

研究性课题三

—信号的频域特征

仲易 20 电信 2 2028410054

[内容摘要]信号的傅立叶表示在信号的分析与处理中起着重要的作用。基于傅里叶变换,可以对信号的频域特征进行分析。频域——自变量是频率,即横轴是频率,纵轴是该频率信号的幅度,描述了信号的频率结构及频率与该频率信号幅度的关系。对信号进行时域分析时,有时一些不同的信号时域参数相同,这就需要进行进一步分析信号的频率结构,并在频率域中对信号进行描述。

1. 研究背景

对于自然界存在的所有波,我们可以利用傅立叶级数展开法将它们分解为有限或无限个不同频率不同振幅的正弦波的集合,而各个正弦波分量的频率恰好是原来函数频率的整数倍。通过这种变换就可以将一个时域描述的信号转换到频域。

时域和频域是两种从不同层面表现信号的方式:时域图是以时间作为横轴,信号在不同时间的值为纵轴的图像;而频域图则是以频率为横轴,信号幅度为纵轴的图像。

查阅资料发现,一般来说:动态信号从时间域变换到频率域主要通过傅立叶级数和傅立叶变换实现。周期信号利用傅立叶级数,非周期信号利用傅立叶变换。^[1]

2. 傅里叶级数与傅里叶变换

2.1 傅里叶级数

法国数学家傅里叶发现,任何周期函数都可以用正弦函数和余弦函数构成的无穷级数来表示。

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)]$$

其中 $a_0 = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) dt$, $a_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$, $b_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$

利用三要素表示法可以表示为:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

2.2 傅里叶变换

傅里叶级数解决的是周期函数的表达问题,其频谱图是离散的,而傅里叶变换解决的则是非周期函数的表达问题,其频谱图是连续的。

下面的式子是傅里叶的正反变换:

$$\begin{cases} F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \\ f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \end{cases}$$

3. 实际信号的频域分析

3.1 频域分析法

在课本上，我们已经学习过了连续时间系统的频域分析，把时域中求解响应的问题通过傅里叶变换转换为频域中的问题，在频域中求解后再转换回时域从而得到最终的结果。图 3.3.1 即是转换的流程图。

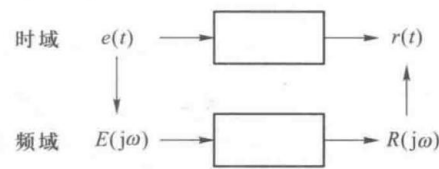


图 3.1.1 频域分析法

3.2 实际信号

3.2.1 声音信号

```
[f,Fs] = audioread('3.wav');  
close all  
f1 = f(:,1); % 双声道，取其中之一  
f1 = f1';  
dt = 1/Fs; % 采样点间隔  
L = length(f); % 信号总长度  
start = 1;  
ending = L;  
t = [start:ending]*dt; % 实际的时间范围  
  
k=-600:600;  
w1=2000*pi*k/600; % [-2pi:2pi] 范围，可扩大  
F=f1*exp(-j*t'*w1)*dt; % 连续傅里叶变换，用求和近似积分，加法隐含在矩阵乘法中  
figure(1)  
plot(t,f1); % 时域信号  
figure(2)  
plot(w1/2/pi,abs(F)); % 幅度谱 %横坐标为f  
figure(3)  
plot(w1/2/pi,angle(F)); % 相位谱
```

