套卷

一、 简述题 （每题 5 分，共 20 分）

电位/法向导数确认，静电场确认

1．试简述静态场的唯一性定理？唯一性的物理意义？

2． 简述磁通连续性原理，并写出其数学表达式。 $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$

3． 什么是电磁波的色散特性？色散对传输的信号将会产生什么影响？

4．什么是均匀平面电磁波？ 任意时刻 E、H 相位振幅方向相同

5. 试简述静电场与恒定电场的异同点。

6. 电容的容量与哪些因素有关？什么叫击穿？

二、（10 分）矢量函数 $\vec{A} = -yx^2\hat{a}_x + yz\hat{a}_z$，试求

（1） $\nabla\cdot\vec{A}$ 　　 $\nabla\cdot\vec{A} = -2xy + y$

（2） $\nabla\times\vec{A}$ 　　 $\nabla\times\vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -yx^2 & 0 & yz \end{vmatrix} = z\hat{a}_x + x^2\hat{a}_z$

三、（10 分）已知自由空间中某平面波的时间表达式

$$\vec{E} = \hat{a}_x\cos(\omega t - \beta z) + \hat{a}_y 2\sin(\omega t - \beta z),$$

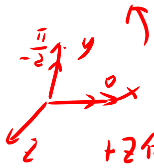
（1） 试写出其复数表达式，并且判断其极化形式； 右旋 椭圆极化

（2） 求出其平均坡印廷矢量

(1) $\vec{E} = \hat{a}_x\cos(\omega t - \beta z) + \hat{a}_y 2\sin(\omega t - \beta z)$

$= \hat{a}_x e^{-j\beta z} + 2\hat{a}_y e^{-j\beta z}\cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$= (\hat{a}_x - \hat{a}_y 2j)e^{-j\beta z}$



+z传播 ⇒ 右旋

$\vec{H} = \frac{1}{\eta_0} a_z \times \vec{E} = \frac{1}{120\pi}(\hat{a}_y - 2j\hat{a}_x)e^{-j\beta z}$

$S_{av} = \frac{1}{2}Re(\vec{E}\times\vec{H}^*) = \frac{1}{48\pi}\hat{a}_z$

四、（10 分）一个点电荷$+q$位于$(-a,0,0)$处，另一个点电荷$-2q$位于$(a,0,0)$处，其中$a>0$。

（1）求出空间任一点(x,y,z)处电位的表达式；

（2）求出电场强度为零的点。

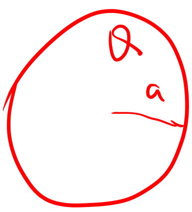
$\phi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{2}{r_2}\right)$　　设 A $(m,0,0)$

$r_1=\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}$　　$m=-(3+2\sqrt{2})a$

$r_2=\sqrt{(x-a)^2+y^2+z^2}$

球/柱

五、（10 分）真空中有一带电球体，半径为a，所带总的电量为Q，假设电荷均匀分布在球体内，计算该球内外的电场强度。



$r<a$时　$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=Q$

即　$4\pi r^2\varepsilon_0 \vec{E}=\frac{r^3}{a^3}Q$　　$\vec{E}=\frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$

$r>a$时　$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=Q$

即　$4\pi r^2\varepsilon_0\vec{E}=Q$

$\vec{E}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

综上　$E=\begin{cases}\frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\hat{a}_r, & r<a\\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{a}_r, & r>a\end{cases}$

六、（10 分）设无限长直导线与矩形回路共面，其电流分别为I_1和I_2（如图 1 所示），求（1）无限长直线电流在空间任意点产生的磁通密度；　B

（2）求此导线与矩形回路之间的互感。　$M=\frac{\psi}{I_1}$

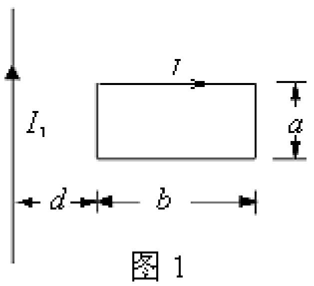


图 1

(1) $\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=I_1$

$2\pi\rho\cdot\frac{\vec{B}}{\mu_0}=I_1$

$\vec{B}=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\rho}\hat{a}_\rho$

(2) $\psi=\int_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=a\int_d^{d+b}\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\rho}d\rho=\frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi}\ln\frac{d+b}{d}$

