

# Universidade Federal de Uberlândia

Aluno: Henrique Santos de Lima - 11811ETE016

Professor: Wellington Maycon Santos Bernardes

Outubro

2019

Universidade Federal de Uberlândia

## **Relatório de Experimental de Circuitos Elétricos**

### **2**

Método dos dois wattímetros

Aluno: Henrique Santos de Lima - 11811ETE016

Professor : Wellington Maycon Santos Bernardes

Outubro

2019

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Preparação</b>	<b>6</b>
3.1	Materiais e ferramentas . . . . .	6
3.2	Montagem . . . . .	6
3.2.1	Ligação em Estrela . . . . .	6
3.2.2	Ligação em Delta . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Análise sobre segurança</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Análise</b>	<b>10</b>
5.1	Cálculos Teóricos . . . . .	10
5.1.1	Circuito em Estrela . . . . .	10
5.1.2	Circuito em Delta . . . . .	12
5.2	Dados . . . . .	14
5.2.1	Ligação em estrela . . . . .	14
5.2.2	Ligação em delta . . . . .	14
5.3	Questões . . . . .	15
5.3.1	. . . . .	15
5.3.2	. . . . .	15
5.3.3	. . . . .	16
5.3.4	. . . . .	16
<b>6</b>	<b>Simulação</b>	<b>20</b>
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>22</b>

# 1 Objetivos

Medir as potência ativa e reativa usando o método dos dois wattímetros, averiguar se este método funciona comparando com os valores obtidos analiticamente.

## 2 Introdução

O Wattímetro analógico mostra com sua ponteira o resultado da parte real da multiplicação da tensão lida com o conjugado da corrente lida.  $W = \Re\{V * I^*\}$ . Para uma mesma fase essa leitura possui significado físico de potencia ativa, porém dependendo da ligação a medida apresentada pode não ter um significado físico.

O método dos dois wattímetros consiste em usar dois wattímetros para realizar a medida da potencia trifásica. Para realizar essa medida deve-se :

- Escolher duas fases.
- Medir a corrente que passa na fase escolhida e a tensão entre a mesma e a fase não escolhida.
- Fazer o mesmo com a segunda Fase escolhida.

Exemplo:

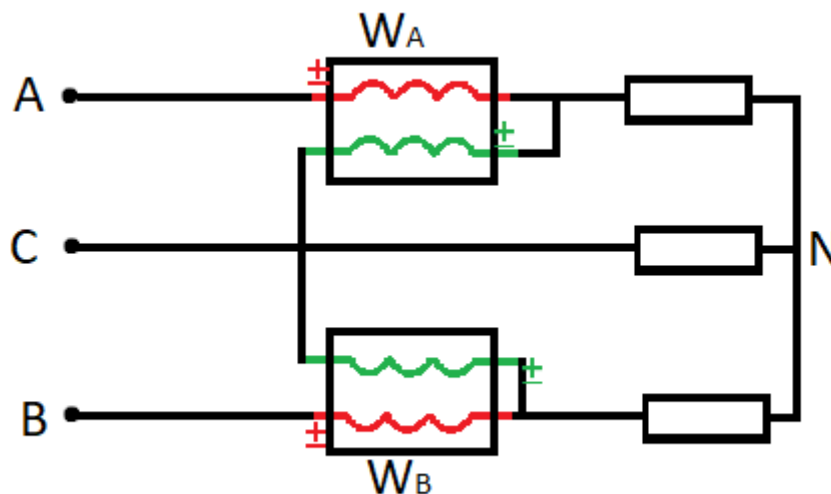


Figura 1: montagem usando 2 wattímetros

Para entender qual significado físico de cada medição: Considerando a sequencia ABC temos:

$$\begin{bmatrix} V_{AB} \\ V_{BC} \\ V_{CA} \end{bmatrix} = V_L \angle \theta \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \frac{V_L}{\sqrt{3}} \angle (\theta - 30^\circ) \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = I_L \angle ((\theta - 30^\circ) - \theta_z) \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$W_1 = \Re\{V_{AC} * I_A^*\}$$

$$W_1 = \Re\{-\alpha * V_L \angle \theta * I_L \angle (-\theta + 30^\circ + \theta_z)\}$$

$$W_1 = \Re\{V_L * I_L \angle (\theta - \theta + 30^\circ + \theta_z - 60^\circ)\}$$

$$W_1 = \Re\{V_L * I_L \angle (\theta_z - 30^\circ)\}$$

$$W_1 = V_L * I_L * \cos(\theta_z - 30^\circ)$$

$$W_2 = \Re\{V_{BC} * I_B^*\}$$

$$W_2 = \Re\{(\alpha^2 * V_L \angle \theta) * (\alpha^2 * I_L \angle (\theta - 30^\circ - \theta_z))\}^*$$

