

习题 1.7

1、选择题

- (1) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\frac{1}{2}x \sin x \cos x$ 是 x 的 ().
- A. 同阶无穷小 B. 高阶无穷小
C. 低阶无穷小 D. 等价无穷小
- (2) 设 α 与 β 均为 $x \rightarrow 0$ 时的无穷小, 那么 $\alpha\beta$ 与 α 或 β 相比 ().
- A. 是高阶无穷小 B. 可能是高阶无穷小, 也可能是同阶无穷小
C. 是低阶无穷小 D. 与 α 和 β 之中阶数较高的同阶
- (3) 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 x 等价的无穷小是 ().
- A. $\frac{\sin x^2}{(\sin x)^3}$ B. $3\sqrt[3]{1+x} - 3$
C. $\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}$ D. $\frac{\sin x}{x}$
- (4) 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 为了使 $\sin^2 \frac{1}{n}$ 与 $\frac{1}{n^k}$ 成等价的无穷小, 应为 ().
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 3 D. 2
- (5) 当 $x \rightarrow 0$ 时, 以下函数和 $\sin^3 x$ 是同阶无穷小但非等价无穷小的函数是 ().
- A. $2x(1 - \cos x)$ B. $(\sec x - 1) \arctan 2x$
C. $\sin x - \tan x$ D. $x^2 \tan x$
- (6) 当 $x \rightarrow 0$ 时, 若 $(1 - \cos x) \arctan x^m$ 是与 $\frac{x \sin x^n}{2}$ 等价的无穷小, 则正整数 n 和 m 需满足 ().
- A. $m = n + 1$ B. $n = m + 1$ C. $m = n$ D. 无法判断
- (7) 当 $x \rightarrow 0$ 时, 则下列式子是错误的是 ().
- A. $x \cdot o(x) = o(x^2)$ B. $o(x)o(x^2) = o(x^3)$
C. $o(x^2) + o(x^2) = o(x^2)$ D. $o(x) + o(x^2) = o(x^2)$

2、填空题

- (1) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\frac{\sin 2x^3}{1 - \cos ax}$ 与 ax 是等价无穷小, 则 $a =$ _____.
- (2) 若 $x \rightarrow 0$ 时, $(1 - ax^2)^{\frac{1}{4}} - 1$ 与 $x \sin x$ 是等价无穷小, 则 $a =$ _____.

3、解答题

计算下列极限：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{(\arctan 2x)^3};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right);$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sqrt{x+2} - \sqrt{2})}{x};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{(\sqrt[3]{1+x^2} - 1)(\sqrt{1+\sin x} - 1)};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{\sqrt{1 - \cos x^2}};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x(1 - \cos \sqrt{x})}.$$