

## 第一章

### 1. 矢量及其代数运算

矢量的乘积：标量积和矢量积

(1) 标量积  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$

(2) 矢量积  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{a}_n AB \sin \theta$

### 2. 矢量场的散度

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

3. 高斯散度定理：矢量场散度的体积分等于矢量场在包围该体积的闭合面上的法向分量沿

闭合面的面积分  $\int_V \nabla \cdot \vec{A} dV = \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$

$$4. \text{ 矢量场的旋度 } \operatorname{rot} \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

5. 任意矢量旋度的散度恒等于零。  $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) \equiv 0$ , 如果有一个矢量场  $\mathbf{B}$  的散度等于零, 则该矢量  $\mathbf{B}$  就可以用另一个矢量  $\mathbf{A}$  的旋度来表示。

6. 斯托克斯定理：矢量场  $\mathbf{A}$  的旋度沿曲面  $S$  法向分量的面积分等于该矢量沿围绕此面积曲线边界的线积分。

$$\oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S \operatorname{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

7. 标量场的梯度：我们定义一个矢量  $\mathbf{G}$ , 其方向就是函数  $u$  在  $P$  处变化率为最大的方向, 其大小就是这个最大变化率的值, 这个矢量  $\mathbf{G}$  称为函数  $u$  在点  $P$  处的梯度。

$$\nabla u = \hat{a}_x \frac{\partial u}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial u}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial u}{\partial z}$$

8. 梯度就是等值面的法向矢量 (梯度的旋度恒等于 0)  $\nabla \times \nabla u = 0$

如果一个矢量场  $\mathbf{F}$  满足  $\nabla \times \vec{F} = 0$ , 即  $\mathbf{F}$  是一个无旋场, 则矢量场  $\mathbf{F}$  可以用一个标量函数  $u$  的梯度来表示, 即  $\vec{F} = \nabla u$ , 该标量函数称为势函数, 对应的矢量场称为有势场。

9. 亥姆霍兹定理：当一个矢量场的两类源 ( $\rho_v, \vec{J}$ ) 在空间的分布确定时, 该矢量场就唯一地确定了。

研究任意一个矢量场 (如电场、磁场等) 都应该从散度和旋度两个方面去进行, 其中

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{A} = \rho_v \\ \nabla \times \vec{A} = \vec{J} \end{cases} \text{ 称此为矢量场基本方程的微分形式。}$$

或者从矢量场的通量和环量两个方面去研究，即  $\begin{cases} \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_v dV \\ \oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \end{cases}$  称为矢量场基本方程

的积分形式。

10. 任意矢量场都可以分为由标量源产生的无旋场和由矢量源产生的无散场两部分，其中无旋场一定是有势场，也称为保守场；无散场一定是有旋场，也称为连续的场。

## 第二章

1. 点电荷的电场强度  $\vec{E} = \frac{q\vec{R}}{4\pi\epsilon_0 R^3}$

2. 点电荷电位函数  $\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$

3. 电位与电场强度的关系  $\vec{E} = -\nabla\phi$

4. 带电导体球：总带电量为 Q 的导体球产生的电位和电场与集中在球心处的电荷为 Q 的点电荷所产生的的电位和电场相同，在  $r=a$  处电位是连续的，导体是一等位体，它的表面是等位面，电场在  $r=a$  处有一跃变，这是由于球面上存在面电荷的缘故，导体球的内部电场为零，而在导体的表面上只有电场的法向分量，切向分量等于零。这是在静电平衡状态下道题普遍适用的结论。

5. 电偶极子：相距很近的两个等值异号的电荷。

电偶极矩矢量： $\vec{p} = \hat{a}_z qd$ ，大小为  $p=qd$ ，方向由负电荷指向正电荷。

6. 电通量的特性：（1）与媒质无关；（2）大小仅与发出电通量的电荷有关；（3）如果点电荷被包围在半径为 R 的假想球内，则电通量必将垂直并均匀穿过球面；（4）单位面积上的电通量，即电通密度，反比与  $R^2$

7. 电通密度，电位移矢量  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ ，点电荷 q 在半径 R 处的电通密度为  $\vec{D} = \hat{a}_R \frac{q}{4\pi R^2}$

