福建师范大学 数学与统计 学院

2023—2024 学年第一学期考试高等数学 B（C）卷

知明行笃 立诚致广

专　　业：全校各相关专业　　　　年　　级：2023 级

课程名称：高等数学 B（上）　　　　任课教师：谢碧华等

试卷类别：开卷（ ）闭卷（√）　　　　考试用时：120 分钟

考试时间：2024 年 1 月 17 日 上 午 9 点 00 分

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

考生须知	1. 答案一律做在答题卡上，否则无效. 2. 严格按题号解答. 3. 考试结束，试卷与答题卡一并提交.

考生信息栏

学院________ 系________ 专业________ 年级________ 姓名________ 学号________

装　订　线

一、单选题(每小题 3 分，共 15 分)

1．当 $x\to 0$ 时，与 $\sin(x^2)$ 是等价无穷小的函数是（　　）

A. $\ln(1-x^2)$；　　B. $\tan^2 x$；　　C. $e^{2x}-1$；　　D. $1-\cos x$.

2. 下列函数中以 $x=0$ 为跳跃间断点的是（　　）.

A. $y=x\arctan\frac{1}{x}$；　　B. $y=\arctan\frac{1}{x}$；

C. $y=\tan\frac{1}{x}$；　　D. $y=\cos\frac{1}{x}$.

3. 已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}2x+a, & x\le 1\\ bx^2, & x>1\end{cases}$ 在 $x=1$ 可导，则有（　　）.

A. $a=1,b=2$；　B. $a=-2,b=1$；　C. $a=-1,b=1$；　D. $a=1,b=-1$.

4. $f(x)$在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，且 x_0 为 $f(x)$ 的极大值点，则（　　）.

A. $f'(x_0)=0$　　B. $\forall x\in(-\infty,+\infty), f(x)\le f(x_0)$

C. $-x_0$ 必为 $-f(x)$ 的极小值点　　D. $-x_0$ 必为 $-f(-x)$ 的极小值点

5. 函数 $2(e^{2x}-e^{-2x})$ 的原函数有（　　）

A. $e^{2x}+e^{-2x}$　　B. $e^{2x}-e^{-2x}$　　C. $-e^{2x}+e^{-2x}$　　D. $-e^{2x}-e^{-2x}$

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1．　函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ 的无穷间断点为 $x=$__________.

2．设 $x_0>0$，$f'(x_0)=a$，则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{\sqrt{x}-\sqrt{x_0}}=$____________.

3．设 $f\left(x\right)$ 有二阶连续导数，且 $\lim\limits_{x\to+\infty}f''\left(x\right)=2$，则对任意常数 a，$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f'(x+a)-f'(x)\right]=$_____.

4．已知点（1，3）是曲线 $y=ax^3+bx^2$ 的拐点，则 $a+b=$______.

5．若 $f'(\tan 2x)=\sec^2 x$，则 $\int\sec^2(2x)f''(\tan 2x)dx=$________________.

三、(8 分) 求 $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{\sin x}$

四、(8 分) 求参数方程$\begin{cases} x=1-t^3 \\ y=t-t^3 \end{cases}$所确定的函数 $y=y(x)$ 的一阶导数和二阶导数.

五、(8 分) 计算不定积分$\int\frac{\mathbf{d}\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}^6+\mathbf{4})}$.

六、(8 分) 求不定积分$\int e^{\sqrt{2x+4}}dx$ ；

七、(10 分) 求函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ 的定义域，极值，凹凸区间，拐点，渐近线.

八、应用题（10 分） 将边长为 a 的一块正方形铁皮，四角各截去一个大小相同的小正方形，然后将四边折起做成一个无盖的方盒. 问截掉的小正方形边长为多大时，所得方盒的容积最大?

九、(10 分) 证明：证明不等式：设 $x>0$，证明不等式：$e^{2x}(1-x)<1+x$.

十、(8 分) 已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=0$， $f(1)=1$. 证明：

（1）存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $f(\xi)=1-\xi$；

（2）存在两个不同的点 η， $\zeta\in(0,1)$，使得 $f'(\eta)f'(\zeta)=1$.