福建师范大学 数学与信息 学院

2019—2020 学年第 1 学期考试 A 卷

知明行笃 立诚致广

专　　业：＿＿＿＿＿＿　　　　年　　级：18 级

课程名称：概率论与数理统计　　　　任课教师：＿＿＿＿＿＿

试卷类别：开卷（ ）闭卷（√）　　　　考试用时：120 分钟

考试时间：2019 年 12 月 31 日 上 午 9 点 00 分

题号	一	二	三	四	五	六	七		总分
得分									

考生须知	1. 答案一律写在答题纸上，否则无效. 2. 答题要写清题号，不必抄原题. 3. 考试结束，试卷与答题纸一并提交.

考生信息栏

学院＿＿＿＿系＿＿＿＿专业＿＿＿＿年级＿＿＿＿姓名＿＿＿＿学号＿＿＿＿

装　订　线

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设随机事件 A 与 B 互不相容，$P(A)\neq 0, P(B)\neq 0$，则下列结论肯定正确的是（　　）.

A、$\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 互不相容;　　　　B、$P(B|A)>0$;

C、$P(AB)=P(A)P(B)$;　　　　D、$P(A-B)=P(A)$.

2、下列各函数中，可作为某随机变量概率密度函数的是（　　）.

A、$f(\mathrm{x})=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$　　　　B、$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

C、$f(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1,\\ -1, & \text{其他};\end{cases}$　　　　D、$f(x)=\begin{cases}4x^3, & -1<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

3、设随机变量 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2), Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且 $P(|X-\mu_1|<1)>P(|Y-\mu_2|<1)$，则（ ）.

A、$\sigma_1<\sigma_2$;　　B、$\sigma_1>\sigma_2$;　　C、$\mu_1>\mu_2$;　　D、$\mu_1<\mu_2$.

4、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自参数为 θ 的指数分布总体的样本，其中 $\theta>0$ 未知，

$T_1=\min\limits_{1\le i\le n}X_i+P(X_1>1)$，$T_2=\bar{X}-3\theta$，$T_3=\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-3)^2$，$T_4=\left(\pi-\pi^2\right)X_n-\max\limits_{1\le i\le n}X_i$，

$T_5=\max\limits_{1\le i\le n}X_i-n\bar{X}$，则它们中（　　）是统计量.

A、T_1,T_3,T_5;　　B、T_1,T_2,T_3;　　C、T_1,T_3,T_4;　　D、T_3,T_4,T_5.

5、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\bar{X}$ 与 S^2 分别为样本均值和样本方差，则下面正确的是（　　）.

A、$\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim t\left(n-1\right)$;　　　　B、$\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\dfrac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2\sim\chi^2(n)$;

C、$\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma}\sim N\left(0,1\right)$;　　　　D、$\dfrac{(n\text{-}1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n)$.

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6、在一副扑克牌（52 张）中任取 4 张，则 4 张牌花色全不相同的概率为_______.

7、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且已知 $E[(X-1)(X-2)]=1$，则 $\lambda=$_____.

8、设随机变量 $X\sim b(2,p),Y\sim b(3,p)$，且 $P\left(X\ge 1\right)=\dfrac{5}{9}$，则 $P\left(Y\ge 1\right)=$ _______.

9、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，且 $C\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 是 σ^2 的无偏估计，则 $C=$_______.

10、设 X_1,X_2,X_3 是总体 X 的样本，$E(X)=\theta$，$D(\mathrm{X})=\sigma^2$ 存在，$\hat{\theta}_1=\dfrac{1}{2}X_1+\dfrac{1}{6}X_2+\dfrac{1}{3}X_3$，$\hat{\theta}_2=\dfrac{1}{4}X_1+\dfrac{3}{4}X_2$，$\hat{\theta}_3=\dfrac{1}{2}X_1+\dfrac{1}{2}X_3$，则无偏估计量 $\hat{\theta}_1$，$\hat{\theta}_2$，$\hat{\theta}_3$ 中_______最有效.

三、计算题（共 58 分）

11、（10分）两台车床加工同样的零件，第一台出现不合格品的概率是0.03，第二台出现不合格品的概率是0.06，加工出来的零件放在一起，并且已知第一台加工的零件比第二台加工的零件多一倍．试求：

（1）任取一个零件是合格品的概率；

（2）如果取出的零件是不合格品，求它是由第二台车床加工的概率.

12、（10分）设二维离散随机变量 (X,Y) 的联合概率分布列为：

X \ Y	0	1	2
0	0.2	0.1	0
1	0.2	0.1	0.4

试求:（1）求 $P(X=1|Y=1),P(Y=0|X=0)$；

（2）判断 X 和 Y 是否独立?

（3）求 X 和 Y 的协方差 $Cov(X,Y)$.

13、（8 分）设随机变量 X 服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布，求 $Y=-\ln X$ 的概率密度函数.

14、（12 分）若二维随机变量 (ξ,η) 的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}Ae^{-(2x+y)}, & x>0,y>0,\\ 0, & \text{其它};\end{cases}$$

试求：（1）常数 A；（2）ξ 和 η 的边缘概率密度；（3）ξ 和 η 是否相互独立.

15、（10 分）设总体 X 的概率密度函数为：

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{其它};\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为来自总体 X 的一个简单随机样本. 试求：

（1）θ 的矩估计；（2）θ 的极大似然估计.

16、（8分）设总体 X 服从泊松分布 $\pi(\lambda)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是一个简单随机样本，$\bar{X}$ 与 S^2 分别为样本均值与样本方差，试求：（1）$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 的联合概率分布律；

（2）$Cov(X_i,X_j),i\ne j$；（3）$E(\bar{X})$、$D(\bar{X})$、$E(S^2)$.

四、应用题（共 12 分）

17、（12分）已知维尼纶纤度在正常条件下服从正态分布，且标准差为0.048．从某天产品中抽取5根纤维，测得其纤度为

1.32　　1.55　　1.36　　1.40　　1.44

问这一天纤度的方差是否正常（取显著性水平 $\alpha=0.05$）？

常用分布的上分位点如下：

$\chi^2_{0.025}(4)=11.143,\ \chi^2_{0.975}(4)=0.484$，　$\chi^2_{0.025}(5)=12.832,\ \chi^2_{0.975}(5)=0.831$

$u_{0.025}=1.96$，$u_{0.05}=1.645$，$u_{0.005}=2.57.$