# Universidade Federal de Uberlândia

Aluno: Henrique Santos de Lima - 11811ETE016

Professor: Alan Petrônio Pinheiro

Novembro

2019

Universidade Federal de Uberlândia

# Lista 1 de Sinais e Sistemas 2

Aluno: Henrique Santos de Lima - 11811ETE016

Professor : Alan Petrônio Pinheiro

Novembro

2019

# Conteúdo

# Questão 1

## projeto do filtro

$$x(t) = 5*\sin(2\pi 1000t) + 2*\cos(2\pi 3000t) + 0.5*\cos(2\pi 5000t)$$

É pedido para filtrar a frequência de 3KHz do sinal acima. Para isso foi o usado o programa **ZPGUI Zero Pole dragging Graphic User Interface[1]**

A maior frequência contida no sinal é de 3KHz e segundo o **Teorema de amostragem de Nyquist–Shannon[2]**, a taxa de amostragem deve ser duas vezes maior que a maior frequência. Portanto a taxa de amostragem escolhida foi de 12KHz.

Fazendo a relação $\omega = 2\pi \cdot \frac{f}{fs}$ pode-se chegar que a frequência de 3KHz corresponde a $\omega = \frac{\pi}{2} = 90°$. Foi adicionado 2 zero ambos com r = 1( para atenuação máxima), um em $\omega = 89.7°$ e outro em $\omega = 90.3°$, próximos de $\omega = 90°$ para atenuar a frequência de 3KHz assim obtendo a seguinte imagem:

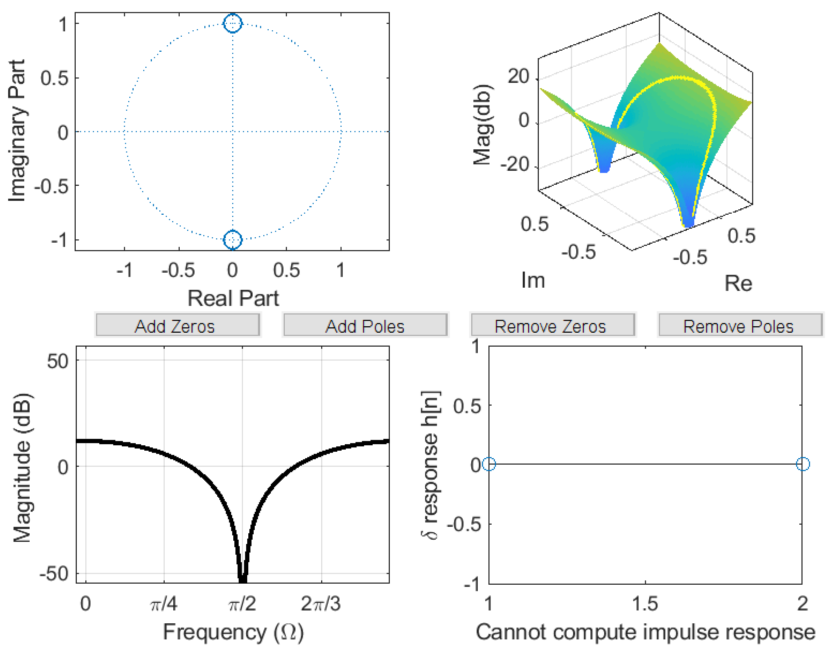


Figura 1: efeito causado por adicionar zeros

Para tentar eliminar os efeitos causados nas demais frequências foram adicionados polos com ângulos próximos aos ângulos dos zeros, já que este está relacionado com a frequência quando o raio é igual a 1, com um raio menor que 1 para ser um sistema estável e também não ter grandes efeitos no sinal(apenas eliminando os efeitos dos zeros). Por fim foi obtido a figura abaixo que satisfaz os requisitos.

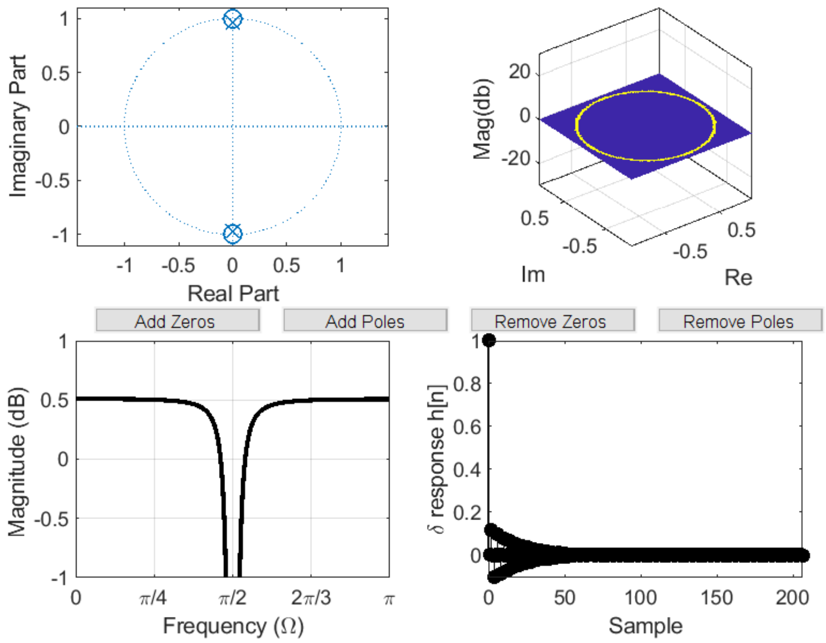


Figura 2: Zeros e polos obtidos usando a ferramenta

Tendo os polos e zeros tens-se a transformada Z do sistema.

