福宁古五校教学联合体2024-2025学年第一学期期中质量检测高二数学试题
参考答案及评分标准

说明：

1.本解答指出了每题要考察的主要知识和能力，给出一种或几种解法供参考．如果考生的解法与给出的解法不同，可根据试题的主要考察内容比照评分标准确定相应的评分细则．

2.对解答题，当考生的解答在某一步出现错误，但整体解决方案可行且后续步骤没有出现推理或计算错误，则错误部分依细则扣分，并根据对后续步骤影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过后续部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分．

一、选择题：每小题5分，满分40分．

1．A　2．A　3．C　4．C　5．B　6．D　7．D　8．A

二、多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分．全部选对的得6分，有选错的得0分，部分选对的得部分分．

9．BC　10．ABC　11．BCD

三、填空题：，每小题5分，满分15分．

12．$\sqrt{2}$　13．$8\sqrt{2}$　14．$(4,5)$

三、解答题：本大题共6小题，满分77分，解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．

15 满分13分．

（1）当$n\geq 2$时，$S_{n-1}=(n-1)^2$

则$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-(n-1)^2=2n-1$……3分

当n=1时，$a_1=S_1=1$，满足上式……4分

所以$a_n=2n-1$．……6分

（2）由$\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$……8分

$$\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)<\frac{1}{2}$……11分

所以$\lambda\geq\frac{1}{2}$，即λ的最小值为$\frac{1}{2}$……13分

16．满分15分．

解：（1）因为直线 l 的一个法向量是$(4,3)$，又过点$A(-3,2)$所以可得直线 l 的方程为$4(x+3)+3(y-2)=0$，化简得$4x+3y+6=0$，所以所求直线的方程为$4x+3y+6=0$……4分

(2)因为直线l与y轴交于点C,由（1）知l的方程为$4x+3y+6=0$,所以$C(0,-2)$，

因为 $A(-3,2)$，所以 $k_{AC}=-\dfrac{4}{3}$ 所以 $k_{AD}=\dfrac{3}{4}$ ，. ……………………………………7 分

由点 $A(-3,2)$ 可知直线 AD 方程为 $3x-4y+17=0$ ………………………………………9 分

(3) 设 $D(a,b)$，依题意有 $|AD|=|AC|$，又 $|AC|=\sqrt{(0+3)^2+(-2-2)^2}=5$，且点 $D(a,b)$ 在 $3x-4y+17=0$ 上，

所以 $\begin{cases}3a-4b+17=0\\(a+3)^2+(b-2)^2=25\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=1\\b=5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-7\\b=-1\end{cases}$（舍去），

所以 $D(1,5)$. ………………………………………………………………………12 分

由所以 $\overrightarrow{AD}=(4,3)$，$\overrightarrow{AC}=(3,-4)$，所以 $\angle CAD$ 的角平分线所在的直线方程的一个方向向量为 $(7,-1)$，即其法向量可以为 $(1,7)$，. …………………………………………………14 分

设所求直线为 $x+7y+m=0$，又直线过 $A(-3,2)$，所以所求直线为 $x+7y-11=0$ ………15 分

17．满分 15 分.

解：（1）依题意有：$a_{n+1}-a_n=4\cdot 3^{n-1}$，所以 $a_2-a_1=4$，$a_3-a_2=4\times 3^1$，……

$a_n-a_{n-1}=4\times 3^{n-2}(n\geq 2)$ ………………………………………………………………3 分

累加这（n-1）个式子得，

$a_n-a_1=4\times\left(3^0+3^1+\cdots+3^{n-2}\right)=4\times\left(\dfrac{1-3^{n-1}}{1-3}\right)=2\times\left(3^{n-1}-1\right)$ ………………………………5 分

又 $a_1=2$，所以 $a_n=2\times 3^{n-1}(n\geq 2)$，$a_1=2$ 显然满足上式，所以

$a_n=2\times 3^{n-1}$ ……………………………………………………………………………7 分

（2）由（1）知 $b_n=2n\cdot 3^{n-1}$，所以 $S_n=2\times 3^0+4\times 3^1+\cdots+2n\cdot 3^{n-1}$，……………………9 分

$3S_n=2\times 3+4\times 3^2+\cdots+2(n-1)\cdot 3^{n-1}+2n\cdot 3^n$，两式相减得：

$-2S_n=2\times\left(3^0+3^1+\cdots+3^{n-1}\right)-2n\cdot 3^n$，…………………………………………12 分

$-2S_n=2\times\dfrac{1-3^n}{1-3}-2n\cdot 3^n$ ………………………………………………………13 分

整理得：$S_n=\dfrac{(2n-1)\cdot 3^n+1}{2}$ ……………………………………………………15 分

18.满分 17 分.