矢量分析得，穿过某个曲面 S 的电通量定义为  $\Phi = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$ ，如果  $\vec{D}$  与  $d\vec{S}$  方向相同，则穿过 S 的电通量最大。

8. 高斯定律：从封闭面发出的总电通量在数值上等于包含在该封闭面内的净正电荷。

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_v dV = Q$$

9. 静电场基本方程的积分形式 
$$\begin{cases} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_V dV = Q \\ \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \end{cases}$$

静电场基本方程的微分形式 
$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{D} = \rho_V \\ \nabla \times \vec{E} = 0 \end{cases}$$

10. 电介质的极化：通常情况下，无极分子正负电荷的作用中心是重合的，有极分子正负电荷的作用中心不相重合形成一个电偶极子，但由于分子热运动，不同电偶极子的偶极矩的方向是不规则的，因此就宏观来说，它们所有分子的等效电偶极矩的矢量和为零，因而对外不呈现电性。在外加电场的作用下，无极分子正、负电荷的作用中心不再重合，有极分子的电矩发生转向，这时它们的等效电偶极矩的矢量和不再为零，这种情况称为电介质的极化。极化的结果是在电介质内部和表面形成极化电荷，这些极化电荷在介质内激发出与外电场方向相反的电场，从而使介质中的电场不同于介质外的电场。

11. 极化强度与电场强度关系  $\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$ ，其中  $\chi_e$  称为介质的电极化率，是一个无量纲的常数，其大小取决于电介质本身的性质。

12. 任意媒质中的电通量密度：  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi_e \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \vec{E}$

13. 电容：一个导体上的电荷量与此导体相对于另一导体的电位之比定义为电容，其表达式为  $C = \frac{Q_a}{U_{ab}}$ ，电容器的电容与两导体的相对位置、几何形状、尺寸及周围空间的介质有关，而与两导体带电量的多少无关。

14. 平行双导线单位长度的电容为：  $C_0 = \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{2D}{d}}$ ，同轴线单位长度的电容：  $C_0 = \frac{2\pi \epsilon}{\ln \frac{b}{a}}$

15. 边界条件：决定分界面两侧电场变化关系的方程称为边界条件。

静电场的边界条件： 
$$\begin{cases} D_{1n} - D_{2n} = \rho_S \\ E_{1t} = E_{2t} \end{cases}$$
，两种介质：  $D_{1n} = D_{2n}$ ，当介质 2 为导体时  $D_{1n} = \rho_S$

16. 一般情况下，在两种不同介质的分界面上，电场强度  $E$  和电通量密度  $D$  一定会改变方向，只有当  $\theta_1$  或  $\theta_2$ （分界面两侧的电场与法线的夹角）等于零时，分界面上的电场方向才不改变。

17. 恒定电流：电电荷流动的速度不变，则  $i = \frac{dq}{dt} = I$ （恒定值）就称为恒定电流，也称为直流电流，对应的电场称为恒定电场。

18. 电流连续性方程： 
$$\begin{cases} \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{J} = 0 \end{cases}$$
，通过任一闭合曲面的净恒定电流为零，且导电媒质中通

过恒定电流时，其内部电流密度是无散或连续的。

19. 恒定电场沿任一闭合路径的积分等于零。 $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \nabla \times \vec{E} = 0$  或  $(\vec{E} = -\nabla \phi)$

20. 导电媒质中，电流密度与电场强度关系： $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ ，恒定电场中（与静电场不同的是），仅在理想导体内才有电场强度  $\vec{E} = 0$ 。

21. 恒定电场基本方程的积分形式和微分形式：
$$\begin{cases} \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \\ \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \end{cases} \begin{cases} \nabla \cdot \vec{J} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} = 0 \end{cases}$$

22. 恒定电场边界条件：
$$\begin{cases} J_{1n} = J_{2n} \\ E_{1t} = E_{2t} \end{cases}$$

### 第三章

#### 1. 边值问题：

(1) 已知场域边界面  $S$  上各点电位的值，即给定  $\phi|_S = f_1(S)$ ，称为第一类边界条件或狄利克利条件。这类问题称为第一类边值问题。