$$H(Z) = \frac{(1-0.999601\measuredangle{-89.91^\circ}z^{-1})\cdot(1-0.999601\measuredangle 89.91^\circ z^{-1})\cdot(1-0.999401\measuredangle{-90.09^\circ}z^{-1})\cdot(1-0.999401\measuredangle 90.09^\circ z^{-1})}{(1-0.969578\measuredangle{-90.73^\circ}z^{-1})\cdot(1-0.969578\measuredangle 90.73^\circ z^{-1})\cdot(1-0.971088\measuredangle{-89.23^\circ}z^{-1})\cdot(1-0.971088\measuredangle 89.23^\circ z^{-1})}$$

Com a transformada Z pode-se obter os coeficientes da equação de diferenças que fica da seguinte forma:

$$\frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1+0.000304\cdot z^{-1}+1.998\cdot z^{-2}+0.0003049\cdot z^{-3}+0.998\cdot z^{-4}}{1-0.00158\cdot z^{-1}+1.882\cdot z^{-2}-0.001413\cdot z^{-3}+0.8865\cdot z^{-4}}$$

$$y[n] = x[n]+0.000304\cdot x[n-1]+1.998\cdot x[n-2]+0.0003049\cdot[n-3]+0.998\cdot x[n-4]+0.00158\cdot y[n-1]-1.882\cdot y[n-2]$$
$$+0.001413\cdot y[n-3]-0.8865\cdot y[n-4]$$

Como a saída deve ser menor que 0.2 [V], então os coeficientes b foram multiplicados por uma constante K, em que K foi calculado da seguinte maneira. $K = \frac{0.2}{max_{1kHz}+max_{5kHz}} = \frac{0.2}{5+2}$.

