高三 12 月联考数学试卷
参考答案

1. A　$z=i(2-3i)=-3i^2+2i=3+2i$,其在复平面内对应的点位于第一象限.

2. D　因为 $A=\{x|0<x+1<3\}=(-1,2)$,$B=\{x|x^2+x=0\}=\{-1,0\}$,所以 $A\cap B=\{0\}$.故选 D.

3. B　将抛物线方程转化为 $x^2=\frac{3}{8}y$,则抛物线的准线方程为 $y=-\frac{3}{32}$.

4. D　设$\{a_n\}$的公比为 q,则 $a_1=8a_4=8q^3a_1$,从而 $q=\frac{1}{2}$,则 $S_3=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$.

5. C　由 $f(x)=\ln x+2x$,得 $f'(x)=\frac{1}{x}+2$,$f'(1)=3$,则 $f(x)$的图象在点$(1,2)$处的切线方程为 $y=3x-1$.将 $x=0$ 代入切线方程,得 $y=-1$,将 $y=0$ 代入切线方程,得 $x=\frac{1}{3}$,该切线与坐标轴所围成的三角形的面积为$\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$.

6. B　设侧面展开图为扇形 AOD 的圆锥的底面半径为 r,高为 h,则该圆锥的体积 $V_1=\frac{\pi}{3}r^2h$.侧面展开图为扇形 BOC 的圆锥的底面半径为 λr,高为 λh,则该圆锥的体积 $V_2=\frac{\pi}{3}(\lambda r)^2\lambda h=\lambda^3V_1$.由题可知 $V_2=2V_1$,从而 $\lambda^3=2$.

7. C　因为$\{a_n\}$为等差数列,所以 $a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1}=na_n$,$a_3+a_5+\cdots+a_{2n+1}=na_{n+2}$,则 $\frac{a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1}}{a_3+a_5+\cdots+a_{2n+1}}=\frac{na_n}{na_{n+2}}=\frac{n}{n+2}$,则 $\frac{a_{n+2}}{n+2}=\frac{a_n}{n}$,从而 $\frac{a_{2\,024}}{2\,024}=\frac{a_{2\,022}}{2\,022}=\cdots=\frac{a_2}{2}$,故 $\frac{a_{2\,024}}{a_2}=\frac{2\,024}{2}=1\,012$.

8. A　当 $a=0$ 时,$f(x-a^2)\leqslant f(x)$显然恒成立.当 $a\neq0$ 时,$f(x-a^2)\leqslant f(x)$可以理解为将 $f(x)$的图象向右平移 a^2 个单位长度后,得到的 $f(x-a^2)$的图象始终在 $f(x)$的图象的下方(或重合).当 $a>0$ 时,由 $f(x)$的图象(图略)可知,$a^2\geqslant2a$,解得 $a\geqslant2$;当 $a<0$ 时,$f(x-a^2)$的图象始终在 $f(x)$的图象的下方.故 a 的取值范围为$(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$.

9. ABD　由 $10\times(0.006+0.012+0.02+0.032+0.02+m)=1$,得 $m=0.01$,则 $n=\frac{10}{10m}=100$,A,B 正确.估计参赛选手得分的平均分为 x,则 $x=0.06\times45+0.12\times55+0.2\times65+0.32\times75+0.2\times85+0.1\times95=72.8$,C 不正确.因为 $0.06+0.12+0.2=0.38<0.5$,$0.06+0.12+0.2+0.32=0.7>0.5$,所以估计参赛选手得分的中位数在$[70,80)$内,D 正确.

10. AD　$f(x)=\frac{2\sin x}{5-\cos 2x}=\frac{\sin x}{3-\cos^2 x}$,则 $f(-x)=\frac{\sin(-x)}{3-\cos^2(-x)}=-\frac{\sin x}{3-\cos^2 x}=-f(x)$,所以 $f(x)$为奇函数,A 正确.

