TEMA I

Teoría de Circuitos

Electrónica II 2009-2010

1 Teoría de Circuitos

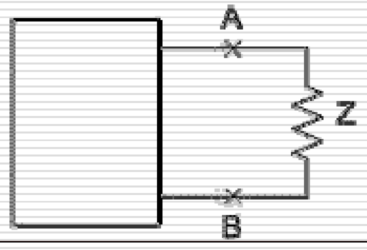
1.5 Teoremas de circuitos

Superposición.
Teorema de Thevenin.
Teorema de Norton.
Teorema de transferencia de máxima potencia.

3

Teorema de Thévenin

- Es uno de los más importantes y de mayor aplicación.
- Sea un circuito lineal, en el que puede haber de todo, R, L, C, fuentes de tensión y corriente, independientes y dependientes. Distinguimos dos bornes A y B de ese circuito, conectamos una impedancia exterior Z; se trata de calcular la corriente que circula por esa impedancia.



4

Teorema de Thévenin

"La corriente que pasa por la impedancia Z conectada entre los bornes A y B es $I = V_{AB} / (Z_{AB} + Z)$"

- Voltaje de Vacío o de Circuito Abierto: V_{AB}

  Voltaje que aparece entre A y B cuando no existe la impedancia Z

- Impedancia Vista: Z_{AB}

  Para definirla, anulamos todas las fuentes.

Independientemente de lo que haya dentro de la "caja negra", si conocemos V_{AB} y Z_{AB}, estamos en condiciones de saber qué corriente va a pasar por cualquier Z

En particular, si cortocircuitamos A y B tenemos una corriente que denominamos de cortocircuito: $Icc = V_{AB}/Z_{AB}$

Teorema de Thévenin

Demostración:
Se apoya en la linealidad del circuito, que nos permite aplicar superposición. Superpondremos dos estados de modo de obtener el circuito original.

(1) (2)

Teorema de Thévenin

- **Una función es lineal si para dos entradas cualesquiera se cumple:** $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$
- **Los circuitos que solo tienen elementos pasivos resistivos son lineales: las entradas son fuentes y la función la diferencia de potencial en los nodos o las corrientes en las ramas.**

$$Vs1 + Vs2 - iR = 0$$

$$i = \frac{Vs1 + Vs2}{R}$$

$$i = i1 + i2$$

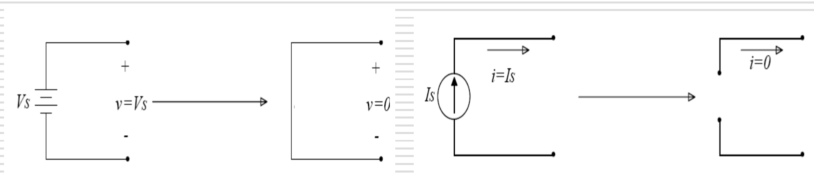
$$= \frac{Vs1}{R} + \frac{Vs2}{R}$$

$$= \frac{Vs1 + Vs2}{R}$$

7

Teorema de Thévenin

- **Si tenemos un circuito lineal con múltiples fuentes →**
  - **Suprimir todas las fuentes menos una: Las fuentes de tensión independientes se cortocircuitan; las de corriente se abren.**

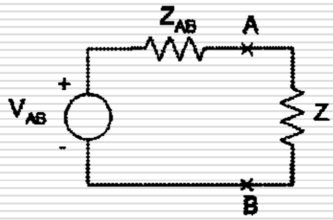


  - **Repetir este proceso para todas las fuentes.**
  - **Sumar las respuestas individuales a cada fuente.**

8

Equivalente de Thévenin

A los efectos de lo que pasa en Z, podemos reemplazar la caja negra por su equivalente Thévenin: fuente V_{AB} e impedancia Z_{AB}

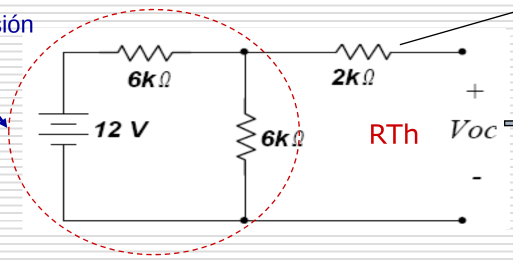


Pues en este también: I = VAB/(ZAB +Z)

