宁德市 2024-2025 学年度第一学期期末高二质量检测

数学试题参考答案及评分标准

说明:

一、本解答指出了每题要考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解法不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则.

二、对计算题，当考生的解答在某一部分解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分.

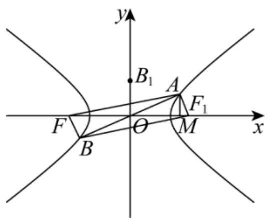
一、单择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的．请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.

1．C　2．B　3．C　4．C　5．A　6．B 或 C　7．A　8. D

二、多择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对得 6 分，部分选对的得部分分，选对但不全的得部分分，有选错的得 0 分.

9. ABD　10．BC　11. ACD

11. 解析：设双曲线右焦点为 F_1，由题意可知，四边形 $AFBF_1$ 为平行四边形，如图：



由双曲线 C：$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 可知：$a=2$，$b=1$，$c=\sqrt{5}$，

对于 A，因为 $|AB|=2\sqrt{5}$，所以 $|AB|=|FF_1|$，

所以四边形 $AFBF_1$ 为矩形，所以 $AF\perp BF$，故 A 正确；

对于 B，据双曲线定义可知：$|AF|-|AF_1|=4$，

$|FF_1|=2\sqrt{5}$，若 $AF\perp BF$，则四边形 $AFBF_1$ 为矩形，则 $|AF|^2+|AF_1|^2=|FF_1|^2$，所以

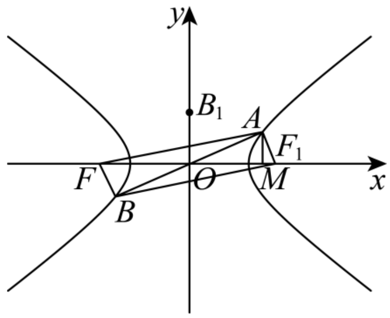
$(|AF|-|AF_1|)^2+2|AF||AF_1|=|FF_1|^2$，即 $4^2+2|AF||AF_1|=20$，

所以 $|AF||AF_1|=2$，所以 $|AF||BF|=2$，所以 $S_{\triangle ABF}=\dfrac{1}{2}|AF||BF|=\dfrac{1}{2}\times 2=1$，

故 B 错误；　对于 C，由双曲线的方程可知，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AFM$ 中，$\dfrac{|AF|}{|AM|}=\sqrt{\dfrac{|AF|^2}{|AM|^2}}=\sqrt{\dfrac{|AM|^2+|FM|^2}{|AM|^2}}=\sqrt{1+\dfrac{|FM|^2}{|AM|^2}}$

又因为双曲线渐近线方程为： $y=\pm\frac{1}{2}x$，



所以 $\frac{|AM|}{|FM|}=k_{AF}<\frac{1}{2}$

所以 $\sqrt{1+\frac{|FM|^2}{|AM|^2}}>\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$，即 $\frac{|AF|}{|AM|}>\sqrt{5}$

$>\frac{\sqrt{5}}{2}$，故 C 正确；

对于 D，$|AF|-|AM|=4+|AF_1|-|AM|=4+|AF_1|-|AM|\geq 4+(|AF_1|-|AM|)_{\min}$，

当且仅当 $|AF_1|=|AM|$ 时，$|AF|-|AM|$ 取到最小值为 4，故 D 正确. 故选：AD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. $\frac{\pi}{6}$（或 30°）.   13. 240   14. $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$

14. 解析:由题意，圆 O: $x^2+y^2=4$ 的圆心为 O(0,0)，半径 $r=2$，

因为 $|MN|=2\sqrt{3}$，C 为弦 MN 的中点，所以 $|OC|=1$，所以点 C 在以 O(0,0) 为圆心，1 为半径的圆上， 又由两动点 P，Q 在直线 l: $x+y+2=0$ 上，且 $|PQ|=2$，设 PQ 的中点

