

高等数学C(上) 期中考试试题

福建师范大学 2025-2026 学年第一学期

年级：2025级 课程名称：高等数学C（上） 任课教师：朱金才等 试卷类别：闭卷

考试用时：120分钟 考试时间：2025年11月30日上午10点30分

排版：[@Xuuyuan](#) 题目著作权归福建师范大学数学与统计学院所有。

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分，每小题给出四种选择，有且仅有一个是正确的，将你认为正确的代号填入括号内）

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时，与 x 不等价的无穷小量是（ ）。

- A. $\sin x$
- B. $\tan x$
- C. $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$
- D. $\ln^2(x+1)$

2. 函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处有定义，是 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的（ ）。

- A. 充分非必要条件
- B. 必要非充分条件
- C. 非充分非必要条件
- D. 充分且必要条件

3. 以下极限错误的是（ ）。

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2+1) \sin n}{3n^3} = \frac{1}{3}$
- C. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{e}$
- D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = 0$

4. $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ 在 $x = 0$ 处的极限为（ ）。

- A. ∞
- B. 不存在且不为 ∞
- C. 1
- D. 0

5. 设 $f(0) = 0$ ，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在，则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} =$ （ ）。

- A. $f(0)$

- B. $f'(0)$
C. $f'(x)$
D. 0

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分，不填解题过程）

1. 函数 $y = \arcsin x$ 的定义域为 _____。
2. 已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - ax + b}{x - 1} = 5$, 则 $b =$ _____。
3. 函数 $f(x) = \frac{\sin 3x}{x(x+1)}$ 的可去间断点是 _____。
4. 函数 $y = \sin(f(x^2))$, 其中 f 可导, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。
5. 函数 $y = y(x)$ 在任意点 x 处的增量 $\Delta y = \frac{e^x \cdot \Delta x}{1+x^2} + \alpha$, 且当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, α 是 Δx 的高阶无穷小, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。

三、(8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ 。

四、(8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$ 。

五、(8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x^2} \tan x - \sqrt{3}}{x(1-\cos x)}$ 。

六、(8 分)

求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$ 。

七、(8 分)

设 $y = \sin(\ln(\arctan \sqrt{2x}))$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

八、(10 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{1+x^2} & x \leq 1 \\ ax + b & x > 1 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上处处连续、可导, 求 a, b 的值。

九、(10 分)

设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$,

1. 求 $f(x)$ 的表达式;
2. 讨论 $f(x)$ 的连续性, 如果有间断点, 判断其类型。

十、(10分)

1. 证明方程 $x^5 - 3x = 1$ 至少有一个根介于 1 和 2 之间。
2. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, x_1, x_2, x_3 为 $[a, b]$ 上的 3 个点, 证明: 在 $[a, b]$ 上至少存在一点 ξ , 使得 $f(\xi) = \frac{1}{3}(f(x_1) + f(x_2) + f(x_3))$ 。