 $x^y = y^x$ 在点 (1,1) 的切线方程.

5. 求下列函数的导数.

(1) $y = \frac{x \sin^3 x}{(x-1)^4} \sqrt{\ln x}$

(2) $y = (\cos x)^{\csc x}$.

6. 求下列方程或方程组所确定的函数的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

(1) $y = 1 + xe^y$.

(2) $\arctan \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.

7. 求下列参数方程所确定的函数 $y = f(x)$ 的一阶和二阶导数.

(1) $\begin{cases} x = 2 - t^3, \\ y = t^3 - t^2; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x = f'(t), \\ y = tf'(t) - f(t), \end{cases}$ 设 $f''(t)$ 存在且不为零.