(2) 已知场域边界面  $S$  上各点电位法向导数的值，即给定  $\left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_S = f_2(S)$ ，称为第二类边界条件或诺依曼条件。这类问题称为第二类边值问题。

(3) 已知场域边界面  $S$  上各点电位和电位法向导数的线性组合，即给定  $\left( \phi + \beta \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) \Big|_S = f_3(S)$ ，为第三类边界条件或混合边界条件，这类问题称为第三类边值问题。

2. 静电场泊松方程： $\nabla^2 \phi = -\frac{\rho_V}{\epsilon}$ ，表示求解区域的电位分布取决于当地的电荷分布。

3. 当  $\rho_V = 0$  时，有  $\nabla^2 \phi = 0$ ，称为拉普拉斯方程。

4. 唯一性定理：在静电场中，在每一类边界条件下，泊松方程或拉普拉斯方程的解必定唯一，这称为静电场的唯一性定理。

5. 唯一性定理的意义：给出了拉普拉斯方程（或泊松方程）定理的充分必要条件，启示我们，在解拉普拉斯方程（或泊松方程）的时候，不管采用什么方法，只要能找到一个既能满足给定的边界条件，又能满足拉普拉斯方程（或泊松方程）的电位函数，则这个解就是正确的。任何一种方法求得的同一问题的解必然是完全相同的，

6. 镜像法：暂时忽略边界的存在，在所求区域之外放置虚拟电荷来代替实际导体表面上复杂的电荷分布来计算。

7. 使用镜像法时注意事项：(1) 镜像电荷是虚拟电荷 (2) 镜像电荷置于所求区域之外 (3) 导体的表面是等位面。

8. 当一个点电荷置于两平行导电平面之中时，其镜像电荷数趋于无穷。然而，对于两相交平面，若两平面夹角为 $\theta$ ，且 $360^\circ/\theta$ 为偶数，则可以用镜像法求解，此时镜像电荷的个数为 $360^\circ/\theta - 1$ ，再加上原电荷总共有 $360^\circ/\theta$ 个，对于平面边界，这些点电荷位于原电荷关于边界对称的位置上，且两者大小相等、符号相反。若 $360^\circ/\theta$ 不是偶数，则镜像电荷就会出现在所求区域内，这将改变该区域内电位所满足的方程，因而不能用镜像法求解。

9. 分离变量法：是把一个多变量函数表示成几个单变量函数乘法的方法。

## 第四章

1. 恒定磁场：当产生磁场的电流恒定时，它所产生的磁场也不随时间变化，这种磁场称为恒定磁场。

2. 磁通（量）密度： $B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \frac{\vec{I}_1 d\vec{l}_1 \times \hat{a}_R}{R^2}$ ，表示电流回路 $C_1$ 在 $R$ 处的磁通量密度，有时

也称为磁感应强度矢量。与静电场中采用的方法相似，为了方便讨论，用不带撇的坐标表示

场点，用带撇的坐标表示源点，有 $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{\vec{I} d\vec{l}' \times \hat{a}_R}{R^2}$ ，称为毕奥-萨伐尔定律，它表示

再有恒定电流 $I$ 的导线在场点 $(x,y,z)$ 或 $r$ 处所产生的磁通密度。

3. 磁通密度 $B$ 的单位为 $T$ （特斯拉），或 $Wb/m^2$ （韦伯/平方米），工业上，常因这个单位太大而选用高斯， $1G = 10^{-4}T$ 。

4. 由恒定电流产生的场是无散场或连续的场。 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

5. 一个散度为零的矢量可以用另一个矢量的旋度来表示。磁通密度的散度恒等于零，所以它可以用矢量 $A$ 的旋度来表示，即 $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

6. 库伦规范：要唯一地确定矢量 $A$ ，还必须定义 $A$ 的散度。在恒定磁场中，我们定义 $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ ，并将此约束条件称为库伦规范。

7. 磁矢位： $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{R} dV'$ ，其单位为 $Wb/m$ （韦伯/米）