$$W_2 = \Re\{(V_L \angle \{\theta - 120^\circ\}) * (*I_L \angle (-\theta + 30^\circ + \theta_z + 120^\circ))\}$$

$$W_2 = \Re\{V_L * I_L \angle (\theta - \theta + 30^\circ + \theta_z - 120^\circ + 120^\circ)\}$$

$$W_2 = \Re\{V_L * I_L \angle (\theta_z + 30^\circ)\}$$

$$W_2 = V_L * I_L * \cos(\theta_z + 30^\circ)$$

De modo que  $W_1 + W_2 = \sqrt{3} * V_L * I_L * \cos(\theta_z) = P_{3\phi}$  que é a potencia trifásica da carga, e  $W_1 - W_2 = V_L * I_L * \sin(\theta_z) = \frac{Q_{3\phi}}{\sqrt{3}}$

Para determinar qual wattímetro corresponde ao  $W_1$  e  $W_2$  utiliza-se o método abaixo:

- Desenhar a sequencia de fase

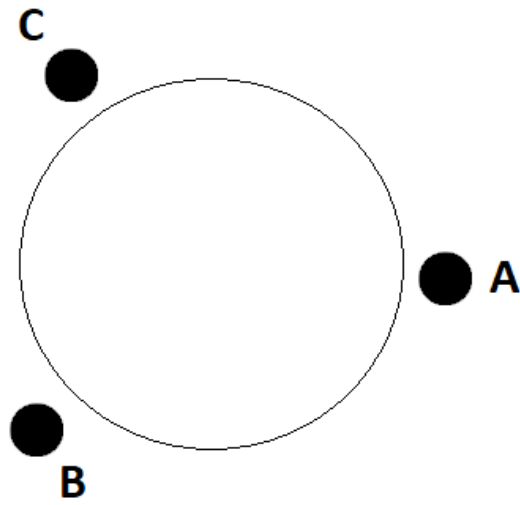


Figura 2: Desenho para sequencia ABC

- Destacar fase que não possui Wattímetro

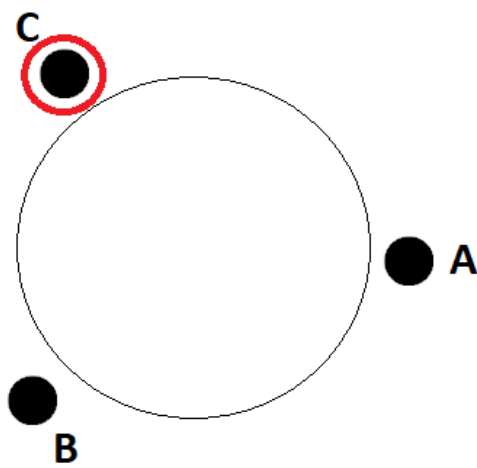


Figura 3: Fase C destacada

- Girar no sentido Horário, o primeiro encontrado é o  $W_1$  e o segundo é o  $W_2$

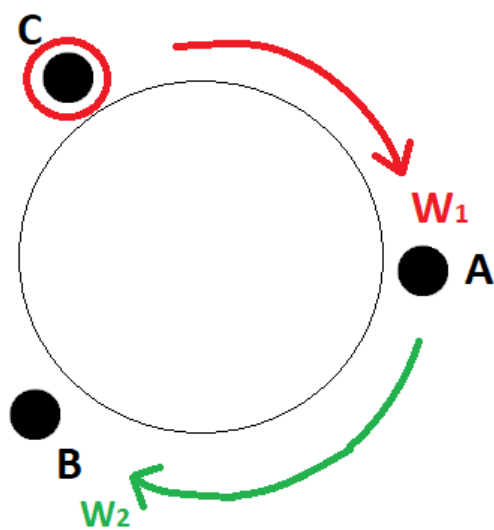


Figura 4:  $W_A$  foi encontrado primeiro, logo  $W_A = W_1$  e  $W_B = W_2$

## 3 Preparação

### 3.1 Materiais e ferramentas

- Regulador de tensão(Varivolt)
- Resistores banana de  $50\Omega$
- Indutor de 160 mH
- Capacitor de  $45.9\ \mu\text{F}$
- Medidor Trifásico Kron Mult-K
- Amperímetro analógico AC
- Wattímetro analógico

