

## 试题(B) 答案及评分标准

D. 无法判断

2. 已知微分方程  $y'' + ay' + by = 0$  的通解为  $y = (C_1 + C_2 x)e^{3x}$ , 则该微分方程为\_\_\_\_\_.

3. 函数  $f(x, y) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$  在点  $(1, 1)$  处沿下降最快的方向的方向导数为\_\_.

4.  $\int_0^1 dx \int_x^1 e^{y^2} dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、(8分) 求微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x - y^2}$  的通解.

四、(8分) 设  $z = f\left(xy, \frac{x}{y}\right) + g(x)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数,  $g$  具有二阶

连续导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$

五、(8分) 计算二重积分  $\iint_D (x^2 + 3x + 4y - 6) dx dy$ , 其中

$$D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

六、(8分) 求椭球面  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 498$  上平行于平面  $x + 3y + 5z = 0$  的切平面方程.

七、(8分) 将函数  $f(x) = \frac{1}{(3-x)^2}$  展开成  $x$  的幂级数, 并求  $f^{(2023)}(0).$

八、(10分) 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+2)x^n$  的和函数, 并给出收敛域..

九、(10分) 设函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2xy} \sin(x^2 y), & xy \neq 0 \\ 0, & xy = 0 \end{cases},$

(1) 该函数在点  $(0, 1)$  是否连续? 为什么?

(2) 求  $f_x(0, 1), f_y(0, 1).$

十、(10分) 已知空间曲线  $C$  的一般方程为:  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2z^2 = 0 \\ x + y + 3z = 5 \end{cases}$ , 求该空间曲线

$C$  上距离  $xoy$  平面最远的点和最近的点.