8. 磁偶极子：一个微小的电流环路就可以等效为一个磁偶极子，它的磁偶极矩 $\vec{p}_m = I\vec{S}$

9. 在磁场的实验研究中已正式：一根微小的永久磁针周围的磁场分布于微小电荷环周围的磁场分布是相同的。有一种解释是永久磁针的两端极子，其磁矩为 $\vec{p}_m = q_m \vec{d}$ ，从而也一定

等效于电流回路的磁矩  $\vec{p}_m = I\vec{S}$ 。总之，电偶极子及其电场与磁偶极子及其磁场之间存在对偶关系；小电流环及其磁场与小磁针及其磁场之间具有等效关系。

10. 磁通连续性原理：  $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{B} dV = 0$  式中， $V$  为闭合曲面  $S$  所包围的体积。表示，穿过一个封闭面  $S$  的磁通量等于离开这个封闭面的磁通量，换句话说，磁通线永远是连续的。可见，恒定磁场是无散场和连续场。

11. 安培环路定律：简称安培定律，它阐明磁场强度沿任一闭合路径的线积分等于闭合路径所包围的电流，即  $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$ ，此处的电流  $I$  为闭合路径所包围面积内的净电流，它可以是任意形状导体所载的电流。

12. 恒定磁场中安培定律的微分形式。  $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$ ，表明了由恒定电流产生的磁场是有旋场。

13. 恒定磁场基本方程的积分形式和微分形式： 
$$\begin{cases} \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{B} dV = 0 \\ \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \end{cases} \quad \begin{cases} \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{H} = \vec{J} \end{cases}$$

14. 抗磁体：感受到轻微排斥力的物质，所有的有机化合物和大部分无机化合物都是抗磁体。

顺磁体：受到轻微力量拉向中心的物质称为顺磁体，像金属铝、铜等。

铁磁体：被磁力吸进去的物质称为铁磁体，如铁、磁铁矿等。

15. 在没有外加磁场时，就一般媒质而言，由于各分子磁矩的取向随机而相互抵消，对外不呈磁性，在外施磁场作用下，各分子磁矩沿磁场方向排列，磁偶极子的有序排列类似于电偶极子在电介质中的有序排列，但没有显著的区别。电偶极子的有序排列总是减弱原来的电场，而磁介质中磁偶极子的有序排列则是加强原来的磁场。媒质内部磁偶极子的有序排列，相当于沿媒质表面流动的电流，这些电流称为束缚电流，也称为磁化电流，它在内之内部产生一个附加场。

16. 对于线性、均匀、各向同性的媒质，磁矩和磁场强度的关系  $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ ， $\chi_m$  为一比例常数，称为磁化率。  $\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$ ，式中  $\mu = \mu_0 \mu_r$  为媒质的磁导率，参数  $\mu_r$  称为媒质的相对磁导率。

17. 铁磁物质的  $\mathbf{B}$  与  $\mathbf{H}$  不呈线性关系，且  $\mathbf{B}$  与  $\mathbf{H}$  的函数关系随铁磁物质的结构而异。

18. 结合媒质的极化、导电及磁化性能，对线性各向同性媒质，有下列方程 
$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{J} = \sigma \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{cases}$$

这三个方程通常叫做媒质的本构方程。

19. 恒定磁场的边界条件:  $\begin{cases} B_{1n} = B_{2n} \\ H_{1t} - H_{2t} = J_s \end{cases}$  或  $\begin{cases} \vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\ \vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \end{cases}$ , 表示, 在分界面处磁通

密度 **B** 的法向分量是连续的; 在分界面处磁场强度 **H** 的切向分量一般是不连续的, 除非分界面上的面电流密度  $J_s = 0$ 。

20. 由于导磁媒质是均匀的, 所以媒质内部无磁化电流, 在两种媒质的分界面上, 由于磁场与界面垂直, 故也没有磁化电流, 但在电流与媒质相接触的媒质分界面上, 存在磁化电流  $I_b$

21. 在线性媒质中, 一个电流回路在空间任一点产生的磁通密度 **B** 的大小与其电流 **I** 成正比, 因而穿过回路的磁通量也与回路电流 **I** 成正比。如果一个回路是由一根导线密绕成 **N** 匝组成的, 则穿过这个回路的总磁通 (称为全磁通) 等于各匝磁通之和, 也就是一个密绕线圈的全磁通等于与单匝线圈交链的磁通和匝数的乘积, 因此, 全磁通又称为磁链。