### 3.2 Montagem

#### 3.2.1 Ligação em Estrela

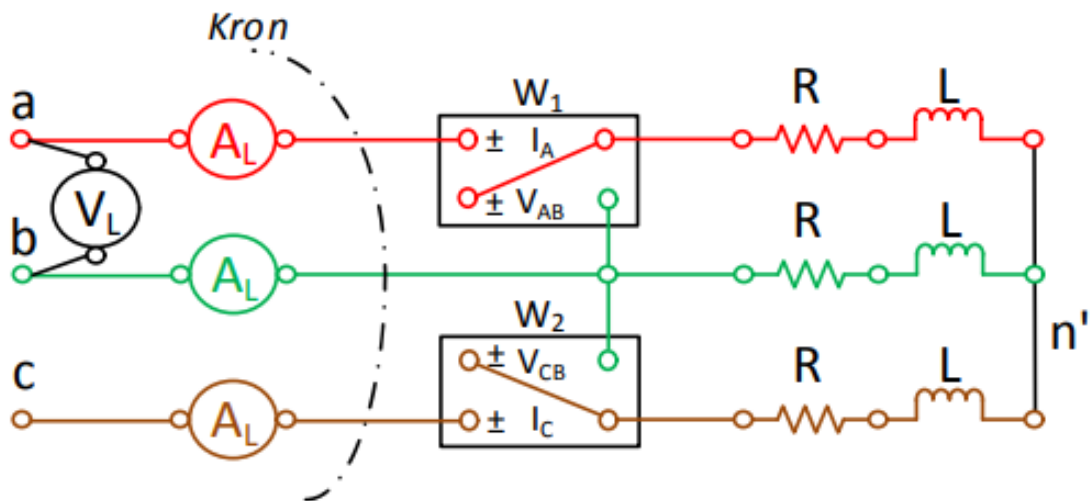


Figura 5: circuito em estrela a ser montado

Para realizar a montagem deve seguir a figura 5, antes de iniciar a montagem certifique-se que o circuito esteja desligado.