9

Equivalente de Thévenin Ejemplo 1

Divisor de tensión



En circuito abierto por aquí no hay corriente

Es la diferencia de potencial entre A y B

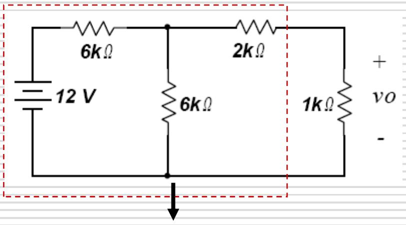
VAB= 6V
¿Porqué?

$$\boxed{RTh = 6k\Omega // 6k\Omega + 2k\Omega = 5k\Omega}$$

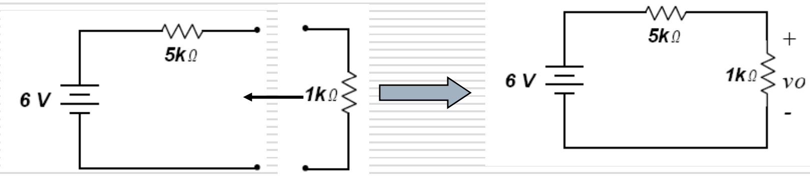
◇ **Se halla el valor de la red resistiva resultante**

10

Equivalente de Thévenin
Ejemplo 1. Solución



$vo = 1$ Volt.

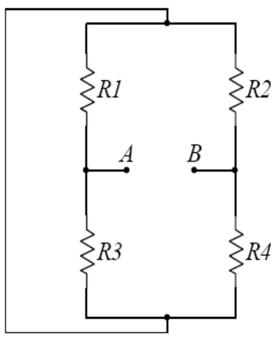


Equivalente de Thevenin

Resistencia de carga

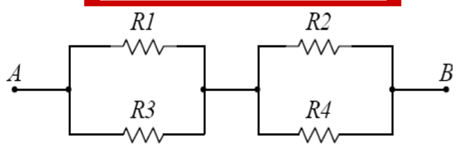
11

Equivalente de Thévenin
Ejemplo 2



$$VTh = vA - vB$$
$$= Vs\left(\frac{R3}{R1+R3} - \frac{R4}{R2+R4}\right)$$

$\equiv$



$$RTh = R13 + R24$$

- Para hallar el voltaje de Thevenin calculamos el voltaje en circuito abierto
- Observemos que lo que tenemos son dos divisores de tensión

12

Teorema de Norton

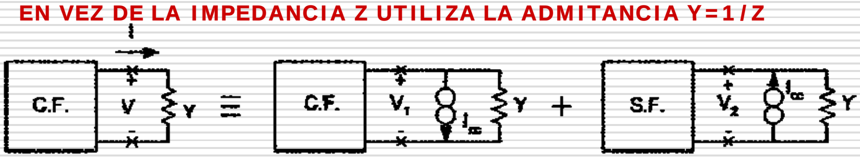
- El Teorema de Norton es el dual de Thévenin.
- Tenemos una caja negra con fuentes, componentes lineales, etc, en las mismas hipótesis generales de Thévenin, y conectamos entre dos bornes una admitancia Y (es lo mismo que decir Z). **Y=1/Z**
- Trabajamos con la corriente de cortocircuito **Icc** y la **admitancia vista Y_{AB} = 1/ Z_{AB}**
- Norton dice que **V = Icc/ (Y_{AB} + Y)**

$$\boxed{\begin{array}{c} Icc = V/Z_{eq};\ Z_{eq}= (Z_{AB}*Z)/(Z_{AB}+Z) \\ Icc = V*(Z_{AB}+Z)/(Z_{AB}*Z) \end{array}}$$

Teorema de Norton

La demostración es análoga a la de thévenin.

EN VEZ DE LA IMPEDANCIA Z UTILIZA LA ADMITANCIA Y=1/Z



(1) (2)

Digo que V1 = 0 es solución => la corriente por Y es cero, y por el sistema circula Icc, como al hacer el cortocircuito.
En el estado 2, Utilizando LA **admitancia** vista: Y_{AB} = 1/Z_{AB}; el bloque SF:

$Icc = V2\ (Y+Y_{AB})$

Como V = V1 + V2 = V2

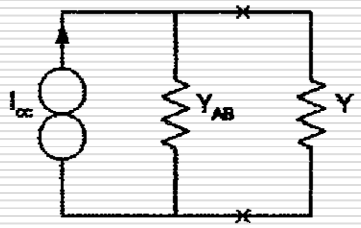
$V = Icc/(Y_{AB} +Y\ )$

$Icc = V2\ /Z_{eq};\ Z_{eq}= (Z_{AB}*Z)/(Z_{AB}+Z)$

$V = Icc(Z_{AB}*Z)/(Z_{AB}+Z)$

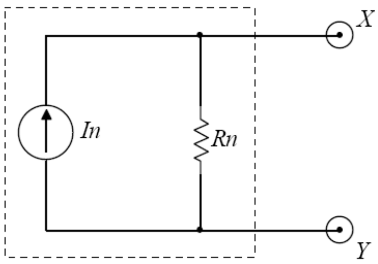
Equivalente de Norton

- En otras palabras: el circuito se puede sustituir por su equivalente Norton:



- ¿Cuál es la relación de éste con el equivalente Thévenin? El de Norton tiene la fuente de corriente en paralelo con la **admitancia** vista.

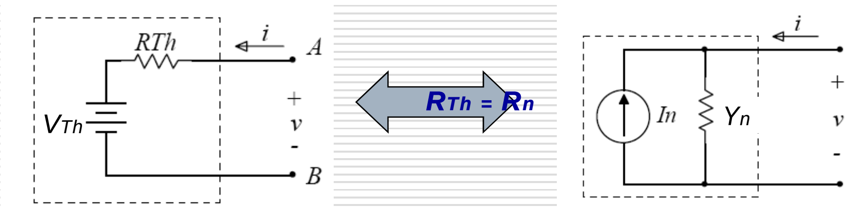
Equivalente de Norton Ejemplo



$$In = \frac{Vs - IsR3}{R1 + R3 + R4}$$

$$Rn = \frac{R2(R1 + R3 + R4)}{R1 + R2 + R3 + R4}$$

Transformación de fuentes

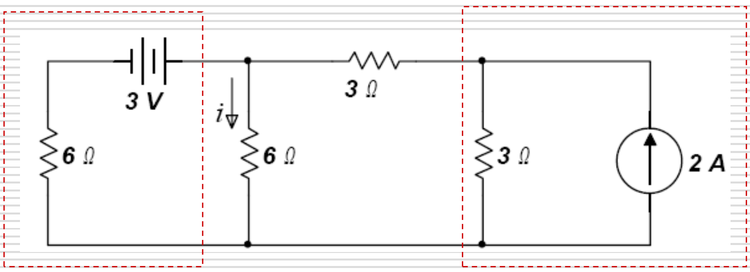


- Ambos circuitos son equivalentes e intercambiables
  - Admitancia de Norton = 1 / Impedancia de Thévenin
  - Intensidad de Norton = Voltaje de Thévenin / Impedancia de Thévenin
- La transformación se lleva a cabo en ambas direcciones

$$V_{Th} = I_n/Y_n \qquad R_{Th} = 1/Y_n$$
$$I_n = V_{th}/R_{th} \qquad Y_n = 1/R_{th}$$

- Esta herramienta permite reducir circuitos complejos

Transformación de fuentes Ejemplo 1

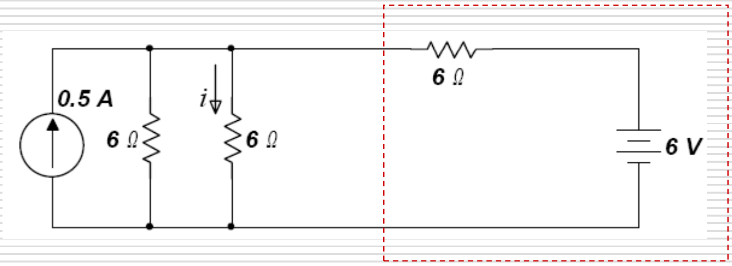


Sustitución por el equivalente de Norton

Sustitución por el equivalente de Théveninn

- Hallar la intensidad que pasa por la resistencia de 6 ohmios
- Simplificación utilizando transformación de fuentes(equivalencia entre circuitos de Théveninn y Norton) y el cálculo de resistencia equivalente para resistencias en serie y en paralelo