22. 自感: 当穿过回路的磁链  $\Psi$  是由回路本身的电流 **I** 产生的, 则磁链  $\Psi$  与电流 **I** 的比值定义为自感, 其表达式为  $L = \frac{\Psi}{I}$ , 自感或电感的单位为 H (亨), 它取决于回路的形状、尺寸、匝数和媒质的磁导率。

23. 若有两个彼此靠近的回路  $C_1$ 、 $C_2$ , 电流分别为  $I_1$ 、 $I_2$ , 如果回路  $C_1$  中的电流  $I_1$  所产生的磁通密度和磁矢位分别  $B_1$  和  $A_1$ , 它与回路  $C_2$  相交链的磁链为  $\Psi_{12}$ , 则

$$\Psi_{12} = \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2 = \oint_{C_2} \vec{A}_1 \cdot d\vec{l}_2, \text{ 式中 } \vec{l}_2 \text{ 的方向就是电流 } I_2 \text{ 的方向, } S_2 \text{ 的方向与电流 } I_2 \text{ 的方向遵循右手螺旋法则。}$$

则  $\Psi_{12}$  与  $I_1$  的比值定义为互感:  $M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_1}$ , 互感的大小不仅取决于

回路的形状、尺寸、匝数和媒质的磁导率, 还与两个回路的相互位置有关, 互感的正负则取决于通过两回路电流的方向。

24. 磁耦合: 磁耦合也称为磁场耦合, 在低频电路中又称为电流耦合。

## 第五章

1. 静电场是由静止的且其电量不随时间变化的电荷所产生的, 恒定磁场是由恒定电流所产生的; 静电场是保守场, 因为其旋度等于零; 恒定磁场是连续的, 因为其散度等于零。由于静电场和恒定磁场都不随时间变化, 因此统称为静态场。静态场的突出特点是电场和磁场各自独立, 即在没有恒定磁场时静电场也可存在, 反之亦然。当电荷或电流随时间变化时, 它们所产生的电场和磁场也随时间变化, 且随时间变化的电场可以产生时变磁场, 时变磁场也可以产生电场, 电场和磁场不可分割地成为统一的电磁现象。

2. 时变电磁场: 随时间变化的电磁场, (动态场) 时变电磁场的核心理论是麦克斯韦方程。

3. 法拉第指出: 当穿过线圈所包围面积 **S** 上磁通发生变化时, 线圈回路 **C** 中将会感应一个电动势。感应电动势在闭合回路中产生感应电流。法拉第定律: 感应电动势的大小与磁通

对时间的变化率成正比，其方向由楞次定律给出（感应电动势在闭合回路中引起的感应电流的方向是使它所产生的磁场阻碍回路中磁通的变化。）

4. 电磁场表示的法拉第电磁感应定律的积分形式  $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ ，其中，穿过线圈回路磁通的变化可能是由于：随时间变化的磁场穿过（交链）静止的线圈，或线圈在均匀磁场中连续改变它的形状或位置。

5. 法拉第电磁感应定律的微分形式  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ，它表明时变场中，电场不再是无旋场，

且变化的磁场激发电场。

6. 位移电流密度为  $\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

7. 全电流定律  $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$ ，微分形式： $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

8. 麦克斯韦方程 
$$\begin{cases} \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \\ \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \\ \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q \end{cases} \quad \text{微分形式为} \quad \begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \end{cases}$$

9. 时变电磁场的边界条件：
$$\begin{cases} \vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t} \\ \vec{H}_{1t} - \vec{H}_{2t} = \vec{J}_s \\ \vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n} \\ \vec{D}_{1n} = \vec{D}_{2n} \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \\ n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \\ n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\ n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s \end{cases}, \text{若两种媒质均为理想}$$

介质，则边界面上不存在面电荷和面电流，此时的边界条件为 
$$\begin{cases} n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \\ n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \\ n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\ n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0 \end{cases}, \text{若媒质}$$