$f(x+\pi)=\frac{\sin(x+\pi)}{3-\cos^2(x+\pi)}=-\frac{\sin x}{3-\cos^2 x}=-f(x)$,所以 $f(x)$的最小正周期不是 π,B 不正

确. $f(2\pi-x)=\dfrac{\sin(2\pi-x)}{3-\cos^2(2\pi-x)}=-\dfrac{\sin x}{3-\cos^2 x}=-f(x)$,所以 $f(x)$ 的图象不关于直线 $x=\pi$ 对称,C 不正确. $f(x)=\dfrac{\sin x}{3-\cos^2 x}=\dfrac{\sin x}{2+\sin^2 x}$,显然 $f(x)=f(x+2\pi)$,且 $f(0)=f(\pi)=0$,当 $x\in(0,\pi)$时,$f(x)=\dfrac{1}{\sin x+\dfrac{2}{\sin x}}$,由 $0<\sin x\leqslant 1$,得$\dfrac{2}{\sin x}+\sin x\geqslant 3$,所以 $f(x)=\dfrac{1}{\dfrac{2}{\sin x}+\sin x}\leqslant\dfrac{1}{3}$. 当 $x\in(\pi,2\pi)$时,$f(x)<0$,所以 $f(x)$的最大值为$\dfrac{1}{3}$,D 正确.

11. ACD　由图可知,点$(3,0)$在 C 上,所以 $a=9$,A 正确. 设曲线 C 上任一点 $P(x,y)$,由$(x^2+y^2)^2=9(x^2-y^2)$,可得 $0<x^2+y^2=\dfrac{9(x^2-y^2)}{x^2+y^2}\leqslant 9$,$\sqrt{x^2+y^2}\leqslant 3$,即 C 上不存在点(x_0,y_0),使得$\sqrt{x_0^2+y_0^2}>3$,B 不正确. 方程$(x^2+y^2)^2=9(x^2-y^2)$可化为 $x^4+(2y^2-9)x^2+y^2(y^2+9)=0$,令 $t=x^2$,得 $t^2+(2y^2-9)t+y^2(y^2+9)=0$,

由$\begin{cases}\Delta=(2y^2-9)^2-4y^2(y^2+9)=-9(8y^2-9)\geqslant 0,\\ t_1+t_2=-(2y^2-9)\geqslant 0,\\ t_1t_2=y^2(y^2+9)\geqslant 0,\end{cases}$ 可得 $0\leqslant y^2\leqslant\dfrac{9}{8}$,即$-\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\leqslant y\leqslant\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$,

易知等号成立,故 C 上的点的纵坐标的最大值为$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$,C 正确. 直线 $y=kx$ 与 C 均经过原点$(0,0)$,则直线 $y=kx$ 与 C 除原点外无其他公共点. 联立方程组$\begin{cases}(x^2+y^2)^2=9(x^2-y^2),\\ y=kx,\end{cases}$整理得 $x^4(1+k^2)^2-9x^2(1-k^2)=0$. 当 $1-k^2=0$ 时,方程 $x^4=0$ 仅有一解 $x=0$,满足题意. 当 $1-k^2\neq 0$ 时,当 $x=0$ 时,方程恒成立,即恒有一解,当 $x\neq 0$ 时,方程化简得 $x^2=\dfrac{9(1-k^2)}{(1+k^2)^2}$,即当 $1-k^2<0$ 时,方程无解,满足题意. 综上,$1-k^2\leqslant 0$,解得 $k\geqslant 1$ 或 $k\leqslant -1$,D 正确.

12. $-\dfrac{1}{6}$　由$|\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}|=3$,得 $\boldsymbol{a}^2+6\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+9\boldsymbol{b}^2=9$. 因为 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为单位向量,所以 $10+6\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=9$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\dfrac{1}{6}$.

13. 40　先站甲、乙、丙 3 人,共有 $A_2^2=2$ 种不同的站法,再站剩余 2 人,共有 $4\times 5=20$ 种不同的站法. 根据分步乘法计数原理,不同的站法共有 $2\times 20=40$ 种.

14. $\dfrac{2\sqrt{34}}{17}$　由 $\sin(2\alpha+\beta)+2\sin 2\alpha\cos\beta=3\sin\beta$,得 $3\sin 2\alpha\cos\beta+\cos 2\alpha\sin\beta=3\sin\beta$,则 $3\sin 2\alpha+\cos 2\alpha\tan\beta=3\tan\beta$,则 $\tan\beta=\dfrac{3\sin 2\alpha}{3-\cos 2\alpha}=\dfrac{6\sin\alpha\cos\alpha}{4\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha}=\dfrac{3\tan\alpha}{2\tan^2\alpha+1}=\dfrac{3}{2\tan\alpha+\dfrac{1}{\tan\alpha}}$.

