第九章 总复习题

单项选择题

1、设 $f_x(a,b)$ 存在,则 $\lim_{x\to 0} \frac{f(x+a,b)-f(a-x,b)}{x} = ($)

- (A) $f_{r}(a,b)$;
- (B) 0;
- (C) $2 f_x(a,b)$; (D) $\frac{1}{2} f_x(a,b)$.

2、以下条件中,是推出函数 z = f(x, y) 在点 (0,0) 可微的条件的个数有(

- ① $\lim_{x\to 0} f(x,y) f(0,0) = 0$;
- ② $\lim_{x\to 0} f_x(x,0) f_x(0,0) = 0 \coprod \lim_{y\to 0} f_y(0,y) f_y(0,0) = 0;$
- ③ $\lim_{\substack{x\to 0\\y\to 0}} f_x(x,y) f_x(0,0) = 0 \\ \exists \lim_{\substack{x\to 0\\x\to 0}} f_y(x,y) f_y(0,0) = 0;$
- $4 \lim_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \frac{f(x, y) f_x(0, 0)x f_y(0, 0)y f(0, 0)}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0;$
- ⑤存在常数 *A, B*,使得 $\lim_{\substack{x\to 0\\v\to 0}} \frac{f(x,y) Ax By f(0,0)}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$;

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5

3、函数 $z = x^2 - axy$ (a为非零常数) 在点 (0,0) ().

- (A) 取极小值;
- (B) 不取极值;
- (C) 取极大值;
- (D) 取极大值或极小值由a决定.

4、曲线 $z = \frac{x^2 + y^2}{4}$ 在点 (2,4,5) 处切线与 x 轴的夹角为 (

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$

5、设函数 f(x,y) 在点(0,0)处沿任意方向的方向导数都存在,设方向向量 $l^+=(0,1), l^-=(0,-1)$,则

$$\lim_{y \to 0^{-}} \frac{f(0, y) - f(0, 0)}{y} = ().$$

- (A) $f'_{r}(0,0)$ (B) $f'_{r}(0,0)$ (C) $-f'_{r}(0,0)$ (D) $-f'_{r}(0,0)$.

6、下面条件中,使函数 z = f(x, y) 在点 (0,0) 处可微,且全微分为零的是()

- (A) z = f(x, y) 具有偏导数且 $f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$;
- (B) $\Delta z \mid_{(0,0)} = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}};$

(C) $\Delta z|_{(0,0)} = \frac{\sin((\Delta x)^2 + (\Delta y)^2)}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}};$

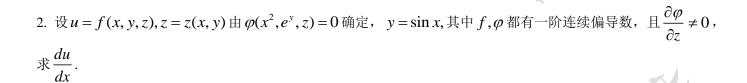
(D)
$$\Delta z|_{(0,0)} = ((\Delta x)^2 + (\Delta y)^2) \sin \frac{1}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}$$
.

二、填空题

1.
$$\lim_{\substack{x\to 0\\y\to 0}} \frac{\sqrt{1+xy}-1}{xy} = \frac{1}{x^2}, \quad \lim_{\substack{x\to 0\\y\to 0}} \frac{\sqrt{1+x^2y^2}-1}{x^2+y^2} = \frac{1}{x^2}, \quad \lim_{\substack{x\to 0\\y\to 0}} xy \ln(x^2+y^2) = \frac{1}{x^2}.$$

3、函数
$$u = yf(\frac{x}{y}) + xg(\frac{y}{x})$$
,其中 f, g 具有二阶连续导数,则 $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \underline{\hspace{1cm}}$.

三、计算题



3、设 x = x(u, v), y = y(u, v) 是由方程组 $\begin{cases} xu + y = 1 \\ x - yv = 0 \end{cases}$ 所确定的隐函数,求 $\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial y}{\partial v}$.





4、证明螺旋线 $x = R\cos\theta$, $y = R\sin\theta$, $z = k\theta$ 上任意一点的切向量与 z 轴的夹角为定角.





6、在椭圆 $3x^2 + 2xy + 3y^2 = 1$ 的第一象限部分上求一点,使得该点处的切线与坐标轴所围成的三角形面积最小,并求面积的最小值.



6、抛物面 $z=x^2+y^2$ 被平面x+y+z=1截成一个椭圆,求这椭圆到坐标原点的最远距离和最近距离.





7、设 $x_k > 0$ $(k = 1, 2, \dots, n)$,且 $x_1 x_2 \dots x_n = 1$,试证 $x_1 + x_2 + \dots + x_n \ge n$.





