

系统的时域分析

一. 卷积的介绍

卷积是一种基本的数学操作，它在信号处理中有着广泛的应用。它可以用来实现信号的滤波、特征提取和信号处理等方面。

卷积在信号处理中的应用非常广泛。例如，在音频信号处理中，卷积可以用来模拟不同的房间、空间或者声学环境下的声音效果。在图像处理中，卷积可以用来实现图像的模糊、锐化和边缘检测等操作。此外，在机器学习中，卷积神经网络(CNN)也是一种非常重要的模型，它可以通过卷积层来提取输入数据的特征。

卷积操作的核心思想是利用一个固定的窗口(卷积核)在信号上滑动，并对窗口中的信号进行加权平均或其他操作。这个窗口的大小和形状可以根据具体的需求进行调整。卷积的结果通常是一个新的信号，其中包含了输入信号和卷积核的加权平均值。

总之，卷积在信号处理中是一种非常有用的工具，可以用来滤波、特征提取和信号处理等方面，可以广泛应用于音频、图像和机器学习等领域。

二. 连续信号卷积的离散化形式

$$r_{zs}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(\tau)h(t - \tau)d\tau$$

$$r_{zs}(t) \approx \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e(m\Delta t)h(n\Delta t - m\Delta t)\Delta t$$

三. 两组信号的卷积

1. 第一组函数的卷积

我选择的第一组函数是 $\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 5) * \varepsilon(t) - \varepsilon(t - 5)$ 。

通过下面的计算，我们得到了卷积的结果。

$$\begin{aligned} & \varepsilon(t) - \varepsilon(t - 5) * \varepsilon(t) - \varepsilon(t - 5) \\ &= t\varepsilon(t) - (t - 5)\varepsilon(t - 5) - (t - 5)\varepsilon(t - 5) + (t - 10)\varepsilon(t - 10) \\ &= \begin{cases} t, 0 \leq t < 5 \\ 10 - t, 5 \leq t < 10 \\ 0, \text{其他} \end{cases} \end{aligned}$$

画出这两个函数卷积的 Matlab 文件如下。

```
dt = 0.01;  
T = 5;  
x = 0: dt: T;  
f1 = zeros(1, length(x));  
f1(x >= 0) = 1;  
f2 = f1;  
figure(1)  
plot(x, f1, 'r', x, f2, 'g');  
f = conv(f1, f2) * dt;  
xf = 2 * x(1): dt: 2 * x(end);  
figure(2)  
plot(xf, f)
```

代码的运行结果如图 1 所示。

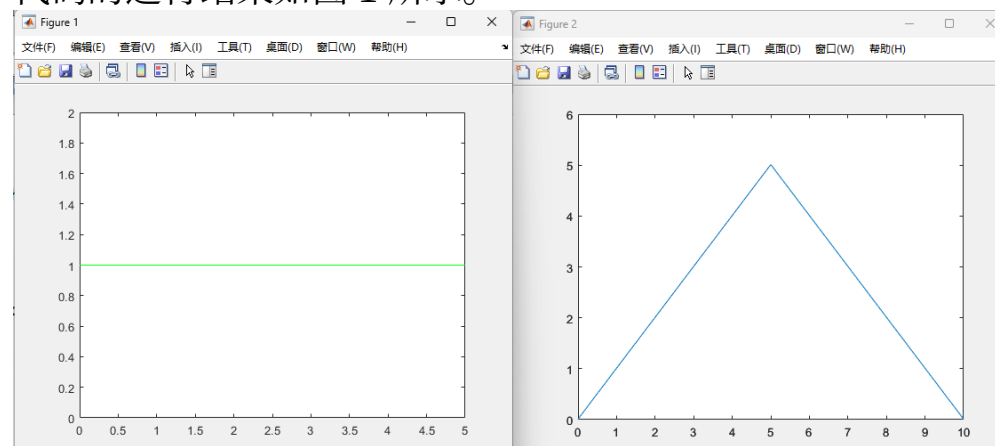


图 1 第一组函数的卷积的 Matlab 运行结果

通过比较图 1 中的仿真结果和理论计算结果,发现理论计算与仿真结果一致。

2. 第二组函数的卷积

我选择的第二组函数是 $e^{-t}\varepsilon(t) * (\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 5))$ 。

通过下面的计算,我们得到了卷积的结果。

$$\begin{aligned} & e^{-t}\varepsilon(t) * (\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 5)) \\ &= (1 - e^{-t})[\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 1)] + (e - 1)e^{-t}\varepsilon(t - 1) \end{aligned}$$

