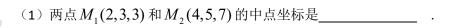
8.1 向量及其线性运算

1. 填空题



(2) 若向量 $\vec{a} = \overrightarrow{M_1 M_2} = (2, -5, 0)$ 且终点 M_2 坐标是(4, 0, 1),则 M_1 坐标是_____.

(5)当______ 时, $\left| \vec{a} + \vec{b} \right| = \left| \vec{a} \right| + \left| \vec{b} \right|$;当______ 时, $\left| \vec{a} - \vec{b} \right| = \left| \vec{a} \right| + \left| \vec{b} \right|$;

当______ 时, $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$.

2. 已知两点 $M_1(\sqrt{2},-1,3)$ 和 $M_2(0,-2,4)$,求 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 的模、单位向量、方向余弦、方向角.

1





- 3. 设向量 $\vec{a} = (2,1,3), \ \vec{b} = (2,1,-2), \ \vec{c} = 3\vec{a} 2\vec{b}.$ 求:
- (1) \vec{c}
- (2) \vec{c} 在x轴上的投影
- (3) \vec{c} 在 z 轴上的分向量.



4. 设 $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$, P 为线段 AB 上任意一点,证明存在实数 λ , 使得 $\overrightarrow{OP} = (1-\lambda)\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta}$.







8.2 数量积 向量积 混合积

1. 判断题:

(1) 若
$$\vec{a} \neq \vec{0}$$
, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$,则 $\vec{b} = \vec{c}$.

- (2) 对任意的向量 \vec{a} 和 \vec{b} ,都有 $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 + |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$.
- 2. 选择题:

(1) 已知
$$\overrightarrow{AB} = (1,0,-2)$$
, $\overrightarrow{AC} = (0,1,-1)$,则 ΔABC 的面积为(

- $c.\sqrt{6}$

(2) 下列等式不成立的是()

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ B. $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$
- C. $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ D. $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$

3. 已知向量 $\vec{a} = (2,-1,-3)$ 和 $\vec{b} = (1,-4,5)$,求

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 及 $\vec{a} \times \vec{b}$;
- (2) $(-2\vec{a}) \cdot (3\vec{b}) \not \boxtimes 2\vec{a} \times (-3\vec{b})$;
- (3) \vec{a} 和 \vec{b} 的夹角的余弦值;
- (4) 以向量 $\vec{a} = (2,-1,-3)$ 和 $\vec{b} = (1,-4,5)$ 为邻边的三角形的面积.





- 4. 己知向量 $\vec{a} = (2,-4,1)$ 和 $\vec{b} = (1,-2,2)$,求
 - (1) 向量 \vec{a} 在 \vec{b} 上的投影;
 - (2) 实数 λ 的值使得 $\lambda \vec{a} + \vec{b}$ 垂直 z 轴;



5. 用向量的方法证明:

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} \ge |a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3|,$$

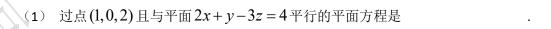
其中 a_1,a_2,a_3,b_1,b_2,b_3 为任意实数. 并指出等号成立的条件.





8.3 平面及其方程

1. 填空题:

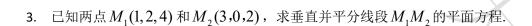


(2) 点(1,0,2)到平面x+2y-2z+6=0的距离是

(3) 平面 x-y+2z=0 与平面 x-y+2z-6=0 的距离是

(5) 平面 x+2y-2z+3=0 和 x-y+z=3 的夹角余弦值是_____.

2. 求过点 $M_1(1,1,3)$ 、 $M_2(3,1,2)$ 和 $M_3(2,0,2)$ 的平面方程.





4. 求过点 $M_1(1,1,1)$ 和 $M_2(2,1,-1)$ 且垂直于平面x-y-z+3=0的平面方程.





- 6. 分别按下列条件求平面方程:
 - (1) 平行于 *xoz* 面且经过点(2,-5,3);
 - (2) 通过 z 轴和点(-3,1,-2);
 - (3) 平行于 x 轴且经过两点 (4,0,-2) 和 (5,1,7)







8.4空间直线及其方程

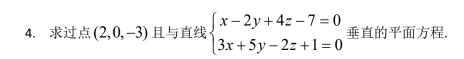
- 1. 选择题:
 - (1) 直线 L: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$ 与平面() 平行

 - A. 4x+y-z-10=0 B. x-2y+3z+5=0

 - C. 2x-3y+z+6=0 D. x+y-5z+3=0
- (2) 直线 L: $\begin{cases} x+3y+2z+1=0\\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 和平面 $\pi:4x-2y+z-2=0$ 的位置关系是())
 - A. L 与 π 平行 B. $L \perp \pi$ C. $L \in \pi$ D. L 与 π 斜交

- (3) 设直线 $L_{1:}\frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$,则该直线一定().

- A. 过原点且垂直于x轴 B. 过原点且垂直于y轴 C. 不过原点且垂直于x轴 D. 不过原点且垂直于z轴
- 2. 直线 $\begin{cases} 2x + y + 4z = 0 \\ 3x y + z + 1 = 0 \end{cases}$ 与平面 x + y z = 0 的夹角为______.
- 3. 求过点(-2,3,1)且与两平面x+y=z和2x+y+z=4平行的直线方程.





5. 求点 (3,-1,2) 到直线 $\begin{cases} 2x-y+z-4=0\\ y-z+2=0 \end{cases}$ 的距离.





6. 求点(2,2,2)在平面x+2y+z-2=0上的投影点.





7. 求直线 $\begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}$ 在平面 x - y + 2z - 1 = 0 上的投影直线方程.



