2022届宁德市普通高中毕业班五月份质量检查

数学试题参考答案及评分标准

说明：

1.本解答指出了每题要考察的主要知识和能力，给出一种或几种解法供参考．如果考生的解法与给出的解法不同，可根据试题的主要考察内容比照评分标准确定相应的评分细则．

2.对解答题，当考生的解答在某一步出现错误，但整体解决方案可行且后续步骤没有出现推理或计算错误，则错误部分依细则扣分，并根据对后续步骤影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过后续部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分．

3.解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数．

4.解答题只给整数分数，填空题不给中间分．

一、选择题：本题考查基础知识和基本运算，每小题5分，满分40分．

1．A　2．D　3．B　4．C　5．C　6．D　7．B　8．A

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分．

9．AB　10．BD　11．BCD　12．AC

三、填空题：本题考查基础知识和基本运算，每小题5分，满分20分．

13．$x^2-\frac{y^2}{4}=1$　14．$-\frac{7}{25}$　15．2　16．$2,\left(19-2\sqrt{7}\right)\pi$

三、解答题：本大题共6小题，满分70分，解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．

17.本题主要考查正弦定理、余弦定理、三角形面积公式等基础知识，考查运算求解能力，考查化归与转化思想等．满分10分．

解法一：

（1）由正弦定理可得

$\sin C\cdot\cos(A-\frac{\pi}{6})=\sin A\sin C$，……………………1分

$\because\sin C\neq0,\therefore\cos(A-\frac{\pi}{6})=\sin A$，……………………2分

$\therefore\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A+\frac{1}{2}\sin A=\sin A$，……………………3分

可得 $\tan A=\sqrt{3}$，……………………4分

$\because0<A<\pi,\therefore A=\frac{\pi}{3}$．……………………5分

注：最后答案用弧度制或角度制表示都可以。

（2）依题设 $\angle BAD=\angle CAD=\frac{\pi}{6}$，设 $AD=x$．

由余弦定理得 $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$，……………………6分

由题设知，$7=1+b^2-2b\cdot\cos\frac{\pi}{3}$，即$b^2-b-6+0$，

又$b>0$，$b=3$，……………………………………………………………………7 分

由 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}$可得……………………………………………………………8 分

$$\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A=\frac{1}{2}AB\cdot AD\cdot\sin\angle BAD+\frac{1}{2}AC\cdot AD\cdot\sin\angle CAD,$$

所以$\frac{1}{2}\cdot 3\cdot\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\sin\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}\cdot 3x\cdot\sin\frac{\pi}{6}$，……………………………………9 分

解得 $x=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，即$AD=\frac{3\sqrt{3}}{4}$．……………………………………………………………10 分

解法二：

（1）由正弦定理可得

$\sin C\cdot\cos(A-\frac{\pi}{6})=\sin A\sin C$，……………………………………………………1 分

$\because\sin C\neq 0,\therefore\cos(A-\frac{\pi}{6})=\sin A$，……………………………………………………2 分

$\therefore\cos(A-\frac{\pi}{6})=\cos(\frac{\pi}{2}-A)$，……………………………………………………3 分

$\because 0<A<\pi,\therefore-\frac{\pi}{6}<A-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6},-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{2}-A<\frac{\pi}{2}$，

$\therefore A-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}-A$，或$A-\frac{\pi}{6}=-(\frac{\pi}{2}-A)$，……………………………………4 分

$\therefore A=\frac{\pi}{3}$(后者无解)．……………………………………………………5 分

（2）由余弦定理得

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$，……………………………………………………6 分

由题设知，$7=1+b^2-2b\cdot\cos\frac{\pi}{3}$，即$b^2-b-6+0$，

又$b>0$，$b=3$，……………………………………………………………………7 分

由$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}}=\frac{BD}{DC}$得$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}=\frac{1}{3}$，

