福建师范大学 公共课 数信学院

2020 — 2021 学年第 1 学期考试 ____ 卷

知明行笃 立诚致广

专 业：______________ 年 级：__________

课程名称：概率论与数理统计 任课教师：__________

试卷类别：开卷（ ）闭卷（√） 考试用时： 120 分钟

考试时间： 2020 年 11 月 25 日 下 午 14 点 00 分

题号	一	二	三	四	五	总得分	评卷人
得分							
题号	六	七	八	九	十		
得分							

考生信息栏

学院______系______专业______年级______姓名______学号______

装 订 线

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 甲，乙，丙三人各射击一次，A、B、C 分别表示甲、乙、丙击中，则事件“三人中至多有两个人击中”可表示为（ A ）

A. $\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$　　B. $\overline{A}BC\cup A\overline{B}C\cup AB\overline{C}$

C. $A\overline{BC}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{AB}C$　　D. $\overline{A\cup B\cup C}$

2.若随机事件 A,B 满足 P(A)=P(B)=0.6, 则以下叙述正确的是（ D ）

A. A, B 互不相容　　B. A=B

C. A, B 相互独立　　D. 以上都不对

3. 如果 $f(x)=\begin{cases}2\sin x, & 0<x<c,\\ 0, & 其它。\end{cases}$是随机变量 X 的密度函数，则 $c=$（ A ）

A. $\pi/3$　　B. $\pi/6$

C. $\pi/2$　　D. π

4. 设 A, B, C为三个随机事件，且A, B 相互独立，则以下结论中不正确的是（ D ）

A. 若 P(C)=1, 则 AC 与 BC 也独立　　B. 若 P(C)=1, 则 $A\cup C$ 与 B 也独立

C. 若 P(C)=0, 则 $A\cup C$ 与 B 也独立　　D. 若 $C\subset B$，则 A 与 C 独立

5. 假设某台手机两次被呼叫的时间间隔服从参数为θ的指数分布。已知在接下来的一个小时内被呼叫的概率为 0.5，则 $\theta=$（ A ）

A．1/ln2　　B．ln2　　C．1/ln5　　D．ln5

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6. 设一批产品中，一、二、三等品分别占 50%，40%和 10%。从中任取一件，发现不是一等品，则取到的是二等品的概率为____________. 4/5

7. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 1/5, & 0\le x<2\\ 2/5, & 2\le x<4\\ 1, & x\ge 4\end{cases},$$

则 P(X=2)=____________ . 1/5

8. 设随机变量 $X\sim N(0.5,2)$，以 Y 表示对 X 的三次独立重复观察中“$X\le 0.5$”出现的次数，则 $P\{Y=2\}$=____________. 3/8

9. 设随机变量 X 服从参数为 3 的泊松分布，则 $P(1\le X<3)=$____________.(填表达式) $7.5e^{-3}$

10. 从 0，1，…,9 十个数字中已选出 3 个不同的数字，则三个数字中不含有 0 或 5 的概率是______________. 14/15

三、计算题（共 70 分）

11、（8 分）将 3 只球随机地放入 4 个杯子中，求杯子中球的最大个数分别为 1、2、3 的概率。

解：A={杯子中球的最大个数为 1}，B={杯子中球的最大个数为 2}，B={杯子中球的最大个数为 3}.

$$P(A)=\frac{C_4^3\cdot 3!}{4^3}=\frac{3}{8}.$$

$$P(B)=\frac{C_3^2\cdot C_4^2\cdot 2!}{4^3}=\frac{9}{16}.$$

$$P(C)=\frac{C_4^1}{4^3}=\frac{1}{16}.$$

12、（12 分）有朋友自远方来访,他乘火车、轮船、汽车、飞机来的概率分别为 0.3, 0.2, 0.1, 0.4,如果他乘火车、轮船、汽车来的话,迟到的概率分别为 1/4, 1/3, 1/12，而乘飞机不会迟到。求：(1). 他迟到的概率；(2). 如果他迟到了,试问他是乘火车来的概率?

解：$A_1=\{乘坐火车\}, A_2=\{乘坐轮船\}, A_3=\{乘坐汽车\}, A_4=\{乘坐飞机\}$，$B=\{迟到\}$

则$P(A_1)=0.3, P(A_2)=0.2, P(A_3)=0.1, P(A_4)=0.4.$

$$P(B)=\sum_{i=1}^{4}P(B|A_i)P(A_i)=\frac{1}{4}\cdot 0.3+\frac{1}{3}\cdot 0.2+\frac{1}{12}\cdot 0.1=\frac{3}{20}=0.15.$$

$$P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{4}\cdot 0.3}{0.15}=0.5.$$

