绝密★启用前

数　学

全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 请按题号顺序在答题卡上各题目的答题区域内作答，写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 选择题用 2B 铅笔在答题卡上把所选答案的标号涂黑；非选择题用黑色签字笔在答题卡上作答；字体工整，笔迹清楚。
4. 考试结束后，请将试卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M=\{-2,4,7\}$，$N=\{x\mid x^2-3x-n=0\}$，若 $M\cap N=\{4\}$，则 $N=$

A. $\{-3,4\}$　　B. $\{2,4\}$　　C. $\{1,4\}$　　D. $\{-1,4\}$

2. 命题"$\exists x\in[-1,2]$，$\frac{1}{2}x^2-a\leqslant 0$"是真命题的一个充分不必要条件是

A. $a\geqslant 0$　　B. $a\geqslant -3$　　C. $a\leqslant 0$　　D. $a\geqslant 3$

3. 已知奇函数 $f(x)=(2^x+m\cdot 2^{-x})\cos x$，则 $m=$

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

4. 若函数 $h(x)=\ln x-2ax$ 在 $[1,3]$ 上不单调，则实数 a 的取值范围为

A. $\left(\frac{1}{6},\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left[\frac{1}{6},\frac{1}{2}\right]$　　C. $(-\infty,1)$　　D. $\left(\frac{1}{6},+\infty\right)$

5. 已知 $\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha=\frac{2}{3}$，则 $\cos\left(4\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=$

A. $-\frac{63}{65}$　　B. $-\frac{17}{81}$　　C. $\frac{24}{25}$　　D. $\frac{4}{5}$

6. 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1=1$，$S_n=(2S_n+1)S_{n+1}$，则 $\frac{a_5}{S_{11}}=$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{2}{3}$　　C. -2　　D. $-\frac{3}{4}$

7. 已知函数 $f(x)=e^{2x}-2ae^{x}-4a^{2}x(a>0)$，若函数 $f(x)$ 的值域与 $f(f(x))$ 的值域相同，则 a 的取值范围是

A. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　B. $(0,1]$　　C. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $(1,+\infty)$

8. 已知 $\omega>0$，函数 $f(x)=\sin\omega x$ 与 $g(x)=\cos\omega x$ 的图象在 $[\pi,2\pi]$ 上最多有两个公共点，则 ω 的取值范围为

A. $\left(0,\frac{17}{8}\right)\cup\left(\frac{9}{4},\frac{21}{8}\right)$　　B. $\left(0,\frac{5}{4}\right]\cup\left(\frac{9}{4},\frac{17}{8}\right]$

C. $\left(0,\frac{1}{4}\right]\cup\left(\frac{5}{4},\frac{17}{8}\right)$　　D. $\left(0,\frac{17}{8}\right]\cup\left(\frac{9}{4},\frac{5}{2}\right)$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 若 $a,b\in\mathbf{R}$，则下列命题正确的是

A. 若 $ab\neq0$ 且 $a<b$，则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. 若 $a<b$，则 $a^{3}<b^{3}$

C. 若 $a|a|<b|b|$，则 $a<b$　　D. 若 $a>b>0$，则 $\frac{b+1}{a+1}<\frac{b}{a}$

10. 已知函数 $\varphi(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，对于 $\forall x,y\in\mathbf{R}$，恒有 $\varphi(x+y)=\varphi(x)+\varphi(y)-t$，且当 $x>0$ 时，$\varphi(x)<t$，则下列命题正确的有

A. $\varphi(0)=t$　　B. $\varphi(x)=\varphi(2t-x)$

C. $\varphi(-2\,024)=2t-\varphi(2\,024)$　　D. $\forall x\neq y\in\mathbf{R}$，$(x-y)[\varphi(x)-\varphi(y)]<0$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$(3n+2)S_{n+1}+(3n-1)S_{n-1}=(6n+1)S_n(n\in\mathbf{N}$，且 $n\geqslant2)$，若 $a_1=\frac{1}{2}$，$a_2=\frac{1}{5}$，则下列说法正确的是

A. $a_5=\frac{1}{14}$

B. 数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 为等差数列

C. 数列 $\left\{\frac{a_n}{a_{n+1}^{2}}\right\}$ 中的最小项为 12

D. 数列 $\left\{\frac{(-1)^{n}}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n} 为 $18n^{2}+12n$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12. 函数 $y=\log_{2\,024}(ax^{2}+x+1)$ 的值域为 $\mathbf{R}$，则实数 a 的取值范围是________．

13. 已知 $a_1=1$，$a_2=2$，且 $a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$（n 为正整数），则 $a_{2\,029}=$________．

14. 已知不等式 $\frac{a+2\ln x-2}{x^{2}}\leqslant e^{x}-\frac{1}{x}$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为________．

四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

15.（本小题满分13分）

已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$.

(1)当 $\omega=2$ 时，求 $f(x)$ 的对称轴方程和最大值；

(2)若 $\omega\in\mathbf{N}^*$，且 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 上单调递增，求 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{4\pi}{3}\right)$ 上的极值点个数.

16.（本小题满分15分）

已知函数 $f(x)=\log_2[4^x+(a+2)\cdot 2^x+a+1]$.

(1)若 $a=0$，求满足 $2<f(x)<4$ 的 x 的取值范围；

(2)若对任意 $x\geqslant 1$，$f(x)\geqslant x$ 恒成立，求 a 的取值范围.

17.（本小题满分15分）

已知函数 $f(x)=\cos x+ax-1$.

(1)当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\pi,f(\pi))$ 处的切线方程；

(2)当 $a=\frac{1}{2}$ 时，求 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的零点个数.

18.(本小题满分 17 分)

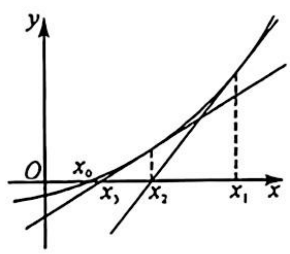
设 S_n,T_n 分别为数列 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 的前 n 项和,$2a_{n+1}-a_n=\frac{1}{2^{n+1}}$,$a_1=\frac{3}{4}$,数列 $\{b_n\}$ 是公比为 $-\frac{2}{3}$ 的等比数列,$8S_2=9T_2$.

(1)求 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)比较 S_n 和 T_n 的大小.

19.(本小题满分 17 分)

如图,在求解一些函数零点的近似值时,常用牛顿切线法进行求解. 牛顿切线法的计算过程如下:设函数 $f(x)$ 的一个零点 x_0,先取定一个初值 x_1,曲线 $y=f(x)$ 在 $x=x_1$ 处的切线为 l_1,记 l_1 与 x 轴的交点横坐标为 x_2,曲线 $y=f(x)$ 在 $x=x_2$ 处的切线为 l_2,记 l_2 与 x 轴的交点横坐标为 x_3,以此类推,每进行一次切线求解,我们就称之为进行了一次迭代,若进行足够多的迭代次数,就可以得到 x_0 的近似值 $x_n(n\in\mathbf{N}^*)$,设函数 $f(x)=x^3+x-1$,令 $x_1=1$.



(1)证明:$f(x)$ 存在唯一零点 x_0,且 $\frac{2}{3}<x_0<1$;

(2)已知 $x_n>\frac{2}{3}$,证明:$|x_{n+1}-x_0|<|x_n-x_0|^2$;

(3)经过 4 次迭代后,判断 x_0 的近似值 x_5 与 x_0 的差值小于10^{-7}.