2023-2024 学年度第一学期高二期末质量检测

数学试题参考答案及评分标准

说明：

1.本解答指出了每题要考察的主要知识和能力，给出一种或几种解法供参考．如果考生的解法与给出的解法不同，可根据试题的主要考察内容比照评分标准确定相应的评分细则．

2.对解答题，当考生的解答在某一步出现错误，但整体解决方案可行且后续步骤没有出现推理或计算错误，则错误部分依细则扣分，并根据对后续步骤影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过后续部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分．

3.解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数．

4.解答题只给整数分数，填空题不给中间分．

一、选择题：本题考查基础知识和基本运算，每小题 5 分，满分 40 分．

1．A　2．B　3．A　4．C　5．B　6．D　7．B　8．C

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分．

9．ABC　10．AB　11．AD　12．BD

三、填空题：本题考查基础知识和基本运算，每小题 5 分，满分 20 分．

13．120^0（或 $\frac{2\pi}{3}$）　14．72　15．$3\times 2^{n-1}-1$　16．$\sqrt{2}$

三、解答题：本大题共 6 小题，满分 70 分，解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．

17. 本小题主要考查二项式定理、组合数计算等基础知识，考查运算求解能力，逻辑推理能力等．满分 10 分．

解：（1）展开式中所有二项式系数之和为 64

则 $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n=64$．……2 分

解得 $n=6$.．……4 分

（2）由（1）知 $n=6$

所以 $T_{r+1}=C_6^r(x^2)^{6-r}(\frac{2}{x})^r=2^rC_6^rx^{12-3r}$ ……6 分

令 $12-3r=0$

解得 $r=4$．……8 分

则 $T_5=2^4C_6^4=240$

所以展开式中的常数项为 240.　……10 分

18. 本小题主要考查数列的递推关系、累加法、裂项求和等基础知识，考查运算求解能力，逻辑推理能力等，满分 12 分．

（1）由“杨辉三角”的定义可知：$a_1=1$，$n\ge 2$ 时，$a_n-a_{n-1}=n$ ……2 分

所以 $a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1$ ……4 分

$=n+(n-1)+L\ +2+1$ ……5 分

$=\frac{n(n+1)}{2}$ ……6 分

则 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$

（2）由（1）知 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$.

所以 $\frac{1}{a_n}=\frac{2}{n(n+1)}=2(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$. ……………………………………………………………8 分

则 $S_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}$

$=2\left[(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})\right]$ ……………………………………………10 分

$=2(1-\frac{1}{n+1})$

$=\frac{2n}{n+1}$. ………………………………………………………………………………12 分

19．本题主要考查直线的斜率与方程、圆的方程、直线与圆的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，直观想象等．满分 12 分．

解法一：（1）在等腰梯形 $ABCD$ 中，因为 $AD\,//\,BC$ ， $A(0,\sqrt{3})$ ， $B(-1,0)$ ， $C(3,0)$

所以设 $D(m,\sqrt{3})$ ……………………………………………………………………1 分

由 $AB=CD$ 得 $|CD|=\sqrt{(m-3)^2+3}=2$ ，

即 $m=2$ 或 $m=4$ ………………………………………………………………………2 分

又因为 $AD\neq BC$,所以 $m=2$ ，即 $D(2,\sqrt{3})$ …………………………………………3 分

所以 $k_{BD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ………………………………………………………………………4 分

所以 BD 所在直线方程为： $y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x+1)$ ，整理得 $x-\sqrt{3}y+1=0$ ．……………………5 分

（2）设三角形 ABD 外接圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$

因为 $A(0,\sqrt{3})$ ， $B(-1,0)$ ， $D(2,\sqrt{3})$

则 $\begin{cases}3+\sqrt{3}E+F=0,\\1-D+F=0,\\7+2D+\sqrt{3}E+F=0.\end{cases}$ ……………………………………………………6 分

