

# 福建省部分达标学校 2024—2025 学年第一学期期中 高一数学质量监测

## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版必修第一册第一章到第三章 3.3。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | 0 \leq x < 4\}$ ,  $B = \{x | x > \sqrt{3}\}$ , 则  $A \cap B =$ 
  - A.  $\{x | \sqrt{3} < x < 4\}$
  - B.  $\{x | \sqrt{3} < x \leq 4\}$
  - C.  $\{x | x \geq 0\}$
  - D.  $\{x | 0 \leq x < \sqrt{3}\}$
2. “每个三角形的重心都在其内部”的否定是
  - A. 每个三角形的重心都在其外部
  - B. 每个三角形的重心都不在其内部
  - C. 至少有一个三角形的重心在其内部
  - D. 至少有一个三角形的重心不在其内部
3. 若幂函数  $f(x) = (m^2 - 5m + 5)x^{m-3}$  是偶函数, 则  $m =$ 
  - A. 4
  - B. -1
  - C. 1
  - D. -4
4. 函数  $y = \sqrt{\frac{1-2x}{7x-3}}$  的定义域为
  - A.  $(\frac{3}{7}, \frac{1}{2}]$
  - B.  $(-\infty, \frac{3}{7}) \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$
  - C.  $[\frac{3}{7}, \frac{1}{2}]$
  - D.  $(-\infty, \frac{3}{7}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$
5. 若函数  $f(x) = -x^2 + 4ax + a$  在区间  $[-2, 6]$  上为增函数, 则
  - A.  $a$  的最小值为 -1
  - B.  $a$  的最大值为 -1
  - C.  $a$  的最小值为 3
  - D.  $a$  的最大值为 3
6. 已知集合  $A = \{x | x > 5\}$ ,  $B = \{x | 5a - 1 < x < a + 11\}$ , 且  $A \cup B = A$ , 则  $a$  的取值范围为
  - A.  $(-\infty, -6]$
  - B.  $[3, +\infty)$
  - C.  $[\frac{6}{5}, 3)$
  - D.  $[\frac{6}{5}, +\infty)$
7. 若函数  $f(x)$  满足  $f(x) - 3f(\frac{1}{x}) = x - \frac{4}{x}$ , 则  $f(2) =$ 
  - A.  $\frac{9}{2}$
  - B.  $-\frac{9}{2}$
  - C.  $\frac{45}{16}$
  - D.  $-\frac{45}{16}$

8. 已知  $m > 1, n > 0$ , 且  $m + n = 5$ , 则  $\frac{1}{m-1} + \frac{1}{n}$  的最小值为

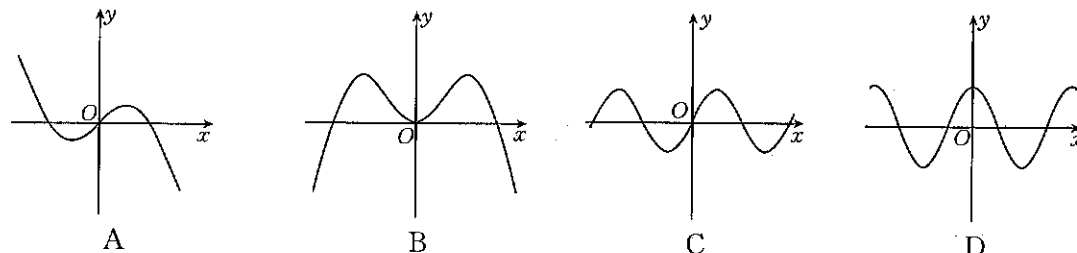
- A. 1
- B.  $\frac{3}{2}$
- C.  $\frac{4}{5}$
- D. 2

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分。

9. 下列判断正确的是

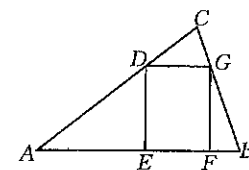
- A. 方程组  $\begin{cases} x+2y=3, \\ 2x+y=3 \end{cases}$  的解集为  $\{1\}$
- B. “四边形  $\Omega$  是梯形”是“四边形  $\Omega$  有一组对边平行”的充分不必要条件
- C. 若  $a \in \{6-a, a^2-6\}$ , 则  $a$  的取值集合为  $\{-2\}$
- D. “ $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 - 2 \notin \mathbb{N}$ ”是存在量词命题

