8

苏州大学 数字信号处理 课程试卷 （A）卷 共6页

考试形式 闭 卷 2024年 1 月

院系 电子信息学院 年级 21 专业 电子信息工程

学号 2115404005 姓名 袁帅 成绩

总 分	题 号	一	二	三	四			
	题 分	30	35	20	15			
合分人	得 分	30	35	19	12			

96

得分
30

一、课程教学目标 1（共 30 分）

掌握数字信号处理的理论和知识体系所需的基本数理知识，并能将信号处理理论用于描述和分析实际系统的解决方案。

8

1、（8 分）已知一连续信号为 $x(t)=\cos(2\pi f_1 t)+\cos(2\pi f_2 t)$，其中 $f_1=1605Hz$ 和 $f_2=1645Hz$。若以采样频率 $f_s=10kHz$ 对该信号进行采样，用 DFT 近似分析其频谱时，能够分辨这两个谱峰需要最少的样本点数是多少？

$$|f_1-f_2| \geqslant 2\Delta f = \frac{2f_s}{N} \quad \therefore N \geqslant \frac{20000}{40} = 500 \quad 至少500个$$

12

2、（12 分）已知模拟滤波器的系统函数 $H(s)=\dfrac{2}{(s+3)(s+5)}$，设采样周期为 T

（1）用脉冲响应不变法求相应的数字滤波器的系统函数 $H_1(z)$；

（2）用双线性变换法求相应的数字滤波器的系统函数 $H_2(z)$。

（3）相较于脉冲响应不变法，双线性变换法的主要特点是什么？

(1) $H(s)=\dfrac{1}{s+3}-\dfrac{1}{s+5} \Rightarrow H_1(z)=\dfrac{1}{1-e^{-3T}z^{-1}}-\dfrac{1}{1-e^{-5T}z^{-1}}$

(2) $H_2(z)=H(s)\big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}=\dfrac{2}{\left(\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+3\right)\left(\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+5\right)}$

(3) 双线性变换法可以解决多值映射问题，从而解决脉冲响应存在的频谱混叠问题。但其非线性变换，在高频处有更严重的失真。

10

96

3、（10分）设 $x_1(n)=2\delta(n)+\delta(n-1)+3\delta(n-2)+4\delta(n-3)$

$x_2(n)=3\delta(n)+2\delta(n-1)+4\delta(n-2)+\delta(n-3)$

（1）计算线性卷积结果；

（2）计算上述两个信号的循环卷积结果。

1) $x_1(n)*x_2(n)=\sum_{m=0}^{3}x_1(m)\cdot x_2(n-m). = x_1(0)x_2(n)+x_1(1)x_2(n-1)+x_2(2)x_2(n-2)+x_1(3)x_2(n-3) = 6\delta(n)+7\delta(n-1)+19\delta(n-2)+24\delta(n-3)+21\delta(n-4)+19\delta(n-5)+4\delta(n-6)$

(2) $x_1(n)\odot x_2(n)=[\tilde{x}_1(n)\circledast\tilde{x}_2(n)]R_3(n)=[\sum_{m=0}^{3}\tilde{x}_1(m)\cdot\tilde{x}_2(n-m)]R_4(n).$

$=[\tilde{x}_1(0)\tilde{x}_2(n)+\tilde{x}_1(1)\tilde{x}_2(n-1)+\tilde{x}_2(2)\tilde{x}_2(n-2)+\tilde{x}_1(3)\tilde{x}_2(n-3)]R_4(n).$

设 $y(n)=x_1(n)\odot x_2(n)$ 有 $y(0)=27$ $y(1)=26$ $y(2)=23$ $y(3)=24$，其他值都为0

得分
35

二、课程教学目标2（共35分）

具备数字信号处理的基础知识，能使用数学、自然科学、工程基础和专业知识分析实际工程中的结构、信号等相关具体问题。

10

4、（10分）已知一线性常系数差分方程 $y(n)-ay(n-1)=x(n)$ 表示一个因果 LSI 系统的输入输出关系。

求（1）系统函数及其收敛域；

（2）如果要求系统稳定，参数 a 的取值范围是多少？

（3）画出该系统的信号流图。

(1) 双边做 z 变换

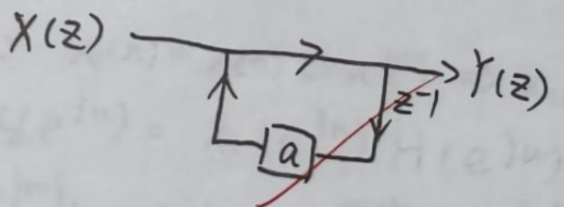
$Y(z)(1-az^{-1})=X(z)$

$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1}{1-az^{-1}}$. $|z|>|a|$.

