福建省部分达标学校2023～2024学年第一学期期中质量监测

高一数学试卷参考答案

(1)本解答给出了一种或几种解法供参考,如果考生的解法与本解答不同,可参照本答案的评分标准进行评分.

(2)解答右端所注分数表示考生正确做完该步骤应得的累加分数.

(3)评分只给整数分,选择题和填空题均不给中间分.

一、选择题

1.B　2.A　3.C　4.D　5.D　6.A　7.B　8.C

二、选择题

9.ABD　10.BD　11.AC　12.ACD

三、填空题

13.2　14.$[3,+\infty)$

15.$-x^2+2$(或$-|x|+2$,答案不唯一)

16.3;$\dfrac{3+2\sqrt{5}}{4}$(第一空2分,第二空3分)

四、解答题

17.解:(1)当$a=4$时,$B=\{x|4\leqslant x\leqslant 10\}$. ……………… 1分

因为$A=\{x|(x+2)(x-7)<0\}=\{x|-2<x<7\}$, ……………… 3分

所以$A\cap B=\{x|4\leqslant x<7\}$. ……………… 5分

(2)因为$A\cap B=B$,所以$B\subseteq A$. ……………… 6分

当$B=\varnothing$时,$a>3a-2$,即$a<1$,满足$B\subseteq A$; ……………… 7分

当$B\neq\varnothing$时,由$B\subseteq A$,得$\begin{cases}a\geqslant 1,\\a>-2,\\3a-2<7,\end{cases}$　解得$1\leqslant a<3$. ……………… 9分

综上,实数a的取值范围是$\{a|a<3\}$. ……………… 10分

18.解法一:

(1)由$f(m)=-2m+1=n$,得$2m+n=1$,$m>0$,$n>0$, ……………… 1分

故$\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}=(2m+n)(\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n})=4+\dfrac{n}{m}+\dfrac{4m}{n}\geqslant 4+2\sqrt{\dfrac{n}{m}\cdot\dfrac{4m}{n}}=8$, ……………… 3分

当且仅当$\dfrac{n}{m}=\dfrac{4m}{n}$,即$n=2m=\dfrac{1}{2}$时,等号成立,所以$\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}$的最小值为8. ……………… 4分

由$k^2-4k+3\leqslant\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}$恒成立,得$k^2-4k+3\leqslant 8$, ……………… 5分

解得$-1\leqslant k\leqslant 5$,即实数 k 的取值范围为$[-1,5]$. …………………………… 6 分

(2)四边形 $OCAB$ 的面积 $S=mn$.

因为 $2m+n=1$,$2m+n\geqslant 2\sqrt{2mn}$,…………………………… 8 分

所以 $2\sqrt{2mn}\leqslant 1$,解得 $\sqrt{mn}\leqslant\frac{\sqrt{2}}{4}$,$mn\leqslant\frac{1}{8}$, …………………………… 10 分

当且仅当 $n=2m=\frac{1}{2}$ 时,等号成立,…………………………… 11 分

所以四边形 $OCAB$ 面积的最大值为$\frac{1}{8}$. …………………………… 12 分

解法二:

(1)同解法一.

(2)四边形 $OCAB$ 的面积 $S=mn$.

由 $2m+n=1$,得 $n=1-2m$,$0<m<\frac{1}{2}$, …………………………… 8 分

故 $S=mn=m(1-2m)=-2(m-\frac{1}{4})^2+\frac{1}{8}$,…………………………… 10 分

当 $m=\frac{1}{4}$ 时,四边形 $OCAB$ 面积的最大值为$\frac{1}{8}$. …………………………… 12 分

19. 解:(1)由题意可知$\begin{cases}f(0)=0,\\ f(2)=\frac{2}{5},\end{cases}$即$\begin{cases}\frac{b}{a}=0,\\ \frac{2+b}{4+a}=\frac{2}{5},\end{cases}$ …………………………… 2 分

解得$\begin{cases}b=0,\\ a=1,\end{cases}$ …………………………… 4 分

经检验,$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$,$x\in[-1,1]$是奇函数. …………………………… 5 分

(2)判断:$f(x)$在$[-1,1]$上为增函数. …………………………… 6 分

不等式 $f(2x-1)+f(x)<0$ 可化为 $f(2x-1)<-f(x)$.

因为 $f(x)$是定义在$[-1,1]$上的奇函数,所以 $f(2x-1)<f(-x)$. …………………………… 7 分

又因为 $f(x)$在定义域$[-1,1]$上是增函数,所以$\begin{cases}-1\leqslant 2x-1\leqslant 1,\\ -1\leqslant x\leqslant 1,\\ 2x-1<-x,\end{cases}$ …………………………… 9 分

解得 $0\leqslant x<\frac{1}{3}$, …………………………… 11 分

故不等式 $f(2x-1)+f(x)<0$ 的解集为$[0,\frac{1}{3})$. …………………………… 12 分

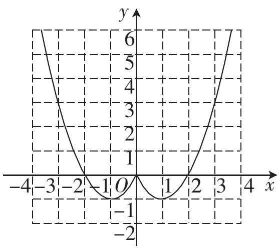
20. 解:(1)当 $x>0$ 时,$-x<0$,$f(-x)=(-x)^2+2\cdot(-x)=x^2-2x$. …………………………… 1 分

又函数 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,

所以 $f(x)=f(-x)=x^2-2x$. ………………………………………………………… 2 分

所以函数的解析式为 $f(x)=\begin{cases}x^2-2x,x>0,\\x^2+2x,x\leqslant 0.\end{cases}$ ………………………………………… 3 分

其图象如图所示：



…………………………………………………………………………………… 5 分

(2)由(1)知，$g(x)=x^2-(2a+2)x+2(x\in[1,2])$，

其图象的对称轴为直线 $x=a+1$.