**Espectro do sistema final:**

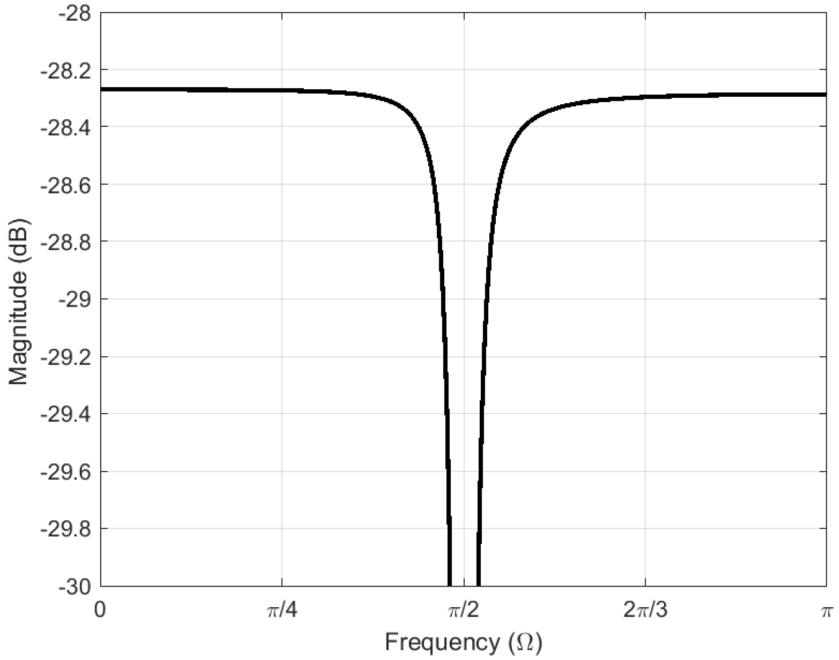


Figura 3: espectro do sistema

## Resultados

Assim foram obtidos os seguintes resultados. **Usando a função plot:**

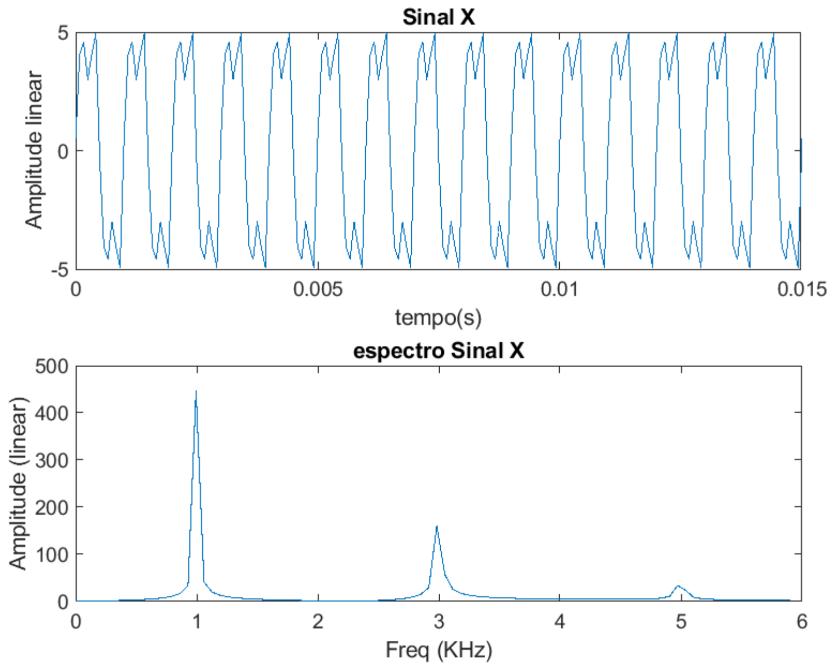


Figura 4: sinal de entrada

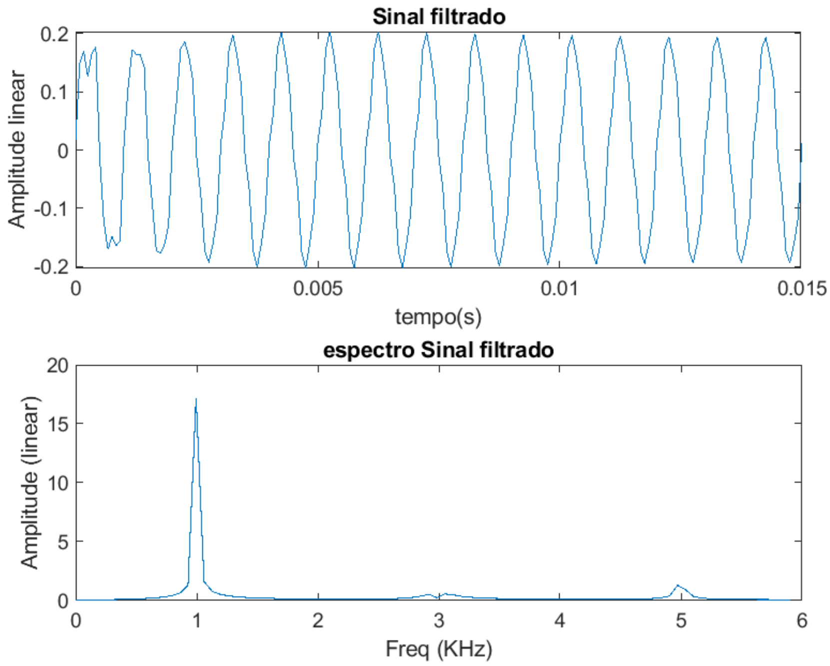


Figura 5: sinal após passar pelo filtro

**Usando a função stem:**

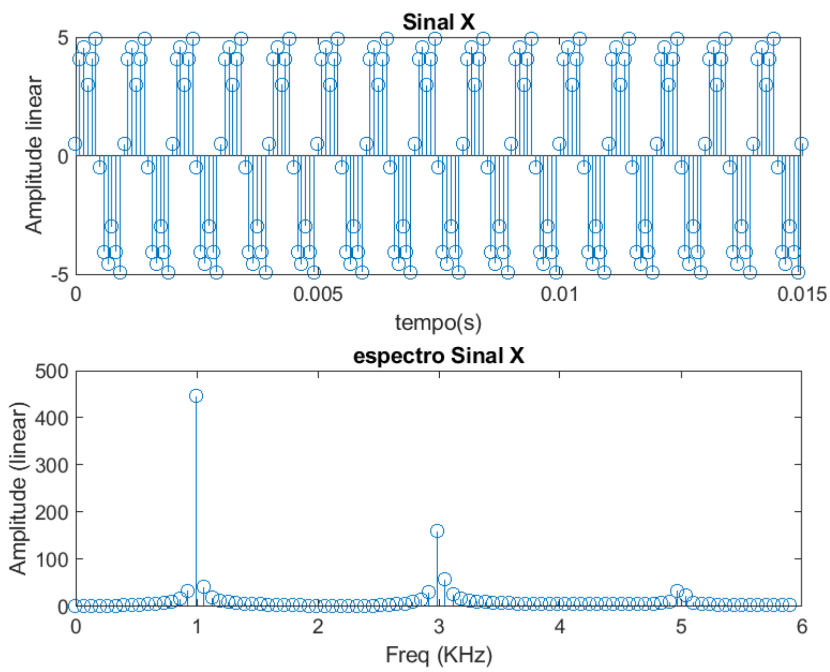


Figura 6: sinal de entrada

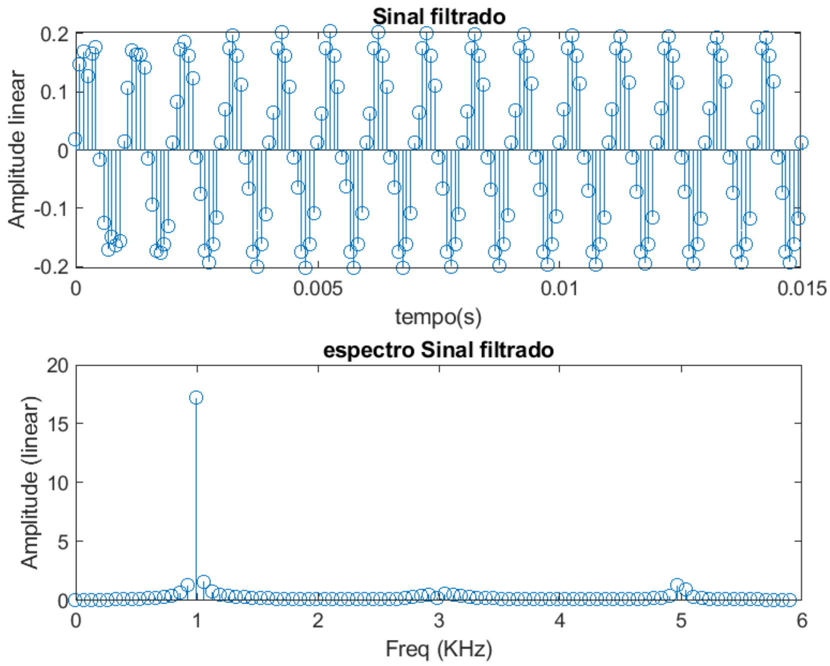


Figura 7: sinal após passar pelo filtro

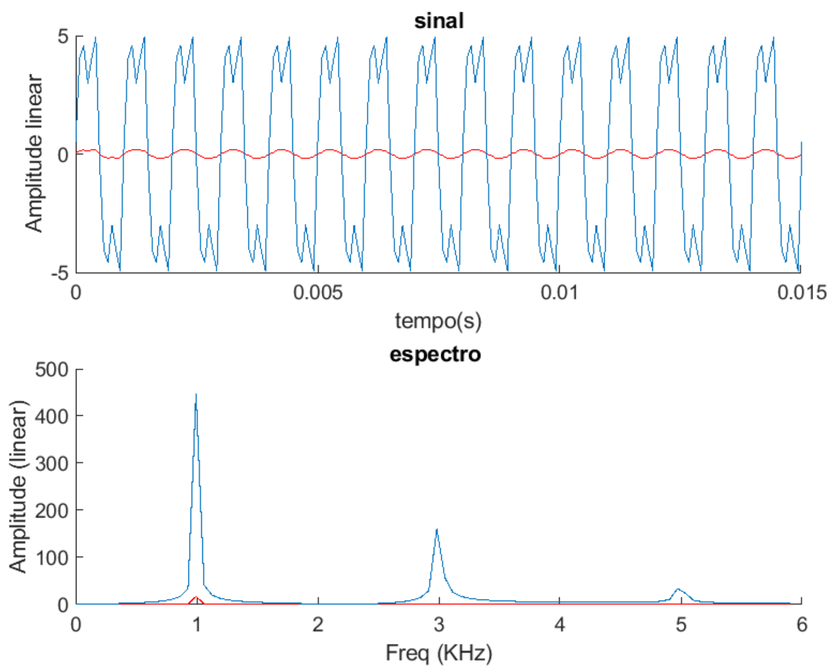


Figura 8: Comparação do sinal de entrada e do sinal de saída

Em vermelho o sinal apos passar pelo filtro, pode-se notar que foi removido a frequência de 3kHz e que o sinal no começo começa com pequenas variações. Essas variações se dão pelo sistema usar entradas e saídas passadas que não existem então as consideram 0.