$M=\frac{\psi}{I_1}=\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln\frac{d+b}{d}$

边界条件

七、（10 分）设 $z=0$ 为两种媒质的分界面，$z>0$ 为空气，其介电常数为 $\varepsilon_1=\varepsilon_0$，$z<0$ 为相对介电常数 $\varepsilon_{r2}=5$ 的媒质 2。已知空气中的电通量密度为

$$\vec{D}_1 = 5\hat{a}_x + 3\hat{a}_z,$$

$5\varepsilon_0$

求（1）空气中的电场强度，（2）媒质 2 中的电通量密度。

(1) $\vec{E}_1 = \dfrac{\vec{D}_1}{\varepsilon_0} = \dfrac{5}{\varepsilon_0}\hat{a}_x + \dfrac{3}{\varepsilon_0}\hat{a}_z$

(2) $E_{2x} = E_{1x} = \dfrac{5}{\varepsilon_0}$ $\quad D_{2x} = 25$

$D_{2z} = D_{1z} = 3$

得 $\vec{D}_2 = 25\hat{a}_x + 3\hat{a}_z$

八、（10 分）设沿 $+z$ 方向传播的均匀平面电磁波垂直入射到理想导体，如图 2 所示，该电磁波为沿 x 方向的线极化，设电场强度幅度为 E_0，相位常数为 β。

(1) 试写出入射波电场和磁场的表达式；

(2) 求出反射系数。

(3) 写出反射波的电场和磁场表达式。

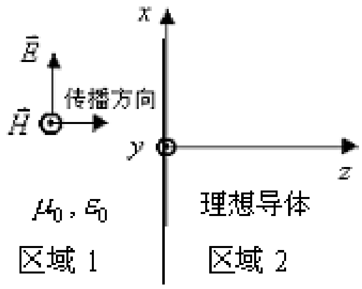


图 2

$R = \dfrac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}$

$T = \dfrac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1}$

$1+R=T$

(1) $\vec{E} = \hat{a}_x E_0 e^{-j\beta z}$

$\vec{H} = \dfrac{1}{\eta_0}\hat{a}_z \times \vec{E} = \hat{a}_y \dfrac{E_0}{\eta_0} e^{-j\beta z}$

(2) $\vec{E}_r = \hat{a}_x R E_0 e^{j\beta z}$ 切向分量连续 $1+R=0$

(3) $\vec{E}_r = -\hat{a}_x E_0 e^{j\beta z}$

$\vec{H}_r = \dfrac{1}{\eta_0}(-\hat{a}_z)\times\vec{E}_r = \hat{a}_y \dfrac{E_0}{\eta_0} e^{j\beta z}$

九、（10 分）如图 3 所示的二维区域，上部保持电位为U_0，其余三面电位为零，

（1） 写出电位满足的方程和电位函数的边界条件 课本 P77 3-3

（2） 求槽内的电位分布

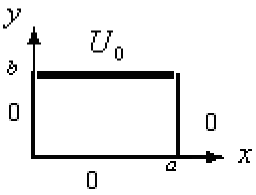


图 3

(1) 由 $\frac{\partial^2\phi}{\partial^2 x}+\frac{\partial^2\phi}{\partial^2 y}=0$ (拉普拉斯方程)

边界 $\phi\big|_{y=b\ 0\le x\le a}=U_0$

$\phi\big|_{\substack{x=a/b\ 0\le y\le a \\ y=0\ 0\le x\le a}}=0$

(2) $\varphi(x,y)=f(x)g(y)$

$$\begin{cases}\frac{d^2f}{dx^2}+k_x^2 f=0\\ \frac{d^2f}{dy^2}+k_y^2 g=0\\ k_x^2+k_y^2=0\end{cases}$$

结合 $\varphi\big|_{x=0}=\varphi\big|_{x=a}=\varphi\big|_{y=0}=0$

通解: $\varphi(x,y)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\sinh\left(\frac{n\pi}{a}y\right)$

结合 $\varphi\big|_{y=b}=\sum_{n=0}^{\infty}A_n\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\sinh\left(\frac{n\pi}{a}b\right)=U_0$