因为 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$,所以 $\tan\alpha\in(0,\sqrt{3})$,则 $2\tan\alpha+\frac{1}{\tan\alpha}\geqslant 2\sqrt{2}$,当且仅当 $\tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时,等号成立,从而 $\tan\beta\leqslant\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$. 又 $\beta\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$,所以当 $\tan\beta$ 取得最大值时,$\cos\beta$ 取得最小值,且最小值为 $\frac{2\sqrt{34}}{17}$.

15. 解:(1)(方法一)因为 $c=1,b+2\cos B=2a$,所以 $b+2c\cos B=2a$, ······ 2 分
则 $\sin B+2\sin C\cos B=2\sin A$. ······ 3 分
又 $\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C$, ······ 4 分
所以 $\sin B=2\sin B\cos C$. ······ 5 分
因为 $\sin B\neq 0$,所以 $\cos C=\frac{1}{2}$. ······ 6 分
又 $C\in(0,\pi)$,所以 $C=\frac{\pi}{3}$. ······ 7 分
(方法二)由余弦定理得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$, ······ 2 分
因为 $c=1$,所以 $b+2\cos B=b+\frac{a^2+1-b^2}{a}=2a$, ······ 3 分
则 $ab=a^2+b^2-1$. ······ 4 分
$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{a^2+b^2-1}{2ab}=\frac{1}{2}$. ······ 6 分
因为 $C\in(0,\pi)$,所以 $C=\frac{\pi}{3}$. ······ 7 分
(2)由(1)可得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=a^2+b^2-ab=(a+b)^2-3ab$, ······ 8 分
从而 $(a+b)^2-3ab=1$. ······ 9 分
因为 $ab\leqslant\frac{(a+b)^2}{4}$,当且仅当 $a=b$ 时,等号成立, ······ 11 分
所以 $(a+b)^2-3ab\geqslant\frac{(a+b)^2}{4}$, ······ 12 分
从而 $a+b\leqslant 2$,则 $\triangle ABC$ 周长的最大值为 3. ······ 13 分

16. 解:(1)若甲抽中 2 次银奖,则由甲抽奖获得的现金金额大于乙抽奖获得的现金金额,可知乙也得抽中银奖,此时概率 $P_1=\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$. ······ 2 分
若甲至少抽中 1 次金奖,则甲抽奖获得的现金金额一定大于乙抽奖获得的现金金额,此时概率 $P_2=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$. ······ 4 分
故甲抽奖获得的现金金额大于乙抽奖获得的现金金额的概率 $P=P_1+P_2=\frac{25}{27}$. ······ 6 分
(2)记甲、乙两人抽奖获得的现金金额分别为 Y,Z,则 $X=Y+Z$.
由题可知 $P(Y=10)=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$,$P(Y=20)=C_2^1\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$,$P(Y=30)=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$,

$P(Z=5)=\frac{1}{3}$，$P(Z=15)=\frac{2}{3}$，…………………………………………………… 9 分

则 $P(X=15)=\frac{1}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$，$P(X=25)=\frac{1}{9}\times\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$，$P(X=35)=\frac{4}{9}\times\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$，$P(X=45)=\frac{4}{9}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$.

X 的分布列为

X	15	25	35	45
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

…………………………………………………………………… 13 分

$E(X)=15\times\frac{1}{27}+25\times\frac{2}{9}+35\times\frac{4}{9}+45\times\frac{8}{27}=35$. …………………… 15 分

17.（1）证明：取 CD 的中点 O，连接 OB，OF.