# Questão 2

## a)

$$y[n]-y[n-1]+\frac{1}{4}y[n-2]=x[n]+\frac{1}{4}x[n-1]-\frac{1}{8}x[n-2]$$

os coeficientes **b** e **a** desse sistema são:

b = [1, $\frac{1}{4}$, -$\frac{1}{8}$ ]

a = [1, -1, $\frac{1}{4}$] A transformada de fourier deste sistema é:

$$H(e^{j\omega})\frac{1+\frac{1}{4}\cdot e^{-j\omega}-\frac{1}{8}\cdot e^{-2j\omega}}{1-1\cdot e^{-j\omega}+\frac{1}{4}\cdot e^{-2j\omega}}$$

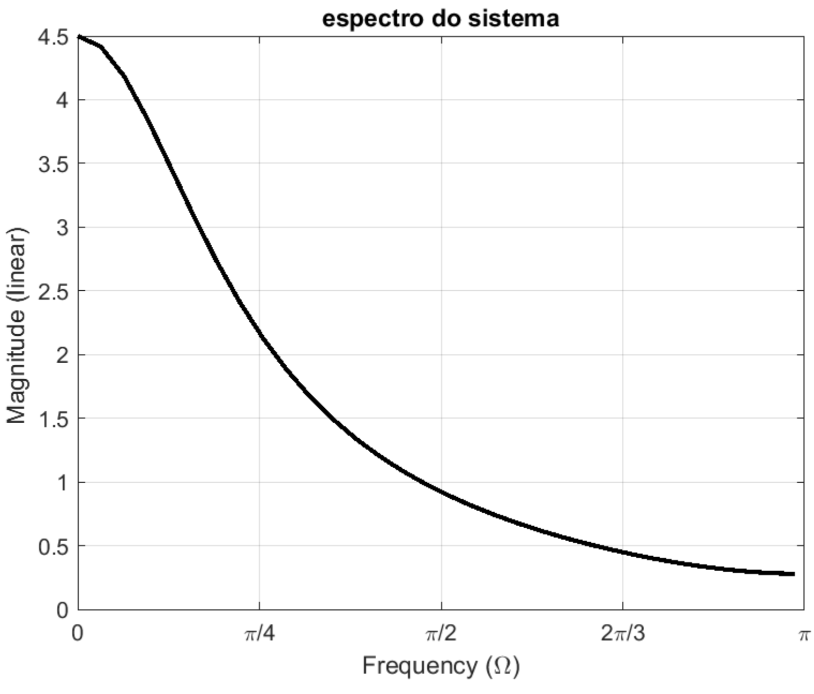


Figura 9: Espectro do sistema

## b)

O sistema é estável pois ao aplicarmos a transformada z, os polos se localizam em [0.5 e 0.5] dentro do raio unitário deixando o sistema estável.

**c)**

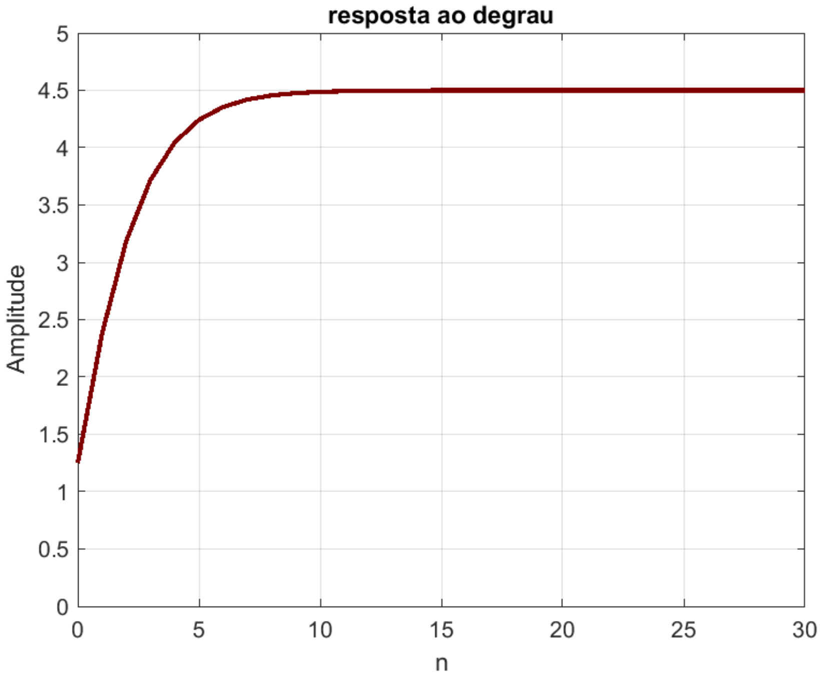


Figura 10: Resposta ao degrau

O gráfico mostra que o sistema é superamortecido. Tem como característica levar um maior tempo para chegar em regime permanente, porém progride de forma suave sem overshoot