1 为理想介质，媒质 2 为理想导体，即  $\sigma_1 = 0$ ， $\sigma_2 = \infty$ ，则在理想导体中， $E_2$  必定为零，



否则 J2 将无穷大。此时边界条件为 
$$\begin{cases} n \times \vec{E}_1 = 0 \\ n \times \vec{H}_1 = \vec{J}_s \\ n \cdot \vec{D}_1 = \rho_s \\ n \cdot \vec{B}_1 = 0 \end{cases}$$
, 表明: 对于时变场中的理想导体, 电场

总是与理想导体相垂直, 而磁场总是与理想导体相切。导体内部既没有电场也没有磁场。

10. 任意媒质的坡印廷定理: 
$$-\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = \int_V \left[ \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \cdot \vec{E} \right] dV$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \omega dV = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E} dV + \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S}$$
, 左边这一项表示单位时间内体积 V 内电磁能量的减少量。根据能量守恒定律, 体积 V 内能量的减少就意味着体积 V 内有能量的耗损与流失, 那么式中右边两项必定反映这两个方面。而右边第一项表示能量的耗损, 第二项是一个在封闭面上进行的面积分, 这个积分表示单位时间内从体积 V 穿出封闭面向外流失的能量。

坡印廷矢量:  $\vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t)$ , 单位为 W/m<sup>2</sup> (瓦/平方米), 它的方向表示该点功率流的方向, 也称为能流密度矢量。坡印廷矢量的方向总是与考察点处的电场强度 **E** 和磁场强度 **H** 相垂直, 且 **E**、**H**、**S** 三者之间成右手螺旋关系; 它的数值表示单位时间内穿过与能量流动方向垂直的单位面积的能量。

11. 时谐电磁场: 激励源以单一频率随时间作正弦变化, 在线性系统中, 一个正弦变化的源, 在系统中所有的点都产生随时间作正弦变化的场。在线性媒质中, 以任意规律随时间变化的电磁场, 都可看成是一系列时谐场分量的叠加。

12. 电场强度的复振幅矢量:  $\dot{\vec{E}}m = a_x \dot{\vec{E}}_{xm} + a_y \dot{\vec{E}}_{ym} + a_z \dot{\vec{E}}_{zm}$ , 是空间坐标的函数, 与时间 t 无关,  $e^{j\omega t}$  称为时间因子。

13. 复坡印廷矢量  $\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{\vec{E}} \times \vec{\vec{H}}^*$ , 平均坡印廷矢量  $S_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{\vec{E}} \times \vec{\vec{H}}^*)$

## 第六章

1、时变电磁场以波的形式向前传播, 波动的规律由波动方程、边界条件及初始条件来确定。按电磁波的等相位面形状的不同, 可以将其分为: 平面电磁波、柱面电磁波和球面电磁波。一个点激励球面波, 一个圆柱源激励柱面波, 一个无限大平面源激励平面波, 因此, 理想的平面电磁波是不存在的。

2、均匀平面波: 等相位面为平面的电磁波称为平面电磁波, 如果在等相位面内电场强度与磁场强度的大小和方向均不变。对于均匀平面波, 各场分量仅与传播方向的坐标有关。

3、纵向: 传播方向为纵向; 横向平面: 与传播方向垂直的平面。在横向平面中场分量的大小和方向都不变, 叫均匀平面波。

4、相位常数  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$  (无耗媒质)，也称为波数，表示电磁场单位距离的相位变化

5、相速：  $v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$

6、如果相速与频率无关，此时的媒质称之为非色散媒质，否则称之为色散媒质。均匀、线性、各向同性的无耗媒质一定是非色散媒质。

7、波长：相位相差  $2\pi$  的两平面间的距离  $\lambda$  称为波长，  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

8、平面波电场  $\vec{E} = \hat{a}_x E_0 e^{-jkz}$  代入  $\vec{H} = \frac{1}{-j\omega\mu} \nabla \times \vec{E}$ ，可以得到  $\vec{E} = \frac{1}{\eta} \hat{a}_z \times \vec{H} = \hat{a}_y \frac{\vec{H}_0}{\eta} e^{-jkz}$