画出这两个函数卷积的 Matlab 文件如下。

```
dt = 0.01;  
T = 5;  
x = 0: dt: T;  
f1 = (x > 0) - (x > 1);  
f2 = exp(-x);  
figure(1)  
plot(x, f1, 'r', x, f2, 'g');  
f = conv(f1, f2) * dt;  
xf = 2 * x(1): dt: 2 * x(end);  
figure(2)  
plot(xf, f)
```

代码的运行结果如图 2 所示。

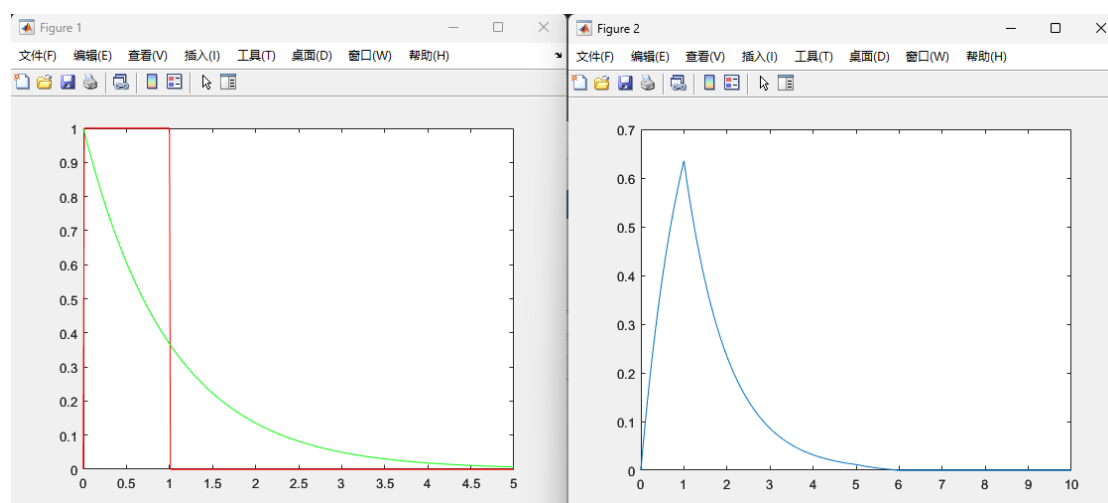


图 2 第二组函数的卷积的 Matlab 运行结果

通过比较图 2 中的仿真结果和理论计算结果,发现理论计算与仿真结果一致。

四. 对实际信号进行卷积计算

理论: 建立冲激信号系统, 将已知信号作为激励与冲激信号进行卷积获得音效改变的输出信号。冲激信号我选择的是一个较短的声音, 已知信号我选择的是实验一中使用过的一首歌的前奏。

生成卷积的代码如下所示。卷积后的音频保存为 out.wav。

```
A = audioread('audio.wav');
A = A(:,1);
subplot(3,1,1);
plot(A);
[D, Fs] = audioread('dirac.wav');
D = D(:,1);
subplot(3,1,2);
plot(D);
C = conv(A,D);
C = C * 0.01;
audiowrite("out.wav", C, Fs);
subplot(3,1,3);
plot(C);
```

代码运行结果如图 3 所示。

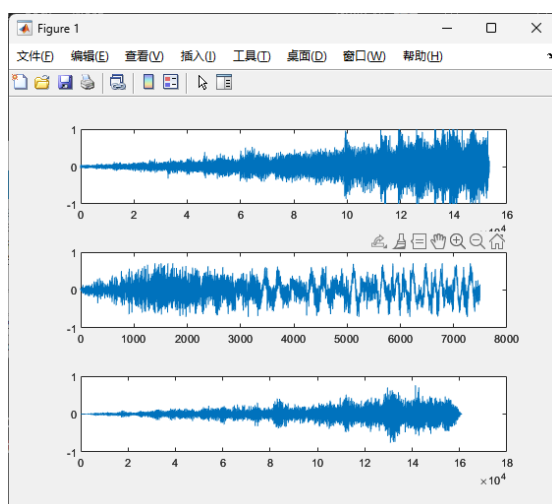


图 3 第二组函数的卷积的 Matlab 运行结果

通过比较原始音频和卷积后的音频,发现输出的音频在听觉上无法分辨任何乐器,整体感觉更混乱了。该卷积核没有起到任何作用。