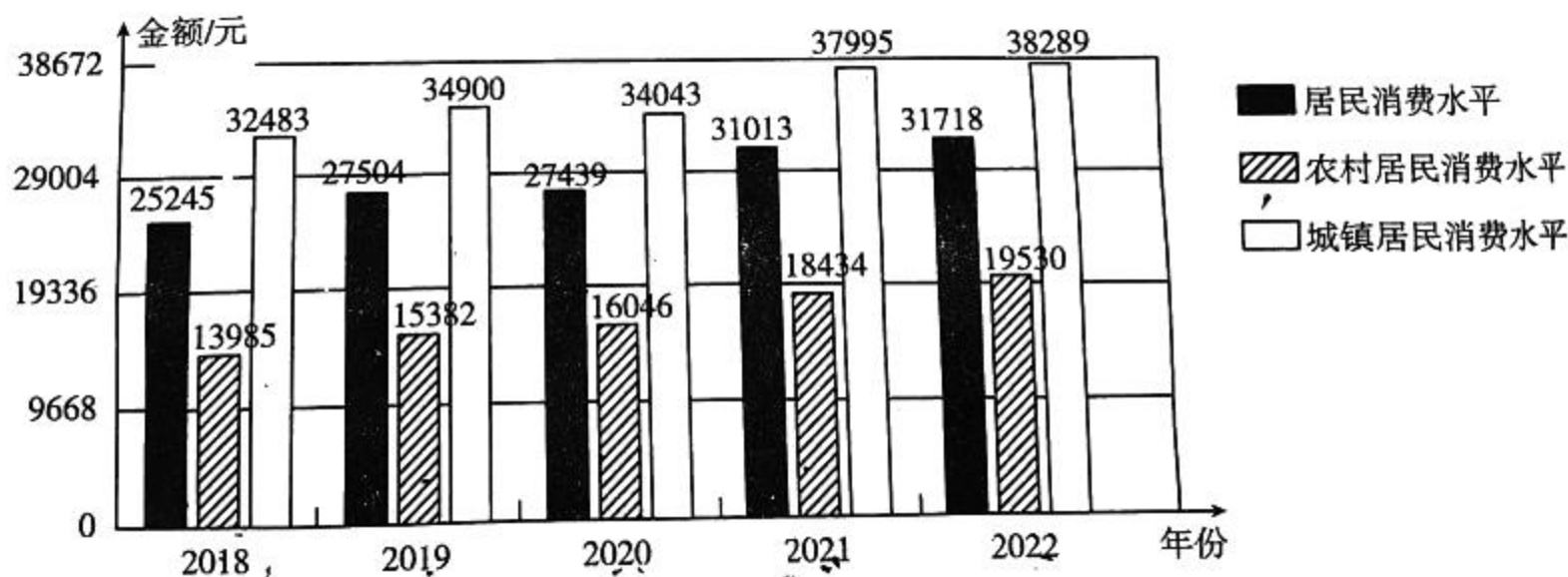


1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

$$(\text{居民消费水平} = \frac{\text{农村居民消费水平} \times \text{农村人口数} + \text{城镇居民消费水平} \times \text{城镇人口数}}{\text{农村人口数} + \text{城镇人口数}})$$


- A. 2018 年至 2022 年我国居民消费水平逐年提高
B. 2018 年至 2022 年我国城镇居民消费水平逐年提高
C. 2018 年至 2022 年我国居民消费水平数据的 60% 分位数为 7524 元
D. 2022 年我国城镇人口数比农村人口数的 1.5 倍还要多

5. 已知 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \sin \alpha$, 则 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) =$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. 某班级举行“变废为宝”手工活动,某学生用扇形纸壳裁成扇环(如图1)后,制成了简易笔筒(如图2)的侧面,在它的轴截面 $ABCD$ 中, $AB=AD=10$ cm, $CD=15$ cm,则原扇形纸壳中扇形的圆心角为

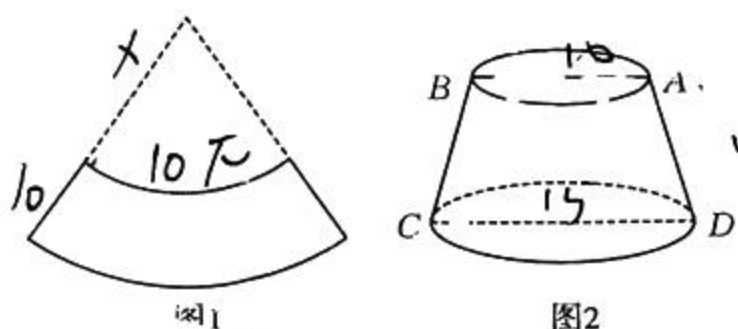


图2

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$
7. 过原点 O 的直线 $l: y=kx$ 与圆 $M: x^2-6x+y^2-6y+16=0$ 交于 A, B 两点,且 $|OA| = |OB|$, 则 $k =$
- 1 $\frac{1}{2}$ $\sqrt{2}$
8. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$), 若对任意 $\varphi \in \mathbf{R}$, $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上有零点, 则 ω 的取值范围为