$E(a,-a-2)$，

因为当 M，N 在圆 O 上运动时，$\angle PCQ$ 恒为锐角，

所以以 O 为圆心，以 1 为半径的圆与以 E 为圆心，1 为半径的圆外离，

则 $\sqrt{a^2+(-a-2)^2}>2$，即 $a^2+2a>0$，解得 $a<-2$ 或 $a>0$，

所以线段 PQ 中点的横坐标的取值范围是 $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

解法一:

（1）设圆 C 的方程为： $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，…………1 分

$\because$ 圆 C 经过三点 $O(0,0)$， $P(4,0)$， $Q(3,\sqrt{3})$.

$\therefore\begin{cases}F=0\\4D+F=-16\\3D+\sqrt{3}E+F=-12\end{cases}$，

……3 分

解得 $\therefore\begin{cases}E=F=0\\D=-4\end{cases}$，

……5 分

∴圆 C 的方程为：$x^2+y^2-4x=0$,即 $(x-2)^2+y^2=4$ ……6 分

(2) 当直线 l 的斜率存在时，设 l：$y-5=k(x-3)$，即 $kx-y-3k+5=0$，

……7 分

∵直线 l 与圆 C 交于 A，B 两点，且 $|AB|=2\sqrt{3}$，圆半径 r=2,

∴圆心 C(2,0)到直线 l 的距离为 $\sqrt{r^2-(\frac{1}{2}|AB|)^2}=\sqrt{4-3}=1$ ……8 分

$\therefore\ \frac{|2k-3k+5|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，解得，$k=\frac{12}{5}$，

$\therefore\ l$：$y-5=\frac{12}{5}(x-3)$ ……10 分

当直线 l 的斜率不存在时，l：$x=3$，

由 $\begin{cases}x=3\\x^2+y^2-4x=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\y=\sqrt{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=3\\y=-\sqrt{3}\end{cases}$ $\therefore A,B$ 坐标为（$3,\sqrt{3}$）和（$3,-\sqrt{3}$）

$\therefore|AB|=2\sqrt{3}$，符合题意 ……12 分

综上，直线 l 的方程为 $x=3$ 或 $12x-5y-11=0$ ……13 分

解法二:

(1)：因为 $O(0,0),P(4,0)$，所以 OP 垂直平分线方程 $x=2$， ……1 分

又因为 $Q(3,\sqrt{3})$，OQ 中点坐标 $(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$k_{OQ}=\frac{\sqrt{3}}{3}$， ……2 分

所以 OQ 的垂直平分线方程为 $y=-\sqrt{3}(x-\frac{3}{2})+\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即 $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$， ……3 分

联立方程 $\begin{cases}y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}\\x=2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}$，即为所求圆的圆心坐标 $(2,0)$ ……4 分

又 $OC=r=2$。 ……5 分

因此所求圆的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$。 ……6 分

（2）同解法一。

16.(15 分)

解法一:

(1)（1）$\because\ a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2a_n+1}$，

$\therefore\ \dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{2a_n+1}{a_n}=2+\dfrac{1}{a_n}$，……2 分

即 $\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=2$ ……3 分

$\because\ a_1=1$， $\therefore\ \dfrac{1}{a_1}=1$ ……4 分

$\therefore$ 数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 为以 1 为首项，公差为 2 的等差数列 ……5 分

$\therefore\ \dfrac{1}{a_n}=1+(n-1)\bullet 2=2n-1$ ……6 分

$\therefore\ a_n=\dfrac{1}{2n-1}$ ……7 分

(2). 由（1）知 $a_n=\dfrac{1}{2n-1}$， $\therefore\ b_n=\dfrac{2^n}{a_n}=(2n-1)2^n$ ……8 分

$\therefore\ S_n=1\cdot 2^1+3\cdot 2^2+5\cdot 2^3+\ldots+(2n-3)\cdot 2^{n-1}+(2n-1)\cdot 2^n$ ……①

