

福宁古五校教学联合体 2023-2024 学年第二学期期中质量监测

高一数学试题

(满分 150 分, 120 分钟完卷)

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上. 考生要认真核对答题卡上粘贴的“姓名、准考证号、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致.

2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 非选择题用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答. 若在试题卷上作答, 答案无效.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z = i(1+i)$, 则复数 $z =$

- A. $-1-i$ B. $-1+i$ C. $1-i$ D. $1+i$

2. 已知 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列命题正确的是

- A. 若 $m // \alpha, n // \beta, \alpha // \beta$, 则 $m // n$ B. 若 $m // \alpha, m // \beta, \alpha \cap \beta = n$, 则 $m // n$
C. 若 $n // \alpha, n // \beta$, 则 $\alpha // \beta$ D. 若 $m // n, n \subset \alpha$, 则 $m // \alpha$

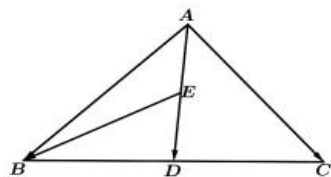
3. 已知平面向量 $\vec{a} = (1, m), \vec{b} = (n, 2), \vec{c} = (2, 4)$, 若 $\vec{a} // \vec{c}, \vec{b} \perp \vec{c}$, 则 $m+n =$

- A. 6 B. -6 C. 2 D. -2

4. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 若 $\vec{EB} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AC}$,

则 $\lambda + \mu =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{2}{3}$ D. 1



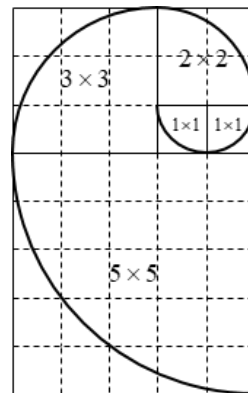
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 其内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c 根据下列条件解三角形, 其中有两解的是

- A. $b = 7, c = 3, C = 30^\circ$ B. $b = 5, c = 4, B = 45^\circ$
C. $a = 6, b = 6, B = 60^\circ$ D. $a = 2, b = 3, A = 30^\circ$

6. 设平面向量 $|\vec{a}| = \sqrt{10}, |\vec{b}| = 2$, 且 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{10}$, 则 $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) =$

- A. 1 B. 14 C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{10}$

7. 斐波那契螺旋线被誉为自然界最完美的“黄金螺旋”, 右图给出了它的画法: 以斐波那契数 $1, 1, 2, 3, 5, \dots$ 的变化规律为边的正方形, 依序拼成长方形, 然后在每个正方形中画一个圆心角为 90° 的圆弧, 这些圆弧所连起来的弧线就是斐波那契螺旋线. 如果用图中接下来的一段圆弧所对应的扇形做圆锥的侧面, 那么该圆锥的底面积为



- A. 4π
B. 5π
C. 8π
D. 9π

8. 在锐角三角形 ABC 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \cos B - b \cos A = b$, 则 $\frac{b}{a+c}$ 的取值范围是

- A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ B. $(2-\sqrt{3}, 1)$
C. $(2-\sqrt{3}, \sqrt{2}-1)$ D. $(\sqrt{2}+1, \sqrt{3}+2)$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设向量 $\vec{a} = (-1, 1), \vec{b} = (0, 2)$, 则

- A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ B. $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$ C. $(\vec{a} - \vec{b}) // \vec{a}$ D. \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$

10. 对于 $\triangle ABC$, 有如下命题, 其中正确的有

- A. 若 $\sin A = \sin B$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形
B. 若 $\sin A = \cos B$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形
C. 若 $\sin^2 A + \sin^2 B + \cos^2 C < 1$, 则 $\triangle ABC$ 为钝角三角形
D. 若 A, B 的对边分别是 a, b , 且 $a > b$, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{BC} > 0$

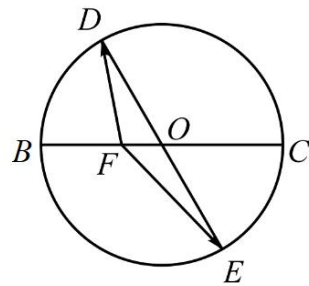
11. 如图, BC, DE 是半径为 6 的圆 O 的两条不同的直径, $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{FO}$, 则

A. $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$

B. 若 $\angle COE = 60^\circ$, 则 \overrightarrow{FE} 在 \overrightarrow{DE} 上的投影向量为 $\frac{3}{4}\overrightarrow{DE}$

C. $|\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{FE}|$ 为定值

D. 满足 $\overrightarrow{FC} = \lambda\overrightarrow{FD} + \mu\overrightarrow{FE}$ 的实数 λ 与 μ 的和为定值 4



12. 如图所示, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M, N 分别为棱 B_1C_1, CD 上的动点 (包含端点), 则下列说法正确的是

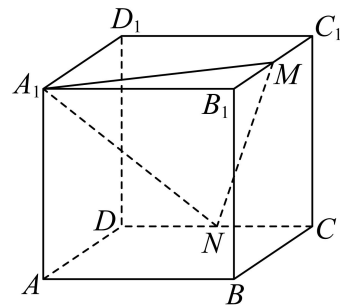
A. 四面体 A_1D_1MN 的体积为定值

B. 当 M, N 分别为棱 B_1C_1, CD 的中点时, 则在正方体

$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中存在棱与平面 A_1MN 平行

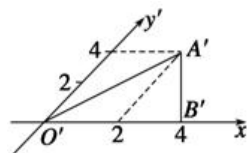
C. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 外接球的表面积为 12π

D. 当 M, N 分别为棱 B_1C_1, CD 的中点时, 则过 A_1, M, N 三点作正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的截面, 所得截面为五边形



三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中的横线上.