# Questão 3

$$H(s) = \frac{10s+5}{s^2+2s+5}$$

## a)

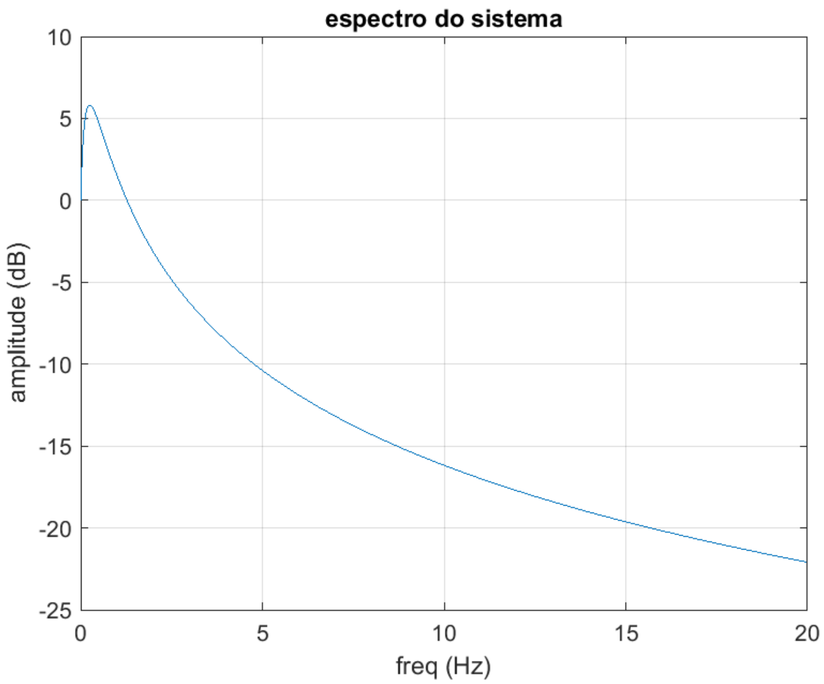


Figura 11: espectro do sistema

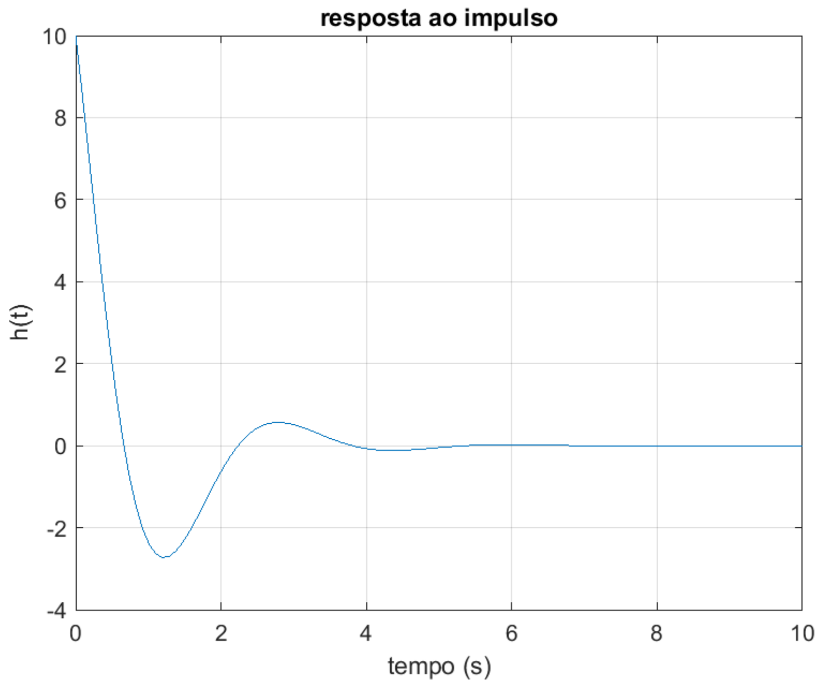


Figura 12: resposta ao impulso

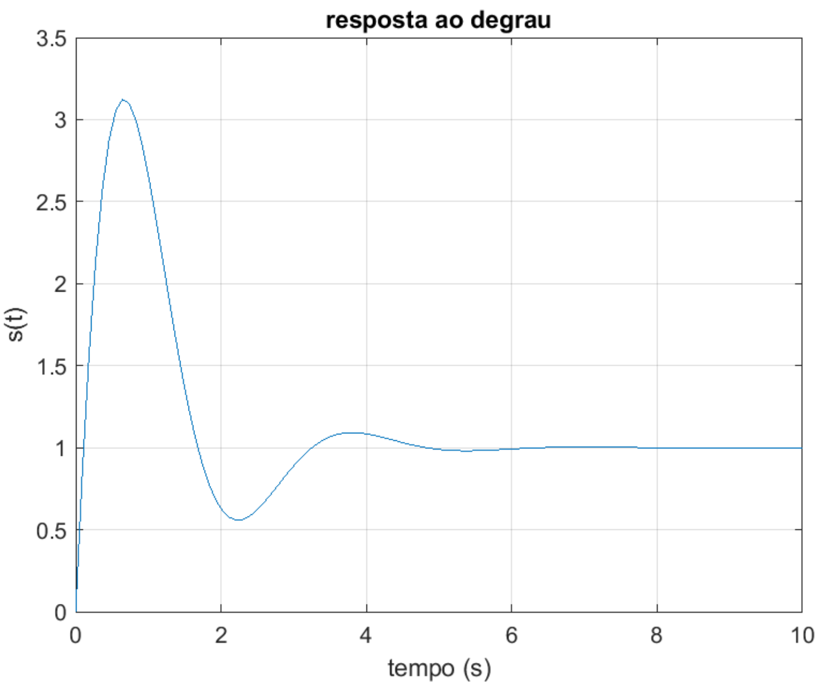


Figura 13: resposta ao degrau

Analisando os gráficos acima, pode-se concluir que o sistema é um filtro passa baixa, com o overshoot de 3[pu].

## b)

Para que o sistema tenha um overshoot menor que 1.2 primeiro deve-se deixar o sistema na forma

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega + \omega_n^2}$$

para isso adiciona-se um sistema em serie com espectro da forma $\frac{5}{10s+5}$ assim o overshoot pode ser calculado usando a expressão $M_p = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \approx 0.2$. Bastando isso para o overshoot ser menor que 1.2.

