保密★启用前

准考证号____________________姓名__________

(在此卷上答题无效)

福建省部分地市2023届高中毕业班第一次质量检测

数学试题

2023.1

本试卷共4页，考试时间120分钟，总分150分。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 A，B，U 满足 $A\subsetneqq B\subsetneqq U$，则 $U=$

A. $A\cup(\complement_U B)$　　B. $B\cup(\complement_U A)$　　C. $A\cap(\complement_U B)$　　D. $B\cap(\complement_U A)$

2. 设 $z=a+b\mathrm{i}$（a，$b\in\mathbf{R}$）在复平面内对应的点为 M，则“点 M 在第四象限”是“$ab<0$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 既不充分也不必要条件　　D. 充要条件

3. 设 $a=\log_5 8$，$b=2^{1.3}$，$c=0.7^{1.3}$，则 a，b，c 的大小关系为

A. $c<b<a$　　B. $b<a<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

4. 函数 $f(x)=a\sin x+b\cos 2x+c\sin 4x(a,b,c\in\mathbf{R})$ 的最小正周期不可能是

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. π　　C. $\dfrac{3}{2}\pi$　　D. 2π

5. 过抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点作直线 l，l 交 C 于 M，N 两点，若线段 MN 中点的纵坐标为2，则 $|MN|=$

A. 10　　B. 9　　C. 8　　D. 7

6. 函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{6})(\omega\in\mathbf{R})$ 恒有 $f(x)\leqslant f(2\pi)$，且 $f(x)$ 在 $[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}]$ 上单调递增，则 ω 的值为

A. $-\dfrac{5}{6}$　　B. $\dfrac{1}{6}$　　C. $\dfrac{7}{6}$　　D. $\dfrac{1}{6}$或$\dfrac{7}{6}$

7. 在正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2AA_1=2A_1B_1=2\sqrt{2}$，且各顶点都在同一球面上，则该球体的表面积为

A. 20π　　B. $5\sqrt{5}\pi$　　C. 10π　　D. 5π

8. 双曲线 C：$\frac{y^2}{3}-x^2=1$ 的下焦点为 F，过 F 的直线 l 与 C 交于 A，B 两点，若过 A，B 和点 $M(0,\sqrt{7})$ 的圆的圆心在 x 轴上，则直线 l 的斜率为

A. $\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$　　B. $\pm\sqrt{2}$　　C. ±1　　D. $\pm\frac{3}{2}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 记正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则下列数列为等比数列的有

A. $\{a_{n+1}+a_n\}$　　B. $\{a_{n+1}a_n\}$　　C. $\{\frac{S_n}{a_n}\}$　　D. $\{S_nS_{n+1}\}$

10. 已知正实数 x，y 满足 $x+y=1$，则

A. x^2+y 的最小值为$\frac{3}{4}$

B. $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}$的最小值为 8

C. $\sqrt{x}+\sqrt{y}$的最大值为$\sqrt{2}$

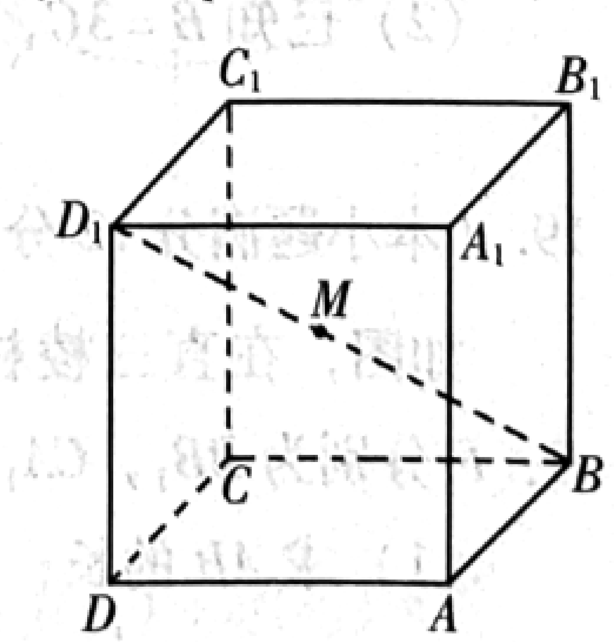
D. $\log_2 x+\log_4 y$ 没有最大值

11. 平面向量 $\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}$ 满足 $|\boldsymbol{m}|=|\boldsymbol{n}|=1$，对任意的实数 t，$|\boldsymbol{m}-\frac{1}{2}\boldsymbol{n}|\leqslant|\boldsymbol{m}+t\boldsymbol{n}|$ 恒成立，则