解得 $\begin{cases}D=-2\\E=0\\F=-3\end{cases}$

所以三角形 ABD 外接圆的方程为 $x^2+y^2-2x-3=0$． ....7 分

故圆心坐标 $(1,0)$，半径 $r=2$ ....8 分

因为弦长 $2\sqrt{2}$，所以圆心到直线 l 的距离：$d=\sqrt{2^2-2}=\sqrt{2}$ ....9 分

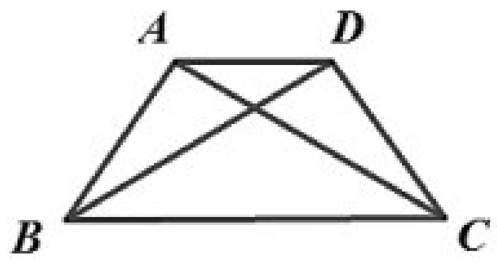
依题意得，直线 l 的斜率存在，设直线 l 的方程为 $y=k(x-3)$，

所以 $d=\dfrac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{2}$ ....10 分

解得 $k=\pm1$，...11 分

所以直线 l 的方程为 $x+y-3=0$，$x-y-3=0$. ....12 分

解法二：(1) 如图所示在等腰梯形 $ABCD$ 中，



因为 $AD\,//\,BC$，$A(0,\sqrt{3})$，$B(-1,0)$，$C(3,0)$

则 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，则 $\triangle ABC$ 是 $RT\triangle$，...1 分

所以 $\angle ACB=\dfrac{\pi}{6}$ ....2 分

因为 $\triangle ABC\cong\triangle DCB$，所以 $\angle DBC=\angle ACB=\dfrac{\pi}{6}$ ....3 分

所以 $k_{BD}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ....4 分

所以 BD 所在直线方程为：$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+1)$，整理得 $x-\sqrt{3}y+1=0$ ....5 分

(2) 因为四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，所以 A，B，C，D 四点共圆，........................6 分

故 $\triangle ABD$ 的外接圆即 $\triangle ABC$ 的外接圆..7 分

由 (1) 可知，该外接圆以 $(1,0)$ 为圆心，2 为半径..8 分

因为弦长 $2\sqrt{2}$，所以圆心到直线 l 的距离：$d=\sqrt{2^2-2}=\sqrt{2}$ ....9 分

依题意得，直线 l 的斜率存在，设直线 l 的方程为 $y=k(x-3)$，

所以 $d=\dfrac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{2}$ ....10 分

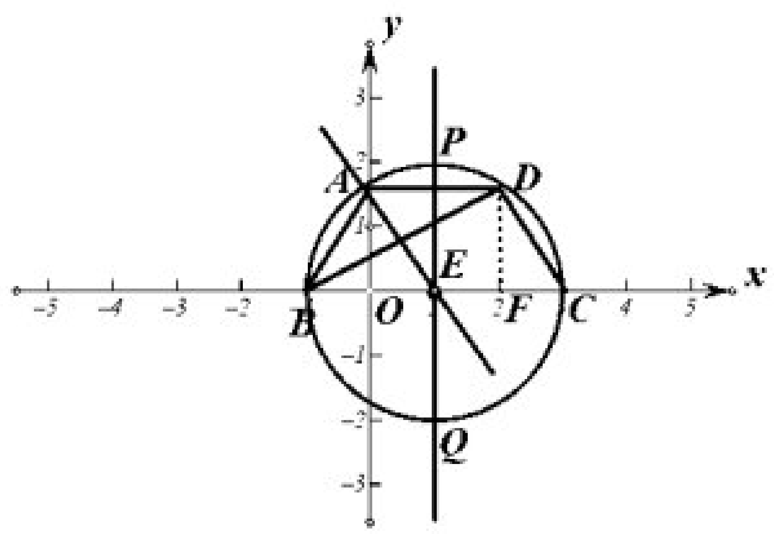
解得 $k=\pm1$，...11 分

所以直线 l 的方程为 $x+y-3=0$，$x-y-3=0$. ....12 分

解法三：(1)过 D 作 $DF\perp x$ 交 x 轴于点 F，在等腰梯形 $ABCD$ 中，因为 $AD//BC$，且 $A(0,\sqrt{3})$，$B(-1,0)$，$C(3,0)$ ………………………………………………………………1 分

所以 $|AD|=|OF|=|BC|-2|BO|=4-2\times1=2$ ………………… 2 分

所以 $D(2,\sqrt{3})$ ……………………………………………3 分



所以 $k_{BD}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ……………………………………………4 分

所以 BD 所在直线方程为：$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+1)$，

整理得 $x-\sqrt{3}y+1=0$． ………………………………………………………5 分

（2）由（1）知 $D(2,\sqrt{3})$，所以线段 AD 的垂直平分线为 $x=1$ ①……………………6 分

线段 BD 的中点为$(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，

所以线段 BD 的垂直平分线为 $y-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{3}(x-\dfrac{1}{2})$ ②…………………………………7 分

