

福建师范大学 数学与统计 学院

2022—2023 学年第二学期考试 卷

考	生	系	专业	年	级	信	息
学院						订	线
装							

栏	姓名	学号							
题号	一	二	三	四	五	六			总分
得分									
考生须知	<ol style="list-style-type: none">答案一律写在答题纸上，否则无效。答题要写清题号，不必抄原题。考试结束，试卷与答题纸一并提交。								

知明行笃



立诚致广

专业: 全校性专业 年 级: 2022 级

课程名称: 高等数学 A (下) 任课教师: 张世芳等

试卷类别: 开卷 () 闭卷 (√) 考试用时: 120 分钟

考试时间: 2023 年 6 月 13 日 上 午 9 点 0 分

1. 答案一律写在答题纸上，否则无效。
2. 答题要写清题号，不必抄原题。
3. 考试结束，试卷与答题纸一并提交。

一、单选题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设直线 $L: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$, 则该直线一定 ()
- A. 过原点且垂直于 z 轴 B. 过原点且垂直于 y 轴
C. 不过原点且垂直于 z 轴 D. 不过原点且垂直于 x 轴
2. 已知 $(1,2)$ 为函数 $z = xy + \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$ 的极值点, 则 a, b 分别为 ()
- A. $-2, -4$ B. $4, 2$ C. $-4, -2$ D. $2, 4$
3. 设 D_k 是单位圆域 $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ 位于第 k 象限的部分, 记
- $$I_k = \iint_{D_k} (y - x) dx dy \quad (k = 1, 2, 3, 4), \text{ 则 } ()$$
- A. $I_1 > 0$ B. $I_2 > 0$ C. $I_3 > 0$ D. $I_4 > 0$
4. 已知 $(e^x + axy^3)dx + (ye^{y^2} + 3x^2y^2)dy = 0$ 为全微分方程, 则 a 的值是 ()
- A. 3 B. 2 C. -2 D. -3
5. 下列级数发散的是 ()
- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n^2})$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 平面 $x - 2y + 2z = 0$ 与平面 $x - 2y + 2z - 6 = 0$ 的距离是_____.
7. 函数 $z = e^{x+2y}$ 的全微分 $dz =$ _____.
8. $\int_{-1}^0 dx \int_{-x}^1 1 + xy dy + \int_0^1 dx \int_x^1 1 + xy dy =$ _____.
9. 设 L 是以 $(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)$ 为顶点的三角形边界曲线, 则曲线积分 $\int_L x ds =$ _____.

10. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - 2023)$ 收敛, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、(8分) 求曲线 $\begin{cases} 3x^2 + y^2 + z^2 = 5 \\ 2x^5 + y^2 - 4z = 7 \end{cases}$ 在点 $(1, -1, -1)$ 处的切线方程和法平面方程.

四、(8分) 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (x+z) dx dy dz$, 其中 Ω 为三个坐标面及平面 $x+2y+z=1$ 所围成的闭区域.

五、(8分) 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} x dS$, 其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在圆柱体 $x^2 + y^2 \leq 2x$ 内的部分.

六、(8分) 计算曲线积分 $\oint_L (xy + y) dx + 2x dy$, 其中 L 为菱形区域 $D: |x| + |y| \leq 1$ 的正向边界曲线.

七、(8分) 将函数 $f(x) = \frac{x}{2-x-x^2}$ 展开成 x 的幂级数.

八、(10分) 求二元函数 $f(x, y) = e^x (2x + y^2 + 4y)$ 的极值, 并说明是极大值还是极小值.

九、(10分) 设 Ω 为旋转抛物面 $z = a^2 - x^2 - y^2$ 与 xOy 面所围成的空间闭区域, Σ 为 Ω 的外侧表面, 求 $\oint_{\Sigma} x^2 y z^2 dy dz - x y^2 z^2 dz dx + z(1 + xyz) dx dy$.

十、(10分) (1) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{n!}$ 的收敛域与和函数;

(2) 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$.