



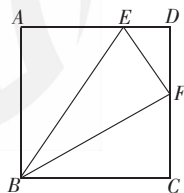
高一数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, $B = \{x | x < 2\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x | -1 \leq x < 2\}$
C. $\{x | x \geq -1\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$
2. 命题“ $\forall x > 0, x^2 + 3x - 2 > 0$ ”的否定是
A. $\exists x > 0, x^2 + 3x - 2 \leq 0$
B. $\exists x \geq 0, x^2 + 3x - 2 \leq 0$
C. $\forall x \leq 0, x^2 + 3x - 2 > 0$
D. $\forall x > 0, x^2 + 3x - 2 \leq 0$
3. 下列各组函数与 $f(x) = x$ 表示同一函数的是
A. $f(x) = \sqrt{x^2}$ B. $f(x) = \frac{x^2}{x}$
C. $f(x) = \sqrt[3]{x^3}$ D. $f(x) = (\sqrt{x})^2$
4. 已知 $f(2x+1) = 4x-3$, 则 $f(-3) =$
A. 5 B. -5
C. 11 D. -11
5. 已知关于 x 的一元二次不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 2\}$, 则 $b - c + \frac{4}{a}$ 的最小值为
A. -4 B. -2 C. 2 D. 4
6. 如图,在正方形 $ABCD$ 中, $AD = 2$, E 在 AD 上, F 在 CD 上, $\triangle DEF$ 的面积为 $\frac{1}{2}$, $\triangle BEF$ 面积的最小值为
A. $\frac{3}{2}$
B. 1
C. 2
D. 3



7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (2a-3)x+2, & x \leq 1, \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 是 \mathbf{R} 上的减函数, 则 a 的取值范围是

A. $0 < a < \frac{3}{2}$

B. $1 \leq a < \frac{3}{2}$

C. $1 < a \leq \frac{3}{2}$

D. $1 < a < \frac{3}{2}$

8. 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足: 对任意的 $x_1, x_2 \in [0, +\infty) (x_1 \neq x_2)$, 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$, 且 $f(3) = 0$, 则不等式 $(2x-3)f(x) > 0$ 的解集是

A. $(-3, \frac{3}{2})$

B. $(-3, \frac{3}{2}) \cup (3, +\infty)$

C. $(-\infty, -3) \cup (\frac{3}{2}, 3)$

D. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 集合 $A = \{x | ax^2 - x + a = 0\}$ 只有一个元素, 则实数 a 的取值可以是

A. 0

B. $-\frac{1}{2}$

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

10. 若 $a > b > c, a + b + c = 0$, 则下列不等式成立的是

A. $a^2 < b^2$

B. $ac < bc$

C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D. $a^3 + a > a^2b + b$

11. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{|x| + 1}$, 则函数具有下列性质

A. $f(x)$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数

B. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是递减函数

C. $f(x)$ 的值域为 $(-1, 1)$

D. $f(x)$ 的图象关于 $(-1, 1)$ 对称

12. 设 $x \in \mathbf{R}$, 用符号 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 如 $[1.6] = 1, [-1.6] = -2$. 若函数 $f(x) = [x] - x$, 则下列说法正确的是

A. $[f(1.5)] = -1$

B. 函数 $f(x)$ 的值域是 $[-1, 0]$

C. 若 $f(a) = f(b)$, 则 $|a - b| \geq 1$

D. 方程 $f(x) - x^2 + 3 = 0$ 有 2 个不同的实数根

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知幂函数 $y = f(x)$ 的图象经过点 $(2, \sqrt{2})$, 则 $f(4)$ 的值为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

14. 若函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在 $[-2, +\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

15. 写出一个同时满足以下三个条件的函数: $f(x) = \underline{\hspace{1cm}}$.

① $\forall x \in \mathbf{R}, f(-x) = f(x)$; ② 在 $(0, +\infty)$ 上为减函数; ③ 值域为 $(-\infty, 2]$.

16. 定义 $\min\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \leq b, \\ b, & a > b. \end{cases}$ 若函数 $f(x) = \min\{x^2 - 3x + 3, -|x - 3| + 3\}$, 则 $f(x)$ 的最大值为 $\underline{\hspace{1cm}}$; 若 $f(x)$ 在区间 $[m, n]$ 上的值域为 $[\frac{3}{4}, 2]$, 则 $n - m$ 的最大值为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知集合 $A=\{x|\frac{x-7}{x+2}<0\}$, $B=\{x|a\leq x\leq 3a-2\}$.

- (1)若 $a=4$,求 $A\cap B$;
- (2)若 $A\cap B=B$,求实数 a 的取值范围.

18. (12 分)

函数 $f(x)=-2x+1$ 的图象经过第一象限的点 $A(m,n)$,过点 A 分别作 x 轴和 y 轴的垂线,垂足分别为 B,C .

- (1)若不等式 $k^2-4k+3\leq \frac{1}{m}+\frac{2}{n}$ 恒成立,求实数 k 的取值范围;
- (2)求四边形 $OCAB$ (O 为坐标原点)面积的最大值.

19. (12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{x+b}{x^2+a}$ (a,b 为常数)是定义在 $[-1,1]$ 上的奇函数,且 $f(2)=\frac{2}{5}$.

- (1)求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2)判断 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的单调性(不用证明),并解关于 x 的不等式 $f(2x-1)+f(x)<0$.

20. (12 分)

已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = x^2 + 2x$.

(1) 求出函数 $f(x)$ 的解析式, 画出函数的图象;

(2) 函数 $g(x) = f(x) - 2ax + 2, x \in [1, 2]$, $g(x)$ 的最小值为 -10 , 求 a 的值.

21. (12 分)

为助力乡村振兴, 某村决定建一果袋厂. 经过市场调查, 生产需投入的年固定成本为 20 万元, 每生产 x 万件, 需另投入的流动成本为 $W(x)$ 万元, 在年产量不足 8 万件时, $W(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - 50$ (万元). 在年产量不小于 8 万件时, $W(x) = 8x + \frac{200}{x} - 120$ (万元). 每件产品的售价为 6 元. 通过市场分析, 该厂生产的果袋当年全部售完.

(1) 写出年利润 $Q(x)$ (万元) 关于年产量 x (万件) 的函数解析式;

(注: 年利润 = 年销售收入 - 固定成本 - 流动成本)

(2) 当年产量为多少万件时, 该厂所获利润最大? 最大利润是多少?

22. (12 分)

已知定义在区间 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x) = |x + \frac{9}{x} - 10|$.

(1) 证明: 函数 $g(x) = x + \frac{9}{x}$ 在 $(3, +\infty)$ 上为单调递增函数.

(2) 设方程 $f(x) = m$ 有四个不相等的实根, 在 $[1, 9]$ 上是否存在实数 a, b , 使得函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上单调, 且 $f(x)$ 的取值范围为 $[ma, mb]$? 若存在, 求 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.