



部分中学2025届高中毕业班上学期期中质量检测

数学试题

2024.11

本试卷共4页,19小题,满分150分,考试用时120分钟.

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的学校,班级和姓名填在答题卡上,正确粘贴条形码.
- 2.作答选择题时,用2B铅笔在答题卡上将对应答案的选项涂黑.
- 3.非选择题的答案必须写在答题卡各题目的指定区域内相应位置上,不准使用铅笔和涂改液.
- 4.考试结束后,考生上交答题卡.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x | \frac{1}{2} < 2^x < 8\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $\{-1, 0, 1\}$       B.  $\{0, 1, 2\}$       C.  $\{1, 2, 3\}$       D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 设  $m, n \in \mathbb{R}$ , 则“ $m^3 > n^3$ ”是“ $3^m > 3^n$ ”的  
 A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
 C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件
3. 若复数  $z$  满足  $i(z-i) = 2+i$ , 则  $|z| =$   
 A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $\sqrt{5}$       D.  $\sqrt{10}$
4. 若直线  $y = ax$  与曲线  $y = e^{2x}$  相切, 则  $a =$   
 A. 2      B.  $e$       C.  $2e$       D.  $e^2$
5. 已知  $\alpha, \beta$  均为锐角, 若  $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$ ,  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{4}$ , 则  
 A.  $\tan\alpha \tan\beta = \frac{1}{7}$       B.  $\tan\alpha \tan\beta = 7$       C.  $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = \frac{1}{7}$       D.  $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = 7$
6. 已知  $x, y$  均为正实数, 若  $x + y = 1$ , 则  $\frac{2x-y+2}{xy}$  的最小值为  
 A. 4      B. 9      C. 12      D. 14
7. 已知平面向量  $a, b, c$ , 若  $|a| = |b| = |a-b| = |c-2a| = 1$ , 则  $b \cdot c$  的最大值为  
 A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B. 1      C.  $\sqrt{3}$       D. 2
8. 已知函数  $f(x) = (x^2 - ae^x) \ln(x+1)$  的图象经过四个象限, 则  $a$  的取值范围为  
 A.  $(0, e)$       B.  $(0, e^{-1})$       C.  $(4e^{-2}, e)$       D.  $(0, 4e^{-2})$





16. (15分)

记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\frac{b-2\cos A}{a} = \frac{2\cos C}{c}$ .

(1) 求  $c$ ;

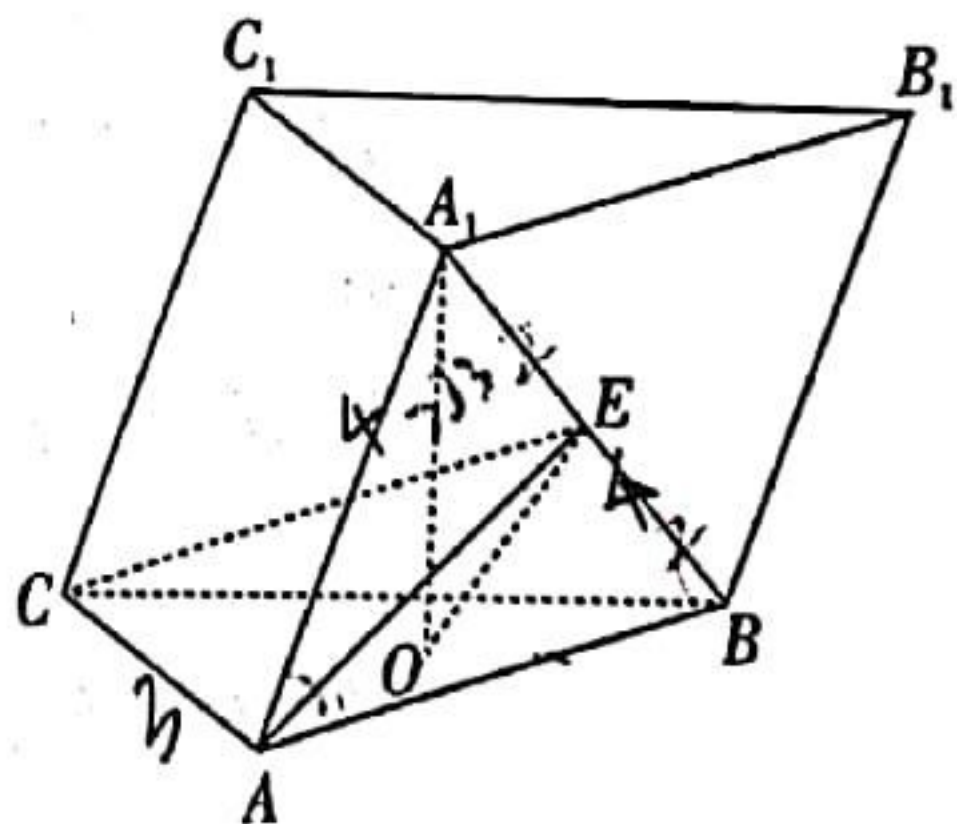
(2) 若  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2 \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ , 求  $\triangle ABC$  面积的最大值.

17. (15分)

如图, 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 点  $A_1$  在底面  $ABC$  的射影为  $O$ ,  $AB \perp AC$ ,  $A_1A = A_1B = 4$ ,  $AC = 3$ ,  $A_1O = 2\sqrt{3}$ ,  $E$  是  $A_1B$  的中点.

(1) 证明:  $OE \parallel$  平面  $AA_1C_1C$ ;

(2) 若直线  $AB$  与平面  $EAC$  所成角的正弦值为  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ , 求三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的体积.





18. (17分)

已知函数  $f(x) = ae^{\frac{x-a}{a}} - \ln x - 1, a \geq 0$ .

(1) 当  $a=0$  时, 求函数  $F(x) = f(x) + x$  的最小值;

(2) 若  $f(x) \geq 0$ , 求  $a$ ;

(3) 证明:  $f(x) + |x - a| \geq 0$ .

19. (17分)

若有穷数列  $A_n: a_1, a_2, \dots, a_n (n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2)$  满足: ①  $a_1 = 1$ ; ②  $|a_{k+1} - a_k| = q^k$ , 则称  $A_n$  为  $E_q$  数列.

(1) 已知  $A_4$  是  $E_1$  数列, 写出  $a_4$  的所有可能值;

(2) 已知  $A_n$  是  $E_2$  数列, 对任意给定的  $n$ , 将  $a_n$  的所有可能取值从小到大排列构成一个新的数列  $\{c_m\}$ .

(i) 证明: 当  $n \geq 3$  时,  $\{c_m\}$  是等差数列;

(ii) 求  $\{c_m\}$  中所有项的和.