

习题 12.1

1. 判断题

- (1) 两个发散的级数逐项相加所得的级数一定发散. ()
- (2) 两个级数, 一个发散, 另一个收敛, 则这两个级数逐项相加所得级数必发散. ()
- (3) 级数的每一项同乘以一个常数后, 它的敛散性不变. ()
- (4) 设 $u_n \rightarrow 0 (n \rightarrow \infty)$, 则无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 一定收敛. ()
- (5) 若加括号后所得级数收敛, 则去括号后原来的级数也收敛. ()

2. 选择题

- (1) 下面关于等比级数(几何级数) $\sum_{n=0}^{\infty} aq^n (a \neq 0)$ 的敛散性说法正确的是 ()
- A. 收敛 B. 发散
C. 敛散性与 q 的取值有关系 D. 无法判断
- (2) 已知 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n = 3, \sum_{n=1}^{\infty} u_{2n} = 7$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n =$ ()
- A. 3 B. 4 C. 10 D. 11
- (3) 下列级数中收敛的是 ()
- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{6}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3}$
- (4) 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则下列级数中收敛的是 ()
- A. $\sum_{n=1}^{\infty} 1000u_n$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + \frac{1}{n})$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000}{u_n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + 1000)$

3. 填空题

- (1) 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n =$ _____.
- (2) 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$ 的敛散性_____. (填“收敛”或“发散”)

(3) 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2^n \right]$ 的敛散性_____. (填“收敛”或“发散”)

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+2+L+n} =$ _____.

4. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散, 试问:

(1) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + u_{n+1})$ 是收敛, 还是发散? 并给出理由.

(2) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (v_n + v_{n+1})$ 一定发散吗? 如果发散, 请给予证明; 如果不一定发散, 请给出反例.