由①②解得 $\triangle ABD$ 的外接圆的圆心为 $E(1,0)$，

半径 $r=|DE|=\sqrt{(2-1)^2+(\sqrt{3}-0)^2}=2$…………………………………………………8 分

过点 E 作 $PQ\perp x$ 轴交 $\triangle ABD$ 的外接圆于 P,Q 两点

所以 $P(1,2)$，$Q(1,-2)$，………………………………………………………………9 分

所以 $|CP|=|CQ|=2\sqrt{2}$ ………………………………………………………………10 分

因为点 C 在 $\triangle ABD$ 的外接圆上，

又根据圆的对称性可知满足题设的直线 l 为直线 CP 和直线 CQ，

根据两点式得直线 CP 的方程为 $\dfrac{y-0}{2-0}=\dfrac{x-3}{1-3}$，即 $x+y-3=0$，…………………11 分

直线 CQ 的方程为 $\dfrac{y-0}{-2-0}=\dfrac{x-3}{1-3}$，即 $x-y-3=0$ ………………………………12 分

故所求直线 l 的方程为 $x+y-3=0$ 或 $x-y-3=0$．

20．本小题主要考查抛物线的方程、直线与抛物线的位置关系等基础知识，考查运算求解能力、直观想象等．满分 12 分．

解法一：(1) 设抛物线 $y^2=2px$ 与直线 $y=2x-3$ 交于 $S(x_1,y_1)$，$T(x_2,y_2)$．

$\begin{cases}y=2x-3,\\ y^2=2px,\end{cases}$ 整理得 $y^2-py-3p=0$，…………………………………………………1 分

所以 $y_1+y_2=p$，………………………………………………………………………2 分

因为 $y_M=\dfrac{y_1+y_2}{2}=1$ ……………………………………………………………………………3 分

所以 $p=2$, ………………………………………………………………………………………4 分

则抛物线方程为 $y^2=4x$，准线方程为 $x=-1$ ………………………………………………5 分

（2）依题意设直线 AB 的方程为 $x=my+1$， $m\neq 0$， $A(x_3,y_3)$， $B(x_4,y_4)$.

联立方程组 $\begin{cases}x=my+1,\\ y^2=4x,\end{cases}$ 整理得 $y^2-4my-4=0$， ……………………………………6 分

故 $\begin{cases}y_3+y_4=4m,\\ y_3y_4=-4,\end{cases}$ ……………………………………………………………………7 分

所以 $|AB|=|AF|+|BF|=x_3+1+x_4+1=my_3+1+1+my_4+1+1$

$=m(y_3+y_4)+4=4m^2+4$ ……………………………………………………………………8 分

因为 $AB\perp CD$， 直线 CD 的方程为 $x=-\dfrac{1}{m}y+1$，

同理可得 $CD=\dfrac{4}{m^2}+4$ ………………………………………………………………………9 分

所以 $S=\dfrac{1}{2}AB\cdot CD=\dfrac{1}{2}(4m^2+4)\cdot\left(\dfrac{4}{m^2}+4\right)=8\left(2+m^2+\dfrac{1}{m^2}\right)$ ………………………………10 分

$\geq 8\left(2+2\sqrt{m^2\cdot\dfrac{1}{m^2}}\right)=32$， ………………………………………………………………11 分

当且仅当 $m^2=\dfrac{1}{m^2}$， 即 $m=\pm1$ 时，取等号. ……………………………………………12 分

所以四边形 $ABCD$ 面积 S 的最小值为 32.

解法二：（1）设抛物线 $y^2=2px$ 与直线 $y=2x-3$ 交于 $S(x_1,y_1)$， $T(x_2,y_2)$.

则 $\begin{cases}{y_1}^2=2px_1,\\ {y_2}^2=2px_2,\end{cases}$ ……………………………………………………………………1 分

作差得 $\dfrac{{y_1}^2-{y_2}^2}{x_1-x_2}=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}(y_1+y_2)=2p$ …………………………………………2 分

所以 $k_{ST}=\dfrac{2p}{(y_1+y_2)}=2$ ……………………………………………………………………3 分

因为 $y_1+y_2=2$， 所以 $p=2$ ……………………………………………………………………4 分

则抛物线方程为 $y^2=4x$， 准线方程为 $x=-1$ ………………………………………………5 分

（2）依题意设直线 AB 的方程为 $y=k(x-1)$， $k\neq 0$， $A(x_3,y_3)$， $B(x_4,y_4)$.

