福建师范大学 数学与统计 学院

2023—2024 学年第一学期考试 B 卷

知明行笃 立诚致广

专　　业：	全校性专业	年　　级：	2023 级
课程名称：	高等数学 A	任课教师：	蔡裕华等
试卷类别：	开卷（ ）闭卷（√）	考试用时：	120 分钟

考试时间：____年____月____日____午_____点_____分

题号	一	二	三	四	五	六	七		总分
得分									

考生须知	
	1. 答案一律写在答题纸上，否则无效. 2. 答题要写清题号，不必抄原题. 3. 考试结束，试卷与答题纸一并提交.

考生信息栏　学院________ 系________ 专业________ 年级________ 姓名________ 学号________

装　订　线

一、单选题（每题 3 分，共 15 分）

1. 极限$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{n+n}\right)$利用定积分可表示为（　　）.

A. $\int_0^1(1+x)\mathrm{d}x$　　B. $\int_0^1\frac{1}{1+x}\mathrm{d}x$　　C. $\int_0^1 x\mathrm{d}x$　　D. $\int_0^1\frac{1}{x}\mathrm{d}x$

2. 设x_0是连续函数$f(x)$的极大值点，则x_0必是$f(x)$的（　　　）.

A. 一阶导数为零的点　　B. 二阶导数为零的点

C. 二阶导数小于零的点　　D. 以上都不对

3. $f(x)$在$[a,b]$连续是$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$存在的（　　　）.

A．充分条件　　B．必要条件

C．充要条件　　D．既非充分也非必要条件

4. 设$f(x)=\begin{cases}2x\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，则$f(x)$在$x=0$处（　　　）.

A．是可去间断点　　B．是振荡间断点

C．连续但不可导　　D．可导

5. 下列反常积分中收敛的是（　　　）.

A．$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\tan x\,\mathrm{d}x$　　B．$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\tan x}{\sqrt{\cos x}}\mathrm{d}x$

C．$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\tan x}{\cos x}\mathrm{d}x$　　D．$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\tan x\sin x}\,\mathrm{d}x$

二、填空（每小题 3 分，共 15 分）

1．函数$f(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}$的间断点个数为 ________________.

2．设$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x$，则$f(x)$的极小值点为________________.

3．设$F(x)$是$\cos x$的一个原函数，则$F'(2x)=$ ________________.

4．设$f(x)$在$[a,b]$上连续，则$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right]=$____________________.

5．设$y=f(\ln x)$，其中f可导，则$\mathrm{d}y=$_________________.

三、（8 分）求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-\cos x}{\sin x}$.

四、（8 分）求由$y=1+xe^y$所确定的隐函数在$x=0$处的导数$\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}$.

五、（8 分）求不定积分$\int \arctan x\,\mathrm{d}x$.

六、（8 分）求定积分$\int_0^{\ln 2}\sqrt{e^x-1}\,\mathrm{d}x$.

七、（8 分）求定积分$\int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2}\mathrm{d}x$.

八、（10 分）求函数$y=x^2+2\sqrt{2}\cos x$在$[0,\pi]$的一阶导数、二阶导数并列表说明其凹凸区间.

九、（12 分）设$f(x)$在$[0,1]$上连续，

（1）证明$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\mathrm{d}x$，

（2）计算$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x+3\cos x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$.

十、（8 分）设$f(x)$与$g(x)$在$[a,b]$上连续，证明存在$\xi\in(a,b)$使得

$$f(\xi)\int_\xi^b g(x)\mathrm{d}x-g(\xi)\int_a^\xi f(x)\mathrm{d}x=0.$$