(2) 要求 极点在单位圆内

则 $|a|<1$ 故 $-1<a<1$

(3).



5、（12 分）设一个离散系统的频率响应如下

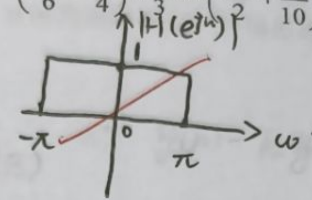
$$H(e^{j\omega})=\begin{cases}+j & -\pi<\omega<0\\ -j & 0<\omega\le\pi\\ 0 & \omega=0\end{cases}$$

（1）画出 $-\pi<\omega<\pi$ 范围的幅频响应 $\left|H(e^{j\omega})\right|$；

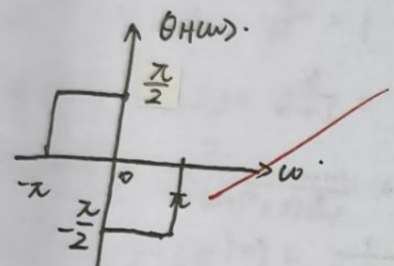
（2）画出 $-\pi<\omega<\pi$ 范围的相频响应 $\theta_H(\omega)$；

（3）求输入信号为 $x(n)=\cos\left(\frac{\pi n}{10}\right)+\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi n}{6}-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{3}\cos\left(\frac{\pi n}{2}+\frac{\pi}{10}\right)$ 时，系统的输出 $y(n)$。

1)



(2)



(3)

$$y(n)=\cos\left(\frac{\pi n}{10}-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi n}{6}-\frac{3}{4}\pi\right)+\frac{1}{3}\cos\left(\frac{\pi}{2}n-\frac{2}{5}\pi\right)$$

$$=\sin\left(\frac{\pi n}{10}\right)+\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi n}{6}-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{3}\sin\left(\frac{\pi n}{2}+\frac{\pi}{10}\right).$$

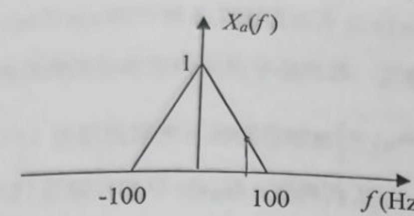
13

6、（13 分）设有模拟信号 $x_a(t)$，其频谱如图(1)所示。该信号经采样形成离散信号 $x(n)$，$x(n)$ 经图(2)所示的处理后得到输出 $y(n)$。图(2)中 LSI 系统的频率响应如图(3)所示。

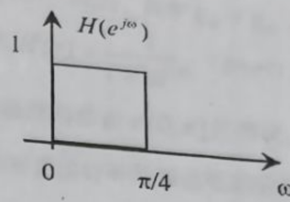
（1）分别画出采样频率为 800Hz 和 150Hz 时 $x(n)$ 在 $-\pi<\omega<\pi$ 范围内的信号频谱；

（2）求图(2)中 LSI 系统的单位脉冲响应；

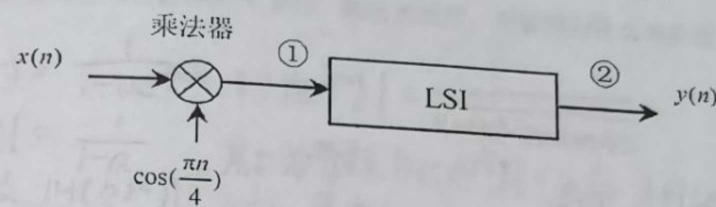
（3）求采样频率 $f_s=800Hz$ 时，图(2)中 ① 和 ② 处在 $-\pi<\omega<\pi$ 范围内的信号频谱。



图(1)



图(3)



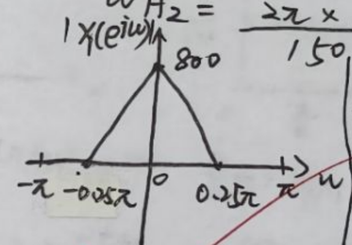
图(2)

(1) $\omega_H=\dfrac{2\pi f_H}{f_s}$

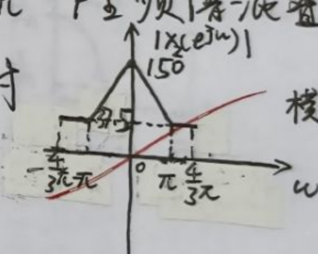
$\omega_{H_1}=\dfrac{2\pi\times100}{800}=0.25\pi$

$\omega_{H_2}=\dfrac{2\pi\times100}{150}=\dfrac{4}{3}\pi$ 产生频谱混叠.