联立方程组$\begin{cases} y=k(x-1), \\ y^2=4x, \end{cases}$整理得 $k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$，……6 分

故$\begin{cases} x_3+x_4=2+\dfrac{4}{k^2}, \\ x_3x_4=1, \end{cases}$ ……7 分

所以 $|AB|=|AF|+|BF|=x_3+1+x_4+1=4+\dfrac{4}{k^2}$ ……8 分

因为 $AB\perp CD$，

同理可得 $CD=4k^2+4$ ……9 分

所以 $S=\dfrac{1}{2}AB\cdot CD=\dfrac{1}{2}(4k^2+4)\cdot\left(\dfrac{4}{k^2}+4\right)=8\left(2+k^2+\dfrac{1}{k^2}\right)$ ……10 分

$\geq 8\left(2+2\sqrt{k^2\cdot\dfrac{1}{k^2}}\right)=32$， ……11 分

当且仅当 $k^2=\dfrac{1}{k^2}$，即 $k=\pm1$ 时，取等号. ……12 分

所以四边形 $ABCD$ 面积 S 的最小值为 32.

21. 本题主要考查等差数列、等比数列、错位相减法等基础知识，考查运算求解能力、推理论证能力，考查函数与方程思想、考查考生分析问题和解决问题的能力，满分 12 分.

解法一：(1) 因为 $\left\{\dfrac{a_n}{2^n}\right\}$ 是公差为 $\dfrac{1}{2}$ 的等差数列，$\left\{\dfrac{a_n}{n}\right\}$ 是公比为 2 的等比数列.

所以 $\dfrac{a_2}{4}-\dfrac{a_1}{2}=\dfrac{1}{2}$ 且 $\dfrac{a_2}{2}=2a_1$ ……2 分

解得 $a_1=1$ ……3 分

所以 $\dfrac{a_n}{2^n}=\dfrac{a_1}{2}+(n-1)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{n}{2}$ ……4 分

则 $a_n=n\cdot2^{n-1}$ ……5 分

(2) 由 (1) 得 $\dfrac{a_n}{2^n}=\dfrac{n}{2}$，所以 $a_n=n\cdot2^{n-1}$，

$S_n=1+2\times2+3\times2^2+\cdots+n\cdot2^{n-1}$，

$2S_n=2+2\times2^2+3\times2^3+\cdots+n\cdot2^n$，……6 分

两式相减得 $-S_n=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{n-1}-n\cdot2^n=\dfrac{1-2^n}{1-2}-n\cdot2^n=(1-n)2^n-1$，……7 分

所以 $S_n=(n-1)2^n+1$，……8 分

则 $S_{2k}=(2k-1)2^{2k}+1, 2a_k^2=k^2\cdot 2^{2k-1}$ ，

由 $2a_k^2<S_{2k}$ ，

得 $k^2\cdot 2^{2k-1}<(2k-1)2^{2k}+1$ ，……………………………………………………………………9 分

即 $k^2-4k+2-\frac{1}{2^{2k-1}}<0$ ，

令 $f(x)=x^2-4x+2-\frac{1}{2^{2x-1}}$ ，

因为函数 $y=x^2-4x+2, y=-\frac{1}{2^{2x-1}}$ 在 $(2,+\infty)$ 上都是增函数，

所以函数 $f(x)=x^2-4x+2-\frac{1}{2^{2x-1}}$ 在 $(2,+\infty)$ 上是增函数，………………………………10 分

由 $f(1)=1-4+2-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}<0, f(2)=4-8+2-\frac{1}{8}=-\frac{17}{8}<0$ ，

$f(3)=9-12+2-\frac{1}{2^5}=-1-\frac{1}{2^5}<0, f(4)=16-16+2-\frac{1}{2^7}=2-\frac{1}{2^7}>0$ ，…………………11 分

则当 $x\geq 4$ 时， $f(x)>0$ ，

所以若 $2a_k^2<S_{2k}$ ，正整数 k 的所有取值为 $1,2,3$ ………………………………………………12 分

解法二：(1) 因为 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 是公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列， $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是公比为 2 的等比数列.

