

高等数学B(上) 期中考试试题

福建师范大学 2025-2026 学年第一学期

年级：2025级 课程名称：高等数学B（上） 任课教师：谢碧华等 试卷类别：闭卷

考试用时：120分钟 考试时间：2025年11月30日上午10点30分

排版：@Xuuyuan 题目著作权归福建师范大学数学与统计学院所有。

一、单选题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 数列 $\{x_n\}$ 有界是 $\{x_n\}$ 收敛的 () 条件。
A. 充分非必要 B. 必要非充分 C. 充要 D. 非充分非必要
2. 设 $x \rightarrow 0$ 时, $\tan x - \sin x$ 与 x^n 是同阶无穷小, 则 $n =$ ()。
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
3. $x = 0$ 是 $f(x) = \frac{x}{1-e^{\frac{1}{x}}}$ 的 () 间断点。
A. 可去 B. 跳跃 C. 无穷 D. 振荡
4. 下列微分式正确的是 ()。
A. $dx = -d(2-x)$ B. $xdx = dx^2$
C. $\cos 2xdx = d \sin 2x$ D. $dx^2 = (dx)^2$
5. 设 $f'(1) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x)-f(1)}{2x} =$ ()。
A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, $f(x^2)$ 的定义域为 _____。
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{\sin x}{x}} =$ _____。
3. 若 $x \rightarrow 0$ 时, $(1 - ax^2)^{\frac{1}{4}} - 1$ 与 $x \sin x$ 是等价无穷小, 则 $a =$ _____。
4. 设 $y = e^{1-2x}$, 则 $y^{(10)}(0) =$ _____。
5. 曲线 $y = \sqrt{x}$ 在点 $(4, 2)$ 处的切线方程是 _____。

三、(8 分)

求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \frac{3}{n^2+3} + \cdots + \frac{n}{n^2+n} \right)$ 。

四、(8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x(1 - \cos \sqrt{x})}^\circ$

五、(8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + 2^x + 3^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}^\circ$

六、(8 分)

已知 $y = \arctan \frac{1}{x} + (1 + x)^x + \ln \pi$, 求 y' 。

七、(8 分)

求由参数方程 $\begin{cases} x = 2 - t^3 \\ y = t^3 - t^2 \end{cases} \quad (t \neq 0)$ 所确定的曲线 $y = f(x)$ 的一阶和二阶导数。

八、(10 分)

设函数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{x(x-1)}$, 求其定义域和间断点, 并判断其间断点类型。

九、(12 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx, & x < 0 \\ e^x - 1, & x \geq 0 \end{cases}$, 试求:

1. 当 a, b 为何值时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续;
2. 当 a, b 为何值时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处有一阶导数;
3. 当 a, b 为何值时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处有二阶导数。

十、(8 分)

设函数 $f(x)$ 在 $[0, 4]$ 上连续, 且 $f(0) = f(4)$,

证明: 在 $[0, 2]$ 上至少存在一点 ξ , 使得 $f(\xi) = f(\xi + 2)$ 。