保密★启用前

准考证号________________________姓名____________

(在此卷上答题无效)

福建省部分地市2025届高中毕业班第一次质量检测

数学试题

2025.1

本试卷共4页，19小题，满分150分，考试用时120分钟。

注意事项:

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．在复平面内，$i(1+i)$对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．设集合$A=\{x\in\mathbf{N}|\dfrac{10}{10-x}\in\mathbf{N}\}$，$B=\{0,1,2,3,4,5\}$，则$A\cap B=$

A．$\{0,5\}$　　B．$\{2,5\}$　　C．$\{0,1,5\}$　　D．$\{1,3,5\}$

3．已知等轴双曲线C的焦点到其渐近线的距离为1，则C的焦距为

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．4

4．已知m，n是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，$\alpha\cap\beta=n$，则下列说法正确的是

A．若$m/\!/\alpha$，则$m/\!/n$　　B．若$m/\!/n$，则$m/\!/\alpha$

C．若$m\perp n$，则$m\perp\beta$　　D．若$m\perp\beta$，则$m\perp n$

5．已知随机变量X服从正态分布$N(1,\sigma^2)$，若$P(X\leqslant a)=0.3$，且$P(a\leqslant X\leqslant a+2)=0.4$，则$a=$

A．-1　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．0　　D．$\dfrac{1}{2}$

6. 已知$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，若$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=2(\sin\alpha+\cos\alpha)$，则$\sin 2\alpha=$

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{5}$

7. 过抛物线$C:y^2=4x$的焦点F的直线l交C于A，B两点，交直线$x=-1$于点P，若$\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{AB}$，则$\triangle OAF$与$\triangle OBF$的面积之比为

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

8. 若函数$f(x)=\ln(e^{ax-6}+1)-x$的图象关于直线$x=3$对称，则$f(x)$的值域为

A. $[\ln2-3,0)$　　B. $[\ln2-3,+\infty)$　　C. $[\ln3-2,0)$　　D. $[\ln3-2,+\infty)$

二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分. 在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9. 已知平面向量$\boldsymbol{a}=(2,\sin\theta)$，$\boldsymbol{b}=(1,\cos\theta)$，则

A. $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$不可能垂直

B. $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$不可能共线

C. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$不可能为5

D. 若$\theta=\frac{\pi}{2}$，则$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$方向上的投影向量为$2\boldsymbol{b}$

10. 药物临床试验是验证新药有效性和安全性必不可少的步骤. 在某新药的临床实验中，志愿者摄入一定量药物后，在较短时间内，血液中药物浓度将达到峰值，当血液中药物浓度下降至峰值浓度的20%时，需要立刻补充药物. 已知血液中该药物的峰值浓度为120 mg/L，为探究该药物在人体中的代谢情况，研究人员统计了血液中药物浓度y(mg/L)与代谢时间x(h)的相关数据，如下表所示：

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	$\bar{x}=4$
y	120	110	103	93	82	68	59	47	38	$\bar{y}=80$

根据表中数据可得到经验回归方程$\hat{y}=-10.5x+\hat{a}$，则

A. $\hat{a}=122$

B. 变量y与x的相关系数$r>0$

C. 当$x=5$时，残差为-1.5

D. 代谢约10小时后才需要补充药物

11. 已知定义在$(0,+\infty)$上的函数$f(x)$满足$f(x+1)=2f(x)+[x]$，其中$[x]$表示不超过x的最大整数，如$[1.9]=1$，$[3]=3$.当$0<x\leq 1$时，$f(x)=x\ln x$，设x_n为$f(x)$从小到大的第n个极小值点，则

A. $f(2)=2$

B. $f(n)=2^n-n-1(n\in \mathbf{N}^*)$

C. 数列$\{x_n\}$是等差数列

D. $f(x_n)<0$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 已知圆锥的母线长为6，且其轴截面为等边三角形，则该圆锥的体积为________.

13. 已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\pi)$的图象经过$(\frac{2\pi}{3},\frac{1}{2})$，$(\frac{4\pi}{3},-\frac{1}{2})$两点，若$f(x)$在区间$(\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3})$上单调递减，则$\omega=$________；$\varphi=$________.

14. 从集合$U=\{1,2,3,4\}$的所有非空子集中任选两个，则选中的两个子集的交集为空集的概率为________.

四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15.（13分）

在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$a\cos C=(\sqrt{2}b-c)\cos A$.

（1）求A;

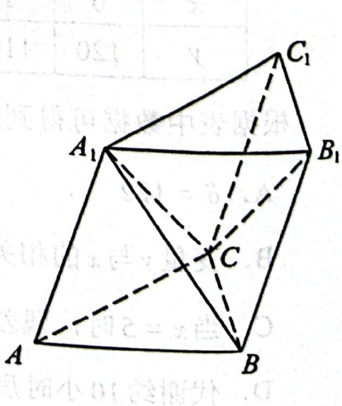
（2）设D为边AB的中点，若$c=2$，且$\sin\angle CDB=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，求$a$.

16.（15分）

如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$A_1B=A_1C=A_1A=2$，$BA\perp BC$，$BA=BC$.

（1）证明：平面$ABC\perp$平面ACC_1A_1;

（2）若直线A_1B与平面ABC所成角为60°，求平面A_1B_1C与平面ABC夹角的余弦值.



17.（15分）

已知动圆M与圆$C_1:(x+1)^2+y^2=9$内切，且与圆$C_2:(x-1)^2+y^2=1$外切，记圆心M的轨迹为曲线C.

（1）求C的方程；

（2）设点P，Q在C上，且以PQ为直径的圆E经过坐标原点O，求圆E面积的最小值.

18.（17分）

设函数$f(x)=x(e^x-a)^2$.

（1）当$a=0$时，求$f(x)$的单调区间；

（2）若$f(x)$是增函数，求a的取值范围；

（3）当$0<a<1$时，设x_0为$f(x)$的极小值点，证明：$-\frac{1}{2e}<f(x_0)<0$.

19.（17分）

若数列$\{a_n\}$满足数列$\{|a_{n+1}-a_n|\}$是等差数列，则称$\{a_n\}$为"绝对等差数列"，$\{|a_{n+1}-a_n|\}$的公差称为$\{a_n\}$的"绝对公差".

（1）若"绝对等差数列"$\{a_n\}$的"绝对公差"为2，且$a_3-a_1=4$，求a_2-a_1的值；

（2）已知"绝对等差数列"$\{d_n\}$满足$d_1=0$，$|d_2-d_1|=1$，且$\{d_n\}$的"绝对公差"为1，记S_n为$\{d_n\}$的前n项和.

（i）若$d_{n+1}-d_n=(-1)^{n-1}n$，求S_{2n}；

（ii）证明：对任意给定的正整数m，总存在d_1，d_2，…，d_m，使得$|S_m|\leqslant 4$.