得 $A_n=\frac{2U_0}{n\pi\sinh\left(\frac{n\pi}{a}b\right)}(1-\cos n\pi)$

$$\varphi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2U_0}{n\pi\sinh\left(\frac{n\pi b}{a}\right)}(1-\cos n\pi)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\sinh\left(\frac{n\pi}{a}y\right)$$

二卷

院系 电子信息学院 年级 级 专业_

学号_姓名_成绩_

一、**简述题** （每题 5 分，共 20 分）

1．简述亥姆霍兹定理，并说明其意义。

2．试简述其静电场的性质，并写出其基本方程。 $\vec{J}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

3．写出位移电流的表达式，它的提出有何意义？

4．什么是边界条件？试写出恒定磁场中两种理想磁介质分界面磁场强度所满足边界条件的表达式。

二、（10 分）两点电荷$q_1=8\mathrm{C}$，位于z轴上$z=4$处，$q_2=-4\mathrm{C}$位于y轴上$y=4$处，求

$\left(\nabla\frac{1}{r}=-\frac{1}{r^3}\vec{r}\right)$

（1）点$(4,0,0)$处的电位

（2）点$(4,0,0)$处的电场强度

(2) $\vec{E}=-\nabla\phi=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^3}\vec{r_1}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^3}\vec{r_2}$

$\vec{E}=\frac{\hat{a}_x+\hat{a}_y-2\hat{a}_z}{32\sqrt{2}\,\pi\varepsilon_0}$

(1) $\phi=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$

$=\frac{1}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$

$r_1=\sqrt{x^2+y^2+(z-4)^2}$ 代入 $x=4\quad y=0\quad z=0$

$r_2=\sqrt{x^2+(y-4)^2+z^2}$ $\phi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}}$

三、（10 分） 标量场 $\psi(x,y,z)=x^2y^2+e^z$，

（1）求出其在点 $P(1,-1,0)$ 处的法线

（2）求该法线与矢量 $\vec{A}=2\hat{a}_x+2\hat{a}_z$ 的夹角。

(1) $\nabla\psi=\hat{a}_x 2xy^2+\hat{a}_y 2x^2y+\hat{a}_z e^z$

$\nabla\psi|_P=\hat{a}_x 2-\hat{a}_y\cdot 2+\hat{a}_z$

(2) $\dfrac{\nabla\psi|_P\cdot\vec{A}}{|\ |\cdot|\ |}=\dfrac{4+2}{2\sqrt{2}\cdot 3}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\theta=45^\circ$

四、（10 分）同轴线内导体半径为 a，外导体半径为 b，内、外导体间介质介电常数为 ε，其间电压为 U

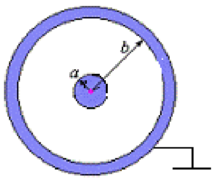


图 1

（1）求 $\rho<a$ 处的电场强度 $\vec{E}$

（2）求 $a<\rho<b$ 处的电通量密度矢量 $\vec{D}$

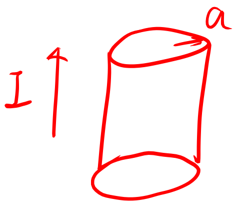
(1) $\vec{E}=0$

(2) 设单位长度带电荷 ρ_l

做柱面则 $\vec{D}=\dfrac{\rho_l}{2\pi\rho}\hat{a}_\rho$ $\vec{E}=\hat{a}_\rho\dfrac{\rho_l}{2\pi\varepsilon\rho}$，$a<\rho<b$

$\int_a^b\vec{E}\cdot d\vec{l}=U$ 得 $\rho_l=\dfrac{2\pi\varepsilon U}{\ln\frac{b}{a}}$ $\vec{D}=\hat{a}_\rho\dfrac{\varepsilon U}{\rho\ln\frac{b}{a}}$

五、（10 分）真空中有一无限长的导体圆柱，其半径为 a，其中流过的总电流为 I，求圆柱内外任意点处的磁场强度。



$\rho<a$ $\oint_l\vec{H}\cdot d\vec{l}=I$

$\vec{H}\cdot 2\pi\rho=\dfrac{\pi\rho^2}{\pi a^2}I$

$\vec{H}=\dfrac{\rho}{2\pi a^2}I\cdot\hat{a}_\rho$

$\rho>a$ $\oint_l\vec{H}\cdot d\vec{l}=I$

$\vec{H}\cdot 2\pi\rho=I$

$\vec{H}=\dfrac{I}{2\pi\rho}\hat{a}_\rho$

六、（10 分）某矢量场的表达式为 $\vec{F}=\hat{a}_x(-y)+\hat{a}_y xz+\hat{a}_z xy^2$，问该矢量场是否可能为某区域的磁通密度？若是，求出其相应的电流密度。