图 3.2.1 代码文件

利用提供的代码，对猫叫声进行频域分析，观察所得到的三个波形图。

(1) 时域波形，如图 3.2.2：可以看出，有两个波峰段，猫叫了两声，与原录音一致。

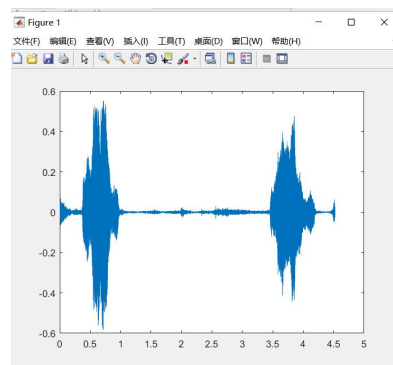


图 3.2.2 时域波形

(2) 幅度谱：如图 3.2.3 可以看出猫叫声频率在 700-1000Hz 之间，与实际比较符合，但不是周期信号，没有周期规律。

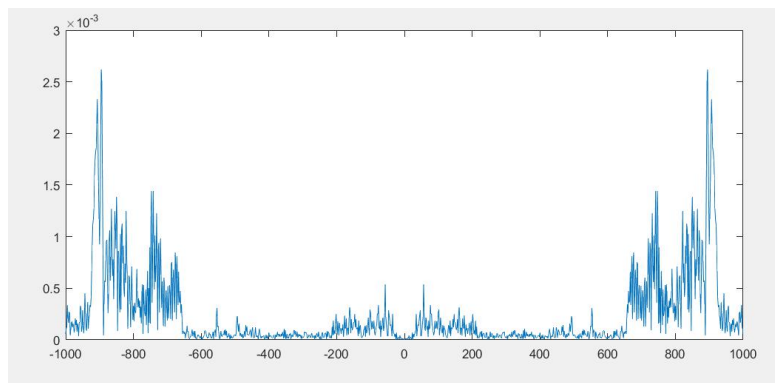


图 3.2.3 幅度谱

(3) 相位谱：如图 3.2.4。

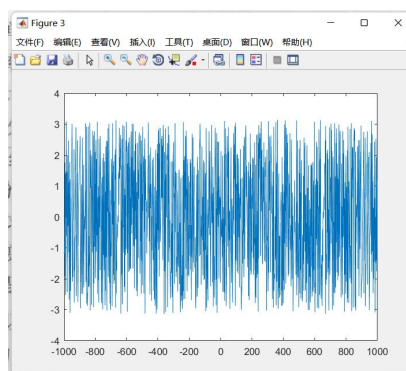


图 3.2.4 相位谱

3.2.2 图像信号

```

1      % 读入图片
2      I = imread('stripe.png')
3
4      % 变换之后为 complex double类型
5      J = fft2(I);
6
7      % double类型
8      K = abs(J/256);
9
10     figure;
11     subplot(121); imshow(I); % 显示图像
12     subplot(122); imshow(uint8(K)); % 显示频谱图
13

```

图 3.2.5 源代码

首先将图片数据转化为实数类型。这一步将 0-255 的像素值转化为 0.0-1.0 范围内的实数。大多数图像处理 API 支持整数和实数类型的输入。如果输入是整数类型，这些 API 会在内部将输入转化为实数后处理，再将输出转化为整数。如果有多个处理步骤，在整数和实数之间的反复转化将导致精度损失，因此推荐在图像处理前将其转化为实数类型。

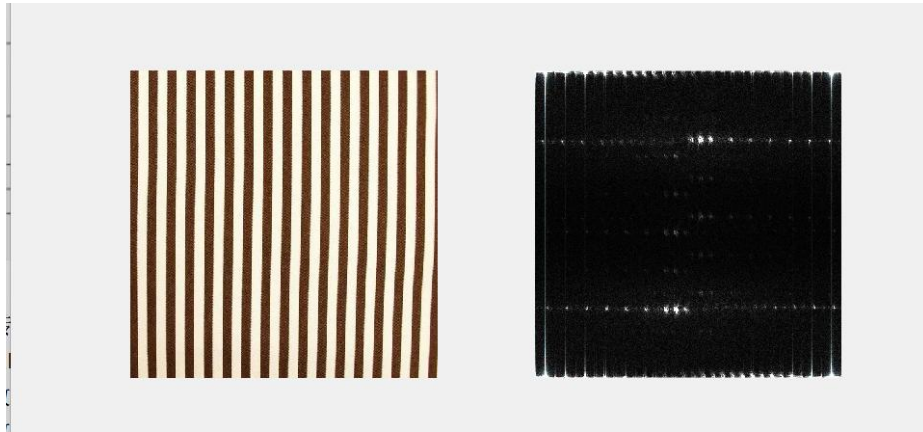


图 3.2.6 傅里叶变换前后的图像

我选取了比较有规律的条纹图像进行分析，可以观察出原图像的轮廓，周期性也非常明显。

4. 总结

在这次实验中，我利用了 `matlab` 软件，使用傅里叶变换，对声音和图像信号进行了频域分析，通过信号时域波形的对比和频域波形的对比，分析了信号时域特性与频域特性的关系，以及听觉或视觉效果与频域特性的关系。

[参考文献]

[1]肖正安.基于 MATLAB 分析语音信号频域特征[J].湖北第二师范学院学报,2011,28(08):35-37.