县(市)________ 学校________ 姓名________ 班级________ 座号________

密 封 装 订 线

宁德市2024-2025学年度第一学期期末高一质量检测

数 学 试 题

本试卷共19题．考试时间120分钟，满分150分．

注意事项：

1.答题前考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名，考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号，姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致．

2.选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应的题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号；填空题和解答题用0.5毫米黑色签字笔在答题卡上书写作答，在试题卷上作答，答案无效．

3.考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回．

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一个是符合题目要求的．

1.已知命题 $p:\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^{\ 2}+3x_0+2>0$，则命题 p 的否定是

A. $\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^{\ 2}+3x_0+2<0$　　B. $\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^{\ 2}+3x_0+2\le 0$

C. $\forall x\in\mathbf{R},x^2+3x+2<0$　　D. $\forall x\in\mathbf{R},x^2+3x+2\le 0$

2.“$x>2$”是“$2^x>1$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分不必要条件

3.若幂函数 $y=f(x)$ 的图象经过点 $(4,2)$，则 $f(x)$ 在定义域内为

A. 减函数　　B. 增函数　　C. 偶函数　　D. 奇函数

4.已知 $a>b>0>c>d$，则

A. $a+d>b+c$　　B. $ad>bc$　　C. $a-c<b-d$　　D. $\dfrac{a}{c}<\dfrac{b}{d}$

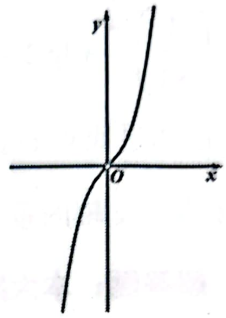
5.记 $\max\{a,b\}=\begin{cases}a,a\ge b\\ b,a<b\end{cases}$，设 $f(x)=\max\{|x-1|,2x^2\}$，则函数 $f(x)$ 的最小值是

A. 0　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

6.已知函数 $f(x)=(\frac{1}{2})^x-x$ 的零点为 a，$b=e^a$，$c=\ln a$，则 a，b，c 的大小关系为

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $c<b<a$

7.已知函数 $f(x)=x^2+1$，$g(x)=\frac{1}{x}$，则图象为如图的函数可能是



A. $y=f(x)+g(x)$　　B. $y=f(x)-g(x)$

C. $y=f(x)g(x)$　　D. $y=\frac{f(x)}{g(x)}$

8. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)+f(x)f(y)=9xy$，且 $f(\frac{1}{3})\neq 0$，则

A. $f(-\frac{1}{3})=1$　　B. $f(x-\frac{1}{3})$ 是奇函数

C. $f(x+1)$ 是偶函数　　D. $f(-x)$ 是减函数

二、多项选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求，全部选对得 6 分，部分选对得部分分，有选错得 0 分.

9. 已知函数 $y=f(x)$ 用列表法表示如下，则下列说法正确的是

x	1	2	3
$f(x)$	3	2	1

A. $f(x)$ 的定义域与值域相同

B. $f(x)=-x+4\ (x\in\mathbf{R})$

C. 若 $f(f(t))=1$，则 $t=1$

D. $f(x)$ 是减函数

10. 已知二次函数 $f(x)=ax^2+ax+1$，则下列说法正确的是

A. 当 $a=1$ 时，$f(x)\geq\frac{3}{4}$　　B. 当 $a=1$ 时，$\frac{f(x)}{x}\geq 3$

C. 若 $f(x)>0$ 恒成立，则 $0<a<4$　　D. 若 $f(x)$ 在 $(-1,0)$ 内有零点，则 $a\geq 4$

11. 已知桌面上有一个周长为 2 的由铁丝围成的封闭图形，则

A. 当封闭曲线为半圆时，用直径为 1 的圆形纸片可以完全覆盖

B. 当封闭曲线为正六边形时，用直径为 1 的圆形纸片可以完全覆盖

C. 当封闭曲线为平行四边形时，用直径 1 的圆形纸片不可以完全覆盖

D. 当封闭曲线为三角形时，用直径为 1 的圆形纸片不可以完全覆盖

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．把答案填在答题卡的相应位置．

12.一个扇形的弧长和面积都是 $\frac{3\pi}{4}$，则这个扇形的圆心角的弧度数为______．

13. $\left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{4}}+\lg 2-5e^{0}+\lg 5=$______．

