福宁古五校教学联合体 2023-2024 学年第二学期期中质量监测

高一数学试题答案

一、单项选择题

1.B　2.B　3.D　4.A　5.D　6.B　7.A　8.C

二、多项选择题

9. BD　**10.** AC　**11.** ACD　**12.** ACD

三、填空题

13. 16

14. $\omega=1+\mathrm{i}$（答案不唯一，满足 $\omega=a+a\mathrm{i}$（$a\in\mathrm{R}$，a 不为 0）均可）

15. $\frac{\sqrt{7}}{14}$

16.　0

四．解答题

17.【答案】（1）$m=-\frac{3}{2}$（2）$[4,6)$

【详解】（1）$\frac{z_1}{z_2}=\frac{m-3i}{1+2i}=\frac{(m-3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$ ……………………………1 分

$=\frac{(m-6)+i(-2m-3)}{1^2+2^2}$ ……………………………3 分

$=\frac{(m-6)}{5}+\frac{(-2m-3)i}{5}$ ……………………………4 分

$\because \frac{z_1}{z_2}$ 是实数，所以 $-2m-3=0$，$m=-\frac{3}{2}$ ……………………………5 分

(2) $\frac{z_1}{z_2}$ 在复平面内对应的点在第三象限，

可得 $m-6<0$，且 $-2m-3<0$ ……………………………6 分

$\therefore -\frac{3}{2}<m<6$ ……………………………7 分

又 $|z_1|\geq 5\therefore m^2+9\geq 25\therefore\ m^2\geq 16$ ……………………………8 分

$\therefore m\geq 4$ 或 $m\leq -4$ ……………………………9 分

综上，实数 a 的取值范围为 $[4,6)$．……………………………10 分

18. 【答案】(1) $\overrightarrow{OC}=2\vec{a}-\vec{b}$ (2) $\frac{3}{4}$

【详解】（1）∵A 为 BC 的中点，∴ $\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)$，……………………………2 分

可得 $\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=2\vec{a}-\vec{b}$；……………………………………………………4 分

（2）$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}=2\vec{a}-\frac{5}{3}\vec{b}$，………………………………… 6 分

得 $\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{DC}=\left(2k+1\right)\vec{a}-\frac{5}{3}k\vec{b}$，……………………………………………………… 7 分

∵$\overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{DC}$ 共线，

设 $\overrightarrow{OC}=\lambda\left(\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{DC}\right)$，即 $2\vec{a}-\vec{b}=\lambda\left(2k+1\right)\vec{a}+\left(-\frac{5}{3}\lambda k\vec{b}\right)$，……………………8 分

根据平面向量基本定理，得 $\begin{cases}2=\lambda\left(2k+1\right)\\-1=-\frac{5}{3}\lambda k\end{cases}$，………………………………………10 分

解得 $k=\frac{3}{4}$.……………………………………………………………………………… 12 分

19. 解：

（1）若选①

由 $2b\sin A=a\tan B$ 得 $2\sin B\sin A=\sin A\frac{\sin B}{\cos B}$

由 $\sin A\neq 0,\sin B\neq 0$，得 $\cos B=\frac{1}{2}$，

因为 $B\in\left(0,\pi\right)$, 所以得

$B=60^{\circ}$ ………………………………………………………4 分

若选②

由 $a(\sin A-\sin C)=b\sin B-c\sin C$

得 $a^2+c^2-b^2=ac$

得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{ac}=\frac{1}{2}$

因为 $B\in\left(0,\pi\right)$, 所以

$B=60°$ ……………………………………………………4 分

（2）由题，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{4}ac=4\sqrt{3}$，………………6 分

则 $ac=16$．………………7 分

又由（1）知$b^2=a^2+c^2-ac\geq 2ac-ac=ac=16$，………………9 分

当$a=c=4$ 取"="……………………10 分

$b\geq 4$，………………11 分

所以外接圆半径最小值为$\frac{4}{\sin 60°}=\frac{8}{3}\sqrt{3}$ ………………12 分

20(1) 方法一:

证明：连接A_1C，交AC_1于O，连接OD，

因为OD是ΔCA_1B的中位线…………………………………2 分

所以 $OD//A_1B$

又$OD\subset$平面ADC_1， $AB_1\not\subset$平面ADC_1

所以$AB_1//$平面ADC_1. ………………………………6 分

方法二：

取B_1C_1的中点N，连接A_1N， BN ……………………………………………1 分

因为DN是平行四边形CC_1B_1B的中位线.

所以$DN//CC_1, DN=CC_1$，

所以四边形A_1NDA是平行四边形.

