福建师范大学期末考试试卷

2021—2022 学年度第一学期《线性代数》试卷（A）

一、填空题（本大题共 7 个空，每小题 3 分，共 21 分）

1. 若排列 12745i6k9 是偶排列,则 i=______, k=_______。

2. n 阶方阵 A 满足 $A^2+2A+E=0$, 则 A^{-1} = _____________。

3. 设 $m\times n$ 矩阵 A 的秩 R(A)=r,则 n 元齐次线性方程组 Ax=0 的解集 S 的秩 R(S)= _________。

4. 设 A_1, A_2 均为可逆矩阵，$\begin{pmatrix} 0 & A_1 \\ A_2 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$=_________________。

5. 已知 $a_1=(3,5,7,9)$,$a_2=(-1,5,2,0)$, 且 x 满足 $2a_1+x=a_2$ 则 x =__________。

6. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2+4x_1x_2+2x_2x_3$ 对应的矩阵是_____________。

二、选择题（本大题共 5 个空，每小题 3 分，共 15 分）

1. 若 AB=0,则有（　）

A. A,B 都可能为非零矩阵　B. A,B 一定为非零矩阵

C. A 或 B 一定为零矩阵　D. A 和 B 一定为零矩阵

2. 初等矩阵 E(ij(k))的逆矩阵$[E(ij(k))]^{-1}$ 等于（　）

A. E(ij(-k))　B. $E(ij(k^{-1}))$　C. E(ji(-k))　D. $E(ji(k^{-1}))$

3. 若 $A^2=A$,则 A 的特征根为(　)

A. 1　B. 0　C. 1 或 0　D. -1

4. n 元线性方程组 $Ax=b$ 有唯一解的充分必要条件是（　）

A. $r(A)<n$　B. $r(A)=r(A,b)<n$

C. $r(A,b)<n$　D. $r(A)=r(A,b)=n$

5. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_r$ 线性相关,则 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_r,\alpha_{r+1}\cdots\alpha_m$ 必（　）

A. 线性相关　B. 线性无关

C. 不能确定　D. 能由 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_r$ 线性表出

三、判断题（本大题共 5 个小题，每小题 2 分，共 10 分）

1. 已知行列式 D^T 是行列式 D 的转置，则 $D^T \neq D$ 。 (　　)

2. 已知 n 阶方阵 A 可逆，则 $|A| = 0$ 。 (　　)

3. 如果其次线性方程组有非零解，则系数行列式等于零。 (　　)

4. 设 A, B 是 n 阶方阵，则 $AB = BA$ 。 (　　)

5. 等价的向量组有相同的秩。 (　　)

四、计算题（本大题共 4 个小题，每小题 8 分，共 32 分）

1、计算 n 阶行列式 $D = \begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$ 的值。

2、利用矩阵的初等变换求下列方阵的逆矩阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

3、求齐次线性方程组 $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0 \end{cases}$ 的基础解系及通解。

4、判断实矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 2 \\ 3 & 6 & -1 \end{pmatrix}$ 能否对角化，如能将其对角化，并求满足

$M^{-1}AM$ 为对角阵的矩阵 M。

五、证明题（本大题共 2 个小题，每小题 11 分，共 22 分）

1. 设 A 为 n 阶方阵，证明：A 的伴随矩阵 A^* 满足：$\left|A^*\right|=\left|A\right|^{n-1}$。

2. 证明 $e_1=(1,1,1,)$, $e_2=(0,1,2)$, $e_3=(2,0,3)$,为 R^3 的一个基底，求 R^3 的一个标准正交基底 。