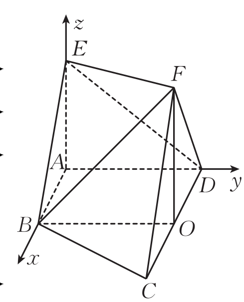
因为 $\triangle FCD$ 为等腰直角三角形，且 $CF\perp DF$，所以 $OF\perp CD$. ………………… 1 分

又平面 $CDF\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $CDF\cap$ 平面 $ABCD=CD$，所以 $OF\perp$ 平面 $ABCD$. …………………………………………………………………… 2 分

因为 $AE\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $OF/\!/AE$. ………………………………………… 3 分

又 $OF\not\subset$ 平面 ADE，$AE\subset$ 平面 ADE，所以 $OF/\!/$ 平面 ADE. ……………… 4 分

因为 $CD=2AB$，所以 $AB=OD$，又 $OD/\!/AB$，所以四边形 $ABOD$ 为平行四边形，则 $OB/\!/AD$. …………………………………………………………………… 5 分



因为 $OB\not\subset$ 平面 ADE，$AD\subset$ 平面 ADE，所以 $OB/\!/$ 平面 ADE. ……………………………………………………… 6 分

又 $OB\cap OF=O$，所以平面 $OBF/\!/$ 平面 ADE. ……………… 7 分

因为 $BF\subset$ 平面 OBF，所以 $BF/\!/$ 平面 ADE. ……………… 8 分

（2）解：由题可知 AB，AD，AE 两两垂直，故以 A 为坐标原点，AB，AD，AE 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴建立如图所示的空间直角坐标系.

设 $AB=1$，则 $B(1,0,0)$，$D(0,2,0)$，$E(0,0,1)$，$F(1,2,1)$，…… 10 分

$\overrightarrow{BE}=(-1,0,1)$，$\overrightarrow{EF}=(1,2,0)$，$\overrightarrow{DE}=(0,-2,1)$. ………………………… 11 分

设平面 BEF 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$，

则由 $\begin{cases}\overrightarrow{BE}\cdot\boldsymbol{m}=0,\\ \overrightarrow{EF}\cdot\boldsymbol{m}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-x_1+z_1=0,\\ x_1+2y_1=0,\end{cases}$

令 $y_1=1$，得 $\boldsymbol{m}=(-2,1,-2)$. ………………………………………… 12 分

设平面 DEF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$，

则由 $\begin{cases}\overrightarrow{DE}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\ \overrightarrow{EF}\cdot\boldsymbol{n}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-2y_2+z_2=0,\\ x_2+2y_2=0,\end{cases}$

令 $y_2=1$，得 $\boldsymbol{n}=(-2,1,2)$. ………………………………………………… 13 分

$\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{1}{9}$，则平面 BEF 与平面 DEF 的夹角的余弦值为 $\frac{1}{9}$. ………… 15 分

18.(1)解:由题可知$\begin{cases}\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1,\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ ……………………………… 2分

解得 $a^2=8,b^2=2$, ……………………………… 4分

故 E 的方程为$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$. ……………………………… 5分

(2)证明:设 l 的方程为 $y=kx+m,P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$. 联立方程组$\begin{cases}\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1,\\ y=kx+m,\end{cases}$整理得

$(4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-8=0$, ……………………………… 6分

$\Delta=64k^2m^2-(16k^2+4)(4m^2-8)=128k^2-16m^2+32>0$,即 $m^2<8k^2+2$, ………… 7分

$x_1+x_2=-\dfrac{8km}{4k^2+1},x_1x_2=\dfrac{4m^2-8}{4k^2+1}$. ……………………………… 8分

$k_{AP}\cdot k_{AQ}=\dfrac{y_1-1}{x_1-2}\cdot\dfrac{y_2-1}{x_2-2}=\dfrac{(kx_1+m-1)(kx_2+m-1)}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$

$=\dfrac{k^2x_1x_2+k(m-1)(x_1+x_2)+(m-1)^2}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$

$=\dfrac{k^2(4m^2-8)-8k^2m(m-1)+(4k^2+1)(m^2-2m+1)}{4m^2-8+16km+16k^2+4}=\dfrac{m^2-2m-4k^2+1}{4m^2+16km+16k^2-4}=\dfrac{1}{4}$, …

……………………………… 9分

整理得$(2k+1)(m+2k-1)=0$,则 $k=-\dfrac{1}{2}$或 $m+2k-1=0$. ……………………………… 11分

若 $m+2k-1=0$,则 l 过点 A,不符合题意,故 $k=-\dfrac{1}{2}$,即 l 的斜率为定值. ………… 12分

(3)解:由(2)可得 $x_1+x_2=2m,x_1x_2=2m^2-4$.