**Gráficos do sistema novo**

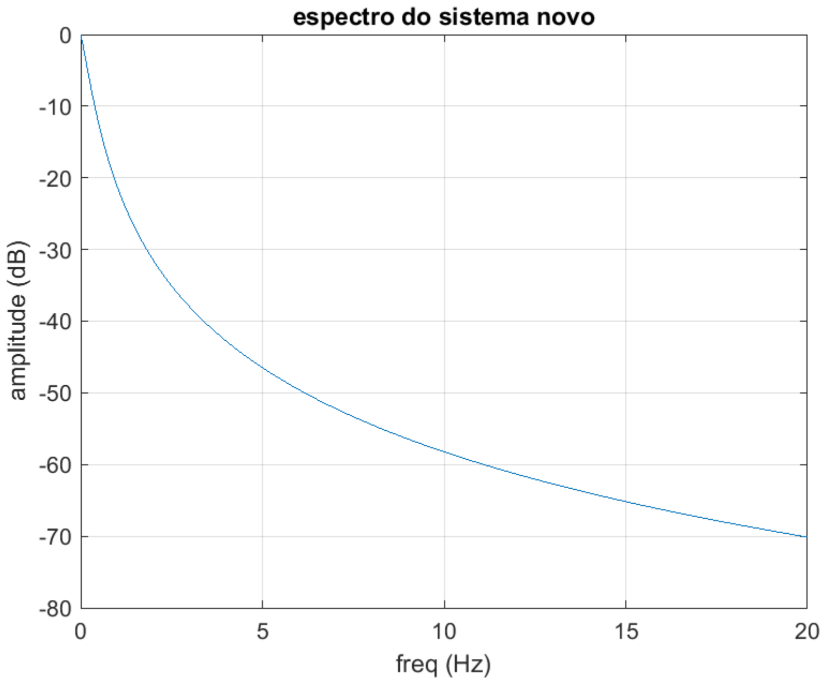


Figura 14: espectro do sistema

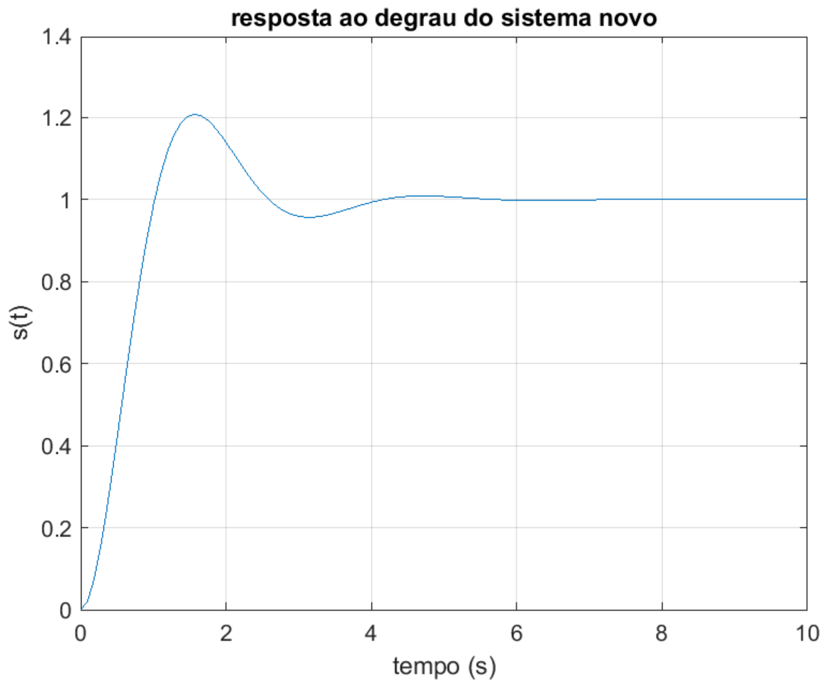


Figura 15: resposta ao degrau

## c)

Para que dobre a velocidade nominal deve-se multiplicar por 2 o numerado do sistema o que corresponde a dobrar a tensão de entrada. Sim a relação é linear respeitando os limites físicos do sistema.

# Questão 4

**Dados:**

- $M_p = 0.25$
- $t_s = 0.1$

Fazendo as seguintes considerações o sinal logo apos passar pelo somador é **a(t)** logo após passar pelo primeiro sistema é **b(t)** e ao passar pelo segundo sistema é **c(t)** como mostra a figura abaixo.

