2022-2023-1 概率论期末卷

（根据现有资料整理 故缺失选择题 1、2 填空题第 10 题 整理于 2024.01.03）

3.若随机变量X,Y满足$D(X+Y)=D(X-Y)$且$D(X)D(Y)>0$，则下列一定成立的是（　　　）

A. X、Y相互独立；

B. $D(XY)=0$

C. X、Y不相关

D. X、Y不独立

4.若$X_1X_2,\dots,X_n$为来自总体X的简单随机样本且X服从参数为$\lambda>0$的泊松分布，$\lambda>0$是未知参数，$\bar{X}$为样本均值，则下列不是统计量的是（　　　）

A. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$

B. $\bar{X}+D(\bar{X})$

C. X_n（看不清 不确定）

D. $\bar{X}-\frac{E(\bar{X})}{D(\bar{X})}$

5.若$X_1X_2,\dots,X_n$为来自总体X的的简单随机样本，总体均值为μ，方差为σ^2，$\bar{X}$为样本均值，S^2为样本方差，下列正确的是（　　　）

A. S^2与$\bar{X}$ 相互独立

B．S^2是σ^2的无偏估计量

C．$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$

D．$\bar{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$

6.设随机变量X服从$[-\alpha,\ \alpha]$上的均匀分布且α >0，如果$P\{X>1\}=\frac{1}{3}$，则α=________

7.设X表示 10 次独立重复设计试验命中目标的次数，每次命中目标的概率 p=0.4，则X^2的数学期望 E(X^2)=____________

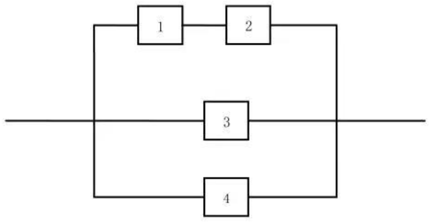
8.随机变量$X\sim N(2,\sigma^2)$，$P(0<X<4)=0.3$，则 $P(X<0)$=_________

9.设总体$X\sim N(0,\frac{1}{3})$，$X_1X_2,\dots,X_n$为来自总体X的的简单随机样本，设$Y\sim(X_1+X_2+X_3)^2+(X_4+X_5+X_6)^2$,若$CY\sim\chi^2(2)$，则 C=_____________

三、计算题（共 70 分）

11、（8 分）袋中有 10 个乒乓球，其中有 3 个旧的和 7 个新的。第一次比赛时从中任取 1 个，用后放回。第二次比赛时从中任取 4 个。求第二次取到 1 个新球和 3 个旧球的概率。

12、（6 分）设元件 1，2，3，4 能否通过电流相互独立，且能通过电流的概率分别为 0.9，0.8，0.8，0.7。求如图电路能通过电流的概率。



13、（12 分）设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} x, & 0 \le x \le 1 \\ 2-x, & 1 < x \le 2 \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$。（1）求 X 的分布函数 $F(x)$；(2) 求 $E(X^2)$。

14、（10 分）设随机向量(X，Y)的联合概率密度为

$$f\left(x,y\right)=\begin{cases}8xy, & 0<x<1, 0<y<x\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

（1）求（X，Y）分别关于 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$；

（2）判断 X 与 Y 是否相互独立，并说明理由。

15、（10 分）假设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合概率分布为：

$$P\left\{X=n,Y=m\right\}=\frac{e^{-14}(7.14)^{m}(6.86)^{n-m}}{m!(n-m)!},\qquad 0\le m\le n=0,1,2,\cdots.$$

（1）求 X 的边缘概率分布；（2）求在 X=5 的条件下 Y 的条件概率分布。

16、（12 分） 已知总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1} & ,0<x<1\\ 0 & ,其它\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 是未知参数。设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 来自总体 X 的一个简单随机样本。

（1）求 θ 的矩估计量；　　（2）求 θ 的最大似然估计量。

17、（12 分）随机地从一批电子元件中抽取 16 个测得它们的电阻（欧）分别为：14.0，14.1，16.0，15.1，14.5，14.6，14.2，14.6，14.7，14.0，13.9，13.8，14.2， 13.6，13.8，14.0（记这批数据为 x_i ，计算得到 $\sqrt{\frac{1}{15}\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2}\approx 0.60$，$\sum_{i=1}^{16}x_i$=229.1）。设这批元件的电阻 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$。

(1) 能否认为 μ=15？（显著性水平为 0.05）

(2) 能否认为这批元件的电阻的方差不超过 0.2？（显著性水平为 0.05）