姓名________________ 学号________________ 班级____________________

第九章 总复习题

一、单项选择题

1、设 $f_x(a,b)$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x+a,b)-f(a-x,b)}{x}=$（　　）

（A） $f_x(a,b)$； （B）0； （C）$2f_x(a,b)$； （D）$\dfrac{1}{2}f_x(a,b)$.

2、以下条件中，是推出函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 可微的条件的个数有（　　）个.

① $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f(x,y)-f(0,0)=0$；

② $\lim\limits_{x\to 0} f_x(x,0)-f_x(0,0)=0$ 且 $\lim\limits_{y\to 0} f_y(0,y)-f_y(0,0)=0$；

③ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f_x(x,y)-f_x(0,0)=0$ 且 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f_y(x,y)-f_y(0,0)=0$；

④ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-f_x(0,0)x-f_y(0,0)y-f(0,0)}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$；

⑤存在常数 A, B，使得 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-Ax-By-f(0,0)}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$；

⑥ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$；

⑦ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x,0)-f(0,0)}{x}=0$ 且 $\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{f(0,y)-f(0,0)}{y}=0$.

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

3、函数 $z=x^2-axy$ (a为非零常数) 在点（0, 0）(　　).

(A) 取极小值； （B）不取极值；

(C) 取极大值； （D）取极大值或极小值由 a 决定.

4、曲线 $\begin{cases} z=\dfrac{x^2+y^2}{4} \\ y=4 \end{cases}$ 在点 $(2,4,5)$ 处切线与 x 轴的夹角为（　　）

(A) $\dfrac{\pi}{2}$ (B) $\dfrac{\pi}{3}$ (C) $\dfrac{\pi}{4}$ (D) $\dfrac{\pi}{6}$

5、设函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处沿任意方向的方向导数都存在，设方向向量 $l^+=(0,1), l^-=(0,-1)$，则

$\lim\limits_{y\to 0^-}\dfrac{f(0,y)-f(0,0)}{y}=$ (　　).

(A) $f'_{l^+}(0,0)$ (B) $f'_{l^-}(0,0)$ (C) $-f'_{l^+}(0,0)$ (D) $-f'_{l^-}(0,0)$.

6、下面条件中，使函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微，且全微分为零的是(　　).

(A) $z=f(x,y)$ 具有偏导数且 $f_x(0,0)=f_y(0,0)=0$； (B) $\Delta z|_{(0,0)}=\dfrac{\Delta x\cdot\Delta y}{\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}}$；

(C) $\Delta z|_{(0,0)}=\dfrac{\sin((\Delta x)^2+(\Delta y)^2)}{\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}}$； (D) $\Delta z|_{(0,0)}=((\Delta x)^2+(\Delta y)^2)\sin\dfrac{1}{\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}}$.

二、填空题

1、$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{\sqrt{1+xy}-1}{xy}=$______， $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{\sqrt{1+x^2y^2}-1}{x^2+y^2}=$______， $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}xy\ln(x^2+y^2)=$______.

2、设 $z=(3x+2y)^{3x+2y}$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________________， $\dfrac{\partial z}{\partial y}=$____________________.

3、函数 $u=yf(\dfrac{x}{y})+xg(\dfrac{y}{x})$，其中 f,g 具有二阶连续导数，则 $x\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}+y\dfrac{\partial^2u}{\partial x\partial y}=$__________.

4、函数 $u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$ 在点 $A(0,1,0)$ 沿 A 指向点 $B(3,-2,2)$ 的方向的方向导数=_____，

$gradu(0,1,0)=$____________.

三、计算题

1、设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2xy}\sin(x^2y), & xy\neq0\\ 0, & xy=0\end{cases}$，求 $f_x(0,1),\ f_y(0,1)$.

2. 设 $u=f(x,y,z),z=z(x,y)$ 由 $\varphi(x^2,e^y,z)=0$ 确定， $y=\sin x$，其中 f,φ 都有一阶连续偏导数，且 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}\neq0$，求 $\dfrac{du}{dx}$.

3、设 $x = x(u,v), y = y(u,v)$ 是由方程组 $\begin{cases} xu + y = 1 \\ x - yv = 0 \end{cases}$ 所确定的隐函数，求 $\dfrac{\partial x}{\partial u}, \dfrac{\partial y}{\partial v}$.

4、证明螺旋线 $x = R\cos\theta, y = R\sin\theta, z = k\theta$ 上任意一点的切向量与 z 轴的夹角为定角.

6、在椭圆 $3x^2 + 2xy + 3y^2 = 1$ 的第一象限部分上求一点，使得该点处的切线与坐标轴所围成的三角形面积最小，并求面积的最小值.

6、抛物面 $z=x^2+y^2$ 被平面 $x+y+z=1$ 截成一个椭圆，求这椭圆到坐标原点的最远距离和最近距离.

7、设 $x_k>0\quad(k=1,2,\cdots,n)$，且 $x_1x_2\cdots x_n=1$，试证 $x_1+x_2+\cdots+x_n\ge n$.