所以$A_1N//AD$，又$A_1N\not\subset$平面ADC_1， $AD\subset$平面ADC_1

所以$A_1N//$平面

ADC_1 ……………………………………………………………3 分

因为$C_1N//DB, C_1N=DB=\frac{1}{2}BC$

所以四边形C_1NBD是平行四边形

所以$C_1D//BN$，又$C_1D\subset$平面ADC_1， $BN\not\subset$平面ADC_1

所以$BN//$平面

ADC_1 ……………………………………………………………5 分

又 $A_1N \cap NB = N, BN, A_1N \subset$ 平面 A_1NB

所以平面 A_1NB // 平面 ADC_1， $A_1B \subset$ 平面 A_1NB

所以 A_1B // 平 ADC_1 ··6 分

（2） 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高为 $AA_1=2$·································7 分

因为 $V_{ABC-A_1B_1C_1}=\frac{1}{2}\times1\times1\times2=1$

$V_{C_1-ADC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times2=\frac{1}{6}$ ·····································10 分

所以 $V_{ABD-A_1B_1C_1}=V_{ABC-A_1B_1C_1}-V_{C_1-ADC}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ ·······················12 分

21【解析】

【小问 1 详解】

【详解】（1）依题意 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{e_1}+2\vec{e_2}+2\vec{e_1}-3\vec{e_2}=3\vec{e_1}-\vec{e_2}$， ··························1 分

$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2=\left(3\vec{e_1}-\vec{e_2}\right)^2=9\vec{e_1}^2+\vec{e_2}^2-2\times3\vec{e_1}\bullet\vec{e_2}=10-2\times3\times\cos60^\circ=7$ ， ·········3 分

$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{7}$ ； ································4 分

【小问 2 详解】

由题意可知 $\vec{a}-\vec{b}=\left(\sin\theta\vec{e_1}+2\vec{e_2}\right)-\left(\cos\theta\vec{e_1}+\vec{e_2}\right)$, ·························5 分

$\therefore \vec{a}-\vec{b}=\left(\sin\theta-\cos\theta\right)\vec{e_1}+\vec{e_2}=\left(\sin\theta-\cos\theta,1\right)$,

由（1）可得：$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{\left(\sin\theta-\cos\theta\right)^2+\left(\sin\theta-\cos\theta\right)+1}$, ·················6 分

令 $t=\sin\theta-\cos\theta$ $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{t^2+t+1}=\sqrt{\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}$, ····················8 分

又因为 $t=\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$, ·································9 分

且 $\frac{\pi}{4}\le\theta\le\frac{\pi}{2}$，所以 $0\le\theta-\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{4}$,

$0\le\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)\le\frac{\sqrt{2}}{2}$， $\therefore 0\le t\le1$， ································10 分

又因为函数 $y=t^2+t+1$ 在 $0\le t\le1$ 单调递增，

即：$t=1$时，函数$y=t^2+t+1$取到最大值 3，……………………………11 分

即$\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则有$\theta=\frac{\pi}{2}$，

∴当$\theta=\frac{\pi}{2}$时，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$的最大值为$\sqrt{3}$.……………………………12 分

22.【答案】(1)$120°$　　　(2)$\lambda=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

【详解】

（1）在$\triangle ABC$中，由余弦定理，

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos B$，……………………………1 分

因为$S_1=\frac{\sqrt{3}}{4}(AC^2-AB^2-BC^2)=\frac{1}{2}AB\cdot BC\sin B$，……………………………2 分

所以$-\sqrt{3}\cos B=\sin B$，……………………………3 分

即$\tan B=-\sqrt{3}$，又因为$B\in(0°,180°)$，所以$\angle ABC=120°$.……………………………5 分

（2）设$\angle ACB=\alpha$，则$\angle ACD=120°-\alpha$，$D=30°+\alpha$，$\angle CAB=60°-\alpha$，

在$\triangle ACD$中，由正弦定理，$\frac{CD}{\sin\angle CAD}=\frac{AC}{\sin D}$，

在$\triangle ABC$中，由正弦定理，$\frac{BC}{\sin\angle CAB}=\frac{AC}{\sin B}$，……………………………6 分

两式作商，得

$\sin(60°-\alpha)\sin(30°+\alpha)=\cos(30°+\alpha)\sin(30°+\alpha)=\frac{1}{4}$，……………………………9 分

即$\sin(60°+2\alpha)=\frac{1}{2}$，因为$\alpha\in(0°,120°)$，所以$60°+2\alpha=150°$，$\alpha=45°$，

$S_1=\frac{1}{2}AC\cdot BC\sin 45°$，$S_2=\frac{1}{2}AC\cdot DC\sin(120°-45°)$，……………………………10 分

假设$S_1=\lambda S_2$，所以$\frac{1}{2}AC\cdot BC\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\lambda\cdot\frac{1}{2}AC\cdot DC\cdot(\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2})$，

解得$\lambda=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$.……………………………12 分