13、（10 分）某球员投篮命中的概率是 0.8，现该球员投篮 3 次，以 X 表示前 2 次中命中篮筐的次数，以 Y 表示 3 次投篮中命中篮筐的总次数，求：

(1). X 和 Y 的联合分布律和边缘分布律；(2). 在 X=1 的条件下 Y 的条件分布律。

解：

Y \ X	0	1	2	$p_{\cdot j}$
0	$0.2^3=0.008$	0	0	**0.008**
1	$0.2^2\cdot 0.8=0.032$	$C_2^1 0.2^2\cdot 0.8=0.064$	0	**0.096**
2	0	$C_2^1 0.2\cdot 0.8^2=0.256$	$0.2\cdot 0.8^2=0.128$	**0.384**
3	0	0	$0.8^3=0.512$	**0.512**
$p_{i\cdot}$	**0.04**	**0.32**	**0.64**	1

(2)

$$P(Y=0|X=1)=\frac{P(X=1,Y=0)}{P(X=1)}=\frac{0}{0.32}=0.$$

$$P(Y=1|X=1)=\frac{P(X=1,Y=1)}{P(X=1)}=\frac{0.064}{0.32}=0.2.$$

$$P(Y=2|X=1)=\frac{P(X=1,Y=2)}{P(X=1)}=\frac{0.256}{0.32}=0.8.$$

$$P(Y=3|X=1)=\frac{P(X=1,Y=3)}{P(X=1)}=\frac{0}{0.32}=0.$$

14、（15 分）设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} cx & 0<x<2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$，求：

(1). 常数 c 的值； (2). $P(\frac{5}{3}<X<5)$； (3). $Y=(X-1)^2$ 的概率密度。

解：（1） $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx=1$

$\int_0^2 cx\,dx=1\Rightarrow c=\frac{1}{2}.$

(2) $P(\frac{5}{3}<X<5)=\int_{\frac{5}{3}}^{5} f(x)\,dx=\int_{\frac{5}{3}}^{2}\frac{1}{2}x\,dx=\frac{11}{36}.$

(3) ①. 当 $y\le 0$ 或 $y\ge 1$时， $f_Y(y)=0$；

② 当 $0<y<1$时，

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=P((X-1)^2\le y)$$
$$=P(-\sqrt{y}+1\le X\le\sqrt{y}+1)$$
$$=F_X(\sqrt{y}+1)-F_X(-\sqrt{y}+1).$$

$$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\sqrt{y}}[f_X(\sqrt{y}+1)+f_X(-\sqrt{y}+1)], & 0<y<1,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1}{2\sqrt{y}}, & 0<y<1,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

15、(15 分)设二维随机向量（X，Y）的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}e^{-y}, 0<x<y;\\ 0\ \ ,其它.\end{cases}$

(1). 求 X 和 Y 的边缘概率密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$；

(2). 判断 X 与 Y 是否相互独立，并说明理由。

解：（1）① $f_X(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)\,dy$

$$f_X(x)=\begin{cases}\int_x^{\infty}e^{-y}dy, & x>0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

$$=\begin{cases}e^{-x}, & x>0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

② $f_Y(y)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)\,dx$

$$f_Y(y)=\begin{cases}\int_0^{y}e^{-y}dx, & y>0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

$$=\begin{cases}ye^{-y}, & y>0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

（2） $f(x,y)\neq f_X(x)\cdot f_Y(y)$ 不独立。

16、（10 分）在某校举行的数学竞赛中，全体参赛学生的竞赛成绩近似服从正态分布 N(70,100)。已知成绩在 90 分以上（含 90 分）的学生有 12 名。(1). 试问此次参赛的学生总数约为多少人？(2). 若该校计划奖励竞赛成绩排在前 30 名的学生，试问设奖的分数线约为多少分？

附参考数据： $\Phi(2)=0.9772$, $\Phi(3)=0.9987$， $\Phi(1.31)\approx 0.9049$ ， $\Phi(1.58)\approx 0.9429$

解：竞赛成绩为 X，学生总数为 n，分数线 x.

(1)

$$P(X \geq 90)=\frac{12}{n}$$

$$P(X<90)=1-\frac{12}{n}$$

$$P(\frac{X-70}{10}<\frac{90-70}{10})=1-\frac{12}{n}$$

$$\Phi(2)=1-\frac{12}{n}=0.9772 \Rightarrow n \approx 526.$$

(2)

$$P(X \geq x)=\frac{30}{526}$$

$$P(X<x)=1-\frac{30}{526} \approx 0.9429$$

$$P(\frac{X-70}{10}<\frac{x-70}{10})=1-\frac{30}{526} \approx 0.9429$$

$$\Phi(\frac{x-70}{10})=\Phi(1.58) \Rightarrow x=85.8.$$