

习题 7.1

1. 试说出下列各微分方程的阶数, 并判别它们是线性或非线性方程:

(1) $x(y')^2 - 2y = 0$; _____ (2) $x^2 y'' - xy' + y = 0$; _____

(3) $5(y'')^3 + e^x (y')^5 = 0$; _____ (4) $5y''' + 2y' + e^x y = 0$; _____

(5) $\frac{d\rho}{d\theta} + \rho = \sin \theta$; _____ (6) $y'' + 5y' + 6y = 0$. _____

2. 选择题

(1) 已知 $y = \frac{x}{\ln x}$ 是微分方程 $y' = \frac{y}{x} + \varphi(\frac{y}{x})$ 的解, 则 $\varphi(\frac{y}{x})$ 的表达式是

()

A. $-\frac{y^2}{x^2}$

B. $\frac{y^2}{x^2}$

C. $-\frac{x^2}{y^2}$

D. $\frac{x^2}{y^2}$

(2) 微分方程 $y'' + w^2 y = 0$ 的通解是 ()

A. $y = C \cos wx$

B. $y = C \sin wx$

C. $y = C_1 \cos wx + C_2 \sin wx$

D. $y = C_1 (\cos wx + \sin wx) + C_2$

3. 判断题

(1) 微分方程的通解包含了所有特解. ()

(2) $y = C$ 与 $y = -x$ 都是微分方程 $(x+y)y' = 0$ 的解, 故 $y = C$ 不是该方程的通解. ()

(3) $y = Ce^{2x}$ 是微分方程 $y'' - 4y = 0$ 的通解. ()

(4) $y = \sin x - \cos x$ 是微分方程 $y'' + y = 0$ 的特解. ()

(5) $y = \sin x - \cos x + C$ 是微分方程 $y'' + y = 0$ 的通解. ()

(6) $y = \sin(x+C)$ 是微分方程 $(y')^2 + y^2 - 1 = 0$ 的通解. ()

4. 在下列各题中, 确定函数关系式中所含的参数, 使函数满足所给的初值条件:

(1) $x^2 - y = C$, $y|_{x=1} = 0$;

(2) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$, $y|_{x=0} = 0$, $y'|_{x=0} = 1$;

5. 给定一阶微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2x$:

- (1) 求出它的通解;
- (2) 求通过点 (2, 3) 的特解;
- (3) 求出与直线 $y = 2x + 3$ 相切的解;
- (4) 求出满足条件 $\int_0^3 y dx = 3$ 的解.