姓名________________________ 学号_______________________ 班级______________________

第五章总复习题

1. 填空题

（1） 设函数 $f(x+\frac{1}{x})=\frac{x+x^3}{1+x^4}$，则 $\int_2^{2\sqrt{2}} f(x)dx=$________ . ;

（2） 设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+\cos x, x\geq 0 \\ e^{2x}, \quad x<0 \end{cases}$，则 $\int_2^5 f(2x-5)dx=$________ ；

（3）设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续，且满足 $\int_0^{x(1+x^2)} f(t)dt=2x$，则 $f(2)=$______；

（4）$\int_{-1}^{1}\frac{x^2+x\cos x}{1+\sqrt{1-x^2}}dx=$______________________；

（5）设可导函数 $y=y(\mathrm{x})$ 由方程 $\int_0^{x+y} e^{-t^2}dt=\int_0^x x\sin t^2 dt$ 确定, 则 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}=$______；

（6）$\frac{d}{dx}\int_0^x \sin(x-t)^2 dt=$__________；

(7) $\int_1^{+\infty}\frac{\ln x}{(1+x)^2}dx=$______________.

2. 选择题

（1）设 $f(x)$ 是以 l 为周期的连续函数，则 $\int_{a+kl}^{a+(k+1)l} f(x)dx$ 之值（　　　）.

A. 仅与 a 有关　　　　B. 仅与 k 无关

C. 与 a 及 k 均无关　　　　D. 与 a 和 k 都有关

（2）设 $F(x)=\int_x^{x+2\pi} e^{\sin t}\sin t dt$，则 $F(x)$（　　　）.

A. 为正常数　　B. 为负常数　　C. 恒为零　　D. 不为常数

（3）函数 $f(x)$ 连续，则下列函数中，必为偶函数的是（　　　　）.

A. $\int_0^x f(t^2)dt$　　　　B. $\int_0^x f^2(t)dt$

C. $\int_0^x t[f(t)-f(-t)]dt$　　　　D. $\int_0^x t[f(t)+f(-t)]dt$

（4）对于 $x\to 0^+$ 时的无穷小量 $\alpha=\int_0^x \cos t^2 dt$，$\beta=\int_0^{x^2}\tan\sqrt{t}\,dt$，$\gamma=\int_0^{\sqrt{x}}\sin t^3 dt$，下列排列中满足后者是前者的高阶无穷小的次序是（　　　　）.

A. α,β,γ　　B. α,γ,β　　C. β,α,γ　　D. β,γ,α

3．求下列极限

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\ln\sqrt[n]{(1+\frac{1}{n})^2(1+\frac{2}{n})^2\cdots(1+\frac{n}{n})^2}$；

（2）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x (x-t)f(t)dt}{x\int_0^x f(x-t)dt}$，其中 $f(x)$ 连续，且 $f(0)\neq 0$；

4．求下列积分：

（1）$\int_{-1}^{1}(x+|x|)e^{-|x|}dx$；　　（2）$\int_0^{\ln 2}\sqrt{e^x-1}dx$；

（3）$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos x\sqrt{\sin x}}$；

（4）$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{(2-x)^2}dx$；

（5）$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{\sin x}}{e^{\sin x}+e^{\cos x}}dx$；

（6）$\int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2}dx$.（已知收敛）

（7）$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{|x-x^2|}}dx$；

（8）$\int_0^1 t|x-t|dt$.

5. 用两种方法证明$\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^{1/2}\frac{x^n}{1+x}dx=0$.

6. 证明 $\int_0^x f(t)(x-t)dt = \int_0^x [\int_0^u f(t)dt]du$，其中 $f(x)$ 为连续函数.

7.已知 $f(x)=\int_0^x \frac{\cos t}{2t-3\pi}dt, x\in[0,\frac{3\pi}{2})$，证明 $f(x)$ 在区间 $(0,\frac{3\pi}{2})$ 内存在唯一零点.

8. 设 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上连续，且 $\int_0^\pi f(x)dx=0, \int_0^\pi f(x)\cos x dx = 0$. 求证在 $(0,\pi)$ 内至少存在两个不同的点 ξ_1,ξ_2，使 $f(\xi_1)=f(\xi_2)=0$.