姓名：______________，学号：__________________，班级：__________________

第二章总复习题

1.选择题

(1) 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{e^{\frac{1}{x}}}, x\neq 0\\ 0, x=0\end{cases}$，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的（ ）.

A. 左、右导数都不存在　　B. 左导数存在，右导数不存在

C. 左、右导数都存在　　D. 左导数不存在，右导数存在

（2）设 $f(x)=3x^3+x^2|x|$，则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数为（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

（3）已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 可导，且 $f(0)=0$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2f(x)-2f(x^3)}{x^3}$ 等于（　　）.

A. $-2f'(0)$　　B. $-f'(0)$　　C. $f'(0)$　　D. 0

（4）函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导的充分必要条件是(　　).

A. $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续；　　B. $f(x)-f(0)=Ax+o(x)$，其中 A 是常数；

C. $f'_-(0)$ 与 $f'_+(0)$ 都存在；　　D. $\lim\limits_{x\to 0}f'(x)$ 存在.

（5）已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\dfrac{1}{x}, x>0\\ ax+b, \quad x\leq 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 可导，则有（　）.

A. $a=1,b=0$　B. $a=1,b$ 为任意实数　C. $a=0,b=0$　D. $a=0,b$ 为任意实数

（6）设奇函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域有定义，且在 $x=0$ 处可导，又知函数 $\varphi(x)=\begin{cases}\dfrac{(x+\sin x)f(x)}{x^2}, x\neq 0\\ 1 \quad\quad x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 连续，则 $f'(0)$=（　）

A. 1　　B. 2　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. -1

2.填空题

（1）设 $f(x)=e^x(e^x-1)(e^x-2)\cdots(e^x-n)(n\geq 2)$，则 $f'(0)=$__________.

（2）设 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，则 $f^{(n)}(x)=$ _________.

（3）设 $y=f(\ln x)e^{f(x)}$，其中 f 可微，则 $dy=$ ____________________.

（4）设 $f'(\ln x)=1+x$，则 $f'(x)=$ ____________________.

（5）设 $x=y^y$ 确定 $y=y(x)$，则 $dy=$ ____________________.

（6）设 $f(x)=\lim\limits_{t\to 0}(1+2t)^{\frac{x}{\sin t}}$，则 $f'(x)=$ ____________________.

2. 设 $f(x)$ 在 $x=2$ 的某邻域内可导，且 $f'(x)=\mathrm{e}^{f(x)}, f(2)=1$，求 $f'''(2)$.

3．求由参数方程 $\begin{cases} x=t+\cos t \\ e^y+ty+\sin t=1 \end{cases}$ 所确定的曲线 $y=f(x)$ 在 $t=0$ 点的切线方程.

4. 设周期为 4 的周期函数 $f(x)$ 可导，又 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1)-f(1-x)}{2x}=-1$，求 $y=f(x)$ 在点 $(5, f(5))$ 处的切线的斜率.

5. 设函数 $f(x)$ 可导，证明：当 $f(x)$ 为奇函数时，$f'(x)$ 为偶函数；当 $f(x)$ 为偶函数时，$f'(x)$ 为奇函数.

6. 设 $f(1)=0, f'(1)$ 存在，求极限 $\lim_{x\to 0}\frac{f(\sin^2 x+\cos x)\tan 3x}{(e^{x^2}-1)\sin x}$.

7. 设曲线 $y=f(x)$ 与 $y=x^2-2x$ 在 $(2,0)$ 处有公共切线，求 $\lim_{n\to\infty} nf(\frac{2n}{n+1})$.

8. 设 $f(x)=x^n$ 在点 $(1,1)$ 处的切线与 x 轴的交点为（$\xi_n,0)$，求 $\lim\limits_{n\to\infty} f(\xi_n)$.

9. 设 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处的某个邻域 $U(0,\delta)$ 内有定义，$f'(0)=1$ 且 $\forall x,y\in U(0,\delta)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+1$ ，证明：上述邻域内 $f'(x)=1$.

10. 设 $f(x)=\begin{cases}(x^2)^{\lambda}\cos\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，讨论：

（1）当 λ 为何值时，$f(x)$ 在点 $x=0$ 连续；

（2）当 λ 为何值时，$f(x)$ 在点 $x=0$ 可导；

（3）当 λ 为何值时，$f'(x)$ 在点 $x=0$ 连续.