A. $\boldsymbol{m}$ 与 $\boldsymbol{n}$ 的夹角为 $60°$　　B. $(\boldsymbol{m}+t\boldsymbol{n})^2+(\boldsymbol{m}-t\boldsymbol{n})^2$ 为定值

C. $|\boldsymbol{n}-t\boldsymbol{m}|$ 的最小值为$\frac{1}{2}$　　D. $\boldsymbol{m}$ 在 $\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ 上的投影向量为$\frac{1}{2}(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})$

12. 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M 为线段 BD_1 上的动点（含端点），则



A. 存在点 M，使得 $CM\perp$ 平面 A_1DB

B. 存在点 M，使得 $CM/\!/$平面 A_1DB

C. 不存在点 M，使得直线 C_1M 与平面 A_1DB 所成的角为 $30°$

D. 存在点 M，使得平面 ACM 与平面 A_1BM 所成的锐角为 $45°$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知空间中三点 $A(1,1,\sqrt{3})$，$B(1,-1,2)$，$C(0,0,0)$，则点 A 到直线 BC 的距离为________.

14. 以下为甲、乙两组按从小到大顺序排列的数据：

甲组：14，30，37，a，41，52，53，55，58，80；

乙组：17，22，32，43，45，49，b，56.

若甲组数据的第 40 百分位数和乙组数据的平均数相等，则 $4a-b=$________.

15. 写出一个同时满足下列三个性质的函数 $f(x)=$________.

①若 $xy>0$，则 $f(x+y)=f(x)f(y)$；②$f(x)=f(-x)$；③$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减.

16. 近年来，"剧本杀"门店遍地开花．放假伊始，7 名同学相约前往某"剧本杀"门店体验沉浸式角色扮演型剧本游戏，目前店中仅有可供 4 人组局的剧本，其中 A，B 角色各 1 人，C 角色 2 人．已知这 7 名同学中有 4 名男生，3 名女生，现决定让店主从他们 7 人中选出 4 人参加游戏，其余 3 人观看，要求选出的 4 人中至少有 1 名女生，并且 A，B 角色不可同时为女生．则店主共有________种选择方式．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $4S_n=(a_n-1)(a_n+3)(n\in\mathbf{N}^*)$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）将数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{2^n\}$ 中所有的项，按照从小到大的顺序排列得到一个新数列 $\{b_n\}$，求 $\{b_n\}$ 的前 50 项和.

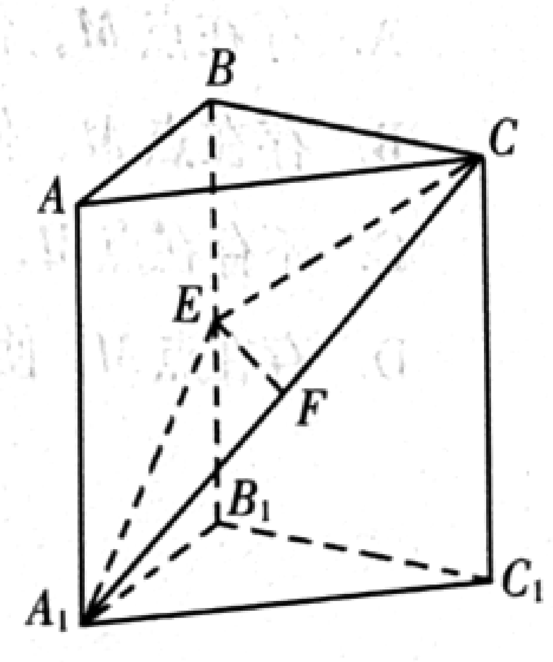
18.（本小题满分 12 分）

记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $3\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$.

（1）求 $\dfrac{b}{c}$；

（2）已知 $B=3C$，$c=1$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

19.（本小题满分 12 分）



如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=\sqrt{2}$，$AB\perp BC$，E，F 分别为 BB_1，CA_1 的中点，且 $EF\perp$ 平面 AA_1C_1C.