所以 $\frac{a_n}{2^n}=\frac{a_1}{2}+\frac{n-1}{2}$ ①………………………………………………………………1 分

且 $\frac{a_n}{n}=a_1\cdot 2^{n-1}$ ②…………………………………………………………………………2 分

①$\times 2^n-$②得

$(a_n-n\cdot 2^{n-1})(n-1)=0$ 对 $n\in N^*$ 均成立…………………………………………………4 分

所以 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$ ……………………………………………………………………………5 分

(2) 由 (1) 得 $\frac{a_n}{2^n}=\frac{n}{2}$ ，所以 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$ ，

$S_n=1+2\times 2+3\times 2^2+\cdots+n\cdot 2^{n-1}$ ，

$2S_n=2+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+n\cdot 2^n$ ，…………………………………………………………6 分

两式相减得 $-S_n=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{n-1}-n\cdot 2^n=\frac{1-2^n}{1-2}-n\cdot 2^n=(1-n)2^n-1$ ，…………7 分

所以 $S_n=(n-1)2^n+1$ ，…………………………………………………………………………8 分

则 $S_{2k}=(2k-1)2^{2k}+1, 2a_k^2=k^2\cdot 2^{2k-1}$，

由 $2a_k^2<S_{2k}$，

得 $k^2\cdot 2^{2k-1}<(2k-1)2^{2k}+1$，……………………………………………………………9 分

即 $2^{2k-1}(k^2-4k+2)<1$，

令 $g(x)=2^{2x-1}(x^2-4x+2)$，

$g(1)=-2<1$， $g(2)=-16<1$， $g(3)=-32<1$ ……………………………………………10 分

当 $x\geq 4$ 时，结合二次函数单调性可知， $g(x)$ 单调递增且 $g(4)=256>1$ ……………11 分

所以若 $2a_k^2<S_{2k}$，正整数 k 的所有取值为 $1,2,3$ ………………………………………………12 分

解法三：(1) 因为 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 是公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列， $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是公比为 2 的等比数列.

所以 $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{a_n}{2^n}=\frac{1}{2}$ ①………………………………………………………………………1 分

且 $\frac{a_{n+1}}{n+1}\cdot\frac{n}{a_n}=2$ ②……………………………………………………………………………2 分

由②得 $a_{n+1}=\frac{2(n+1)a_n}{n}$，…………………………………………………………………3 分

代入① $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{a_n}{2^n}=\frac{(n+1)a_n}{2^n\cdot n}-\frac{n\cdot a_n}{2^n\cdot n}=\frac{1}{2}$ ………………………………………………4 分

解得 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$ ……………………………………………………………………………………5 分

(2) 下同解法一二

22．本小题主要考查曲线与方程、直线与椭圆的位置关系等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、创新意识等，考查化归与转化思想、数形结合思想等．满分 12 分．

解法一：(1) 设 P 点坐标为 (x_0, y_0)，

点 P 在单位圆 $x^2+y^2=1$ 上运动， 则 $x_0^{\ 2}+y_0^{\ 2}=1$ ①………………………………1 分

设 M 点坐标为 (x_M, y_M)，则 $x_M=2x_0, y_M=y_0$ ………………………………………………2 分

即 $x_0=\frac{x_M}{2}, y_0=y_M$ ………………………………………………………………………………3 分

代入①式，得 $\frac{{x_M}^2}{4}+{y_M}^2=1$ ………………………………………………………………………4 分

所以求点 M 的轨迹 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ ………………………………………………………5 分

(2) 点 M 的轨迹为椭圆，所以 $A(-2,0), B(2,0)$

依题意可知直线斜率不为 0，设直线 l 的方程为 $x=my+t$

$\begin{cases} x = my + t \\ \dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases}$，整理得 $(m^2+4)y^2 + 2mty + t^2 - 4 = 0$

设 $C(x_1, y_1), D(x_2, y_2)$，则 $y_1 + y_2 = \dfrac{-2mt}{m^2+4}, y_1 y_2 = \dfrac{t^2-4}{m^2+4}$ ....6 分