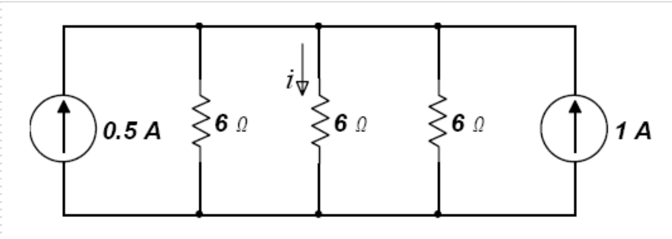
Transformación de fuentes
Ejemplo 1



Sustitución por el equivalente de Norton

- ◇ Hallamos la resistencia equivalente
- ◇ Ahora tenemos una fuente de voltaje en serie con una resistencia
- ◇ Sustituimos por el equivalente de Norton

Transformación de fuentes
Ejemplo 1



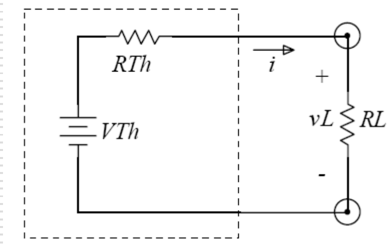
- ◇ **Al hacer la nueva sustitución nos queda**
  - ◇ **Dos fuentes de intensidad en paralelo → las sumamos**
  - ◇ **Tres resistencias en paralelo → divisor de corriente**
- ◇ **La resolución es inmediata**

Teorema de transferencia de máxima potencia

◇ A menudo los sistemas eléctrico son diseñados para proporcionar potencia a una carga como en la figura

21

Teorema de transferencia de máxima potencia



$$P = i^2 RL$$

$$i = \frac{VTh}{RTh + RL}$$

$$P = \left(\frac{VTh}{RTh + RL} \right)^2 RL$$

◇ Si sustituimos la red eléctrica por su equivalente de Thevenin

22

Teorema de transferencia de máxima potencia

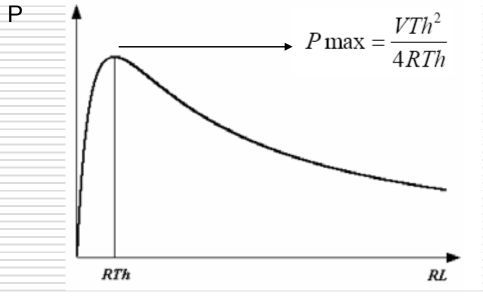
$$\frac{dP}{dRL} = VTh^2 \left[\frac{(RTh + RL)^2 - 2RL(RTh + RL)}{(RTh + RL)^4} \right]$$

$$\frac{dP}{dRL} = 0 \rightarrow RL - RTh = 0$$

- Si derivamos la expresión de la potencia respecto de la resistencia de carga e igualamos a cero → la resistencia de carga es igual a la resistencia de Thévenin
- Como la segunda derivada es negativa → es un máximo

23

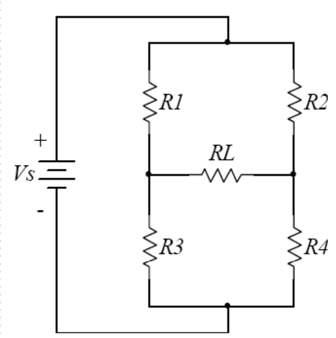
Teorema de transferencia de máxima potencia



- Gráfica de la transferencia de potencia al variar la resistencia de carga
- Podemos ver que el máximo se sitúa en el valor de la resistencia de Théveninn

24

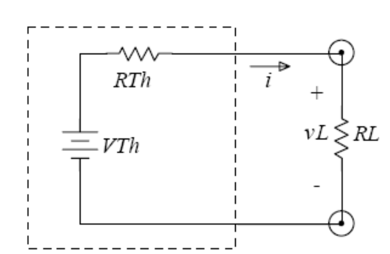
Teorema de transferencia de máxima potencia. Ejemplo



- Averiguar la transferencia de potencia del "puente de Wheatstone" a la resistencia de carga.

25

Teorema de transferencia de máxima potencia. Ejemplo



$$P\max = \frac{VTh^2}{4RTh} = \frac{Vs^2\left(\dfrac{R3}{R1+R3}-\dfrac{R4}{R2+R4}\right)^2}{4\left(\dfrac{R1R3}{R1+R3}+\dfrac{R2R4}{R2+R4}\right)}$$

- Anteriormente ya habíamos hallado el circuito equivalente de Thévenin
- Con los valores de la resistencia y el voltaje de Thevenin, aplicamos la formula de transferencia de potencia

26