第二节　全排列和对换

主要内容

- 排列及逆序数的定义和计算

问题：

1、什么是（全）排列及逆序？

2、什么是元素的逆序数？

3、会求排列的逆序数。

1、全排列

定义　把 n 个不同的元素排成一列，叫做这 n 个元素的全排列（或排列）.

例　(1)2567　(2)$abcdg$　(3)1234567　……

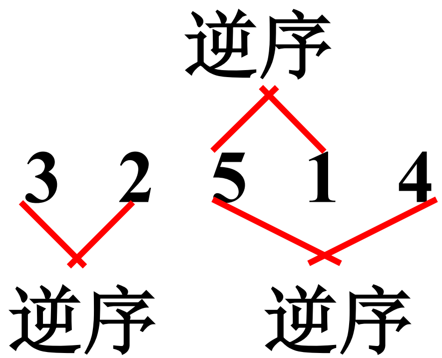
注：　n 个不同的元素的所有排列的总数，通常用 P_n 表示.

2、排列的逆序数

我们规定各元素之间有一个标准次序，n 个不同的自然数，规定由小到大为标准次序.

定义 在一个排列 $(i_1 i_2 \cdots i_t \cdots i_s \cdots i_n)$ 中，若数 $i_t > i_s$ 则称这两个数组成一个逆序.

例如 排列32514 中，



定义 （1） 排列中某个元素前面比它大的数码的个数之和 称为这个**元素的逆序数**；

（2）一个排列中所有逆序的总数称为此排列的**逆序数**。

例如 排列42513 中，

0 0 2

4 2 5 1 3

1 逆序数为3

故此排列的逆序数为3+1+0+1+2=6.

排列的奇偶性

逆序数为奇数的排列称为**奇排列**;逆序数为偶数的排列称为**偶排列**.

计算排列逆序数的方法

分别计算出排列中每个元素的逆序数，则每个元素的逆序数之总和即为所求排列的逆序数.

例1　求排列32514的逆序数.

$$\begin{array}{ccccc} 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 1 \end{array}$$

于是排列32514的逆序数为

$$t = 0 + 1 + 0 + 3 + 1 = 5.$$

例2 计算下列排列的逆序数，并讨论它们的奇偶性.

(1) $\mathbf{217986354}$

(2) $\boldsymbol{n(n-1)(n-2)\cdots 321}$

(3) $123\cdots n$

三、小结

1　n 个不同的元素的所有排列种数为 $n!$.

2　排列具有奇偶性.

3　计算排列逆序数常用的方法.

思考题

分别用两种方法求排列16352487的逆序数.

思考题解答

解 由前向后求每个数的逆序数.

$$t = 0+0+1+1+3+2+0+1 = 8.$$