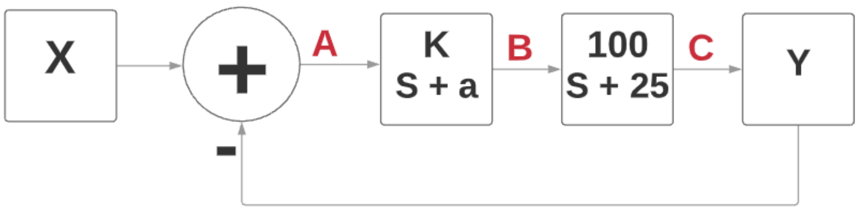


Figura 16: diagrama do sistema

Assim temos que:

$A = X - Y$

$B = A * \frac{K}{s+a}$

$C = Y = B * \frac{100}{s+25}$

Usando as expressões acima :

$$Y = B * \frac{100}{s+25}$$

$$Y = A * \frac{K}{s+a} * \frac{100}{s+25}$$

$$Y = (X - Y) * \frac{K}{s+a} * \frac{100}{s+25}$$

$$Y = (X - Y) * \frac{100K}{s^2+(a+25)s+25*a}$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{\frac{100K}{s^2+(a+25)s+25*a}}{1+\frac{100K}{s^2+(a+25)s+25*a}}$$

$\frac{Y}{X} = \frac{100K}{s^2+(a+25)s+25*a+100K}$

$\frac{Y}{X} = \frac{100K}{s^2+(a+25)s+(25*a+100K)}$

Chegando no seguinte sistema:

$\begin{cases} 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n = (a+25) \\ \omega_n^2 = 25 * a + 100K \end{cases}$

Utilizando os dados iniciais pode-se determinar $\zeta$ e $\omega_n$.

$M_p = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

$\zeta = \sqrt{\frac{ln^2(M_p)}{\pi^2+ln^2(M_p)}}$

$\zeta \approx 0.404$

e usando o tempo de acomodação pode-se encontrar $\omega_n$.

$t_s = \frac{4.6}{\zeta\omega_n}$

$\omega_n \approx 113.94$

Substituindo no sistema temos:

$$\begin{cases} 2 \cdot 0.404 \cdot 113.94 = (a+25) \implies a \approx 67 \\ (113.94)^2 = 25 * a + 100K \implies K \approx 113.073236 \end{cases}$$

O sistema fica da seguinte forma:

$$H(s) = \frac{Y}{X} = \frac{11307.3236}{s^2 + 92s + 12982.3236}$$

**a)**

Abaixo o gráfico da resposta do sistema quando a entrada é um degrau.

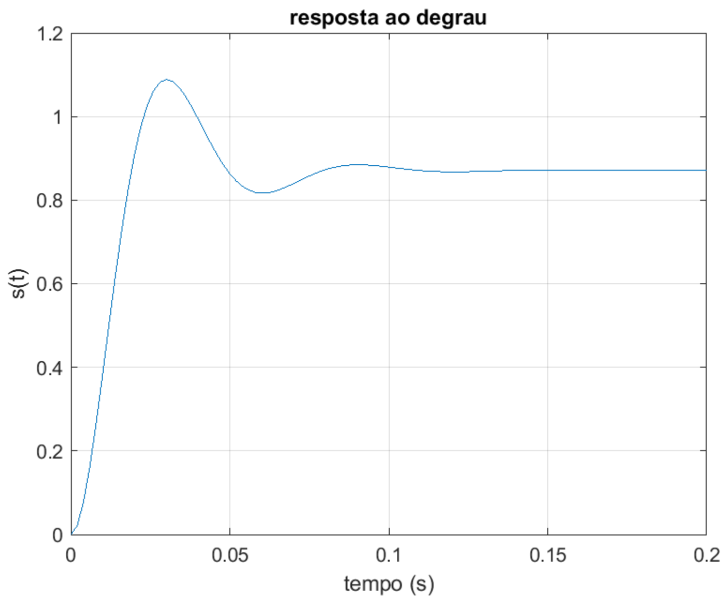


Figura 17: resposta ao degrau

O overshoot corresponde a 25% do valor nominal, e o tempo para entrar em regime permanente é de 0.1 segundos.

**b)**

A obtenção dos valores de k e a estão situadas acima.

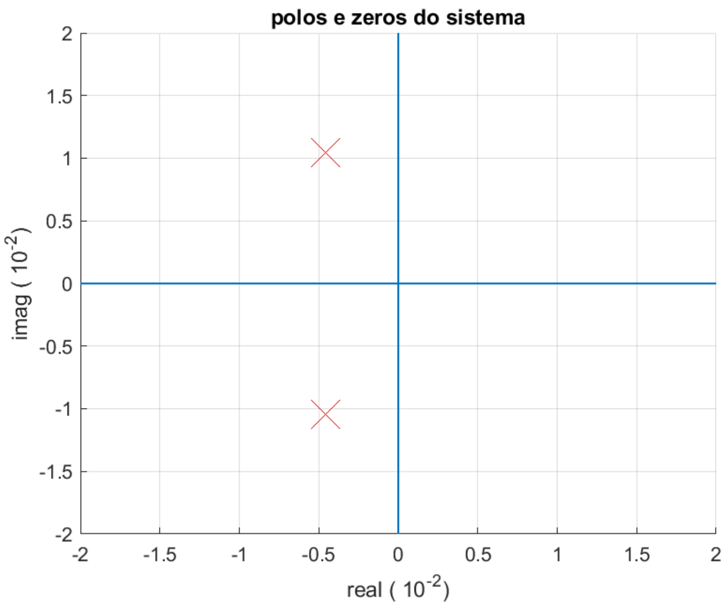


Figura 18: plano de Laplace
]

O sistema possui dois únicos polos, e como estão a esquerda o sistema é estável.

