绝密★启用前

2024年旗山师范高等专科学校期末统一考试

高 等 数 学

本试卷共2页，总分100分，考试时间120分钟。

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共5小题，每小题3分，共15分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知 $a=\lim\limits_{x\to 0^+}(1+x)^{\frac{1}{x}}, b=\lim\limits_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}}$，则 $a+b=$（ ）.

A．1　　B．e　　C．$1+e$　　D．$2e$

2．$x=1$ 是函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+2^{\frac{1}{x-1}}}$ 的（ ）.

A．跳跃间断点　　B．可去间断点　　C．振荡间断点　　D．无穷间断点

3．设 $f(x)$ 可导，下列哪个选项为其导数定义（ ）.

A．$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x-\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$　　B．$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x)-f(x-h)}{h}$

C．$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x_0)-f(x)}{x-x_0}$　　D．$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x-h)}{h}$

4．关于极值点，下列说法正确的是.

A．若 x_0 为 $f(x)$ 的极值点，则必有 $f'(x_0)=0$

B．若 $f'(x_0)=0$，则 x_0 必为 $f(x)$ 的极值点

C．若 $f(x)$ 在 (a,b) 内有极大值，也有极小值，则极大值必大于极小值

D．若 x_0 为 $f(x)$ 的极值点，则 $f'(x_0)=0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在

5．计算不定积分 $\int xf''(x)dx$.

A．$xf'(x)-f(x)dx$　　B．$xf(x)-f'(x)+C$

C．$xf'(x)-f(x)+C$　　D．$xf'(x)-f'(x)+C$

二、填空题：本题共5小题，每小题3分，共15分。

6．当 $x\to 0$ 时，$\dfrac{\sin 4x^3}{1-\cos ax}$ 与 ax 是等价无穷小，则 $a=$_____.

7．设 $y=\ln\sin x$，则 $dy=$_____ $d\sin x$.

8．设 $f(x)=\ln(1+x)$，则 $f^{(2025)}(0)=$_____.

9．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}=$_____.

10．求不定积分 $\int\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx=$_____.

三、解答题：本题共8小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

11.（8 分）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0^+}(\ln\frac{1}{x})^{\sin x}$.

12.（8 分）

已知 $y=f(x)$ 为 $y=1+xe^y$ 所确定的隐函数，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

13.（8 分）

计算不定积分 $\int\frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$.

14.（8 分）

计算不定积分 $\int(\sec^3 x+\sec^4 x)dx$.

15.（10 分）

求函数 $y=\ln(1+x^3)$ 的定义域、渐近线、凹凸区间以及拐点.

16.（10 分）

已知三角形的底边长为 a ，高为 h，设其内接矩形，该矩形的一条边与三角形的底边重合，求矩形的面积最大值.

17.（8 分）

证明：$\forall x>0,1+\frac{1}{2}x>\sqrt{1+x}$.

18.（10 分）

已知奇函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上连续，$(-1,1)$ 内可导，且 $f(1)=1$.

（1）设 $g(x)=xf(x)$，求 $f(0)$ 和 $g'(0)$；

（2）证明：存在一点 $\xi\in(0,1)$ 使得 $f'(\xi)=1$.