解：（1）当 $k=1$ 时，直线 $l:x-y+1=0$，圆心到直线 l 的距离 $d=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，圆 C 的半径为 2………………………………………………………………4 分（距离算对给 3 分）

所以 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=\sqrt{14}$.……………………………………………………7 分

（2）假设存在点 M 满足题意，设 A 点坐标为 (x_1,y_1)，B 点坐标为 (x_1,y_1)，点 M 坐标为 $(a,0)$，依题意有 MO 平分 $\angle AMB$，则

$k_{AM}+k_{BM}=0$，……………………………………………………………………9 分

所以 $\dfrac{y_1}{x_1-a}+\dfrac{y_2}{x_2-a}=0$，即 $y_1(x_2-a)+y_2(x_1-a)=0$

又 $y_1=k(x_1+1)$,$y_2=k(x_2+1)$，所以上式可化为

$(kx_1+k)(x_2-a)+(kx_2+k)(x_1-a)=0$，即 $2kx_1x_2+(k-ak)(x_2+x_1)-2ka=0$.

.………………………………………………………………………………………12 分

由 $\begin{cases} y=k(x+1) \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$，得 $(k^2+1)x^2+2k^2x+k^2-4=0$，

易知 $\triangle>0$，$x_1+x_2=-\dfrac{2k^2}{k^2+1}$,$x_1x_2=\dfrac{k^2-4}{k^2+1}$，

.………………………………………………………………………………………14 分

因此，$2k\cdot\dfrac{k^2-4}{k^2+1}+(k-ak)\left(-\dfrac{2k^2}{k^2+1}\right)-2ka=0$，整理得 $-2k(4+a)=0$，由 $k\neq 0$ 可知，

$a=-4$，因此 x 轴上存在一个定点 $(-4,0)$ 符合题意……………………………………17 分

19. 满分 17 分

解：(1) $\{a_n\}$ 是和谐数列，……………………………………………………………………1 分

理由如下：

$\left|(\frac{1}{2})^{n+1}-(\frac{1}{2})^n\right|+\left|(\frac{1}{2})^n-(\frac{1}{2})^{n-1}\right|+\cdots+\left|(\frac{1}{2})^2-(\frac{1}{2})^1\right|=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+\left(\frac{1}{2}\right)^n+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ………2 分

上式$=\dfrac{(\frac{1}{4})[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{2}-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}<\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \{a_n\}$是和谐数列. . ……………………………………………………………4 分

（2）因为$\{S_n\}$是和谐数列

所以存在常数 t，对任意的$n\in N^*$，有$|S_{n+1}-S_n|+|S_n-S_{n-1}|+\ldots+|S_2-S_1|\leqslant t$

即$|a_{n+1}|+|a_n|+\ldots+|a_2|\leq t$ ……………………………………………………………6 分

则$|a_{n+1}-a_n|+|a_n-a_{n-1}|+\ldots+|a_2-a_1|\leq|a_{n+1}|+2|a_n|+2|a_{n-1}|+\ldots+2|a_2|+|a_1|$
$\leq 2t+|a_1|-|a_{n+1}|\leq 2t+|a_1|$

所以数列$\{a_n\}$是和谐数列. ……………………………………………………………9 分

（3）若数列$\{a_n\}\{b_n\}$是和谐数列，则存在常数t_1. t_2，

对任意的$n\in N^{\cdot}$，有$|a_{n+1}-a_n|+|a_n-a_{n-1}|+\ldots+|a_2-a_1|\leqslant t_1$，

$|b_{n+1}-b_n|+|b_n-a_{n-1}|\ldots++|b_2-b_1|\leqslant t_2$. ………………………………………………10 分

$|a_n|=|a_n-a_{n-1}+a_{n-1}+a_{n-2}+\ldots+a_2-a_1+a_1|\leqslant|a_n-a_{n-1}|+|a_{n-1}-a_{n-2}|+\ldots+|a_2-a_1|+|a_1|\leqslant t_1+|a_1|$

即$|a_n|\leqslant t_1+|a_1|$同理：$|b_n|\leqslant t_2+|b_1|$. ……………………………………………………12 分

因 为 $|b_{n+1}-b_n|+|b_n-a_{n-1}|\ldots++|b_2-b_1|\leqslant t_2$ ， 所 以 $|b_{n+1}-b_n|\leqslant t_2$ ， 所 以

$|b_{n+1}|=|b_{n+1}-b_n+b_n|\leqslant|b_{n+1}-b_n|+|b_n|\leq t_2+t_2+|b_1|=2t_2+|b_1|$. ……………………………14 分

记$K_1=t_1+|a_1|$，$K_2=2t_2+|b_1|$，则有

$|a_{n+1}b_{n+1}-a_nb_n|=|a_{n+1}b_{n+1}-a_nb_{n+1}+a_nb_{n+1}-a_nb_n|\leqslant|b_{n+1}||a_{n+1}-a_n|+|a_n||b_{n+1}-b_n|\leqslant K_2|a_{n+1}-a_n|+K_1|b_{n+1}-b_n|$

所以

$|a_{n+1}b_{n+1}-a_nb_n|+|a_nb_n-a_{n-1}b_{n-1}|+\cdots+|a_2b_2-a_1b_1|$
$\leq K_2\left(|a_{n+1}-a_n|+|a_n-a_{n-1}|+\cdots+|a_2-a_1|\right)+K_1\left(|b_{n+1}-b_n|+|b_n-b_{n-1}|+\cdots+|b_2-b_1|\right)\leq K_2t_1+K_1t_2$

$\therefore \{a_nb_n\}$也是和谐数列. . ……………………………………………………………17 分