4.4 习题汇编

（一）基本习题

1. 选择题

（1）将 $\dfrac{x^4 - x^2 + 1}{(x^2 - 1)(x+1)(x^2+1)}$ 拆分为部分分式之和，该和式的形式为（　　）

A. $\dfrac{A}{x+1} + \dfrac{B}{x^2-1} + \dfrac{Cx+D}{x^2+1}$

B. $\dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{Cx+D}{x^2+1}$

C. $\dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2} + \dfrac{D}{x^2+1}$

D. $\dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x+1} + \dfrac{C}{(x+1)^2} + \dfrac{Dx+E}{x^2+1}$

（2）$\displaystyle\int \dfrac{dx}{x^2 - x + 1} =$（　　）

A. $\arctan\left(x - \dfrac{1}{2}\right) + C$

B. $\arctan\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\left(x - \dfrac{1}{2}\right)\right) + C$

C. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}\arctan\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\left(x - \dfrac{1}{2}\right)\right) + C$

D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\arctan\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\left(x - \dfrac{1}{2}\right)\right) + C$

（3）要将无理式不定积分 $\displaystyle\int R(\sqrt[6]{x}, \sqrt[9]{x})dx$ 化为有理函数不定积分，合理的代换是（　　）

A. $t = \sqrt[3]{x}$　　　　B. $t = \sqrt[18]{x}$　　　　C. $t = \sqrt[6]{x}$　　　　D. $t = \sqrt[9]{x}$

2. 填空题

（1）$\displaystyle\int \dfrac{2x+4}{x^2 + 2x - 3}dx = $_____

（2）$\displaystyle\int \dfrac{2x+4}{x^2 + 2x - 8}dx = $_____.

（3）$\displaystyle\int \dfrac{2x+4}{x^2 + 2x + 5}dx = $_____.

（4）$\displaystyle\int \dfrac{\cos x}{\sin^2 x + \sin x}dx = $_____.

（5）$\displaystyle\int \dfrac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x} = $_____（其中 a、b 是正的常数）.

3. 计算不定积分

（1）$\displaystyle\int \dfrac{dx}{1+x^3}$

（2）$\displaystyle\int \dfrac{8x^3 + 1}{x^4 - 16}dx$

（3） $\int \dfrac{\tan x}{1+\cos x}dx$

（4） $\int \dfrac{\sin 2x}{1+\cos^4 x}dx$

（5） $\int \dfrac{1}{x^2}\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}dx$

（6） $\int \dfrac{(\sqrt{x})^3-1}{\sqrt{x}+1}dx$

（7） $\int \dfrac{1}{\sin x+\cos x}dx$;

（8） $\int \dfrac{\sin x+3\cos x}{\sin x+\cos x}dx$.