学校______ 班级______ 姓名______ 考号______

弥封线内不要答题

福建省部分达标学校2024—2025学年第一学期期中
高二数学质量监测

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

4.本试卷主要考试内容：湘教版选择性必修第一册第一、二章。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 直线 $2\sqrt{3}x-2y+3=0$ 在 x 轴上的截距为

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　C. $\frac{3}{2}$　D. $-\frac{3}{2}$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=\sin\left(\frac{n\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$，其前 n 项和为 S_n，则 $S_{2025}=$

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $-\frac{1}{2}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 已知直线 l 过点 $P(1,\sqrt{3})$，$Q(2,m)$，若 l 的倾斜角的取值范围是 $[30°,60°]$，则 m 的取值范围是

A. $\left[\frac{\sqrt{3}}{6},\frac{\sqrt{3}}{4}\right]$　B. $\left[\frac{4\sqrt{3}}{3},2\sqrt{3}\right]$

C. $\left[\frac{\sqrt{3}}{3},2\sqrt{3}\right]$　D. $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3},\sqrt{3}\right]$

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_9+a_8=55$，则 $S_{16}=$

A. 880　B. 220　C. 110　D. 440

5. 已知圆 $C:x^2+y^2-8x+4y+16=0$ 的圆心为 C，O 为坐标原点，则以 OC 为直径的圆的方程为

A. $(x-2)^2+(y+1)^2=25$　B. $(x+2)^2+(y-1)^2=5$

C. $(x-2)^2+(y+1)^2=5$　D. $(x+2)^2+(y-1)^2=25$

6. 已知圆 $A:x^2+(y-3)^2=1$ 与圆 B 关于直线 $y=x$ 对称，则圆 B 的方程为

A. $x^2+y^2=1$　B. $(x-3)^2+(y-3)^2=1$

C. $x^2+(y+3)^2=1$　D. $(x-3)^2+y^2=1$

7. 记等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $\frac{S_3}{S_6}=\frac{2}{9}$，则 $\frac{S_9}{S_6}=$

A. $\frac{2}{9}$　B. $\frac{67}{18}$　C. $\frac{65}{16}$　D. $\frac{4}{9}$

8. 已知圆 $C:(x+1)^2+(y-2)^2=2$，直线 $l:3x-4y-14=0$，M 为圆 C 上一动点，N 为直线 l 上一动点，定点 $P(1,-2)$，则 $|MN|+|PN|$ 的最小值为

A. $\sqrt{2}$　B. $2\sqrt{2}$　C. $3\sqrt{2}$　D. $4\sqrt{2}$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为1，公比不为1，若 a_3,a_2,a_4 成等差数列，则

A. $\{a_n\}$ 的公比为 -3　B. $\{a_n\}$ 的公比为 -2

C. $\{a_n\}$ 的前10项和为 -341　D. a_7,a_5,a_6 成等差数列

10. 已知直线 $l_1:mx-y-2m=0$ 与 $l_2:2x-(m-1)y-6=0$，l_1 过定点 P，则下列说法正确的是

A. “$m=-1$”是“$l_1//l_2$”的必要不充分条件

B. “$l_1\perp l_2$”的充要条件是“$m=\frac{1}{3}$”

C. 点 P 的坐标为 $(2,0)$

D. 点 P 到直线 l_2 的距离的最大值为1

11. 在平面直角坐标系 xOy 中，$\triangle ABC$ 的顶点 $A(-1,0)$，$B(2,0)$，且 $\sin\angle CBA=2\sin\angle CAB$，记 $\triangle ABC$ 的顶点 C 的轨迹为 E，则下列说法正确的是

A. 轨迹 E 的方程为 $(x-3)^2+y^2=4$

B. $\triangle ABC$ 面积的最大值为3

C. AC 边上的高的最大值为 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

D. 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形，则直线 BC 被轨迹 E 截得的弦长的最大值为 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 对于等差数列和等比数列，我国古代很早就有研究成果，北宋数学家沈括首创的“隙积术”就是关于高阶等差级数求和的问题. 现有一货物堆，从上向下查，第一层有2个货物，第二层比第一层多3个，第三层比第二层多4个，以此类推，记第 n 层货物的个数为 a_n，则 a_{200} =___▲___.

13. 若点 $(1,3)$ 在圆 $x^2+y^2-ax-2ay+5a=0$ 的外部，则正实数 a 的取值范围是___▲___.

14. 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{17}+a_{18}+a_{19}<0$，$a_{17}+a_{20}>0$，则当 $n=$___▲___时，$\{a_n\}$ 的前 n 项和最小.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(13 分)

已知点 $M(-2,3)$，$N(4,-3)$.

(1)求直线 MN 的一般式方程；

(2)求以线段 MN 为直径的圆的标准方程；

(3)求(2)中的圆在点 $P(4,3)$ 处的切线方程.

16.(15 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_2=\frac{1}{4}$，$a_{n-1}a_n+3a_na_{n+1}-4a_{n-1}a_{n+1}=0(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N})$. 记 $b_n=\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}$.

(1)证明：数列 $\{b_n\}$ 是等比数列.

(2)求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

17.(15 分)

已知圆 C：$x^2+\lambda x+y^2+\lambda y=34+8\lambda$（$\lambda$ 为常数）.

(1)当 $\lambda=2$ 时，求直线 $4x-3y-4=0$ 被圆 C 截得的弦长.

(2)证明：圆 C 经过两个定点.

(3)设圆 C 经过的两个定点为 P，Q，若 $M(\lambda,12-\lambda)$，且 $|PM|=|QM|$，求圆 C 的标准方程.

18.(17 分)

在递增的等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3a_8=250$，$a_5+a_6=35$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)求数列 $\{a_n\cdot 2^{a_n}\}$ 的前 n 项和 T_n.

19.(17 分)

已知圆 C：$x^2+y^2=r^2(r>0)$，点 $Q(x_0,y_0)(x_0y_0\neq 0)$ 在圆 C 上，点 D，G 在 x 轴上，且关于 y 轴对称.

(1)圆 C 在点 Q 处的切线的斜率为 k_1，直线 QD，QG 的斜率分别为 k_2，k_3，证明：$\frac{1}{k_1}\left(\frac{1}{k_2}+\frac{1}{k_3}\right)$ 为定值.

(2)过点 Q 作 $QE\perp x$ 轴，垂足为 E，$A(0,r)$，点 D 满足 $AD\perp AE$.

①直线 AD 与圆 C 的另一个交点为 F，且 F 为线段 AD 的中点，$|AE|=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，求 r；

②证明：直线 QG 与圆 C 相切.