$k_{AC} = \dfrac{y_1 - 0}{x_1 + 2}, k_{BD} = \dfrac{y_2 - 0}{x_2 - 2}$

由 $k_{AC} = 3k_{BD}$ 得 $\dfrac{y_1}{x_1+2} = \dfrac{3y_2}{x_2-2}$ ....7 分

即 $\dfrac{y_1}{my_1+t+2} = \dfrac{3y_2}{my_2+t-2}$

$2my_1y_2 + 3(t+2)y_2 - (t-2)y_1 = 0$ ②...8 分

由韦达定理得 $\dfrac{y_1 y_2}{y_1 + y_2} = \dfrac{t^2-4}{-2mt}$，

即 $y_1 y_2 = \dfrac{t^2-4}{-2mt}(y_1 + y_2)$ ....9 分

代入②式得

$(t^2-4)(y_1+y_2) - 3(t^2+2t)y_2 + (t^2-2t)y_1 = 0$

即 $(t^2-t-2)y_1 - (t^2+3t+2)y_2 = 0$ ....10 分

$(t+1)(t-2)y_1 - (t+1)(t+2)y_2 = 0$

$(t+1)[(t-2)y_1 - (t+2)y_2] = 0$ ....11 分

$t = -1$

所以，直线 l 恒过定点 $(-1,0)$ ....12 分

解法二：(1) 同解法一

(2) 点 M 的轨迹为椭圆，所以 $A(-2,0), B(2,0)$

设直线 l 的方程为 $x = my + t$

$\begin{cases} x = my + t \\ \dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases}$，整理得 $(m^2+4)y^2 + 2mty + t^2 - 4 = 0$

不妨设 $C(x_1, y_1), D(x_2, y_2)$，则 $y_1 + y_2 = \dfrac{-2mt}{m^2+4}, y_1 y_2 = \dfrac{t^2-4}{m^2+4}$ ....6 分

解得 $y_1=\dfrac{-mt+2\sqrt{m^2-t^2+4}}{m^2+4}$ ， $y_2=\dfrac{-mt-2\sqrt{m^2-t^2+4}}{m^2+4}$ ....7 分

由 $k_{AC}=3k_{BD}$ 得 $\dfrac{y_1}{x_1+2}=\dfrac{3y_2}{x_2-2}$ ....8 分

即 $\dfrac{y_1}{my_1+t+2}=\dfrac{3y_2}{my_2+t-2}$

$2my_1y_2+3(t+2)y_2-(t-2)y_1=0$ ....9 分

则 $2m\dfrac{t^2-4}{m^2+4}+3(t+2)\dfrac{-mt-2\sqrt{m^2-t^2+4}}{m^2+4}-(t-2)\dfrac{-mt+2\sqrt{m^2-t^2+4}}{m^2+4}=0$ ....10 分

整理得 $(t+1)(m+\sqrt{m^2-t^2+4})=0$ ....11 分

易知 $t=-1$

所以，直线 l 恒过定点 $(-1,0)$ ....12 分

解法三：(1) 同解法一

(2) 点 M 的轨迹为椭圆，所以 $A(-2,0),B(2,0)$

依题意可知直线斜率不为 0，设直线 l 的方程为 $x=my+t$

$\begin{cases}x=my+t\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，整理得 $(m^2+4)y^2+2mty+t^2-4=0$

设 $C(x_1,y_1),D(x_2,y_2)$ ，则 $y_1+y_2=\dfrac{-2mt}{m^2+4},y_1y_2=\dfrac{t^2-4}{m^2+4}$ ....6 分

$k_{AC}=\dfrac{y_1-0}{x_1+2},k_{BD}=\dfrac{y_2-0}{x_2-2}$ ， $k_{BC}=\dfrac{y_1-0}{x_1-2}$,

$k_{AC}\cdot k_{BC}=\dfrac{y_1-0}{x_1+2}\cdot\dfrac{y_1-0}{x_1-2}=\dfrac{y_1^2}{x_1^2-4}=\dfrac{-\frac{1}{4}(x_1^2-4)}{x_1^2-4}=-\dfrac{1}{4}$ ....7 分

由 $k_{AC}=3k_{BD}$ 得 $\dfrac{-\frac{1}{4}}{\frac{y_1}{x_1-2}}=\dfrac{-x_1+2}{4y_1}=\dfrac{3y_2}{x_2-2}$ ....8 分

即 $-12y_1y_2=(x_1-2)(x_2-2)=(my_1+t-2)(my_2+t-2)$

$(m^2+12)y_1y_2+m(t-2)(y_1+y_2)+(t-2)^2=0$ ....9 分

将 $y_1+y_2=\dfrac{-2mt}{m^2+4}, y_1y_2=\dfrac{t^2-4}{m^2+4}$， 代入上式整理得 $t^2-t-2=0$ ....10 分

解得 $t=2$，$t=-1$, ...11 分

因为直线不过点 $(2,0)$，所以 $t=-1$

所以，直线 l 恒过定点 $(-1,0)$ ....12 分