$2S_n=\quad 1\cdot 2^2+3\cdot 2^3+5\cdot 2^4+\ldots.\quad +(2n-3)\cdot 2^n+(2n-1)\cdot 2^{n+1}$ ……②

……10 分

① ×2 − ②得

$-S_n=2+2\cdot 2^2+2\cdot 2^3+\ldots+2\cdot 2^{n-1}+2\cdot 2^n-(2n-1)2^{n+1}$

$=2+2\cdot\dfrac{4\cdot(2^{n-1}-1)}{2-1}-(2n-1)2^{n+1}$

……13 分

$=(3-2n)\cdot 2^{n+1}-6$ ………………………………14 分

$\therefore S_n=(2n-3)\cdot 2^{n+1}+6$ ………………………………15 分

解法二（1）$\because a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2a_n+1}$，

$\therefore \dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=\dfrac{2a_n+1}{a_n}-\dfrac{1}{a_n}=2+\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{1}{a_n}=2$，

即 $\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=2$ ………………………………3 分

$\because a_1=1$， $\therefore \dfrac{1}{a_1}=1$

$\therefore$ 数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 为以 1 为首项，公差为 2 的等差数列 ………………………………5 分

$\therefore \dfrac{1}{a_n}=1+(n-1)\bullet 2=2n-1$， ………………………………6 分

$\therefore a_n=\dfrac{1}{2n-1}$ ………………………………7 分

（2）同解法一

17.(15 分)

解法一:

（1）设 $T(x,y)$， $\because M(-2,0),N(2,0)$，则 $k_{MT}=\dfrac{y}{x+2},k_{NT}=\dfrac{y}{x-2}$， ………………………………2 分

所以 $k_{MT}\times k_{NT}=-\dfrac{1}{4}$，即 $\dfrac{y}{x+2}\times\dfrac{y}{x-2}=-\dfrac{1}{4}$， ………………………………4 分

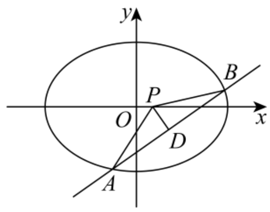
化简得 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 。所以点 T 的轨迹 Γ 方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1(x\neq\pm 2)$ 。 ………………………………6 分

（备注 $x\neq\pm 2$ 未写扣 1 分）

（2）设直线 l 的方程为： $y=k(x-\sqrt{3})$， $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，联立 $\begin{cases}x^2+4y^2=4\\ y=k(x-\sqrt{3})\end{cases}$，

则 $(4k^2+1)x^2-8\sqrt{3}k^2x+12k^2-4=0$ ，显然 $\Delta>0$ ，……8 分

（备注 $\Delta>0$ 未写不扣分）



所以 $x_1+x_2=\dfrac{8\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}$ ，

则 $y_1+y_2=k(x_1+x_2-2\sqrt{3})=\dfrac{-2\sqrt{3}k}{4k^2+1}$ ，

而 AB 中点 $D(\dfrac{4\sqrt{3}k^2}{4k^2+1},\dfrac{-\sqrt{3}k}{4k^2+1})$ ，……10 分

由 $|PA|=|PB|$ ，则直线 PD 与直线 AB 垂直，……11 分

所以 $k_{PD}k=-1$ ，则 $\dfrac{\dfrac{-\sqrt{3}k}{4k^2+1}}{\dfrac{4\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}}\times k=-1$ ，……13 分

故 $\dfrac{-k}{3k^2-\dfrac{1}{4}}\times k=-1$ ，可得 $k^2=\dfrac{1}{8}$ ，

$\therefore k=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.……15 分

解法二:

（1）同解法一

（2）由题意可知，直线 l 为 x 轴时，不符合题意。

设直线 l 的方程为 $x=my+\sqrt{3}(m\neq 0)$ ， $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$, 联立方程 $\begin{cases}x=my+\sqrt{3}\\x^2+4y^2=4\end{cases}$,

