福建师范大学数学与统计学院

2025—2026 学年第一学期考试 A 卷

知明行笃 立诚致广

专　　业：全校各相关专业　　　　年　　级：2025 级

课程名称：高等数学 C（上）　　　　任课教师：朱金才等

试卷类别：开卷（ ）闭卷（√）　　　　考试用时：120 分钟

考试时间：2026 年 1 月 14 日上午 9 点 00 分

题号	一	二	三	四	五	六	七		总分
得分									

考生须知	1. 答案一律写在答题纸上，否则无效。 2. 答题要写清题号，不必抄原题。 3. 考试结束，试卷与答题纸一并提交。

考生信息栏　姓名＿＿　年级＿＿　专业＿＿　系＿＿　学院＿＿

装　订　线

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分，每小题给出四种选择，有且仅有一个是正确的）

1. 函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义是 $f(x)$ 在 x_0 处连续的（　　　　）.

A. 充分条件；　　　　B. 必要条件；

C. 充要条件；　　　　D. 既非充分也非必要条件.

2. $x=0$ 是 $f\left(x\right)=\dfrac{x}{\tan x}$ 的（　　　）间断点.

A.可去　　B.跳跃　　C.无穷　　D.振荡

3. 设 $f'(x_0)=1$，则 $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{f(x_0-2t^2)-f(x_0)}{t\sin t}=($　　　　$)$.

A. -2；　　B. 2；　　C. 1；　　D. -1.

4. $y=\ln[1+f(2x)]$ 的微分为（　　　　）.

A. $dy=\dfrac{1}{1+f(2x)}dx$；　　B. $dy=\dfrac{2f'(2x)}{1+f(2x)}dx$；

C. $dy=\dfrac{f'(2x)}{1+f(2x)}dx$；　　D. $dy=\dfrac{f'(2x)}{1+f(2x)}$.

5. 已知泰勒公式 $xe^{-2x}=p(x)+o(x^4)$，则多项式 $p(x)=$（　　　）.

A. $x-2x^2+\dfrac{4x^3}{2!}-\dfrac{8x^4}{3!}$；　　B. $1-2x+\dfrac{4x^2}{2!}-\dfrac{8x^3}{3!}+\dfrac{16x^4}{4!}$；

C. $x+2x^2+\dfrac{4x^3}{2!}+\dfrac{8x^4}{3!}$；　　D. $x-2x^2+2x^3$.

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导是 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可微的______条件.

2. 曲线 $y=e^{\arctan x}$ 的凸区间为________.

3. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y+xy=e$ 所确定，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}=$__________.

4. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y+xy=e$ 所确定，则 $\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=0}=$__________.

5. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}f'(x)=k$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x+a)-f(x)]=$__________.

三、（8 分）求极限 $\lim\limits_{x\to0^+}(\cos\sqrt{x})^{\frac{\pi}{x}}$

四、（8 分）求极限 $\lim\limits_{x\to1}(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x})$

五、(8分)求参数方程 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ 所确定的 $y=f(x)$ 的一阶导数和二阶导数.

六、(8分)试确定 a,b,使 $f(x)=\begin{cases} b(1+\sin x)+a+2, & x>0 \\ e^{ax}-1, & x\le 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续且可导.

七、(8分)证明不等式:当 $x>0$ 时,$\ln(1+x)>\dfrac{\arctan x}{1+x}$.

八、(10分)设函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{1-x}$,

1.求函数渐近线;
2.求函数的定义域、单调性、极值.

九、 应用题(10分)设某商品的需求函数为: $Q=150-2P^2$,其中 Q 是每件商品价格为 P 时的市场需求量,求解下列各题:

1.求当 $P=5$ 时的弹性 $\eta(\eta>0)$,并说明其经济意义;

2.求总收益 R 最大时的价格.

十、（10 分）证明下列各题.

1.证明方程 $\sin x = x$ 有且仅有一个实数根.

2.设 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续，在 $(0,a)$ 内可导，且 $f(a)=0$,证明:

存在一点 $\xi \in (0,a)$，使得 $3f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$.