$f_s=800$ Hz 时



$f_s=150$Hz 时



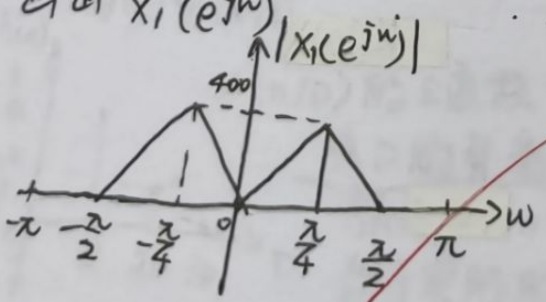
模纵坐标变为 37.5

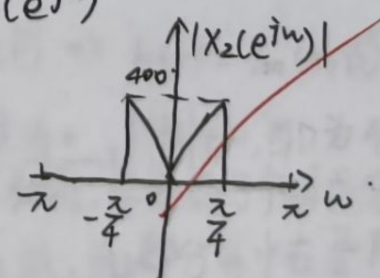
(2) $h(n)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}H(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega=\dfrac{\sin(\frac{\pi}{4}n)}{\pi n}$

(3). ①处 $x_1(n)=x(n)\cos(\frac{\pi n}{4}) \Rightarrow X_1(e^{j\omega})=\frac{1}{2}[X(e^{j(\omega-\frac{\pi}{4})})+X(e^{j(\omega+\frac{\pi}{4})})]$

$X_2(e^{j\omega})=X_1(e^{j\omega})H(e^{j\omega})$

画出 $X_1(e^{j\omega})$ 可得 $X_2(e^{j\omega})$





得分
19

三、课程教学目标 3（共 20 分）

具备对常用信号、线性系统的特性、功能及应用进行分析和理解的基础能力，能够理解滤波器、调制解调系统以及信号的时频特性和基本构成原理，能够对实际工程问题和应用对象进行方案分析。

10

7、（10 分）已知系统函数 $H(z)=\dfrac{z}{z-k}$（k 为常数）

（1）写出该系统的差分方程；

（2）求出 k=0，0.5，－0.5 三种情况下系统的频率响应，并指出相应系统特性。

(1) $Y(z)(z-k) = X(z)\cdot z$

$Y(z)(1-kz^{-1}) = X(z) \Rightarrow y(n)-ky(n-1)=x(n).$

(2) $k=0 \quad H(z)=\frac{z}{z}=1 \Rightarrow H(e^{j\omega})=1$ 全通滤波.

$k=0.5 \quad H(z)=\frac{z}{z-0.5}=\frac{1}{1-0.5z^{-1}} \Rightarrow H(e^{j\omega})=\frac{1}{1-0.5e^{-j\omega}}$

$\therefore |H(e^{j\omega})|=\frac{2}{\sqrt{(2-\cos\omega)^2+\sin^2\omega}}=\frac{2}{\sqrt{5-4\cos\omega}}$ 低通滤波特性.

$k=-0.5 \quad H(e^{j\omega})=\frac{1}{1+0.5e^{-j\omega}} \Rightarrow |H(e^{j\omega})|=\frac{2}{\sqrt{5+4\cos\omega}}$

高通滤波特性

9

8、（10 分）利用窗函数法设计 FIR 数字低通滤波器，其技术指标要求如下：

f_s=10000Hz　A=75dB　f_p=2250Hz　f_r=2500Hz

（1）给出用窗函数法设计线性相位 FIR 数字低通滤波器的主要步骤及关键公式；

（2）简述不同窗函数类型对阻带衰减的影响。

(1) ① 求出通、阻带衰减频率，过渡带 $\Delta\omega$，截止频率 ω_c，衰减等

$\omega_p=\frac{2\pi f_p}{f_s}=\frac{9}{20}\pi=0.45\pi \quad \omega_r=\frac{2500\times 2\pi}{10000}=0.5\pi$

$\Delta\omega=\omega_r-\omega_p=0.05\pi \quad \omega_c=\frac{\omega_r+\omega_p}{2}=0.475\pi$

② 计算理想低通滤波器的单位脉冲响应.

$h(n)=\frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n}$

③ 选择窗函数 $w(n)$，对 $h(n)$ 加窗得 $h_d(n)$，计算窗长 N

④ $h_d(n)=h(n)w(n)$.