# Questão 5

| t | y(t) |
|---|---|
| 0.1 | 0.000 |
| 0.1 | 0.005 |
| 0.2 | 0.034 |
| 0.3 | 0.085 |
| 0.4 | 0.140 |
| 0.5 | 0.215 |
| 1.0 | 0.510 |
| 1.5 | 0.700 |
| 2.0 | 0.817 |
| 2.5 | 0.890 |
| 3.0 | 0.932 |
| 4.0 | 0.975 |
| ∞ | 1.000 |

Tabela 1: Resposta ao degrau

## a)

Para achar a função de transferência primeiro encontrar a equação do sistema. Será suposto que o sistema possui uma equação em resposta ao degrau do formato:
$y(t) = y(\infty) + A \cdot e^{-\alpha t} + B \cdot e^{-\beta t} + C \cdot e^{\lambda t} + \ \ldots.$

Considerando que o primeiro termo é o que tem maior peso no somatório, pode-se considerar que:

$$y(t) - y(\infty) \approx A \cdot e^{-\alpha t}$$

Considerando $A < 0$, pois $y(\infty) > y(t)$ e $Ae^{-\alpha t} < 0 \Leftrightarrow A < 0$:

$$y(\infty) - y(t) = A \cdot e^{-\alpha t}$$

Aplicando a função $Log_{10}$ :

$$\log(y(\infty) - y(t)) = \log(A \cdot e^{-\alpha t})$$

$$\log(y(\infty) - y(t)) = \log(A) - \alpha t \cdot \log(e)$$

$$\log(y(\infty) - y(t)) = \log(A) - 0.434294 \cdot \alpha t$$

Usando o método dos mínimos quadrados Obtem-se:

$$\alpha = 0.9942$$
$$A = -1.3242$$

Subtraindo $\quad 1 + Ae^{-\alpha t}$ dos dados obtemos:

$$\beta = 0.33$$
$$B = 5.8$$

Assim a resposta ao degrau é dado pela aproximação:

$$y(t) = 1 - 1.3242 \cdot e^{-0.9942t} + 0.33 \cdot e^{-5.8t}$$

A figura abaixo mostra a comparação da função obtida com os dados estraidos.

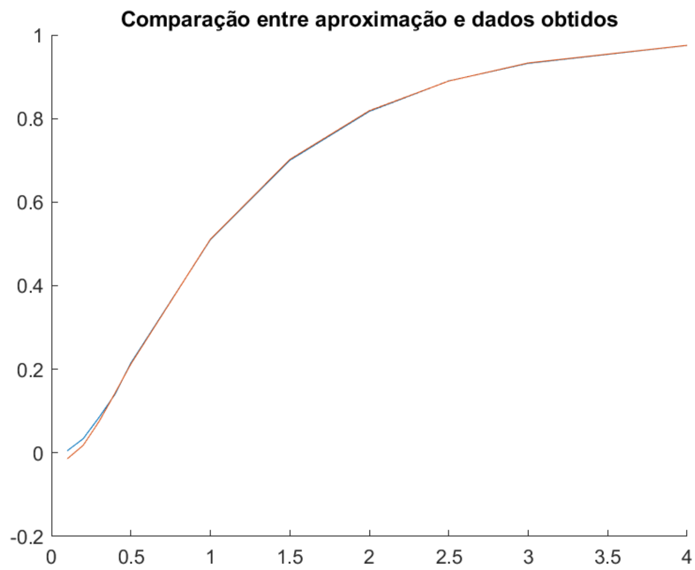


Figura 19: função aproximada em vermelho e em azul dados originais

A partir de y(t) temos:

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{1.3242}{s + 0.9942} - \frac{0.33}{s + 5.8}$$

$$G(s) = \frac{0.0058s^2 - 0.558070s + 5.76636}{s(s + 5.8)(s + 0.9942)}$$

O gráfico de bode do sistema é representado na figura abaixo.

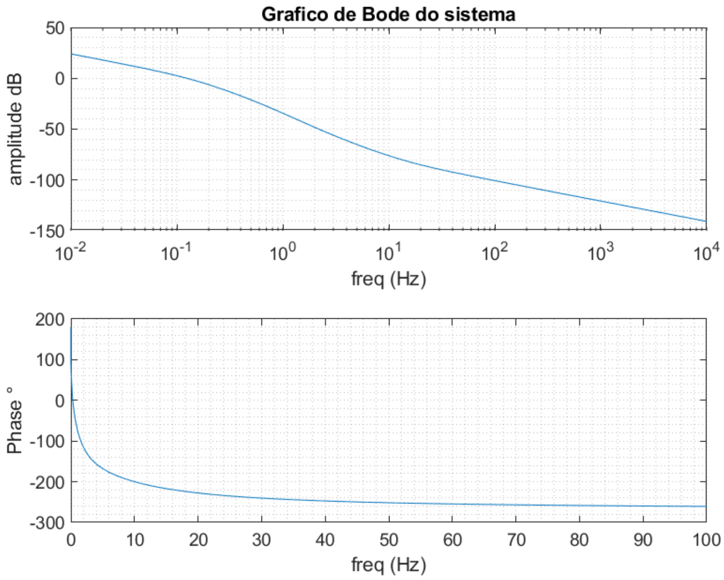


Figura 20: espectro de magnitude e fase

# Referencias

[1] - ZPGUI Zero Pole dragging Graphic User Interface

http://www.alan.eng.br/grad/ss2/plota_superficie_z.zip

acesso 01/12/2019 22:58

[2] -H. Nyquist, ”Certain topics in telegraph transmission theory”, Trans. AIEE, vol. 47, pp. 617–644, Apr. 1928 Reprint as classic paper in: Proc. IEEE, Vol. 90, No. 2, Feb 2002.