$\therefore BD=\frac{1}{4}BC=\frac{\sqrt{7}}{4}$，……………………………………………………………8 分

$\therefore\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=-\frac{1}{2\sqrt{7}},\therefore\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$，……………………………9 分

由正弦定理得 $AD=\dfrac{BD\sin B}{\sin\dfrac{\pi}{6}}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{7}}{4}\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}}{\dfrac{1}{2}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$，

所以 $AD=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. ……………………………………………………………………10 分

18. 本小题主要考查空间直线与直线、直线与平面、平面与平面的位置关系，空间角的计算等基础知识，考查空间想象能力、推理论证能力、运算求解能力，考查化归与转化思想等. 满分 12 分.

解：(1) 证明：因为四边形 $ABCD$ 为矩形，所以 $BC\perp CD$

又 $BC\perp DE$

$CD\cap DE=D$

所以 $BC\perp$ 平面 PCD ……………………………………………………1 分

则 $BC\perp PD$ ……………………………………………………………2 分

又 $PD^2+CD^2=PC^2$ ……………………………………………………3 分

所以 $CD\perp PD$ ……………………………………………………………4 分

$BC\cap CD=C$

所以 $PD\perp$ 平面 $ABCD$

则 $PD\perp AC$ ……………………………………………………………5 分

(2) 解法一：由 (1) 得，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，且四边形 $ABCD$ 为矩形

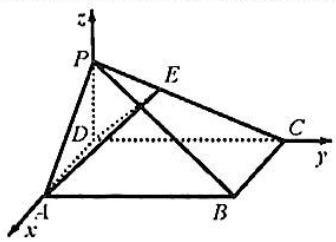
如图建立空间直角坐标系

$D(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $P(0,0,1)$, $B(1,2,0)$, $C(0,2,0)$ ……………………6 分

易知，平面 ABD 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(0,0,1)$ ……………………………7 分

点 E 在线段 PC 上，设 $\overrightarrow{PE}=\lambda\overrightarrow{PC}(0\le\lambda\le 1)$

则 $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{PE}=\overrightarrow{DP}+\lambda\overrightarrow{PC}=(0,2\lambda,1-\lambda)$ ……………………8 分



$\overrightarrow{DA}=(1,0,0)$

设平面 EAD 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(x,y,z)$

$\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{DE}=0\\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{DA}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2\lambda y+(1-\lambda)z=0\\ x=0\end{cases}$

令 $y=\lambda-1$，得 $z=2\lambda$

则 $\boldsymbol{n}_2=(0,\lambda-1,2\lambda)$ ……………………………………………………9 分

由二面角 $E-AD-B$ 的余弦值为 $\dfrac{\pi}{4}$ 得 $|\cos<\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2>|=\dfrac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

即 $\dfrac{|2\lambda|}{\sqrt{(\lambda-1)^2+4\lambda^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

解得 $\lambda=\dfrac{1}{3}$ 或 $\lambda=-1$（舍去）

则 $\boldsymbol{n}_2=(0,-\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3})$ ……………………………………………10 分

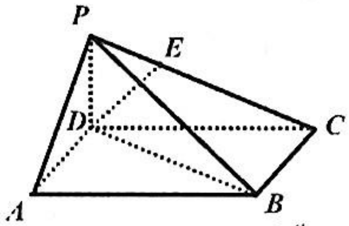
又 $\overrightarrow{BP}=(-1,-2,1)$

设直线 BP 与平面 EAD 所成角为 θ，

$$\sin\theta=\left|\cos<\overrightarrow{BP},\boldsymbol{n}_2>\right|=\frac{\left|\overrightarrow{BP}\cdot\boldsymbol{n}_2\right|}{\left|\overrightarrow{BP}\right|\left|\boldsymbol{n}_2\right|}$$

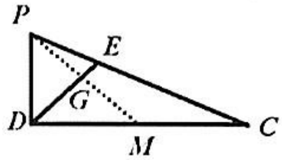
$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ……………………………………………………………11 分