$\hat{a}_z$  为平面波传播方向，而  $\eta = \frac{\vec{E}_x}{\vec{H}_x} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ ，称为本征阻抗（或波阻抗），在自由空间（或真空）中，  $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi = 377\Omega$ ，无耗媒质中，任意点的平均功率流密度为

$S_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) = \frac{|E_0|^2}{2\eta} \hat{a}_z$

10. 均匀平面波沿任意单位矢量  $\hat{a}$  的方向传播，则空间任一点  $\vec{r} = \hat{a}_x x + \hat{a}_y y + \hat{a}_z z$  处的电场

矢量可以表示为  $\vec{E} = E_0 e^{-jk\hat{a} \cdot \vec{r}}$ ，相应的磁场矢量为  $\vec{H} = \frac{1}{\eta} \hat{a} \times \vec{E} = \frac{1}{\eta} \hat{a} \times E_0 e^{-jk\hat{a} \cdot \vec{r}}$ ，并且有

$\vec{E} \cdot \hat{a} = 0, \vec{H} \cdot \hat{a} = 0, S_{av} = \hat{a} \frac{|E_0|^2}{2\eta}$ ，表明，在无耗媒质中，均匀平面电磁波的电场强度和磁场强度均与波的传播方向垂直，或者说在传播方向上既没有电场分量又没有磁场分量，故又称均匀平面波为横电磁波（TEM波），而波的传播方向就是电磁波的能流方向。

11. 无耗媒质中传播的均匀电磁波特征：（1）电磁波的电场  $\mathbf{E}$  与磁场  $\mathbf{H}$  都与传播方向垂直，即沿传播方向的电场和磁场分量都等于零，因此称为横电磁波（TEM波）； $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{S}$  三者之间互相垂直，且成右手螺旋关系。（2）电场与磁场的振幅之比为一常数  $\eta$ ，电场和磁场不仅具有相同的波形，且在空间同一点具有同样的相位。（3）无耗媒质中电磁波传播的速度仅取决于媒质参数本身，而与其他因素无关，因此可以说，无耗媒质是无色散媒质。（4）均匀平面电磁波在无耗媒质中以恒定的速度无衰减地传播，在自由空间中其行进的速度等于光速

12. 导电媒质中，麦克斯韦第一方程（全电流定律）的复数形式

$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + j\omega\epsilon \vec{E} = j\omega\epsilon \left(1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right) \vec{E} = j\omega\tilde{\epsilon} \vec{E}$ ，式中  $\tilde{\epsilon} = \epsilon \left(1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)$  是个复数，称为

导电媒质的复介电常数。其实部代表位移电流的贡献，它不引起功率损耗；而其虚部代表传导电流的贡献，将引起能量的损耗。

13. 媒质分类：(1) 若  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \gg 1$ , ( $>100$ ) 传导电流占优势，称为导体；(2) 若  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1$ , ( $<0.01$ )

则位移电流占优势，称为绝缘体（亦称电介质）；(3) 若  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$  的值介于两者之间 ( $0.01 \sim 100$ )，称为半导体或半导电媒质。

14. 导电媒质中的均匀平面波：

15. 复相位常数  $\tilde{k} = \omega\sqrt{\mu\tilde{\epsilon}} = \beta - j\alpha$ ，其中  $\alpha > 0, \beta > 0$  分别称为衰减常数和相位常数。

$$\alpha = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \text{ 而复波阻抗 } \tilde{\eta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = |\tilde{\eta}| e^{j\theta_0}$$

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} + 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\vec{E} = \hat{a}_x E_0 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$

16. 有耗媒质中场的表达式：  $\vec{H} = \hat{a}_y \frac{1}{|\tilde{\eta}|} E_0 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} e^{-j\theta_0}$ ，表明，(1) 在无限

$$S_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}[E \times H^*] = \hat{a}_z \frac{|E_0|^2}{2|\tilde{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_0$$

