

高等数学D 期中考试试题

福建师范大学 2025-2026 学年第一学期

年级：2025级 课程名称：高等数学D 任课教师：李世唐等 试卷类别：闭卷

考试用时：120分钟 考试时间：2025年11月30日上午10点30分

排版：@Xuuyuan 题目著作权归福建师范大学数学与统计学院所有。

一、单项选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 下列结论中正确的是（ ）。

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$
- B. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 0$
- C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$
- D. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$

2. 以下命题正确的是（ ）。

- A. 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在， $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 不存在，则 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 不存在；
- B. 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 都不存在，则 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 也不存在；
- C. 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在， $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 不存在，则 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ 不存在；
- D. 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 都不存在，则 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ 也不存在。

3. 若函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可导，则 $|f(x)|$ 在 $x = x_0$ 处（ ）。

- A. 可导
- B. 不可导
- C. 连续但未必可导
- D. 不连续

4. 当 $x \rightarrow 0$ 时， $\frac{1 - \cos x}{\sin x + \cos x}$ 是 x 的（ ）。

- A. 高阶无穷小
- B. 低阶无穷小
- C. 同价无穷小
- D. 等价无穷小

5. 已知 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - ax^2 - x + 4}{x + 1} = b$ ，则 $a + b =$ （ ）。

- A. 10
- B. 12

C. 14

D. 16

6. 曲线 $x + y + e^{2xy} = 0$ 在点 $(0, -1)$ 处的切线方程为 ()。

A. $x - y - 1 = 0$

B. $x + y + 1 = 0$

C. $2x - y - 1 = 0$

D. $2x + y + 1 = 0$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 函数 $y = \frac{1}{x^2-1} + \ln x$ 的定义域为 _____。

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+1}{x^3+2} \cdot \sin \sqrt{x^2-1} =$ _____。

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x^2)}{x^2} =$ _____。

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{2x-1} =$ _____。

5. $d(e^x \sec x) =$ _____。

6. 设 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处可导且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2-x)}{x} = 1$, 则 $f'(2) =$ _____。

三、(8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4}$ 。

四、(8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\tan x - \sin x}$ 。

五、(8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3}\right)^{2x-1}$ 。

六、(8 分)

求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right]$ 。

七、(8 分)

求函数 $y = \left(\arcsin \frac{x}{2}\right)^3$ 的导数。

八、(8 分)

设函数 $y = f(x)$ 由方程 $y - x \ln y - 1 = 0$ 确定, 求 $f'(0)$ 。

九、(8 分)

求 a, b , 使得函数 $f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & x > 0 \\ ax + b, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续且可导。

十、(8 分)

设函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上连续, 且 $f(1) = 2, f(2) = 1$ 。证明: 至少存在一点 $\xi \in (1, 2)$, 使得 $f(\xi) = \xi^2$ 。