直线 BP 与平面 EAD 所成角大小为 $\dfrac{\pi}{3}$ ……………………………………………………12 分



解法二：由（1）得，$BC\perp$ 平面 PCD，
则 $AD\perp$ 平面 PCD
$AD\perp DE$
又 $AD\perp CD$
所以 $\angle CDE$ 即为二面角 $E-AD-B$ 的平面角

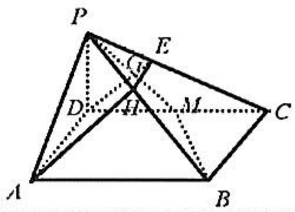
则 $\angle CDE=\dfrac{\pi}{4}$ ……………………………………………………………………………6 分



$S_{\Delta PDE}=\dfrac{1}{2}\cdot|PD|\cdot|DE|\cdot\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}|DE|=\dfrac{1}{2}|PE|\cdot h$，

$S_{\Delta CDE}=\dfrac{1}{2}\cdot|CD|\cdot|DE|\cdot\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}|DE|=\dfrac{1}{2}|CE|\cdot h$

所以 $\dfrac{|PE|}{|CE|}=\dfrac{1}{2}$，即 E 为 PC 的三等分点……………………………………………7 分



取 CD 中点 M，连接 PM、$PM\cap DE=G$
易知 ΔPDM 为等腰直角三角形
所以 $PM\perp DE$
又 $AD\perp$ 平面 PCD，则 $AD\perp PM$
$AD\cap DE=D$

所以 $PM\perp$ 平面 ADE ……………………………………………………………………………8 分

过 E 作 $EH//BC$，$EH\cap PB=H$

则 $\angle PHG$ 即为直线 BP 与平面 EAD 所成角………………………………………………………9 分

在 $Rt\Delta PHG$ 中，$|PG|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$|PH|=\dfrac{1}{3}|PB|=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ………………………………………10 分

所以 $\sin\angle PHG=\dfrac{|PG|}{|PH|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ……………………………………………………………11 分

直线 BP 与平面 EAD 所成角大小为 $\dfrac{\pi}{3}$ ……………………………………………………12 分

19．本小题主要考查等比数列的通项公式、求和等基础知识，考查运算求解能力，逻辑推理能力，化归与转化思想等．满分 12 分．

解：（1）设数列 $\{s_n+3\}$ 的公比为 $q(q\neq 0)$．由 $a_1=3$，得 $s_1+3=6$，…………………1 分

所以 $s_n+3=6\times q^{n-1}$，即 $s_n=6\times q^{n-1}-3$．……………………………………………2 分

由 s_1，s_3，s_4-2s_1 成等差数列，

所以 $2s_3 = s_1 + s_4 - 2s_1$， ……………………………………………………3 分

即 $12\times q^2 - 6 = 6\times q^3 - 6$，

解得 $q=2$，或 $q=0$（舍去）. ……………………………………………………4 分

所以 $s_n = 6\times 2^{n-1} - 3$. ……………………………………………………5 分

（2）由 $s_n = 6\times 2^{n-1} - 3$，当 $n\ge 2$ 时，$s_{n-1} = 6\times 2^{n-2} - 3$，

两式相减得，$a_n = 3\times 2^{n-1}$，对 $n=1$ 也成立.

所以 $a_n = 3\times 2^{n-1}$. ……………………………………………………6 分

设 $b_n = \dfrac{(-1)^n\cdot s_n}{a_n} = \dfrac{(-1)^n\cdot\left(6\times 2^{n-1}-3\right)}{3\times 2^{n-1}} = (-1)^n\cdot\left(2-\dfrac{1}{2^{n-1}}\right)$， ……………………7 分

当 n 为奇数时，$b_n = -2+\dfrac{1}{2^{n-1}}$ 为递减数列，所以 $-2 < b_n \le -1$； ……………………9 分

当 n 为偶数时，$b_n = 2-\dfrac{1}{2^{n-1}}$ 为递增数列，所以 $\dfrac{3}{2} \le b_n < 2$， ……………………11 分

