

高等数学B(上) 期中考试试题

福建师范大学 2024-2025 学年第一学期

年级：2024级 课程名称：高等数学B（上） 任课教师：谢碧华等 试卷类别：闭卷
考试用时：120分钟 考试时间：2024年11月24日上午9点00分

本文档由@Xuuyuan 制作，题目著作权归福建师范大学数学与统计学院所有。

一、单选题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{bx^{2024} + 3 \sin x^{2024}}{x^{2024}} = 3$. 则 $b = ()$.
A. 0 B. 3 C. 6 D. 任意实数
2. 设 $f(x) = 3^{x^2} - 1$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, 有 $()$.
A. $f(x)$ 与 x^2 是等价无穷小 B. $f(x)$ 是比 x^2 高阶的无穷小
C. $f(x)$ 与 x^2 是同阶但非等价无穷小 D. $f(x)$ 是比 x^2 低阶的无穷小
3. $x = 0$ 是 $f(x) = \frac{x}{e^{\frac{1}{x}} + 1}$ 的 $()$ 间断点.
A. 可去 B. 跳跃 C. 无穷 D. 振荡
4. 下列结论成立的是 $()$.
A. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
B. 若 $f(x_0)$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
C. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处连续
D. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处可导
5. 设 $x_0 > 0$, $f'(x_0) = a$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{\sqrt{x} - \sqrt{x_0}} = ()$.
A. a B. $\sqrt{x_0}$ C. $a\sqrt{x_0}$ D. $2a\sqrt{x_0}$

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设函数 $\csc x$ 的值域为_____.
编者注: 原卷此处应该多打了"设"字。
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 7}{x - 1} = \beta$, 则常数 $\alpha + \beta =$ _____.

3. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x} + k, & x > 0 \end{cases}$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 则 $k =$ _____.
4. 设 $y = \frac{1}{\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}$, 则 $dy =$ _____.
5. 设 $y = \tan[f(x^2)]$, 其中 f 可导, 则 $y' =$ _____.

三、(8 分)

设 $0 < a < b < c$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}$. (要求写计算过程)

四、(8 分)

求 $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{(\sqrt{1 - \cos x^2})(\sqrt{1 + \sin x} - 1)}$.

五、(8 分)

已知 $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}) + x^x - \ln \frac{\pi}{2}$, 求 y' .

六、(8 分)

设 $f(x) = \lim_{t \rightarrow 0} (1 + 2t)^{\frac{x}{\sin t}}$, 求 $f^{(n)}(x)$.

七、(10 分)

求由参数方程 $\begin{cases} x = \frac{t^2}{2} - t \\ y^2 - 2ty - 9 = 0 \end{cases}$ 所确定的曲线 $y = f(x)$ 在 $t = 0$ 处的切线方程.

八、(10 分)

求函数 $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{|x|(x^2 - 4)}$ 的间断点, 并判定其间断点的类型. 若为可去间断点, 试补充或修改定义后使其为连续点.

九、(12 分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} g(x) \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 其中函数 $g(x)$ 可导, 且 $g(0) = g'(0) = 0$, 求 $f'(x)$.

十、(6 分)

设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 且 $f(0) = 0, f(1) = 1$. 证明至少存在一个点 $\xi \in (0, 1)$ 使得

$$f(\xi) = 1 - \xi.$$