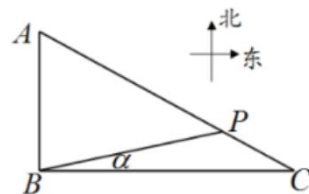
13. 如图是 $\triangle AOB$ 用斜二测画法画出的直观图 $\triangle A'O'B'$, 则 $\triangle AOB$ 的面积是_____.



14. 若 i 是虚数单位, 已知 $|\omega - 2| = |\omega - 2i|$, 写出一个满足条件的虚数 $\omega =$ _____.

15. 如图, 某景区有三条道路 AB, BC, AC , 其中 BA 长为 2 千米, 是正北方向, BC 长为 $2\sqrt{3}$ 千米, 是正东方向, 某游客在道路 AC 上相

对 B 东偏北 α 度的点 P 处, 且 BP 为 $\sqrt{7}$ 千米, 则 $\sin \alpha =$ _____.



16. 在直角 $\triangle ABC$ 中, $AB \perp AC$, $AC = \sqrt{3}$, $AB = 2$, 平面 ABC 内动点 P 满足 $CP = 1$, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$ 的最小值为_____.

四. 解答题: 本大题共 6 小题, 满分 70 分, 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

17. (本题满分 10 分)

已知复数 $z_1 = m - 3i$, $z_2 = 1 + 2i$ ($m \in \mathbf{R}$).

(1) 若 $\frac{z_1}{z_2}$ 是实数, 求 m 的值;

(2) 若复数 $\frac{z_1}{z_2}$ 在复平面内对应的点在第三象限, 且 $|z_1| \geq 5$, 求实数 m 的取值范围.

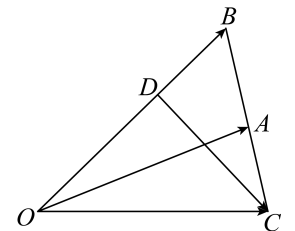
18. 本题满分 12 分

已知 $\triangle OAB$ 中, 点 D 在线段 OB 上, 且 $OD = 2DB$, 延长 BA 到 C .

使 $BA = AC$. 设 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$.

(1) 用 \vec{a}, \vec{b} 表示向量 \overrightarrow{OC} ;

(2) 若向量 \overrightarrow{OC} 与 $\overrightarrow{OA} + k\overrightarrow{DC}$ 共线, 求 k 的值.



19. 本题满分 12 分

现给出两个条件: ① $2b \sin A = a \tan B$, ② $a(\sin A - \sin C) = b \sin B - c \sin C$, 从中选出一个条件补充在下面的问题中, 并以此为依据求解问题. (选出一种可行的条件解答, 若两个都选则按第一个解答计分)

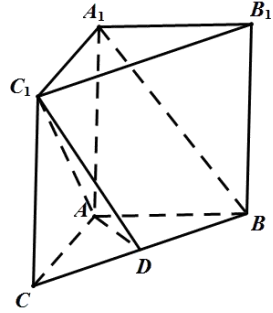
在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 所对的边, 若_____.

(1) 求 B ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 外接圆半径的最小值.

20. 本题满分 12 分

如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB \perp AC$ ， $AB = AC = 1$ ，
 D 是 BC 的中点.



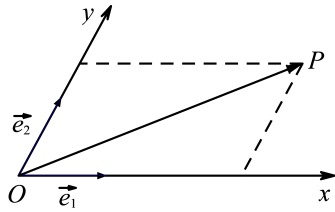
(1) 求证： $A_1B \parallel$ 平面 ADC_1 ；

(2) 若 $AA_1 = 2$ ，求几何体 $ABD - A_1B_1C_1$ 的体积.

21. 本题满分 12 分

如图，设 Ox ， Oy 是平面内相交成 60° 角的两条数轴， \vec{e}_1 ， \vec{e}_2 分别是与 x 轴， y 轴正方向同
 向的单位向量，若向量 $\vec{OP} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ ，则把有序数对 (x, y) 叫做

向量在斜坐标系 xOy 中的坐标，记为 $\vec{OP} = (x, y)$



(1) 若在该坐标系下， $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (2, -3)$ 计算 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的大小

(2) 若在该坐标系下，已知 $\vec{a} = (\sin \theta, 2)$ ， $\vec{b} = (\cos \theta, 1)$ ，

$\left(\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ 求 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的最大值.

22. 本题满分 12 分

如图，在四边形 $ABCD$ 中，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}(AC^2 - AB^2 - BC^2)$ ，记 $\triangle ACD$ 的面积
 为 S_2 .

(1) 求 $\angle ABC$ 的大小；

(2) 若 $CD = \sqrt{3}BC$ ，设 $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle BCD = 120^\circ$ ，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