得 $(m^2+4)y^2+2\sqrt{3}my-1=0$ 。……7 分

所以 $y_1+y_2=\dfrac{-2\sqrt{3}m}{m^2+4}$ ，……9 分

$$x_1+x_2=m(y_1+y_2)+2\sqrt{3}=\frac{-2\sqrt{3}m^2}{m^2+4}+2\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{m^2+4}$$

而 AB 中点 $D(\dfrac{4\sqrt{3}}{m^2+4},\dfrac{-\sqrt{3}m}{m^2+4})$ ，……10 分

由$|PA|=|PB|$，则直线PD与直线AB垂直，……11分

所以$k_{PD}k=-1$，则$\dfrac{\dfrac{-\sqrt{3}m}{m^2+4}}{\dfrac{4\sqrt{3}}{m^2+4}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}}\times\dfrac{1}{m}=-1$，……13分

可得$m^2=8$，$m=\pm2\sqrt{2}$.

所以直线l的斜率为$k=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$。……15分

解法三:

（1）同解法一

（2）依题意直线AB的垂直平分线l过$p(\dfrac{\sqrt{3}}{4},0)$……7分

所以l的方程可设为$y=-\dfrac{1}{k}(x-\dfrac{\sqrt{3}}{4})$……8分

设AB中点$D(x_0,y_0)$，

联立$\begin{cases}y=-\dfrac{1}{k}(x-\dfrac{\sqrt{3}}{4})\\ y=k(x-\sqrt{3})\end{cases}$ 解得$x_0=\dfrac{\sqrt{3}k^2+\dfrac{\sqrt{3}}{4}}{k^2+1}$……10分

又联立$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=k(x-\sqrt{3})\end{cases}$ 得$(1+4k^2)x^2-8\sqrt{3}k^2x+12k^2-4=0$

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，由韦达定理得$x_1+x_2=\dfrac{8\sqrt{3}k^2}{1+4k^2}$……12分

所以$x_0=\dfrac{4\sqrt{3}k^2}{1+4k^2}=\dfrac{\sqrt{3}k^2+\dfrac{\sqrt{3}}{4}}{k^2+1}$，……14分

解得$k^2=\dfrac{1}{8}$,

即 $k=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ ……15 分

18.(17 分)

解:(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d ,等比数列$\{b_n\}$的公比为 $q(q>0)$.

由 $a_1=1$, $b_2=2$, $a_3-1=b_3$, $a_4+1=b_4$ 得

$\therefore\begin{cases}1+2d-1=2q\\1+3d+1=2q^2\end{cases}$, ……1 分

解得 $d=q=2$ ……3 分

$\therefore a_n=1+(n-1)d=2n-1$, $b_n=1\times2^{n-1}=2^{n-1}$ ……5 分

(2) $c_n=(-1)^{n+1}a_n\cdot a_{n+1}$

$=(-1)^{n+1}\times(2n-1)[2(n+1)-1]$

$=(-1)^{n+1}\cdot(2n-1)(2n+1)$ $(n\in N^*)$ ……6 分

(i) $S_{2n}=(1\times3-3\times5)+(5\times7-7\times9)+\cdots+[(4n-3)(4n-1)-(4n-1)(4n+1)]$

$=-3\times4-7\times4-\cdots-(4n-1)\times4$ ……8 分

$=-4\times[3+7+11+\cdots+(4n-1)]$ ……9 分

$=-(8n^2+4n)$ ……10 分

(ii) $d_n=\dfrac{-S_{2n}-8}{16n(n+1)b_n}=\dfrac{8n^2+4n-8}{16n(n+1)2^{n-1}}$

……11 分

$=(1-\dfrac{n+2}{2n(n+1)})\times\dfrac{1}{2^n}$

$=(\dfrac{1}{2})^n-[\dfrac{1}{n\cdot2^n}\cdot-\dfrac{1}{(n+1)2^{n+1}}]$ ……13 分

$\therefore T_n=(\dfrac{1}{2})^1+\cdots+(\dfrac{1}{2})^n-[\dfrac{1}{1\times2}-\dfrac{1}{2\times2^2}+\dfrac{1}{2\times2^2}-\dfrac{1}{3\times2^3}\cdots+\dfrac{1}{n\times2^n}-\dfrac{1}{(n+1)\times2^{n+1}}]$

