

(1) 只准讨论思路，严禁抄袭

(2) 只能阅读 bb 上的材料和教材算法导论。严禁网上搜寻任何材料，答案或者帮助

问题 1 (20 分). 用若干个先进后出的栈模拟一个先进先出的队列。

(a) 给出入队和出队操作的伪代码。

(b) 在上述队列中，初始时队列为空，对队列进行 n 次合法操作，每个操作为 (a) 中操作之一。用课上所学的三种分析方式中的任意一种，分析并证明该操作序列中每个操作的均摊代价。

问题 2 (30 分). 给定一棵树 $T = (V, E)$ ，设计算法在线性时间内找到 T 中最长的简单路径。

(a) 使用动态规划设计算法

(b) 使用贪心算法设计算法

请给出伪代码，证明算法正确性以及时间复杂度。

问题 3 (20 分). 给定一个有向图 $G = (V, E)$ ， $V = v_1, v_2, \dots, v_n$ 。对于 G 中的任意一个顶点 v_i ，设 $R(v_i)$ 为从 v_i 可以到达的顶点集合（包括 v_i 本身）。定义 $min(v_i) = \min_{v_j \in R(v_i)} j, 1 \leq i \leq n$ ，即从 v_i 出发能到达的最小顶点。请给出一个时间复杂度为 $O(|V| + |E|)$ 的算法来计算 G 中所有顶点 v 的 $min(v)$ 。请给出伪代码，证明算法正确性以及时间复杂度。

问题 4 (20 分). 设 $G = (V, E)$ 为一个有向图，设计一个算法，在 $O(|V| + |E|)$ 时间内判断 G 中是否存在奇数长度的环路。请给出伪代码，证明算法正确性以及时间复杂度。

问题 5 (10 分). 很多时候我们希望最小生成树满足一些特定的性质：给定一个带权的无向图 $G = (V, E)$ 和 V 的一个子集 S ，请找出 G 中权重最小的生成树使得 S 中的点都为该生成树的叶子