福建师范大学 公共课（数统） 学院

2024—2025 学年第二学期 高等数学 A 期中考试

专　业： 全校性专业　　　年　级： 2024 级

课程名称： 高等数学 A　　　任课教师： 蔡裕华等

试卷类别： 开卷（ ）闭卷（√）　　考试用时： 120 分钟

考试时间： 2025 年 4 月 26 日 上 午____点____分

题号	一	二	三	四	五	六	总分	评卷人
得分								

考生信息栏

学院____ 系____ 专业____ 年级____ 姓名____ 学号____

装 订 线

一、单选题（每题 3 分，共 15 分）

1.（　　　　）不是线性常微分方程.

A. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+xy-e^x=0$　　B. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-\frac{y}{x}-\left(\frac{y}{x}\right)^2=0$

C. $x^2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+e^xy+x^3=0$　　D. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-\frac{y+x^2}{x}=0$

2. 空间曲线$\begin{cases}x^2+2y^2+z=2\\x+y+z=0\end{cases}$在$xOy$面上的投影曲线方程为（　　）.

A. $\begin{cases}x^2+2y^2=2\\x=0\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x^2+2y^2=2\\y=0\end{cases}$

C. $\begin{cases}x^2+2y^2-x-y=2\\x=0\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x^2+2y^2-x-y=2\\z=0\end{cases}$

3. 下列函数组在其定义区间内线性相关的是（　　　　）.

A. 1, $\ln x$, $\ln x^2$

B. 1, $\sin x$, $\cos x$

C. 1, x, x^2, $\cdots$, x^k

D. 1, $e^{x+x^{-1}}$, $e^{x-x^{-1}}$

4. 设$y_1=x+e^x$和$y_2=x-e^x$为方程$y'+p(x)y=q(x)$的两个特解，则$p(x)$和$q(x)$分别为（　　　　）.

A．$p(x)=1$, $q(x)=1-x$

B．$p(x)=1$, $q(x)=1+x$

C．$p(x)=-1$, $q(x)=1-x$

D．$p(x)=-1$, $q(x)=1+x$

5. 设$z=f(x,y)$在点$(0,0)$的某领域有定义，则下述选项中（　　　　）能推出其它三个.

A．$f(x,y)$在点$(0,0)$处连续

B．$f(x,y)$在点$(0,0)$处可微

C．$f_x(0,0)$和$f_y(0,0)$存在

D．$f_x(x,y)$和$f_y(x,y)$在点$(0,0)$处连续

二、填空（每小题 3 分，共 15 分）

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin xy}{\sqrt{x^2+y^2}}=$________________ .

2. 直线$\begin{cases}x+y+z=0\\x+2y+3z=1\end{cases}$与平面$x-2y+z=1$的夹角为________________.

3. 曲线$y=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$被直线$y=\frac{\sqrt{2}}{3}x$所截下的有限部分的长度为________________.

4. 曲线$(1+2x+y)(1-y)=0$在点$\left(-\frac{1}{2},0\right)$的切线斜率为________________.

5. 设$z=xe^x(1+ye^y)$，则$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,0)}=$__________.

三、(8 分) 求由曲线$y=x^2$与$x=y^2$围成的平面图形绕x轴旋转一周得到几何体的体积.

四、（8 分） 求过直线l：$\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$且垂直于平面$\Pi$：$x+2y+z=3$的平面方程.

五、（8 分） 求点$(2,1,5)$到直线$\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=3-t\end{cases}$ $(t>0)$的最短距离, 并求出直线上对应最短距离的点.

六、（8 分） 求微分方程$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-8y=e^{3x}$的通解.

七、（8 分） 设$z=xy+xf\left(\frac{y}{x}\right)$，其中$f$为可微函数，求 $\mathrm{d}z$.

八、（10 分） 求解初值问题$\begin{cases}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=y+\sin x\\y(0)=1\end{cases}$.

九、（12 分） 设函数$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2x^2y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，判断该函数在$(0,0)$处是否连续，偏导数是否存在，以及该函数在$(0,0)$处是否可微，并说明理由.

十、(8 分) 设$G(u,v)$具有连续偏导数，a,b,c为常数，证明由方程$G(cx+az,cy+bz)=0$所确定的函数$z=f(x,y)$满足$a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}+c=0$.