，绘制 $h_d(n)$ 的幅频响应验证结果

(2) 从矩形窗、汉宁窗、哈明窗、布莱克曼窗、凯泽窗的顺序来说，其衰减效果逐渐变好，其中凯泽窗给出参数就可完成设计，较为精确.

—1

得分
12

四、课程教学目标 4（共 15 分）

具备对数字信号处理的分析能力，能运用基本原理、数理工具和工程方法，完成电子信息领域相关的复杂工程问题与系统单元、过程的描述与设计。

9、混响是指声音在室内经过多次衰减和反射后混合的效果，是音乐厅、剧院、礼堂等建筑物的重要声学特性。工程设计中，可用数字混响器模拟实际空间的混响效果。已知混响信号 $y(n)$ 与 $x(n)$ 的时域关系可表示为 $y(n)=\sum_{m=0}^{\infty} g_m x(n-mD)$，其中 $g_m < g_{m-1}$，且 D 为整数。梳状滤波器是常用的数字混响器，其系统函数为 $H(z)=\dfrac{1}{1-az^{-D}}$（$0<a<1$）。

（1）求梳状滤波器的幅频响应 $\left|H(e^{j\omega})\right|$，大致画出其在 $\omega\in[0,\pi]$ 的形状；

（2）若数字信号 $x(n)$ 的 z 变换为 $X(z)$，$x(n/M)$ 为对其进行补零插值得到的信号（M 为整数），证明 $x(n/M)$ 的 z 变换为 $X(z^M)$；

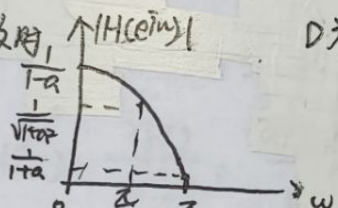
（3）求梳状滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$，画出其波形，并说明为什么该滤波器可用作数字混响器。

(1) $H(e^{j\omega})=\dfrac{1}{1-ae^{-j\omega D}}$　$|H(e^{j\omega})|=\dfrac{1}{\sqrt{1+a^2-2a\cos\omega D}}$

$|H(e^{j0})|=\dfrac{1}{1-a}$，若D为奇数 $|H(e^{j\frac{\pi}{2}})|=\dfrac{1}{\sqrt{1+a^2}}$　$|H(e^{j\pi})|=\dfrac{1}{1+a}$

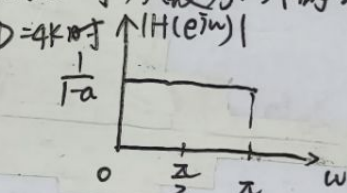
若D为偶数 $|H(e^{j\pi})|=\dfrac{1}{1-a}$，其中 $D=4K\ (K\in Z)$ 时 $|H(e^{j\frac{\pi}{2}})|=\dfrac{1}{1-a}$，其他情况下 $|H(e^{j\frac{\pi}{2}})|=\dfrac{1}{1+a}$

∴D奇数时，

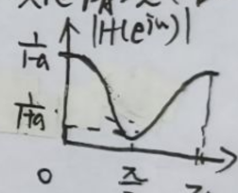


D为偶数时，大致为以下两种

D=4K时



其他情况（D=4K+2）.



−2

(2) $X'(z)=\sum_{n=0}^{\infty}x(n/M)z^{-n}$　令 $t=n/M$

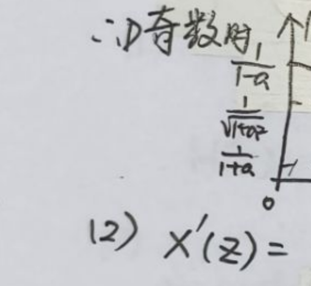
$=\sum_{t=0}^{\infty}x(t)z^{-tM}=\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-Mn}$

而 $X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n}$ 可知 当 $z=z^M$ 时，

有 $X(z^M)=X'(z)=Z[x(n/M)]$.

(3) 先求 $H_0(z)=\dfrac{1}{1-az^{-1}}\Rightarrow h_0(n)=a^n u(n)$.

由(2)中结论



$x(n/D)$ 的z变换为 $X(z^D)\Rightarrow h(n)=h_0(n/D)=a^{\frac{n}{D}}u(\frac{n}{D})$.

除D的整数倍外，全为0。例如，当D为4K+2（K∈Z）时，其频谱如(1)中的第3张图，可将部分频率成分保持较大的增益，相当于实际的反射合成，而部分集中在 $\frac{\pi}{2}$ 附近的频率使其衰减，相当于实际的多次衰减。

−1