$=(\dfrac{1}{2})^1+\cdots+(\dfrac{1}{2})^n-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{(n+1)\times2^{n+1}}$

$=(\frac{1}{2})^2+\cdots+(\frac{1}{2})^n+\frac{1}{(n+1)}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ……15 分

即 $T_n=\frac{1}{4}\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1-\frac{1}{2}}+\frac{1}{(n+1)}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}=\frac{1}{2}-\frac{2n+1}{2n+2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ……17 分

19.（17 分）

解析：(1) 因为点 $P_1(1,1)$ 在 C 上，

所以 $p=\frac{1}{2}$，所以 $y^2=x$. P_1Q_1 的直线方程为 $y=-x+2$， ……1 分

联立方程 $\begin{cases}y=-x+2\\y^2=x\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_2=4\\y_2=-2\end{cases}$，即 $Q_1(4,-2)$，所以 $P_2(4,2)$ 。 ……3 分

$|P_1P_2|=\sqrt{(4-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{10}$ 。 ……4 分

(2) 设过 $P_{n-1}(x_{n-1},y_{n-1})$ 且斜率为 -1 的直线为 $y=-(x-x_{n-1})+y_{n-1}$， ……6 分

由 $\begin{cases}y=-(x-x_{n-1})+y_{n-1}\\y^2=x\end{cases}$ 得到方程 $y^2+y-x_{n-1}-y_{n-1}=0$. ……8 分

由韦达定理 $y_{n-1}+(-y_n)=-1$，即 $y_n-y_{n-1}=1$， ……9 分

所以数列 $\{y_n\}$ 是以 $y_1=1$ 为首项，公差为 1 的等差数列，

所以 $y_n=1+(n-1)\times1=n$，即 $y_n=n$ 。所以 $x_n=n^2$ 。 ……10 分

注：(若考生通过计算 $P_1(1,1)$ 、 $P_2(4,2)$)、 $P_3(9,3)$ ......猜测出 $x_n=n^2, y_n=n$，没有证明，扣 3 分)

(3)

法一： $P_n(n^2,n)$，同理得到 $P_{n+1}((n+1)^2,n+1)$， $P_{n+2}((n+2)^2,n+2)$ ……11 分

$\overrightarrow{P_nP_{n+1}}=((n+1)^2-n^2,(n+1)-n)=(2n+1,1)$，

$\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|=\sqrt{(2n+1)^2+1}=\sqrt{4n^2+4n+2}$， ……12 分

$K_{p_np_{n+1}}=\frac{n+1-n}{(n+1)^2-n^2}=\frac{1}{2n+1}$，

直线 P_nP_{n+1} 的方程为 $y=\frac{1}{2n+1}(x-n^2)+n$，即 $x-(2n+1)y+n^2+n=0$。……13 分

点 $P_{n+2}((n+2)^2,n+2)$ 到直线 P_nP_{n+1} 的距离为 d，则

$d=\frac{(n+2)^2-(2n+1)(2n+2)+n^2+n}{\sqrt{(2n+1)^2+1}}=\frac{2}{\sqrt{4n^2+4n+2}}$，……15 分

所以 $S_{\triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}}=\frac{1}{2}\times\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|\times d=\frac{1}{2}\times\sqrt{4n^2+4n+2}\times\frac{2}{\sqrt{4n^2+4n+2}}=1$ ……17 分