- A. $(0, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , O 为坐标原点, 直线 $y=b$ 与双曲线 C 的渐近线交于点 A, B (A 在第二象限, B 在第一象限), 下列结论正确的是
- A. $BF_1 \perp BF_2$
B. $BF_2 \parallel AO$
C. 若 $\triangle OAB$ 的面积为 2, 则双曲线 C 的焦距的最小值为 4
D. 若 $\triangle OAB$ 的面积为 2, 则双曲线 C 的焦距的最小值为 8
10. 如图, 三角形数阵由一个等差数列 $2, 5, 8, 11, 14, \dots$ 排列而成, 按照此规律, 下列结论正确的是
- A. 数阵中前 7 行所有数的和为 1190
B. 数阵中第 8 行从左至右的第 4 个数是 101
C. 数阵中第 10 行的第 1 个数是 137
D. 数阵中第 10 行从左至右的第 4 个数是 146

		2		
		5	8	
	11	14	17	
20	23	26	29	

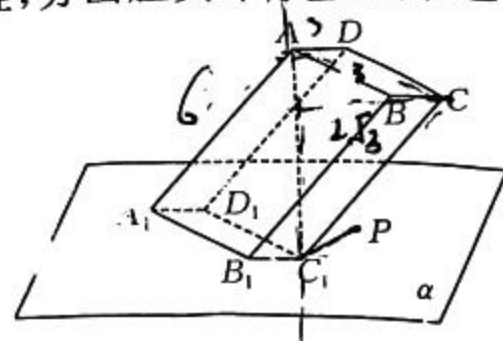
11. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)[f(x)-f(x-y)]=f(xy)$, 当 $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 时, $f(x) \neq 0$. 下列结论正确的是
- A. $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ B. $f(10) = 1$
C. $f(x)$ 是奇函数 D. $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 点 $P(-1, a)$ 在抛物线 C 上, 且 $|PF| = 3$, 则 $p =$

13. 甲、乙两位同学进行羽毛球比赛,约定赛制如下:累计赢 2 局者胜,分出胜负即停止比赛.已知甲每局赢的概率为 $\frac{3}{5}$,每局比赛的结果相互独立.本次比赛到第 3 局才分出胜负的概率为 $\frac{12}{125}$;本次比赛甲获胜的概率为 $\frac{48}{125}$.

14. 如图,将正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 斜立在平面 α 上,顶点 C_1 在平面 α 内, $AC_1 \perp$ 平面 α , $AA_1=2AB=6$. 点 P 在平面 α 内,且 $PC_1=\sqrt{3}$. 若将该正四棱柱绕 AC_1 旋转, PC 的最大值为 $\frac{17}{2}$.



四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

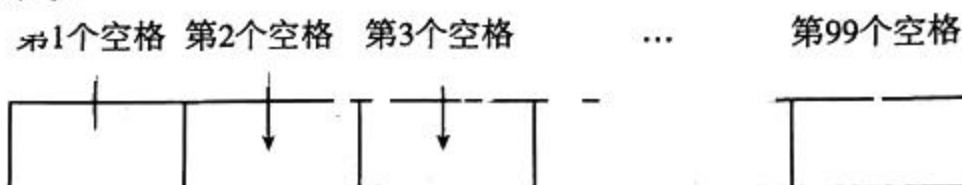
已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_2=6$, $a_1a_3=a_4$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)记 $\{a_n\}$ 的前 n 项中最大值为 M_n ,最小值为 m_n (规定: $M_1=m_1=a_1$), 令 $b_n = \frac{M_n + m_n}{2}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

16. (15 分)

将 3 个数字 1, 2, 3 随机填入如下 99 个空格中,每个空格中最多填一个数字,且填入的 3 个数字从左到右依次变大



(1)求数字 2 填在第 2 个空格中的概率;

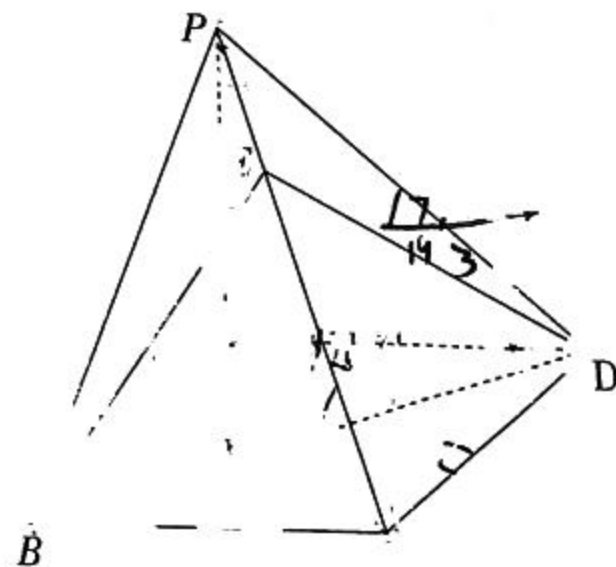
(2)记数字 2 填在第 x 个空格中的概率为 $P(x)$,求 $P(x)$ 的最大值.

17. (15 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,四边形 $ABCD$ 是菱形, $PA \perp AC$, $BD \perp PC$, $PA=AB$.

(1)证明: $PA \perp$ 平面 $ABCD$.

(2)若 $\vec{PC}=4\vec{PE}$, $\angle ABC=60^\circ$,求二面角 $A-BD-E$ 的余弦值.



8. (17 分)

7 已知椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 右焦点为 $F(1, 0)$, 且离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 F 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 证明: 圆 $(x - \frac{3}{4})^2 + y^2 = \frac{25}{16}$ 恒与以弦 AB 为直径的圆相切.

9. (17 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{2x} - a$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(a, f(a))$ 处的切线过点 $(4, 2)$, 求 a 的值;

(2) 若 $f(x) \leq ae^{x-1}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.