所以 $M-N$ 的最小值为 4. ……………………………………………………12 分

注：第（1）题未设公比扣 1 分；第（2）题未判断 b_n 的单调性各扣 1 分，两个 b_n 的范围中开闭有错总共扣 1 分。

20.本小题主要考查频率分布直方图、二项分布、正态分布等基础知识，考查运算求解能力、数据处理能力、应用意识，考查统计思想、化归与转化思想．满分 12 分．

解:（1）设一件产品的利润为 ξ ，由题意可得：

$$E\xi = 30\times 0.8 + 20\times 0.15 - 40\times 0.05 = 25$$

所以从中随机抽取一件利润的期望值为25元. ……………………………………………………4 分

（2）因为 $y = c\cdot x^b$（$c>0, b>0$）

所以 $\ln y = \ln c + b\ln x$. ……………………………………………………5 分

令 $u_i = \ln x_i$，$v_i = \ln y_i$．得 $v = b\cdot u + a$．且 $a = \ln c$.

依题设数据可得 $\overline{u} = 1.1$、$\overline{v} = -0.45$、$k_{AB} = \dfrac{1}{2}$

根据所给统计量及最小二乘估计公式有：

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\overline{u}\overline{v}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\overline{u}^2}=\frac{-1.87-6\times1.1\times(-0.45)}{9.46-6\times1.1^2}=\frac{1}{2},$$ ……………………7 分

所以 $\hat{a}=\overline{v}-\hat{b}\overline{u}=-0.45-\frac{1}{2}\times1.1=-1$，即 $\hat{a}=\ln\hat{c}=-1$，……………………8 分

所以 $\hat{c}=\frac{1}{\mathrm{e}}$，

所求 y 关于 x 的回归方程为 $y=\frac{1}{\mathrm{e}}x^{\frac{1}{2}}$．……………………9 分

因为今年 6 月份即 $x=9$

所以 $y=\frac{1}{\mathrm{e}}\times\sqrt{9}\approx\frac{3}{2.7}\approx1.11$（万只），……………………10 分

估计该企业今年 6 月份的利润约为 $1.11\times25=27.75\approx27.8$ 万元．……………………12 分

21. 本题主要考查直线、抛物线、直线与抛物线的位置关系等基础知识，考查运算求解能力、推理论证能力，考查化归与转化思想、数形结合思想，考查考生分析问题和解决问题的能力，满分 12 分．

解法一：

解（1）把 $M(x_0,4)$ 代入抛物线 C 得，$16=2px_0$，得 $x_0=\frac{8}{p}$，……1 分

由 $|MF|=5$ 得 $x_0+\frac{p}{2}=\frac{8}{p}+\frac{p}{2}=5$，……………………2 分

得 $p^2-10p+16=0$，……………………3 分

解得 $p=2$ 或 $p=8$．……………………4 分

(2) 当 $p=8$ 时，$x_0=1$，故舍去．……………………5 分

当 $p=2$ 时，$x_0=4$，所以 $M(4,4)$，抛物线 C：$y^2=4x$．

设 $A(\frac{y_1^2}{4},y_1)$，$B(\frac{y_2^2}{4},y_2)$，直线 AB 的方程为 $x=my+n$，与抛物线 C 联立得…………6 分

$y^2-4my-4n=0$，

所以 $\begin{cases}y_1+y_2=4m,\\ y_1\cdot y_2=-4n.\end{cases}$ ……………………7 分

由 $MA\perp MB$，得 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$，

所以 $\left(\frac{y_1^2}{4}-4\right)\left(\frac{y_2^2}{4}-4\right)+(y_1-4)(y_2-4)=0$，……………………8 分