大导电媒质中的波是一个衰减的行波，简称衰减波。衰减是由传导电流引起的。电场和磁场的振幅随距离按指数规律  $e^{-2\alpha z}$  衰减，衰减的快慢取决于  $\alpha$ ，称为衰减常数，它表示场强在单位距离上的衰减，单位是 Np/m（奈贝/米）。(2)  $\tilde{k} = \omega\sqrt{\mu\tilde{\epsilon}} = \beta - j\alpha$  中的衰减常数  $\alpha$  表示在传播过程中衰减的快慢，而  $\beta$  表示在传播过程中相位的变化，因此，称  $\beta$  为相位常数。

$\alpha, \beta$  从不同的侧面反映场在传播过程中的变化，所以，我们称  $\tilde{k}$  为传播常数，(3) 均匀平面波在导电媒质中传播时，电场与磁场不同相，彼此间存在一个固定的相位差  $\theta_0$ 。(4) 在无限大导电媒质中的均匀平面电磁波仍然是 TEM 波，即 E、H、和 S 三者仍然相互垂直并成右手螺旋关系。

17. 若导电媒质，即  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1$ ，则  $\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$   
 $\beta \approx \omega\sqrt{\mu\epsilon}$

18. 由于  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \gg 1$ , (导体), 此时  $\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\epsilon}{2}}$

19. 当电磁波在电导率  $\sigma$  很大的良导体中传播时, 衰减常数  $\alpha$  一般也很大。因此电磁波在良导体中衰减很快, 特别是当频率很高时, 情况更是如此。高频电磁波只集中在良导体的表面薄层, 而在良导体内部则几乎无高频电磁波存在, 这种现象叫趋肤效应;

20. 趋肤深度: 将导体中电磁波的电场振幅降为导体表面处振幅的  $1/e$  时传播的距离, 记为  $\delta_c$ ,

即当  $\alpha\delta_c = 1$  时, 电磁波的电场振幅降为  $1/e$ , 因此,  $\delta_c = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{f\pi\mu\sigma}}$ , 表明,

导体的导电率越高, 工作频率越高, 则趋肤深度越小。实际上波透入  $5\delta_c$  的距离后, 其振幅降至 1% 一下, 也就认为波在导电媒质中消失了。

21. 导体的表面阻抗在工程上也是十分有意义的物理量。所谓导体的表面阻抗就是导体表面的切向电场强度与磁场强度的比值, 它等于波阻抗, 得

$$Z_s = \left. \frac{E_x}{H_y} \right|_{z=0} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}(1+j) = R_s + jX_s, \text{ 式中, } R_s \text{ 和 } X_s \text{ 分别称为表面电阻和表面电抗。}$$

22. 趋肤效应的工程意义: 在无线电装置中, 常配置有铜制或铁制的屏蔽罩, 这是利用电磁波不能穿透导体而起屏蔽左右的; 在工业上, 利用传输高频信号时, 导线上的电流集中在导线的表面, 这相当于减小了导线的有效截面积, 从而增大了导线电阻, 为了减小电阻, 只有增大导线的截面, 所以人们在高频时多用多股线或同轴线来代替单根导线; 由于趋肤效应, 导体表面层的导电性能对电阻的影响最大, 为了减小电阻, 一些要求高的高频器件或不见, 常在其表面镀上一层电导率特别高的材料。

23. 电磁波的极化: 电磁波电场在空间的取向。

24. 极化: 传播方向上任一固定点处的电场矢量端点随时间变化所描绘的轨迹, 可分为线极化、圆极化和椭圆极化

25. 线极化波: 合成电场强度的方向与  $x$  轴所成的夹角  $\theta$  不随时间而改变, 所以  $\mathbf{E}$  的矢端轨迹为一条直线, 因而称之为线极化波。

26. 圆极化波: 合成电场  $\mathbf{E}$  的大小不随时间变化, 而其方向与  $x$  轴的夹角  $\theta$  随时间的变化而变化, 即合成电场强度  $\mathbf{E}$  的矢端轨迹为一个圆, 称之为圆极化。(顺时针左; 逆时针右)

27. 若沿  $z$  轴传播的电磁波电场  $\mathbf{E}$  的两个正交分量  $E_x$  和  $E_y$  的振幅和相位关系为一般情况时, 合成场  $\mathbf{E}$  的矢端轨迹为一个椭圆。