

# 高等数学D 期中考试试题

福建师范大学 2025-2026 学年第一学期

年级：2025级 课程名称：高等数学D 任课教师：李世唐等 试卷类别：闭卷

考试用时：120分钟 考试时间：2025年11月30日上午10点30分

排版：[@Xuuyuan](#) 题目著作权归福建师范大学数学与统计学院所有。

## 一、单项选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 下列结论中正确的是（ ）。

- A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$
- B.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 0$
- C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$
- D.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$

2. 以下命题正确的是（ ）。

- A. 如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  不存在, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$  不存在;
- B. 如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  与  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  都不存在, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$  也不存在;
- C. 如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  不存在, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$  不存在;
- D. 如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  与  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  都不存在, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$  也不存在。

3. 若函数  $y = f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 则  $|f(x)|$  在  $x = x_0$  处（ ）。

- A. 可导
- B. 不可导
- C. 连续但未必可导
- D. 不连续

4. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $\frac{1-\cos x}{\sin x+\cos x}$  是  $x$  的（ ）。

- A. 高阶无穷小
- B. 低阶无穷小
- C. 同价无穷小
- D. 等价无穷小

5. 已知  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - ax^2 - x + 4}{x+1} = b$ , 则  $a + b =$  ( )。

- A. 10
- B. 12

C. 14

D. 16

6. 曲线  $x + y + e^{2xy} = 0$  在点  $(0, -1)$  处的切线方程为 ( )。

A.  $x - y - 1 = 0$

B.  $x + y + 1 = 0$

C.  $2x - y - 1 = 0$

D.  $2x + y + 1 = 0$

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 函数  $y = \frac{1}{x^2-1} + \ln x$  的定义域为 \_\_\_\_\_。

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+1}{x^3+2} \cdot \sin \sqrt{x^2-1} =$  \_\_\_\_\_。

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x^2)}{x^2} =$  \_\_\_\_\_。

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{2x-1} =$  \_\_\_\_\_。

5.  $d(e^x \sec x) =$  \_\_\_\_\_。

6. 设  $f(x)$  在  $x = 2$  处可导且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2)-f(2-x)}{x} = 1$ , 则  $f'(2) =$  \_\_\_\_\_。

## 三、(8 分)

求  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4}$ 。

## 四、(8 分)

求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\tan x - \sin x}$ 。

## 五、(8 分)

求  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3}\right)^{2x-1}$ 。

## 六、(8 分)

求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right]$ 。

## 七、(8 分)

求函数  $y = (\arcsin \frac{x}{2})^3$  的导数。

## 八、(8 分)

设函数  $y = f(x)$  由方程  $y - x \ln y - 1 = 0$  确定, 求  $f'(0)$ 。

**九、(8分)**

求  $a, b$ , 使得函数  $f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & x > 0 \\ ax + b, & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续且可导。

**十、(8分)**

设函数  $f(x)$  在  $[1, 2]$  上连续, 且  $f(1) = 2, f(2) = 1$ 。证明: 至少存在一点  $\xi \in (1, 2)$ , 使得  $f(\xi) = \xi^2$ 。