①当 $a+1\leqslant 1$，即 $a\leqslant 0$ 时，$g(x)$的最小值为 $g(1)=1-2a=-10$，得 $a=\dfrac{11}{2}$，不符合题意.

…………………………………………………………………………………… 7 分

②当 $a+1\geqslant 2$，即 $a\geqslant 1$ 时，$g(x)$的最小值为 $g(2)=2-4a=-10$，得 $a=3$，符合题意. ……

…………………………………………………………………………………… 9 分

③当 $1<a+1<2$，即 $0<a<1$ 时，$g(x)$的最小值为 $g(a+1)=-a^2-2a+1=-10$，得 $a=-1-2\sqrt{3}$ 或 $a=-1+2\sqrt{3}$，不符合题意. ………………………………………………… 11 分

综上，$a=3$. ………………………………………………………………………… 12 分

21. 解：(1)因为每件产品的售价为 6 元，则 x 万件产品的销售收入为 $6x$ 万元. …………… 1 分

依题意得，当 $0<x<8$ 时，$Q(x)=6x-(\frac{1}{3}x^2+2x-50)-20=-\frac{1}{3}x^2+4x+30$， …… 3 分

当 $x\geqslant 8$ 时，$Q(x)=6x-(8x+\frac{200}{x}-120)-20=100-(2x+\frac{200}{x})$， …………………… 5 分

所以 $Q(x)=\begin{cases}-\frac{1}{3}x^2+4x+30,0<x<8,\\100-(2x+\frac{200}{x}),x\geqslant 8.\end{cases}$ ………………………………………………… 6 分

(2)当 $0<x<8$ 时，$Q(x)=-\frac{1}{3}(x-6)^2+42$，

此时，当 $x=6$ 时，$Q(x)$取得最大值 $Q(6)=42$ 万元， ………………………………………… 8 分

当 $x\geqslant 8$ 时，$Q(x)=100-(2x+\frac{200}{x})\leqslant 100-2\sqrt{2x\cdot\frac{200}{x}}=100-40=60$， ………… 10 分

当且仅当 $2x=\frac{200}{x}$，即 $x=10$ 时，$Q(x)$取得最大值 60 万元. ……………………………… 11 分

由于 $42<60$，$Q(x)$的最大值为 60 万元，

所以当年产量为 10 万件时，该厂所获利润最大，最大利润为 60 万元. ················ 12 分

22.(1)证明：任取 $x_1,x_2\in(3,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，

则 $g(x_1)-g(x_2)=(x_1+\dfrac{9}{x_1})-(x_2+\dfrac{9}{x_2})=\dfrac{(x_1-x_2)(x_1x_2-9)}{x_1x_2}$. ················ 2 分

$\because x_1<x_2, x_1,x_2\in(3,+\infty)$，

$\therefore x_1-x_2<0, x_1x_2-9>0, x_1x_2>0$， ················ 3 分

$\therefore g(x_1)-g(x_2)<0$，即 $g(x_1)<g(x_2)$，

$\therefore g(x)$在$(3,+\infty)$上单调递增. ················ 4 分

(2)解：由 $f(x)$的图象可知，$0<m<4$， ················ 5 分

$f(x)$在区间$(1,3)$，$(3,9)$上均为单调函数.

当$[a,b]\subseteq[1,3]$时，$f(x)$在区间$[a,b]$上单调递增，

则$\begin{cases}-a-\dfrac{9}{a}+10=ma,\\ -b-\dfrac{9}{b}+10=mb,\end{cases}$即$-x-\dfrac{9}{x}+10=mx$ 在 $x\in[1,3]$上有两个不相等的实根， ··· 6 分

$\therefore m=-\dfrac{9}{x^2}+\dfrac{10}{x}-1$ 在 $x\in[1,3]$上有两个不相等的实根.

令$\dfrac{1}{x}=t\in[\dfrac{1}{3},1]$，则 $h(t)=-9t^2+10t-1=-9(t-\dfrac{5}{9})^2+\dfrac{16}{9}$. ················ 7 分

由 $h(t)$在$[\dfrac{1}{3},1]$上的图象，可知$\dfrac{4}{3}\leqslant m<\dfrac{16}{9}$. ················ 8 分

当$[a,b]\subseteq[3,9]$时，$f(x)$在区间$[a,b]$上单调递减，则$\begin{cases}-a-\dfrac{9}{a}+10=mb,\\ -b-\dfrac{9}{b}+10=ma,\end{cases}$

两式相除整理得$(a-b)(a+b-10)=0$，且 $a-b\neq0$， ················ 9 分

$\therefore a+b-10=0$，即 $a+b=10$，$\therefore b=10-a>a$，$\therefore 3\leqslant a<5$.

由$-a-\dfrac{9}{a}+10=mb$，可得 $m=\dfrac{10-a-\dfrac{9}{a}}{10-a}=1+\dfrac{9}{a(a-10)}=1+\dfrac{9}{(a-5)^2-25}$. ········ 10 分

$\because a\in[3,5)$，$\therefore m\in[\dfrac{4}{7},\dfrac{16}{25})$. ················ 11 分

综上，m 的取值范围为$[\dfrac{4}{7},\dfrac{16}{25})\cup[\dfrac{4}{3},\dfrac{16}{9})$. ················ 12 分