9.4 多元复合函数的求导法则

1．填空题

（1）设 $f(x,y)=x+(y-1)\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{y}}$，则 $f_x(x,1)=$__________________.

（2）$z=e^{3u-2v},u=x^2,v=\cos x$，$\dfrac{dz}{dx}=$______________________.

（3）设 $z=f(x^2+y^2)$，其中 f 可微，则 $y\dfrac{\partial z}{\partial x}-x\dfrac{\partial z}{\partial y}=$________________.

（4）设 $z=\dfrac{y}{f(x^2-y^2)}$，其中 f 可微，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________________________；

$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$______________________________.

（5）设 $u=f(\dfrac{x}{y},\dfrac{y}{z})$，其中 f 具有一阶连续偏导数，则 $\dfrac{\partial u}{\partial x}=$______________；

$\dfrac{\partial u}{\partial y}=$______________；$\dfrac{\partial u}{\partial z}=$__________________.

（6）设函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(1,1)$处可微，且 $f(1,1)=2$，$f(1,2)=1$，$f_x(1,1)=2$，

$f_y(1,1)=3$，$f_x(1,2)=4$，$f_y(1,2)=5$，记 $\varphi(x)=f(x,f(x,x))$，求 $\left.\dfrac{d}{dx}\varphi^3(x)\right|_{x=1}=$___

2．选择题

（1）已知函数 $u(x,y)=\varphi(x+y)+\varphi(x-y)+\int_{x-y}^{x+y}\psi(t)dt$，其中函数 φ 具有二阶导数，ψ 具有一阶导数，则必有（　　）

A $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=-\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$　　B $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$　　C $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$　　D $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

3. 设函数 $z=f(u,v,w)$ 具有连续偏导数，而 $u=\eta-\xi,v=\eta+\xi,w=\xi\eta$，

求 $\dfrac{\partial z}{\partial \xi}$，$\dfrac{\partial z}{\partial \eta}$.

4. 设 $z = f(u, x, y), u = xe^{y}$，其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

5. 设 $u = x^{y}$，而 $x = \varphi(t), y = \phi(t)$ 都是可微函数，求 $\dfrac{du}{dt}$.

6. 设函数 $z = xy + xf(\dfrac{y}{x})$，其中 $f(u)$ 为可微函数，证明：$x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = xy + z$.