由 $y_1 \neq 4$ 且 $y_2 \neq 4$，

故 $(y_1+4)(y_2+4)+16=0$，

即 $y_1y_2+4(y_1+y_2)+32=0$，

所以 $-4n+16m+32=0$，即 $n=4m+8$，……………………………………………………9 分
从而直线 AB 的方程为 $x=my+4m+8=m(y+4)+8$，
即直线 AB 过定点 $Q(8,-4)$．……………………………………………………………………10 分

又 $k_{MQ}=-2$，当 $|MN|$ 最大时即 $AB\perp MN$，……………………………………………11 分

所以 $m=2$，直线 AB 的方程为 $x-2y-16=0$．…………………………………………12 分

方法二：（1）同解法一；

（2）当 $p=8$ 时，$x_0=1$，故舍去．……………………………………………………………5 分

当 $p=2$ 时，$x_0=4$，所以 $M(4,4)$，抛物线 C：$y^2=4x$．

设 $A(\frac{y_1^2}{4},y_1)$，$B(\frac{y_2^2}{4},y_2)$，

则 $k_{AB}=\dfrac{y_1-y_2}{\dfrac{y_1^2}{4}-\dfrac{y_2^2}{4}}=\dfrac{4}{y_1+y_2}$ ……………………………………………………………6 分

由 $MA\perp MB$，得 $MA\cdot MB=0$，

所以 $\left(\dfrac{y_1^2}{4}-4\right)\left(\dfrac{y_2^2}{4}-4\right)+(y_1-4)(y_2-4)=0$，……………………………………7 分

由 $y_1\neq 4$ 且 $y_2\neq 4$，

故 $(y_1+4)(y_2+4)+16=0$，

即 $y_1y_2=-4(y_1+y_2)-32$，①……………………………………………………………………8 分

直线 AB 的方程为 $y-y_1=\dfrac{4x}{y_1+y_2}\left(x-\dfrac{y_1^2}{4}\right)$，

整理得 $4x+y_1y_2=y(y_1+y_2)$，……………………………………………………………………9 分

将①式代入，可得 $4x-32=(y_1+y_2)(y+4)$，

即直线 AB 过定点 $Q(8,-4)$．……………………………………………………………10 分

又 $k_{MQ}=-2$，当 $|MN|$ 最大时即 $AB\perp MN$，……………………………………………………11 分

所以，直线 AB 的方程为 $x-2y-16=0$．……………………………………………………12 分

22．本小题主要考查导数及其应用、不等式等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、创新意识等，考查函数与方程思想、化归与转化思想、分类与整合思想等．满分 12 分．

解：（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=e^x\sin x+ax$，$x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$

$f'(x)=e^x\sin x+e^x\cos x+1=\sqrt{2}e^x\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$，……………………………………………2 分

当 $x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 时，$x+\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$，

所以 $-\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)<\frac{\sqrt{2}}{2}$，$-1<\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)<1$，

又 $0<e^x<1$，

故 $\sqrt{2}e^x\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)>-1$，从而 $f'(x)>0$ ……………………………………………………4 分

所以，$f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 上单调递增．……………………………………………………………5 分

（2）选择①

由函数 $f(x)=e^x\sin x+ax$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，可知 $f(0)=0$，

因此 $f(x)$ 在 $x\in(0,\frac{\pi}{2}]$ 上有且只有 1 个零点．

$f'(x)=e^x\sin x+e^x\cos x+a$，令 $h(x)=e^x\sin x+e^x\cos x+a$，

则 $h'(x)=2e^x\cos x\geq 0$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上恒成立，

即 $f'(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增…………………………………………………………7 分

$f'(0)=1+a$，$f'(\frac{\pi}{2})=e^{\frac{\pi}{2}}+a$

当 $a\geq -1$ 时，$f'(x)\geq f'(0)\geq 0$，$f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，

则 $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2}]$ 上无零点．不合题意，舍去．……………………………………………8 分

当 $a\le -e^{\frac{\pi}{2}}$ 时，$f'(x)\le f'(\frac{\pi}{2})\le 0$，$f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减，