定义 $\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$ $\nabla\cdot\vec{B}=0$ $\nabla\times\nabla\times\vec{A}=\nabla\times\vec{B}=\mu_0\nabla\times\vec{H}=\mu_0\vec{J}$

(1) $\nabla\cdot\vec{F}=0+0+0=0$

(2) $\nabla\times\nabla\times\vec{A}=\mu_0\vec{J}$

$\nabla\times\vec{F}=\mu_0\vec{J}$

$\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ -y & xz & xy^2\end{vmatrix}=(2xy-x)\hat{a}_x-y^2\hat{a}_y+(z+1)\hat{a}_z$

$\vec{J}=\dfrac{1}{\mu_0}\left[(2xy-x)\hat{a}_x-y^2\hat{a}_y+(z+1)\hat{a}_z\right]$

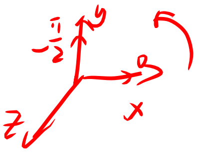
七、（10 分）在无源的自由空间中，电场强度复矢量的表达式为

$\vec{E} = \left(\hat{a}_x 3E_0 - j\hat{a}_y 4E_0\right)e^{-j2z}$

（1） 写出其时间表达式，并判断其属于什么极化。

（2） 平均坡印廷矢量

(1) $\vec{E} = \hat{a}_x 3E_0\cos(\omega t-2z) + \hat{a}_y 4E_0\sin(\omega t-2z)$



右旋

右旋椭圆极化

(2) $S_{av} = \frac{E_{om}^2}{2\eta_0}\vec{a}_z = \frac{25E_0^2}{240\pi}\vec{a}_z$

$= \frac{5E_0^2}{48\pi}\vec{a}_z$

八、（10 分）一平面波从自由空间垂直入射到位于 $z=0$ 的理想导体板上，其电场强度的复数表达式为

$\vec{E} = \hat{a}_x E_0 e^{-j\beta z}$ V/m

（1） 入射波磁场的复数表达式

（2） 求反射系数

（3） 反射波磁场的表达式；

（4） 求导体板上的感应电流

(1) $\vec{H}_E = \frac{1}{\eta_0}\hat{a}_z \times \vec{E} = \hat{a}_y \frac{E_0}{\eta_0} e^{-j\beta z}$

(2) $R = -1$

(3) $\vec{H}_r = \hat{a}_y \frac{E_0}{\eta_0} e^{j\beta z}$

(4) $\vec{J}_s = -\hat{a}_z \times (\vec{H}_r + \vec{H}_E)\big|_{z=0}$

$= \hat{a}_x \frac{2E_0}{\eta_0}$

九、（10 分）如图 2 所示的导体槽，底部保持电位为U_0，其余两面电位为零，

（1） 写出电位满足的方程；

（2） 求槽内的电位分布

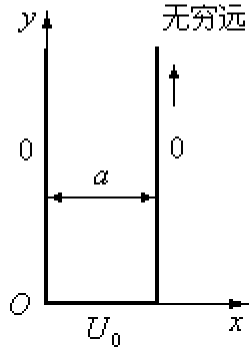


图 2

(1) $\nabla^2\phi(x,y)=\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0$

(2) $\phi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2U_0}{n\pi}(1-\cos n\pi)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)e^{-\frac{n\pi}{a}y}$

苏州大学 电磁场与电磁波 课程期末模拟试卷

共 6 页　　　　考试形式 闭 卷　　　　2018 年 12 月

得分

一、简述题（每题 5 分，共 20 分）

1. 试简述静电场的唯一性定理的内容。
2. 写出位移电流的概念、表达式，它的提出有何意义？
3. 趋肤效应含义的表述。
4. 什么是电磁波的色散特性？色散对传输的信号将会产生什么影响？