（1）求 AB 的长；

（2）若 $AA_1=\sqrt{2}$，求二面角 $C-A_1E-A$ 的余弦值.

20.（本小题满分 12 分）

校园师生安全重于泰山，越来越多的学校纷纷引进各类急救设备．某学校引进 M，N 两种类型的自动体外除颤器（简称 AED）若干，并组织全校师生学习 AED 的使用规则及方法．经过短期的强化培训，在单位时间内，选择 M，N 两种类型 AED 操作成功的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$，假设每次操作能否成功相互独立．

（1）现有某受训学生进行急救演练，假定他每次随机等可能选择 M 或 N 型 AED 进行操作，求他恰好在第二次操作成功的概率；

（2）为激发师生学习并正确操作 AED 的热情，学校选择一名教师代表进行连续两次设备操作展示，下面是两种方案：

方案甲：在第一次操作时，随机等可能的选择 M 或 N 型 AED 中的一种，若第一次对某类型 AED 操作成功，则第二次继续使用该类型设备；若第一次对某类型 AED 操作不成功，则第二次使用另一类型 AED 进行操作．

方案乙：在第一次操作时，随机等可能的选择 M 或 N 型 AED 中的一种，无论第一次操作是否成功，第二次均使用第一次所选择的设备．

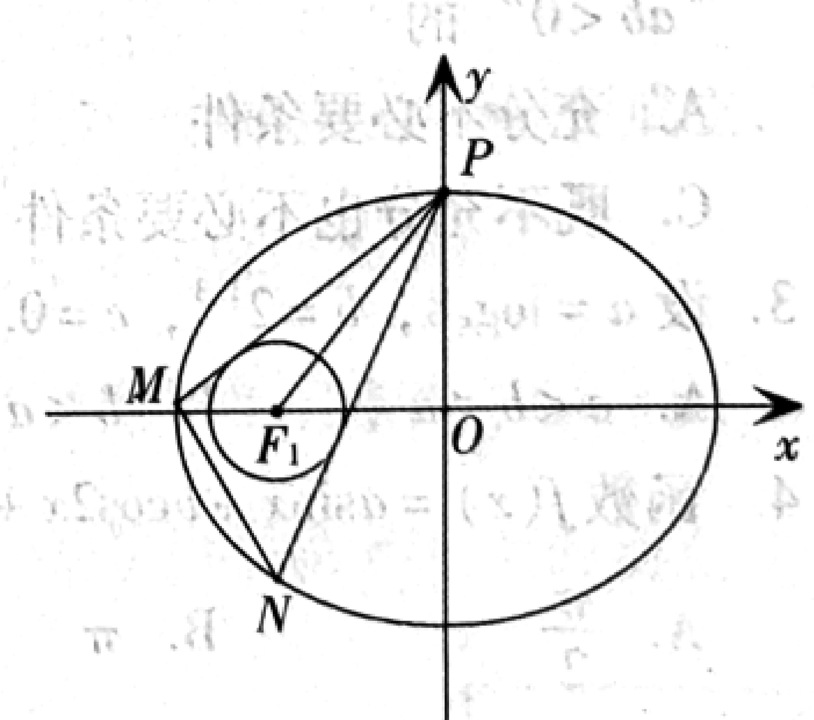
假定方案选择及操作不相互影响，以成功操作累积次数的期望值为决策依据，分析哪种方案更好？

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 Γ：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，其左焦点为 $F_1(-2,0)$．

（1）求 Γ 的方程；

（2）如图，过 Γ 的上顶点 P 作动圆 F_1 的切线分别交 Γ 于 M，N 两点，是否存在圆 F_1 使得 $\triangle PMN$ 是以 PN 为斜边的直角三角形？若存在，求出圆 F_1 的半径；若不存在，请说明理由．



22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x-\frac{ax^2}{2},a>0$.

（1）讨论 $f(x)$ 的极值点个数；

（2）若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1,x_2，且 $x_1<x_2$，当 $e<a<\frac{e^2}{2}$ 时，证明：$f(x_1)+2f(x_2)<\frac{3e}{2}$.