福宁古五校教学联合体2024-2025学年第一学期期中质量监测

高一数学试题参考答案：

一、本题共8小题，每小题5分，共40分

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	C	A	A	A	D	A

二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.

9	10	11
BCD	AD	ABD

三、填空题：本大题共3小题，每小题5分，共15分，其中14题第一空2分，第二空3分.

12. 奇　　13. $3x-3$　(写成$3(x-1)$也对)　　14.　1(2分)，$\frac{1}{8}$（3分）

14.在②中令$x=0$得$f(0)=0$，在①中令$x=0$得$f(1)=1$，

在①中令$x=\frac{1}{2}$得$f(x)=\frac{1}{2}$，在②中令$x=\frac{1}{3}$得$f(\frac{1}{3})=\frac{1}{2}$，又知$f(x)$是不减函数，

所以$f(x)=\frac{1}{2},x\in[\frac{1}{3},\frac{1}{2}]$.故$f(\frac{1}{20})=\frac{1}{2}f(\frac{3}{20})=\frac{1}{4}f(\frac{9}{20})=\frac{1}{8}$.

四、解答题:本大题共5小题，共77分.

15(1)解：由$x^2-2x-3\geq 0$，解得$x\leq -1$，或$x\geq 3$，

所以$A=\{x|x\leq -1，或x\geq 3\}$，　……2分

又$A\cap B=\{3\}$，所以$\begin{cases}-1<2a\leq a+2\\ a+2=3\end{cases}$，解得$a$=1　………4分

此时$B=\left\{x|2\leq x\leq 3\right\}$　………5分

所以$A\cup B=\left\{x|x\leq -1,或x\geq 2\right\}$　………6分

(2)因为$B\cap(\complement_R A)=B$，

所以$B\subseteq\complement_R A$，　………7分

因为$A=\{x|x\leq -1,或x\geq 3\}$，所以$\complement_R A=\{x|-1<x<3\}$，　………8分

又$B=\left\{x|2a\leq x\leq a+2\right\}$，

当$B=\varnothing$时，$B\subseteq\complement_R A$，此时$2a>a+2$，解得$a>2$，　………10分

当$B\neq\varnothing$时，由$B\subseteq\complement_R A$，可得$\begin{cases}2a\leq a+2\\ 2a>-1\\ a+2<3\end{cases}$，解得$-\frac{1}{2}<a<1$，　………12分

综上a的取值范围为$(-\frac{1}{2},1)\cup(2,+\infty)$.　………13分

16(1)解:如图 1

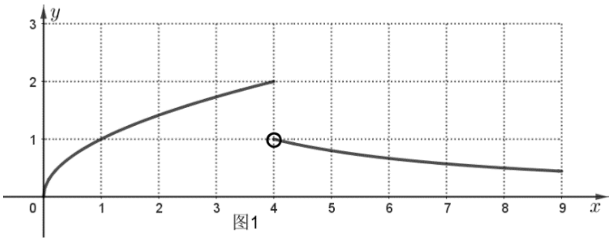

图1

……3 分

由图可知，a 的取值范围为 $(0,1)$ ……..5 分

(2)方法一：若命题 q 是真命题，则 $x^2-ax+1\le 0$ 在 $[1,2]$ 上恒成立

则 $x+\dfrac{1}{x}\le a$ 在 $[1,2]$ 上恒成立， ………6 分

令 $g(x)=x+\dfrac{1}{x},x\in[1,2]$

任取 $x_1<x_2$，且 $x_1,x_2\in[1,2]$

$g(x_1)-g(x_2)=(x_1-x_2)(\dfrac{x_1x_2-1}{x_1x_2})<0$，即 $g(x_1)<g(x_2)$

所以 $g(x)=x+\dfrac{1}{x}$ 在 $[1,2]$ 上单调递增， ……8 分

所以 $g(x)$ 的最大值为 $g\left(2\right)=\dfrac{5}{2}$， ……9 分

所以 a 的取值范围为 $[\dfrac{5}{2},+\infty)$． ……10 分

因为命题 p,q 的真假性相同，所以 p,q 都为真或都为假， …….11 分

当 p,q 都为真时，即 $\begin{cases} a\ge\dfrac{5}{2} \\ 0<a<1 \end{cases}$，此时无解， …….12 分

当 p,q 都为假时，即 $\begin{cases} a<\dfrac{5}{2} \\ a\le 0,\text{或}a\ge 1 \end{cases}$，则 $a\le 0$，或 $1\le a<\dfrac{5}{2}$ …..14 分

所以 a 的取值范围为 $\left(-\infty,0\right]\cup[1,\dfrac{5}{2})$． …….15 分

(2)方法二：当命题 q 是真命题，设 $f(x)=x^2-ax+1$， …….6 分

则 $\begin{cases} f(1)\le 0 \\ f(2)\le 0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} 2-a\le 0 \\ 5-2a\le 0 \end{cases}$， …….8 分

即 $\begin{cases} a\ge 2 \\ a\ge\dfrac{5}{2} \end{cases}$， ………9 分

所以 a 的取值范围为 $[\dfrac{5}{2},+\infty)$． ………10 分

以下部分同方法一.