因为 l 与线段 OA(不含端点)相交,所以 $0<m<2$, ……………………………… 13分

$|PQ|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{20-5m^2}$, ……………………………… 14分

点 O 到 l 的距离 $d_1=\dfrac{2m}{\sqrt{5}}$,点 A 到 l 的距离 $d_2=\dfrac{4-2m}{\sqrt{5}}$, ……………………………… 15分

四边形 $OPAQ$ 的面积 $S=\dfrac{1}{2}|PQ|(d_1+d_2)=2\sqrt{4-m^2}=2\sqrt{3}$, ……………………………… 16分

解得 $m=1$ 或 $m=-1$(舍去),故 l 的方程为 $y=-\dfrac{1}{2}x+1$. ……………………………… 17分

19.解:(1)由 $f(x)=x$,得$\dfrac{x^2-3x-4}{x}=0$, ……………………………… 1分

解得 $x=-1$ 或 $x=4$, ……………………………… 2分

故 $f(x)$在$(0,+\infty)$上的不动点集为$\{4\}$. ……………………………… 3分

(2)由题可知,关于 x 的方程$(a-1)x-\sin 2x=0$ 在$\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$上有且只有一个实数根.

令 $\varphi(x)=(a-1)x-\sin 2x$，则 $\varphi'(x)=a-1-2\cos 2x$. ………………………………………… 4 分

若 $a\geqslant 3$，则 $\varphi'(x)\geqslant 0$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上恒成立，$\varphi(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增.

因为 $\varphi\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{(a-1)\pi}{2}<0$，$\varphi\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{(a-1)\pi}{2}>0$，所以 $\varphi(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上有且仅有一个零点，即 $g(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上有且仅有一个不动点. ………………………………………… 5 分

若 $a\leqslant -1$，则 $\varphi'(x)\leqslant 0$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上恒成立，$\varphi(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减.

因为 $\varphi\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{(a-1)\pi}{2}>0$，$\varphi\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{(a-1)\pi}{2}<0$，所以 $\varphi(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上有且仅有一个零点，即 $g(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上有且仅有一个不动点. ………………………………………… 6 分

若 $-1<a<3$，易知 $\varphi'(x)$ 是 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上的偶函数，且在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增. ……… 7 分

因为 $\varphi'(0)=a-3<0$，$\varphi'\left(\frac{\pi}{2}\right)=a+1>0$，所以存在 $x_0\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$，使得 $\varphi'(x_0)=0$，

则当 $x\in\left(-\frac{\pi}{2},-x_0\right)$ 和 $\left(x_0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$ 单调递增，当 $x\in(-x_0,x_0)$ 时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$ 单调递减. ………………………………………… 8 分

因为 $\varphi(0)=0$，所以要使得 $\varphi(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上有且只有一个实数根，则 $\begin{cases}\varphi\left(-\frac{\pi}{2}\right)\geqslant 0,\\ \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right)\leqslant 0,\end{cases}$ 解得 $-1<a\leqslant 1$. ………………………………………… 9 分

综上所述，a 的取值范围为 $(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$. ………………………………………… 10 分

(3) 由题可知，方程 $x^3-3m^2x+1=0$ 在 $\mathbf{R}$ 上存在 3 个实数根 x_1,x_2,x_3，……………… 11 分

则 $x^3-3m^2x+1=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=x^3-(x_1+x_2+x_3)x^2+(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)x-x_1x_2x_3$，………………………………………… 12 分

从而 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0,\\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=-3m^2,\\ x_1x_2x_3=-1.\end{cases}$ ………………………………………… 13 分

令 $H(x)=x^3-3m^2x+1=0$，则 $H'(x)=3x^2-3m^2$，当 $x\in(-\infty,-m)$ 和 $(m,+\infty)$ 时，$H'(x)>0$，$H(x)$ 单调递增，当 $x\in(-m,m)$ 时，$H'(x)<0$，$H(x)$ 单调递减，……… 14 分

则 $\begin{cases}H(-m)=2m^3+1>0,\\ H(m)=1-2m^3<0,\end{cases}$ 解得 $m>\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$. ………………………………………… 15 分

因为 $x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)=6m^2$，……………… 16 分

所以 $x_1^2+x_2^2+x_3^2$ 的取值范围为 $(3\sqrt[3]{2},+\infty)$. ………………………………………… 17 分