



高二数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 直线 $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$ 的倾斜角是

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

2. 已知椭圆 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的一个焦点为 $(0, 1)$, 则 $m =$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$, $a_1 = -1$, 则 $a_{100} =$

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 1

4. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2^n$, 则 $a_{10} =$

- A. 511 B. 1023 C. 1025 D. 2047

5. 圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 与圆 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ 的位置关系为

- A. 内切 B. 相交 C. 外切 D. 相离

6. 我国古代的《洛书》中记载着世界上最古老的一个幻方:如图,将 1, 2, 3, \dots , 9 填入 3×3 的方格内,使三行,三列和两条对角线上的三个数字之和都等于 15. 一般地,将连续的正整数 1, 2, 3, \dots , n^2 填入 $n \times n$ 的方格中,使得每行,每列和两条对角线上的数字之和都相等,这个正方形叫做 n 阶幻方. 记 n 阶幻方的每列的数字之和为 N_n ,如图,三阶幻方的 $N_3 = 15$,那么 $N_9 =$

4	9	2
3	5	7
8	1	6

- A. 41 B. 369 C. 1476 D. 3321

7. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, A 是 C 的左顶点,点 P 在过 A 且斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 的直线上, $\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形, $\angle F_1F_2P = 120^\circ$, 则 C 的离心率为

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

8. 符号 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数,如 $[2.4]=2,[-1.7]=-2$,已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $2S_n=a_n+\frac{1}{a_n}$,则 $[\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_{99}}]=$
- A. 22 B. 19 C. 18 D. 16

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知直线 $l_1:mx-y+1=0$,直线 $l_2:x-my+1=0$,则下列命题正确的有

- A. 直线 l_1 恒过点 $(0,1)$
 B. 若直线 l_2 的方向向量为 $(1,1)$,则 $m=-1$
 C. 若 $l_1\parallel l_2$,则 $m=\pm 1$
 D. 若 $l_1\perp l_2$,则 $m=0$

10. 已知直线 $y=2x+3$ 被椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 截得的弦长为 8,则下列直线中被椭圆截得的弦长也为 8 的有

- A. $y=-2x+3$ B. $y=2x+1$ C. $y=-2x-3$ D. $y=2x-3$

11. 无穷数列 $\{a_n\}$,它的前 n 项和为 S_n ,则下列说法正确的是

- A. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列,且 $a_1<0, a_1+a_2>0$,则 $\{S_n\}$ 单调递增
 B. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列,且 $a_1<0, a_1+a_2>0$,则 $\{S_n\}$ 单调递增
 C. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列,且 $|a_n|\leq 2023$,则 $\{a_n\}$ 是常数列
 D. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列,且 $|a_n|\leq 2023$,则 $\{a_n\}$ 是常数列

12. 在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C :到定点 $A(-a,0), B(a,0)$ 的距离之积等于 $a^2(a>0)$ 的点的轨迹.若 $P(x_0, y_0)$ 是曲线 C 上一点,则下列说法中正确的有

- A. 曲线 C 关于原点 O 成中心对称
 B. x_0 的取值范围是 $[-a, a]$
 C. 曲线 C 上有且仅有一点 P 满足 $|PA|=|PB|$
 D. 曲线 C 上所有的点 P 都在圆 $x^2+y^2=2a^2$ 的内部或圆上

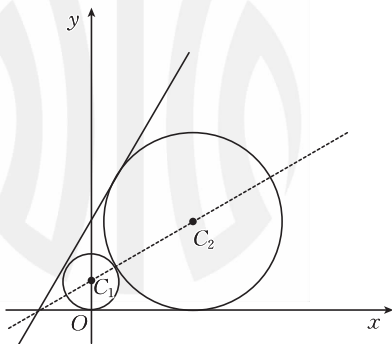
三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_1+a_2=1, a_3+a_4=2$,则 $a_7+a_8=$ ▲.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_{n+1}-a_n=a_{n+2}-a_{n+1}, a_{1012}=1$,则该数列前 2023 项的和 $S_{2023}=$ ▲.

15. 点 A 是圆 $x^2+y^2=4$ 上的一个动点,点 $B(0,4)$,当点 A 在圆上运动时,线段 AB 的中点 P 的轨迹方程为 ▲.

16. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,已知 n 个圆 C_1, C_2, \dots, C_n 与 x 轴和直线 $l: y=\sqrt{3}(x+1)$ 均相切,且任意相邻的两个圆外切,其中圆 $C_i: (x-a_i)^2+(y-b_i)^2=r_i^2 (1\leq i\leq n, i\in\mathbf{N}^*)$, $0=a_1<a_2<\dots<a_n, b_i>0, r_i>0$,则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 ▲.



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分)

已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点是 $A(1,1), B(-1,3), C(3,4)$.

(1)求边 BC 的高所在直线 l_1 的方程;

(2)若直线 l_2 过点 C ,且 A, B 两点到直线 l_2 的距离相等,求直线 l_2 的方程.

18. (本题满分 12 分)

在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$,且 a_2, a_3+2, a_6 成等比数列,数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

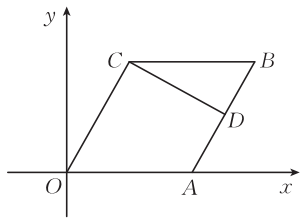
(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若 $b_n=2^{n-1}a_n$,求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本题满分 12 分)

如图,在平面直角坐标系 xOy 中,四边形 $OABC$ 为菱形, $\angle COA=\frac{\pi}{3}$, $C(1,\sqrt{3})$,点 D 为 AB 的中点, $\triangle OAC$ 的外接圆为圆 M .

- (1)求圆 M 的方程;
- (2)求直线 CD 被圆 M 所截得的弦长.



20. (本题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_1-2}{a_1} \cdot \frac{a_2-2}{a_2} \cdot \dots \cdot \frac{a_n-2}{a_n} = \frac{1}{a_n}$.

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2)设数列 $\{\frac{1}{a_n^2-1}\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若对于任意的 $n \in \mathbf{N}^*$,都有 $S_n < \lambda^2 - 2\lambda - 1$ 恒成立,求满足条件的最小正整数 λ 的值.



21. (本题满分 12 分)

设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 上、下顶点分别为 B_1, B_2 , 短轴长为 $2\sqrt{3}$, 过 F_1 且垂直于长轴的直线与椭圆 C 相交所得的弦长为 3.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过点 F_1 的直线 l 与椭圆 C 交于不同的两点 M, N , 若 $MN \perp B_1F_2$, 试求 $\triangle F_2MN$ 内切圆的面积.



22. (本题满分 12 分)

为了考察冰川的融化状况,一支科考队在某冰川上相距 8 km 的 A, B 两点各建一个考察基地. 视冰川面为平面,以过 A, B 两点的直线为轴,线段 AB 的垂直平分线为 y 轴建立平面直角坐标系(如图). 在直线 $x=2$ 的右侧,考察范围为到点 B 的距离不超过 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ km 的区域;在直线 $x=2$ 的左侧,考察范围为到 A, B 两点的距离之和不超过 $4\sqrt{5}$ km 的区域.

- (1)求考察区域边界曲线的方程;
- (2)如图所示,设线段 P_1P_2, P_2P_3 是冰川的部分边界线(不考虑其他边界线),当冰川融化时,边界线沿与其垂直的方向朝考察区域平行移动,第一年移动 0.2 km,以后每年移动的距离为前一年的 2 倍,求冰川边界线移动到考察区域所需的最短时间.