17. 解：(1)当 $0<x\le 40$ 时，$W(x)=180x-(2x^2+60x)-300=-2x^2+120x-300$ …….2 分

当 $40<x\le 100$ 时，$W(x)=180x-(181x+\frac{25600}{x+100}-2100)-300=-x-\frac{25600}{x+100}+1800$ …….4 分

所以 $W(x)=\begin{cases}-2x^2+120x-300, 0<x\le 40\\ -x-\frac{25600}{x+100}+1800, 40<x\le 100\end{cases}$ …….6 分

(2)当 $0<x\le 40$ 时

$W(x)=-2(x-30)^2+1500$，当 $x=30$ 时，$W(x)_{\max}=1500$万元 …….8 分

当 $40<x\le 100$ 时

$W(x)=-(x+100+\frac{25600}{x+100})+1900$ …….10 分

$\le -2\sqrt{(x+100)(\frac{25600}{x+100})}+1900=1580$万元 …….12 分

当且仅当 $x+100=\frac{25600}{x+100}$,即$x=60$时，上式等号成立. …….14 分

又 1580>1500,所以当年产量为 60 台时，公司所获利润最大，最大利润是 1580 万元…15 分

18.解：(1)依题意得 $f(0)=2b=0, f(1)=\frac{1+2b}{a+1}=\frac{1}{2}$ …….2 分

所以 $b=0,a=1$，$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$，经检验，该函数是奇函数 …….3 分

判断 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上为单调递增函数 …….4 分

证明：任取 $x_1<x_2$,且x_1，$x_2\in[-1,1]$，

$f(x_1)-f(x_2)=\frac{(x_1x_2-1)(x_2-x_1)}{({x_1}^2+1)({x_2}^2+1)}$ …….6 分

$\because -1\le x_1<x_2\le 1$

$\therefore x_1x_2-1<0, x_2-x_1>0$

$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0,$即$f(x_1)<f(x_2)$

所以 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上为单调递增函数 …….7 分

(2)判断 $g(x)$ 为奇函数 …….8 分

$g(x)$ 的定义域为 R，关于原点对称. ……..9 分

令 $x=y=0$ 得 $g(0)=0$， …….10 分

令 $y=0$ 得 $-g(x)=g(-x)$，所以 $g(x)$ 是奇函数， …….11 分

(3)由(2)可知，$g(x)$ 是奇函数，故有 $g(\frac{x}{x^2+1})>-g(-\frac{k}{2x+1})=g(\frac{k}{2x+1})$

又 $g(x)$ 在 R 上递增，所以

$\frac{x}{x^2+1}>\frac{k}{2x+1},\exists x\in(2,+\infty)$ ….12 分

因为$2x+1>0$，所以$k<\dfrac{2x^2+x}{x^2+1}=\dfrac{2x^2+2+x-2}{x^2+1}=2+\dfrac{x-2}{x^2+1}$ ……13 分

令$t=x-2$，则$t>0$

$h(t)=2+\dfrac{t}{t^2+4t+5}=2+\dfrac{1}{t+\dfrac{5}{t}+4}\le 2+\dfrac{1}{2\sqrt{5}+4}=1+\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ 15 分

当且仅当$t=\sqrt{5}$,即$x=2+\sqrt{5}$ 时，上式等号成立 16 分

所以$k<1+\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. ….17 分

19.解：(1)如图 1

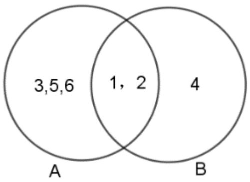

图1

…….1 分

$A\nabla B=\{3,4,5,6\}$ …..3 分

(2)$|A|=\dfrac{100}{2}=50, |B|=[\dfrac{100}{3}]=33, |A\cap B|=[\dfrac{100}{6}]=16$ ….6 分

$|A\nabla B|=|A|+|B|-2|A\cap B|=50+33-32=51$ …..8 分

(3)画出韦恩图，如图 2，将$A\cup B\cup C$划分成 7 个集合$S_1,S_2,...,S_7$ …..9 分

则$|A\nabla B|=|S_1|+|S_4|+|S_5|+|S_6|$

$|B\nabla C|=|S_2|+|S_5|+|S_4|+|S_7|$

$|A\nabla C|=|S_1|+|S_2|+|S_6|+|S_7|$ …..11 分

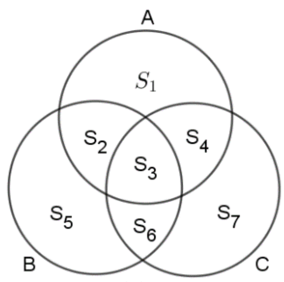

图2

故$|A\nabla B|+|B\nabla C|-|A\nabla C|=2|S_4|+2|S_5|\ge 0$不等式成立

当且仅当$S_4=S_5=\varnothing$时,上式取等号. …..13 分

$S_4=\varnothing$等价于$(A\cap C)\subseteq B$, $S_5=\varnothing$等价于$B\subseteq(A\cup C)$,

故当且仅当$(A\cap C)\subseteq B\subseteq(A\cup C)$取等号 …..15 分

故此时，如图 3，集合$B=S_2\cup S_3\cup S_6$,其中$S_3=A\cap C$是确定的集合

$S_2\cup S_6$是$A\nabla C$的子集，所以满足要求的集合 B 的数量为$2^{|A\nabla C|}$个. …….17 分

注：如有其它做法，酌情给分.

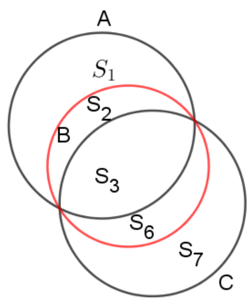

图3