得分

矢量函数 $\vec{A} = -yx^2\hat{a}_x + yz\hat{a}_z$，试求

（1）$\nabla\cdot\vec{A}$；

（2）$\nabla\times\vec{A}$。

(1) $\nabla\cdot\vec{A} = -2xy+y$

(2) $\begin{vmatrix} \hat{a_x} & \hat{a_y} & \hat{a_z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -yx^2 & 0 & yz \end{vmatrix} = z\hat{a_x} + x^2\hat{a_z}$

得分

已知自由空间中某平面波的时间表达式

$$\vec{E} = \hat{a}_x\cos(\alpha t - \beta z) + \hat{a}_y 2\sin(\alpha t - \beta z)$$

（1） 试写出其复数表达式，并且判断其极化形式；

（2） 求出其平均坡印廷矢量。

(1) $\vec{E} = (\hat{a_x} - 2j\hat{a_y})e^{-j\beta z}$　　右旋椭圆极化

(2) $\vec{S_{av}} = \frac{E_{om}^2}{2\eta_0}\hat{a_z}$

$= \frac{5}{240\pi}\hat{a_z}$

$= \frac{1}{48\pi}\hat{a_z}$

得分

如图 1 所示为同轴电缆，内导体半径为a，外导体半径为b，内、外导体间充满介电常数为ε的介质，其间电压为U，试求：

（1）空间各处的电场强度；

（2）单位长度的电容。

同前

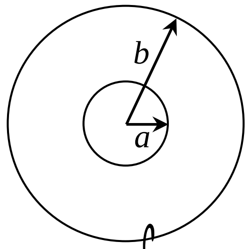


图 1

得分

五、（10 分）

设无限长直导线与矩形回路共面，其电流分别为I_1和I_2（如图 2 所示），试求：

（1）无限长直线电流在空间任意点产生的磁通密度；

（2）求此导线与矩形回路之间的互感。

同前

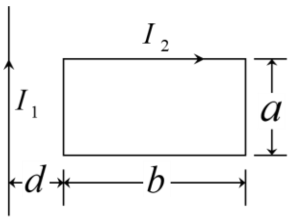


图2

得分

六、（10 分）

如图 3 所示的二维区域，上部保持电位为U_0，其余三面电位为零。

（1） 写出电位满足的方程和电位函数的边界条件；

（2） 求槽内的电位分布。

同前

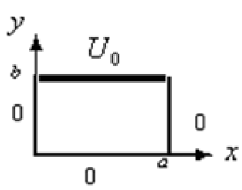


图 3

得分

七、（10 分）

一平面波从自由空间垂直入射到位于 $z=0$ 的理想导体板上，其电场强度的复数表达式为 $\dot{\bar{E}}=\hat{a}_x E_0 e^{-j\beta z} V/m$，试求：

（1）入射波磁场的复数表达式；

（2）反射系数和透射系数；

（3）反射波磁场的表达式。

/

得分

无耗媒质的相对介电常数 $\varepsilon_r=4$，相对磁导率 $\mu_r=1$，一平面电磁波沿+z 方向传播，其电场强度的表达式为 $\bar{E}=\hat{a}_y E_0 \cos\left(6\times10^8 t-\beta z\right)$，试求：

（1）电磁波的相速；

（2）波阻抗和 β；

（3）磁场强度的瞬时表达式；

（4）平均坡印廷矢量。

(1) $V_p=\frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}=\frac{c}{2}$

(2) $\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=\sqrt{\frac{\mu_0\mu_r}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}=\frac{1}{2}\cdot 120\pi=60\pi \ \Omega$

$\beta=\frac{w}{V_p}=4$

(3) $\vec{E}=\hat{a_y} E_0 e^{-j4z}$

$\vec{H}=\frac{1}{\eta}\cdot\hat{a_z}\times\vec{E}=-\hat{a_x}\cdot\frac{E_0}{60\pi}e^{-j4z}$

(4) $\hat{S_{av}}=\frac{E_{0m}^2}{2\eta}\hat{a_z}=\hat{a_z}\frac{E_0^2}{120\pi}$

得分

什么是趋肤效应？描述用同轴线代替双导线来传输高频信号的理由。

趋肤效应：高频电磁波只集中在良导体的表面薄层，而在良导体内部则几乎无高频电磁波存在。

在传输高频信号时，导线上的电流集中在导线的表面，这相当于减小了导线的有效截面积，从而增大了导线电阻，为了减小电阻，只有增大导线的截面，所以人们在高频时多用多股线或者同轴线代替单根导线。