14. 已知过原点 O 的直线与函数 $y=\log_4 x$ 的图象交于 A，B 两点（A 点位于 B 点的左侧），过 A 点作 x 轴的垂线交 $y=\log_2 x$ 的图象于点 C，若 BC 与 x 轴平行，则 A 点的坐标为______．

四、解答题：本大题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

15.（本题满分 13 分）

已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{x-2}{x+1}<0\right.\right\}$，集合 $B=\left\{x\mid (x+1)(x-a)<0,a\in\mathbf{R}\right\}$．

（1）当 $a=3$ 时，求 $A\cap B$；

（2）若 $a>0$，$B\subseteq A$，求 a 的取值范围．

16.（本题满分 15 分）

近几年，直播平台作为一种新型的学习渠道，正逐渐获得越来越多人的关注和喜爱．某平台从 2024 年初建立开始，得到了很多网民的关注，会员人数逐月增加，如下表所示：

建立平台第 x 个月	1	2	3	4	5
会员人数 y（万）	2	5	6.7	8	8.9

为了描述从第 1 个月开始会员人数随时间变化的关系．现有以下三种函数模型供选择：

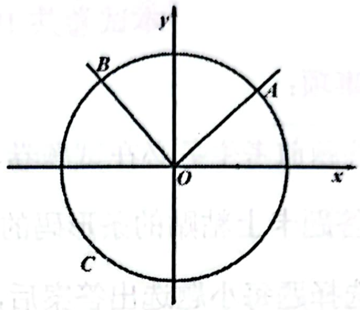
①$y=m\log_2 x+n$，②$y=m\sqrt{x-2}+n$，③$y=2^{x-m}+n$．

（1）选出最符合实际的函数模型，并说明理由；

（2）请选取表格中的两组数据，求出你选择的函数模型的解析式，并预测第几个月会员人数达到 14 万．

17.（本题满分 15 分）

在单位圆中，已知锐角 α 的终边与单位圆交于点 $A(x_1,y_1)$，将角 α 的终边绕原点 O 按照逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{2}$，交单位圆于点 $B(x_2,y_2)$， 点 B 关于 x 轴的对称点为 $C(x_3,y_3)$.



（1）若 $x_1=\frac{1}{3}$，求 $\frac{\cos(\pi-\alpha)\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)}{\cos(2\pi+\alpha)\sin(-\alpha)}$ 的值;

（2）若 $|x_1-x_3|+|y_1-y_3|=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，求 $\tan\alpha$.

18.（本题满分 17 分）

已知函数 $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

（1）证明：$f(x)$ 为奇函数；

（2）讨论函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的单调性；

（3）$\forall x_1\in(1,a)$，$\exists x_2\in(-1,-\frac{2}{5})$，使得 $f(\frac{x_2}{x_1})+f(\frac{1}{x_1^{\ 2}+1})=0$，求实数 a 的取值范围.

19. （本题满分 17 分）

定义：函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a,b]$，若对 $[a,b]$ 上的任意不同的两个数 x_1,x_2 和任意的 $\lambda\in[0,1]$，都有 $f(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2)\le\lambda f(x_1)+(1-\lambda)f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是凸函数.

（1）判断 $f(x)=x^2$ 是否为凸函数，并说明理由；

（2）已知偶函数 $g(x)$ 在 $[a,b]$ 上是凸函数，证明：$g(x)$ 在 $[-b,-a]$ 上也是凸函数；

（3）若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是凸函数，对于定义域内任意不同的三个数 x_i $(i=1,2,3)$ 和任意的 $\lambda_i\in[0,1]$ $(i=1,2,3)$，证明：当 $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=1$ 时，都有 $f(\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\lambda_3x_3)\le\lambda_1f(x_1)+\lambda_2f(x_2)+\lambda_3f(x_3)$ 成立.