10. 若  $f(x)$  与  $g(x)$  分别为定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数、奇函数, 则函数  $h(x) = f(x)g(x)$  的部分图象可能为



11. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 3, BC = 2$ , 点  $D, G$  分别在边  $AC, BC$  上, 点  $E, F$  均在边  $AB$  上, 设  $DG = x$ , 矩形  $DEFG$  的面积为  $S$ , 且  $S$  关于  $x$  的函数为  $S(x)$ , 则

- A.  $\triangle ABC$  的面积为  $2\sqrt{2}$
- B.  $S(1) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
- C.  $S(x)$  先增后减
- D.  $S(x)$  的最大值为  $\sqrt{2}$



三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

12. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:(1)若  $A$  为所有亚洲国家组成的集合, 则泰国  $\triangleleft A$ ;

(2)  $\sqrt{2} \triangleleft \mathbb{Q}, \frac{2}{7} \triangleleft \mathbb{Q}$ .

13. 已知甲地下停车库的收费标准如下:(1)停车不超过 1 小时免费;(2)超过 1 小时且不超过 3 小时,收费 5 元;(3)超过 3 小时且不超过 6 小时,收费 10 元;(4)超过 6 小时且不超过 9 小时,收费 15 元;(5)超过 9 小时且不超过 12 小时,收费 18 元;(6)超过 12 小时且不超过 24 小时,收费 24 元。小林在 2024 年 10 月 7 日 10:22 将车停入甲车库,若他在当天 18:30 将车开出车库,则他需交的停车费为  $\triangleleft$ 。乙地下停车库的收费标准如下:每小时 2 元,不到 1 小时按 1 小时计费。若小林将车停入乙车库(停车时长不超过 24 小时),要使得车停在乙车库比甲车库更优惠,则小林停车时长的最大值为  $\triangleleft$ 。

14. 已知函数  $f(x) = (a+7)x - 1 (x > 0)$ ,  $g(x) = \frac{a-2}{x} (x > 0)$ , 若  $f(x)$  与  $g(x)$  的单调性相同, 则  $a$  的取值范围为     ▲    .

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

已知函数  $f(x)$  满足  $f(3x-1) = 9x^2$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 求  $f(x)$  在  $[-2, 2]$  上的值域.

16. (15 分)

(1) 若  $f(x)$  为奇函数, 当  $x < 0$  时,  $f(x) = x^2 + 1$ , 求  $f(1)$ .

(2) 用列举法表示集合:  $M = \left\{ x \in \mathbf{N} \mid \frac{18}{x+1} \in \mathbf{N} \right\}$ .

(3) 求不等式组  $\begin{cases} x^2 + 2x \geq 8, \\ x^2 - x < 30 \end{cases}$  的解集.

17. (15 分)

(1) 已知  $x > 0, y > 0$ , 且  $x + 4y = 4\sqrt{3}$ , 求  $xy$  的最大值;

(2) 证明:  $\forall x, y, z \in (0, +\infty), (x+4y)(y+z)(4z+x) \geq 32xyz$ .

18. (17 分)

已知函数  $f(x) = 2x + 1, g(x) = x^2, h(x) = \begin{cases} f(x), & x < a, \\ g(x), & x \geq a. \end{cases}$

(1) 用函数单调性的定义证明: 函数  $y = |f(x)|$  在区间  $(-\infty, -\frac{1}{2}]$  上单调递减.

(2) 当  $a = -\frac{1}{2}$  时, 写出  $h(x)$  的单调区间.

(3) 若  $h(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为单调函数, 求  $a$  的取值范围.

19. (17 分)

若存在有限个  $x_0$ , 使得  $f(-x_0) = f(x_0)$ , 且  $f(x)$  不是偶函数, 则称  $f(x)$  为“缺陷偶函数”, 且  $x_0$  为  $f(x)$  的偶点.

(1) 求函数  $p(x) = x + 1 - \frac{1}{x}$  的偶点.

(2) 若  $h(x), H(x)$  均为定义在  $\mathbf{R}$  上的“缺陷偶函数”, 试举例说明  $y = h(x) + H(x)$  可能是“缺陷偶函数”, 也可能不是“缺陷偶函数”.

(3) 对任意  $x, y \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x), g(x)$  都满足  $f(x) + f(y) + g(x) - 2g(y) = x^2 + y$ .

① 比较  $g(0)$  与  $g(1)$  的大小;

② 若  $y = \frac{g(x)}{x}$  是“缺陷偶函数”, 求  $g(1)$  的取值范围.