第五章总复习题

1. 填空题

- (1) 设函数 $f(x+\frac{1}{x}) = \frac{x+x^3}{1+x^4}$, 则 $\int_2^{2\sqrt{2}} f(x) dx =$ ______.;
- (2) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + \cos x, x \ge 0 \\ e^{2x}, & x < 0 \end{cases}$, 则 $\int_2^5 f(2x 5) dx =$ ______;
- (3) 设 f(x) 在[0,+∞) 上连续,且满足 $\int_0^{x(1+x^2)} f(t)dt = 2x$,则 f(2) =______;
- (4) $\int_{-1}^{1} \frac{x^2 + x \cos x}{1 + \sqrt{1 x^2}} dx = \underline{\hspace{1cm}};$
 - (5) 设可导函数 $y = y(\mathbf{x})$ 由方程 $\int_0^{x+y} e^{-t^2} dt = \int_0^x x \sin t^2 dt$ 确定, 则 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$
- (6) $\frac{d}{dx} \int_0^x \sin(x-t)^2 dt = \underline{\qquad};$

(7)
$$\int_{1}^{+\infty} \frac{\ln x}{(1+x)^{2}} dx = \underline{\hspace{1cm}}.$$

2. 选择题

- (1) 设f(x)是以l为周期的连续函数,则 $\int_{a+kl}^{a+(k+1)l} f(x)dx$ 之值().
 - A. 仅与 a 有关

- B. 仅与k 无关
- C. 与 a 及 k 均无关
- D. 与a和k都有关
- (2) 设 $F(x) = \int_{r}^{x+2\pi} e^{\sin t} \sin t dt$,则F(x)(
 - A. 为正常数
- B. 为负常数
- C. 恒为零 D. 不为常数
- (3) 函数 f(x) 连续,则下列函数中,必为偶函数的是(
 - A. $\int_0^x f(t^2)dt$

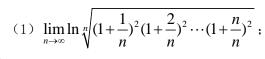
B. $\int_0^x f^2(t)dt$

C. $\int_{0}^{x} t[f(t) - f(-t)]dt$

- D. $\int_{0}^{x} t[f(t) + f(-t)]dt$
- (4) 对于 $x \to 0^+$ 时的无穷小量 $\alpha = \int_0^x \cos t^2 dt$, $\beta = \int_0^{x^2} \tan \sqrt{t} dt$, $\gamma = \int_0^{\sqrt{x}} \sin t^3 dt$, 下列排列中满足后者是前者的高阶无穷小的次序是(

- A. α, β, γ B. α, γ, β C. β, α, γ D. β, γ, α

3. 求下列极限





(2) $\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x (x-t)f(t)dt}{x\int_0^x f(x-t)dt}$, 其中 f(x) 连续,且 $f(0) \neq 0$;

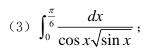


4. 求下列积分:

(1)
$$\int_{-1}^{1} (x + |x|) e^{-|x|} dx$$
;

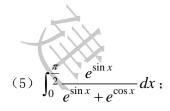
$$(2) \quad \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx;$$





(4)
$$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{(2-x)^2} dx$$
;





(6)
$$\int_{1}^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx$$
. (已知收敛)



(7)
$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{|x-x^2|}} dx;$$

(8)
$$\int_0^1 t |x-t| dt$$
.



5. 用两种方法证明
$$\lim_{n\to\infty} \int_0^{1/2} \frac{x^n}{1+x} dx = 0$$
.



6. 证明 $\int_0^x f(t)(x-t)dt = \int_0^x \left[\int_0^u f(t)dt\right]du$, 其中 f(x) 为连续函数.





7.已知 $f(x) = \int_0^x \frac{\cos t}{2t - 3\pi} dt, x \in [0, \frac{3\pi}{2})$,证明 f(x) 在区间 $(0, \frac{3\pi}{2})$ 内存在唯一零点.



8. 设f(x) 在区间 $[0,\pi]$ 上连续,且 $\int_0^\pi f(x)dx = 0$, $\int_0^\pi f(x)\cos xdx = 0$. 求证在 $(0,\pi)$ 内至少存在两个不同的点 ξ_1,ξ_2 ,使 $f(\xi_1) = f(\xi_2) = 0$.