（3）法二: $P_n(n^2,n)$，同理得到 $P_{n+1}((n+1)^2,n+1)$，$P_{n+2}((n+2)^2,n+2)$ ……11 分

$\overrightarrow{P_nP_{n+1}}=((n+1)^2-n^2,(n+1)-n)=(2n+1,1)$，……13 分

$\overrightarrow{P_nP_{n+2}}=((n+2)^2-n^2,(n+2)-n)=(4n+4,2)$，……15 分

所以 $S=\frac{1}{2}\left|(2n+1)\times2-(4n+4)\times1\right|=1$ ……17 分

（3）法三：$P_n(n^2,n)$，同理得到 $P_{n+1}((n+1)^2,n+1)$，$P_{n+2}((n+2)^2,n+2)$．……11 分

设 P_nQ_{n-1} 与 x 轴的交点为 T_n，$P_{n+1}Q_n$ 与 x 轴的交点为 T_{n+1}，$P_{n+2}Q_{n+1}$ 与 x 轴的交点为 T_{n+2}。

则 $S_{梯形P_nT_nT_{n+1}P_{n+1}}=\frac{1}{2}(P_nT_n+P_{n+1}T_{n+1})\bullet T_nT_{n+1}=\frac{1}{2}[(n+1)+n][(n+1)^2-n^2]=\frac{1}{2}(2n+1)^2$，……13 分

同理 $S_{梯形P_{n+1}T_{n+1}T_{n+2}P_{n+2}}=\frac{1}{2}(2n+3)^2$；……14 分

$S_{梯形P_nT_nT_{n+2}P_{n+2}}=4(n+1)^2$。……15 分

所以

$S_{\triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}}=S_{梯形P_nT_nT_{n+1}P_{n+1}}+S_{梯形P_{n+1}T_{n+1}T_{n+2}P_{n+2}}-S_{梯形P_nT_nT_{n+2}P_{n+2}}$。

$=\frac{1}{2}(2n+1)^2+\frac{1}{2}(2n+3)^2-4(n+1)^2=1$ ……17 分

（3）法四:

$\overrightarrow{P_nP_{n+1}}=(2n+1,1)$,所以$\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|=\sqrt{4n^2+4n+2}$ ……………………………………………11 分

$\overrightarrow{P_nP_{n+2}}=(4n+4,2)$,所以$\left|\overrightarrow{P_nP_{n+2}}\right|=\sqrt{16n^2+32n+20}$ …………………12 分

$\overrightarrow{P_{n+1}P_{n+2}}=(2n+4,3)$，所以$\left|\overrightarrow{P_{n+1}P_{n+2}}\right|=\sqrt{4n^2+12n+10}$ …………………13 分

设$<\overrightarrow{P_nP_{n+1}},\overrightarrow{P_{n+1}P_{n+2}}>=\theta$，则$\cos\theta=\dfrac{\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|^2+\left|\overrightarrow{P_nP_{n+2}}\right|^2-\left|\overrightarrow{P_{n+1}P_{n+2}}\right|^2}{2\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|\times\left|\overrightarrow{P_nP_{n+2}}\right|}$，…………………………14 分

$\cos\theta=\dfrac{8n^2+12n+6}{\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|\times\left|\overrightarrow{P_nP_{n+2}}\right|}$，…………………………………15 分

所以$\sin\theta=\dfrac{2}{\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|\times\left|\overrightarrow{P_nP_{n+2}}\right|}$ ……………………………………16 分

所以$S_{\triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}}=\dfrac{1}{2}\times\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|\times\left|\overrightarrow{P_nP_{n+2}}\right|\times\sin\theta$

$S_{\triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}}=\dfrac{1}{2}\times\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|\times\left|\overrightarrow{P_nP_{n+2}}\right|\times\dfrac{2}{\left|\overrightarrow{P_nP_{n+1}}\right|\times\left|\overrightarrow{P_nP_{n+2}}\right|}=1$ ……………………17 分