

习题 3.4

1. 判断题

- (1) 若在 (a,b) 内 $f(x)$, $g(x)$ 都可导, 且 $f'(x) > g'(x)$, 则在 (a,b) 内必有 $f(x) > g(x)$. ()
- (2) 若 $f'(x) > 0$, 则 $f(x) > 0$. ()
- (3) 若 $(x_0, f(x_0))$ 为曲线 $y = f(x)$ 的拐点, 则必有 $f'(x_0) = 0$. ()
- (4) 若 $f'(x_0) = 0$, 则 $(x_0, f(x_0))$ 必为函数曲线 $y = f(x)$ 的拐点. ()
- (5) 若在 I 上, 曲线总在它每一点的切线上方, 则曲线在 I 上是凹. ()
- (6) $y = xe^{-3x}$ 的拐点 $x = 0$. ()

2. 选择题

- (1) 函数 $y = x + \frac{4}{x}$ 的单调减区间为 ().
- A. $(-\infty, -2), (2, +\infty)$ B. $(-2, 0) \cup (0, 2)$
- C. $(-\infty, 0), (0, +\infty)$ D. $(-2, 0), (0, 2)$
- (2) 若在 (a,b) 内, $f'(x) < 0, f''(x) < 0$, 则 $f(x)$ 在 (a,b) 内为 ().
- A. 单调递增而且是凸的 B. 单调递增而且是凹的
- C. 单调递减而且是凸的 D. 单调递减而且是凹的
- (3) 曲线 $y = 6x - 24x^2 + x^4$ 的凸区间是 ().
- A. $(-2, 2)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$
- (4) 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ 的拐点是 ().
- A. $(1, 6)$ B. $(2, 3)$ C. $(2, 4)$ D. $(3, 2)$
- (5) 设 $f'(x) = (1-x)(2x+1), x \in (-\infty, +\infty)$, 则在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 内曲线 $f(x)$ 是 ().
- A. 单调递增且凹的 B. 单调递减且凹的
- C. 单调递增且凸的 D. 单调递减且凸的

3. 填空题

- (1) 设函数 $f(x)$ 二阶可导, 则 $f(x)$ 的二阶导数为 0 的点是曲线 $y = f(x)$ 的拐点的 _____ 条件.
- (2) 已知点 $(1, 3)$ 是曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

4. 求曲线 $y = xe^{-x}$ 的凸凹性及其拐点.

5. 证明题

(1) 利用函数单调性证明: $e^x \geq 1+x$ 对一切的 $x \in R$ 成立.

(2) 利用函数凹凸性证明: $\forall x > 0, y > 0, x \neq y$, 有 $x \ln x + y \ln y > (x+y) \ln \frac{x+y}{2}$.

6. 设曲线 $y = ax^3 + bx^2 + cx$ 在点 $(1, 2)$ 处有水平切线, 且原点为该曲线的拐点, 求此曲线方程.