

2022 届宁德市普通高中毕业班五月份质量检测

数 学 试 题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $M = \{x | x^2 - 2x - 8 < 0\}$ ,  $N = \{y | y \geq -1\}$ , 则  $M \cap N =$

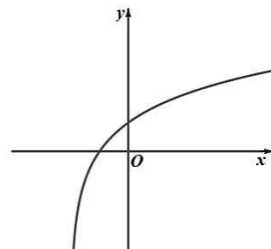
- A.  $[-1, 4)$                       B.  $[-1, 2)$                       C.  $(-2, -1)$                       D.  $\emptyset$

2. 若  $|z \cdot (1+i)| = \sqrt{6}$ , 则  $z \cdot \bar{z}$  的值为

- A.  $\sqrt{2}$                               B. 2                                  C.  $\sqrt{3}$                               D. 3

3. 函数  $y = f(x)$  的图象如图所示, 则  $f(x)$  的解析式可能是

- A.  $f(x) = 2 - 2^x$                       B.  $f(x) = \log_2(x+2)$   
C.  $f(x) = \sqrt{x+2}$                       D.  $f(x) = 1 - (x-2)^2$



4. 函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ) 的周期为 2, 下列说法正确的是

- A.  $\omega = \frac{\pi}{2}$                                   B.  $f(x + \frac{1}{3})$  是奇函数  
C.  $f(x)$  在  $[\frac{4}{3}, \frac{7}{3}]$  上单调递增                      D.  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = \frac{1}{3}$  对称

5. 已知点  $E$  是  $\triangle ABC$  的中线  $BD$  上的一点 (不包括端点). 若  $AE = xAB + yAC$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值为

- A. 4                                      B. 6                                      C. 8                                      D. 9

6. 从 0, 1, 2, ..., 9 这十个数字中随机抽取 3 个不同的数字. 记  $A$  为事件: “恰好抽取的是 2, 4, 6”, 记  $B$  为事件: “恰好抽取的是 6, 7, 8”, 记  $C$  为事件: “抽取的数字里含有 6”. 则下列说法正确的是

- A.  $P(AB) = P(A)P(B)$       B.  $P(C) = \frac{1}{10}$   
 C.  $P(C) = P(AB)$       D.  $P(A|C) = P(B|C)$

7. 贾宪是我国北宋著名的数学家，其创制的数字图式（如右图）又称“贾宪三角”，后被南宋数学家杨辉的著作《详解九章算法》所引用。 $n$  维空间中的几何元素与之有巧妙的联系，使我们从现实空间进入了虚拟空间。例如，1 维最简几何图形线段它有 2 个 0 维的端点，1

个 1 维的线段；2 维最简几何图形三角形它有 3 个 0 维的端点，3 个 1 维的线段，1 个 2 维的三角形区域；...如下表所示。利用贾宪

几何体维度 \ 元素维度	0	1	2	3	...
$n=1$ (线段)	2	1			
$n=2$ (三角形)	3	3	1		
$n=3$ (四面体)	4	6	4	1	
...	...	...	...	...	...



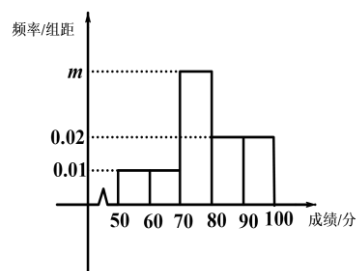
- A. 120      B. 165      C. 219      D. 240

8. 若  $b \geq \ln 2x - ax$  对  $x \in (0, +\infty)$  恒成立，则  $\frac{b+1}{a}$  的最小值为

- A.  $-\frac{1}{2e}$       B.  $-\frac{1}{e}$       C. -1      D. 0

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9. 某单位为了更好地开展党史学习教育，举办了一次党史知识测试。其 200 名职工成绩的频率分布直方图如图所示，则下列说法正确的是



- A. 图中的  $m = 0.04$   
 B. 成绩不低于 80 分的职工约 80 人  
 C. 200 名职工的平均成绩是 80 分  
 D. 若单位要表扬成绩由高到低前 25% 职工，则成绩 87 分的职工 A 肯定能受到表扬

10. 数列  $\{a_n\}$  中，设  $T_n = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$ 。若  $T_n$  存在最大值，则  $a_n$  可以是

- A.  $a_n = 2^{n-6}$       B.  $a_n = (-1)^n$       C.  $a_n = 2n - 9$       D.  $a_n = \frac{n+1}{2n-1}$

11. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 2,  $F$  是正方形  $CDD_1C_1$  的中心, 则

A. 三棱锥  $F - B_1CC_1$  的外接球表面积为  $4\pi$

B.  $B_1F \parallel$  平面  $A_1BD$

C.  $C_1F \perp$  平面  $A_1CF$ , 且  $C_1F = \sqrt{2}$

D. 若点  $E$  为  $BC$  中点, 则三棱锥  $A_1 - AB_1E$  的体积是三棱锥  $A - FA_1B$  体积的一半

12. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , 焦点  $F_1(-c, 0)$ ,  $F_2(c, 0)$  ( $c > 0$ ), 下顶点为  $B$ . 过

点  $F_1$  的直线  $l$  与曲线  $C$  在第四象限交于点  $M$ , 且与圆  $A: (x+2c)^2 + y^2 = \frac{1}{4}c^2$  相切. 若

$\overrightarrow{MF_2} \cdot \overrightarrow{F_1F_2} = 0$ , 则下列结论正确的是

A. 椭圆  $C$  上不存在点  $Q$ , 使得  $QF_1 \perp QF_2$

B. 圆  $A$  与椭圆  $C$  没有公共点

C. 当  $a=3$  时, 椭圆的短轴长为  $2\sqrt{6}$

D.  $F_2B \perp F_1M$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若过点  $(\sqrt{2}, 2)$  的双曲线的渐近线为  $y = \pm 2x$ , 则该双曲线的标准方程是\_\_\_\_\_.

14. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $O$  与  $x$  轴的正半轴交于点  $A$ , 点  $B, C$  在圆  $O$  上. 若射

线  $OB$  平分  $\angle AOC$ ,  $B\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ , 则点  $C$  的横坐标为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = (x - 2a)e^x + 2a^2 - 4$ . 若  $f(x)$  的

图象与  $x$  轴恰有三个交点, 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

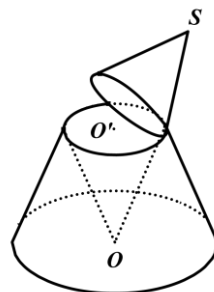
16. 如图为某企业的产品包装盒的设计图. 其设计方案为: 将圆锥  $SO$  截

去一小圆锥  $SO'$  作包装盒的盖子, 再将剩下的圆台挖去

以  $O$  为顶点, 以圆  $O'$  为底面的圆锥  $OO'$ . 若圆  $O$  半径为 3,

$SO = 3\sqrt{3}$ , 不计损耗, 当圆锥  $OO'$  的体积最大时, 圆  $O'$  的半

径为\_\_\_\_\_, 此时, 去掉盖子的几何体的表面积为\_\_\_\_\_.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$ ，且  $c \cos\left(A - \frac{\pi}{6}\right) = a \sin C$ 。

(1) 求  $A$  的度数；

(2) 若  $a = \sqrt{7}, c = 1$ ， $D$  是  $BC$  上的点， $AD$  平分  $\angle BAC$ ，求  $AD$  的长。

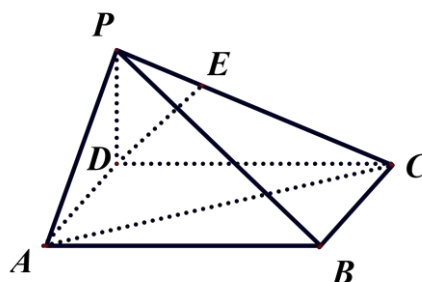
18. (12 分)

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，底面  $ABCD$  为矩形， $CD = 2$ ， $PD = AD = 1$ ， $PC = \sqrt{5}$ 。

点  $E$  为线段  $PC$  上的点，且  $BC \perp DE$ 。

(1) 证明： $PD \perp AC$ ；

(2) 若二面角  $E-AD-B$  的大小为  $\frac{\pi}{4}$ ，  
求直线  $BP$  与平面  $EAD$  所成的角。



19. (12 分)

设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ， $a_1 = 3$ 。数列  $\{S_n + 3\}$  为等比数列，且  $S_1, S_3, S_4 - 2S_1$  成等差数列。

(1) 求数列  $\{S_n\}$  的通项公式；

(2) 若  $N \leq \frac{(-1)^n \cdot S_n}{a_n} \leq M$ ，求  $M - N$  的最小值。

20. (12 分)

某地为调查国家提出的乡村振兴战略目标实施情况，随机抽查了 100 件某乡村企业生产的产品。经检验，其中一等品 80 件，二等品 15 件，次品 5 件。若销售一件产品，一等品利润为 30 元，二等品利润为 20 元，次品直接销毁，亏损 40 元。

- (1) 用频率估计概率，求从中随机抽取一件产品的利润的期望值。
- (2) 根据统计，由该乡村企业的产量  $y$ （万只）与月份编号  $x$ （记年份 2021 年 10 月，2021 年 11 月，... 分别为  $x=1, x=2, \dots$ ，依此类推）的散点图，得到如下判断：产量  $y$ （万只）与月份编号  $x$  可近似满足关系式  $y=c \cdot x^b$ （ $c, b$  为大于 0 的常数），相关统计量的值如下表所示：

$\sum_{i=1}^6 (\ln x_i \cdot \ln y_i)$	$\sum_{i=1}^6 (\ln x_i)$	$\sum_{i=1}^6 (\ln y_i)$	$\sum_{i=1}^6 (\ln x_i)_2$
-1.87	6.60	-2.70	9.46

根据所给统计量，求  $y$  关于  $x$  的回归方程；并估计该企业今年 6 月份的利润为多少万元（估算取  $e \approx 2.7$ ，精确到 0.1）？

附：对于一组数据  $(u_i, v_i) (i=1, 2, 3, \dots, n)$ ，其回归直线  $\hat{v} = \hat{b}u + a$  的斜率和截距的最小二

$$\text{乘估计分别为 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i v_i - n \bar{u} \bar{v}}{\sum_{i=1}^n u_i^2 - n \bar{u}^2}, \quad a = \bar{v} - \hat{b} \bar{u}.$$

21. (12 分)

已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  上的一点  $M(x_0, 4)$  到  $C$  的焦点  $F$  的距离为 5。

- (1) 求  $P$  的值；
- (2) 若  $x_0 > 1$ ，点  $A, B$  在抛物线  $C$  上，且  $MA \perp MB$ ， $MN \perp AB$ ， $N$  为垂足。当  $|MN|$  最大时，求直线  $AB$  的方程。

