

福建师范大学 公共课(数统) 学院

2024—2025 学年第一学期 高等数学 A 期中考试



知明行笃

立诚致广

栏
学号_____

息
姓名_____

信
专业_____

生
年级_____

考
学院_____

线
装 订 线

专业: 全校性专业 年级: 2024 级
课程名称: 高等数学 A 任课教师: 蔡裕华等
试卷类别: 开卷 () 闭卷 (✓) 考试用时: 120 分钟
考试时间: 2024 年 11 月 24 日 午 点 分

题号	一	二	三	四	五	六	总分	评卷人
得分								

一、单选题（每题 3 分，共 15 分）

1. 以下四个选项中，极限不存在的是（ ）。

A. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1) |\sin x|$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{|x|}$

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时，函数 $f(x) = \tan x - \sin x$ 是 x 的（ ）阶无穷小量。

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

3. 设 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - ax - 2}{x-1} = b$, 则（ ）。

A. $a = -1, b = 3$

B. $a = 1, b = -3$

C. $a = -1, b = -3$

D. $a = 1, b = 3$

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \geq 0 \\ 1 - e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处（ ）。

A. 极限不存在

B. 极限存在但不连续

C. 连续但不可导

D. 可导

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \cdots \cdots \left(1 + \frac{1}{2^{2n}}\right) =$ ()。

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

二、填空（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{\frac{1}{x}} = a$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = b$, 则 $a+b =$ _____.

2. 若任意的 x , 函数 $f(-x) = f(x)$ 且 $f'(1) = -2$, 则 $f'(-1) =$ _____.

3. 设 $f(x) = x^n(x^n + 1)$, 则 $f^{(n)}(0) =$ _____.

4. 设函数 $y = f(\ln x)$ 且 $f'(u)$ 存在, 则 $dy =$ _____.

5. 曲线 $x^y = y^x$ 在点 $(1,1)$ 的切线方程为 _____.

三、(8分) 求极限 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2+n+1} + \frac{2}{n^2+n+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n+n}$.

四、(8分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{3}$.

五、(8分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\cos x)}{e^{x^2}-1}$, 其中 $f(1) = 0$, $f'(1) = -2$.

六、(8分) 求函数 $y = \arctan \frac{1}{x} + \ln|x - \sqrt{1+x^2}|$ 的一阶导数.

七、(8分) 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = 1 - t^3 \\ y = t^4 - t^3 \end{cases}, t \neq 0$ 确定, 求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

八、(10分) 设 $x_1 = 1$, $x_{n+1} = 1 + \frac{x_n}{2+x_n}$, 讨论数列 $\{x_n\}$ 的极限是否存在, 若存在, 求出此极限.

九、(12分) 指出函数 $f(x) = \frac{x^2+x}{|x|(x^2-1)}$ 的间断点, 判断其类型并说明理由.

十、(8分) 设 $0 < a < b$, 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, $f(a) = 0$, 且存在 $c \in (a, b)$, 使得 $f(c)f(b) < 0$, 证明至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$.