则 $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2}]$ 上无零点.不合题意，舍去. ……………………………………………9 分

当 $-e^{\frac{\pi}{2}}<a<-1$ 时，$f'(0)=1+a<0$，$f'(\frac{\pi}{2})=e^{\frac{\pi}{2}}+a>0$，

则 $f'(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上只有 1 个零点，设为 x_0，

且当 $x\in(0,x_0)$ 时，$f'(x)<0$；当 $x\in\left(x_0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，$f'(x)>0$，

所以当 $x\in(0,x_0)$ 时，$f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $\left(x_0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增. ……………10 分

又 $f(0)=0$，$f(\frac{\pi}{2})=e^{\frac{\pi}{2}}+\frac{\pi}{2}a$，

因此只需 $f(\frac{\pi}{2})=e^{\frac{\pi}{2}}+\frac{\pi}{2}a\ge 0$ 即可,即 $-\frac{2}{\pi}e^{\frac{\pi}{2}}\le a<-1$.

综上所述 $-\frac{2}{\pi}e^{\frac{\pi}{2}}\le a<-1$……………………………………………..12 分

选择②

构造函数 $m(x)=e^x\sin x+ax-x^2$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，

此时 $m(0)=0$，$m\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}+\frac{\pi}{4}a-\frac{\pi^2}{4}$.

则 $m'(x)=e^x\sin x+e^x\cos x+a-2x$，$m'(0)=1+a$，$m'\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}-\pi+a$，

易知 $m'\left(\frac{\pi}{2}\right)>m'(1)$.

令 $t(x)=e^x\sin x+e^x\cos x+a-2x$，$t'(x)=2e^x\cos x-2$，$t'(0)=0$，$t'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2$.

令 $p(x)=2e^x\cos x-2$，$p'(x)=2e^x(\cos x-\sin x)$，$p'(0)=2$，$p'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2e^{\frac{\pi}{2}}$.

令 $q(x)=2e^x(\cos x-\sin x)$，则 $q'(x)=-4e^x\sin x\le 0$，

所以 $q(x)=2e^x(\cos x-\sin x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减，……………… ..7 分

又 $q(0)=p'(0)=2>0$，$q\left(\frac{\pi}{2}\right)=p'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2e^{\frac{\pi}{2}}<0$，

在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上存在唯一实数 x_1 使得 $q(x_1)=0$，且满足当 $x\in(0,x_1)$ 时，$q(x)>0$；

当$x\in\left(x_1,\frac{\pi}{2}\right)$时，$q(x)<0$，

即$p(x)$在$(0,x_1)$上单调递增，在$\left(x_1,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减.……………………………………8 分

又$p(0)=t'(0)=0$，$p\left(\frac{\pi}{2}\right)=t'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2<0$，

所以$p(x)=2e^x\cos x-2$在$\left(x_1,\frac{\pi}{2}\right)$上存在唯一实数$x_2$使得$p(x_2)=0$，

且满足当$x\in(0,x_2)$时，$p(x)>0$；当$x\in\left(x_2,\frac{\pi}{2}\right)$时，$p(x)<0$，

即$t(x)=m'(x)$在$(0,x_2)$上单调递增，在$\left(x_2,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减.……………………………10 分

当$m'(0)=1+a\geq 0$时，即$a\geq -1$，$m'(x)\geq 0$，函数$m(x)=e^x\sin x+ax-x^2$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上单调

递增，又$m(0)=0$，因此$m(x)=e^x\sin x+ax-x^2\geq 0$恒成立，符合题意.

当$m'(0)=1+a<0$，即$a<-1$，在$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上必存在实数$x_3$，使得当$x\in(0,x_3)$时，

$m'(x)<0$

又$m(0)=0$，因此在$x\in(0,x_3)$上存在实数$m(x)<0$，不合题意，舍去.

综上所述$a\geq -1$………………………………………………………………………12 分