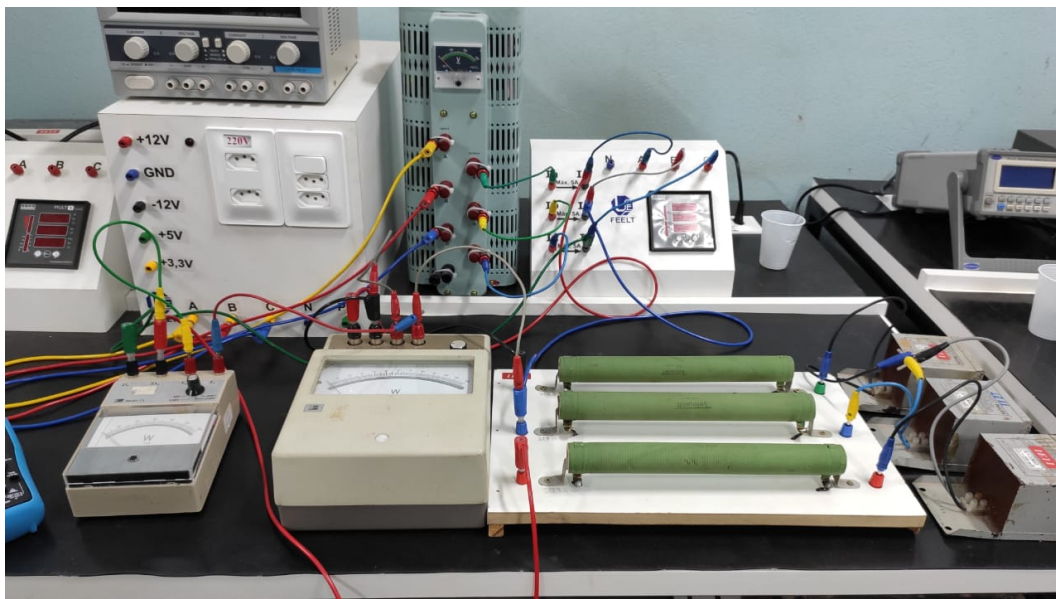


Figura 6: circuito estrela montado

### 3.2.2 Ligação em Delta

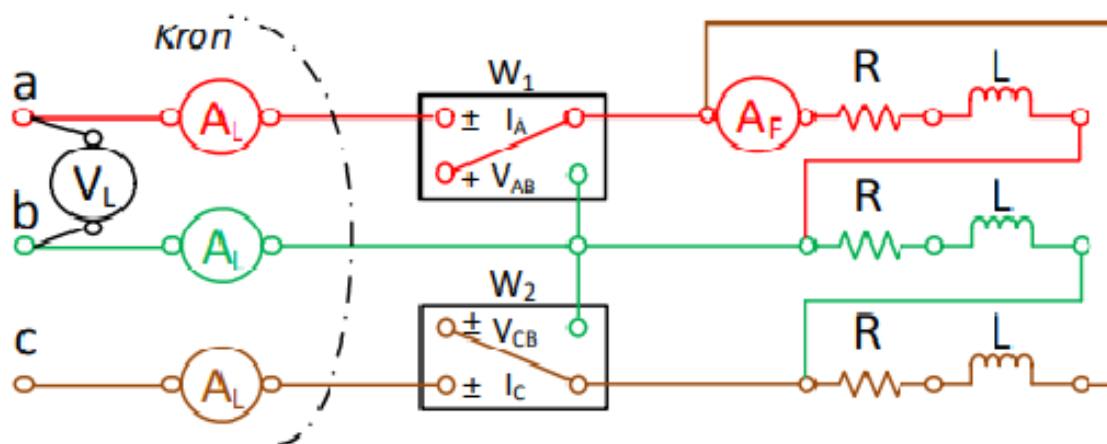


Figura 7: circuito em delta a ser montado

Para realizar a montagem deve seguir a figura 7, antes de iniciar a montagem certifique-se que o circuito esteja desligado.



Figura 8: circuito delta montado

## 4 Análise sobre segurança

Antes de montar o experimento é importante o uso de equipamentos de proteção, estar com calça, sapatos fechados, sem acessórios metálicos e se o cabelo for grande, este deve estar preso.

A bancada deve estar desenergizada durante a montagem. Durante o experimento não ter contato com nenhum fio ou elemento energizado do circuito além do risco de choque elétrico. Certifique-se de que os equipamentos estão na escala adequada para realizar as medições.

Para movimentar os indutores pegue pela parte inferior evitando riscos de que se desprenda e caia, assim evitando lesões e dano ao dispositivo. Deixe os capacitores na horizontal para que fique melhor apoiado na bancada, este é muito leve e pode cair com facilidade.

Realizar as medidas em um tempo curto evitando que o circuito fique energizado por um longo período de tempo, pois os resistores estarão dissipando potência assim esquentando.

Deve-se manter uma distância segura do circuito quando o mesmo está energizado assim evitando queimaduras e choque elétrico.

## 5 Análise

### 5.1 Cálculos Teóricos

#### 5.1.1 Circuito em Estrela

I)- ABC

**Correntes de linha:**

$$\begin{aligned}I_a &= \frac{V_{an}}{Z_a} \\I_a &= \frac{V_L \angle -30^\circ}{\sqrt{3} \cdot Z_a} \\I_a &= \frac{100 \angle -30^\circ}{\sqrt{3} \cdot (50 + 2\pi 60j \cdot 160E - 3)} \\I_a &= 0.737 \angle -80.34^\circ [\text{A}]\end{aligned}$$

Como trata-se de um circuito equilibrado:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = 0.737 \angle -80.34^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

**Potencia:**

$$\begin{aligned}P_{3\phi} &= \sqrt{3} * V_L * I_L * \cos(\theta_Z) \\P_{3\phi} &= \sqrt{3} * 100 * 0.737 * \cos(\text{tg}^{-1}(\frac{2\pi \cdot 60 * 160E - 3}{50})) \\P_{3\phi} &= 81.47[\text{W}]\end{aligned}$$

**Potencia Reativa:**

$$\begin{aligned}Q_{3\phi} &= \sqrt{3} * V_L * I_L * \sin(\theta_Z) \\Q_{3\phi} &= \sqrt{3} * 100 * 0.737 * \sin(\text{tg}^{-1}(\frac{2\pi \cdot 60 * 160E - 3}{50})) \\Q_{3\phi} &= 98.28[\text{Var}]\end{aligned}$$

**Potencia Aparente:**

$$S_{3\phi} = \sqrt{Q_{3\phi}^2 + P_{3\phi}^2}$$

$$S_{3\phi} = 127.5[\text{VA}]$$

**II)- CBA****Correntes de linha:**

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_a}$$

$$I_a = \frac{V_L \angle 30^\circ}{\sqrt{3} \cdot Z_a}$$

$$I_a = \frac{100 \angle 30^\circ}{\sqrt{3} \cdot (50 + 2\pi 60j \cdot 160E - 3)}$$

$$I_a = 0.737 \angle -20.34^\circ$$

Como trata-se de um circuito equilibrado:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = 0.737 \angle -20.34^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \alpha^2 \end{bmatrix}$$

**Potencia:**

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} * V_L * I_L * \cos(\theta_Z)$$

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} * 100 * 0.737 * \cos(\text{tg}^{-1}(\frac{2\pi \cdot 60 * 160E - 3}{50}))$$

$$P_{3\phi} = 81.47[\text{W}]$$

**Potencia Reativa:**

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * V_L * I_L * \sin(\theta_Z)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * 100 * 0.737 * \sin(\text{tg}^{-1}(\frac{2\pi \cdot 60 * 160E - 3}{50}))$$

$$Q_{3\phi} = 98.28[\text{Var}]$$

**Potencia Aparente:**

$$S_{3\phi} = \sqrt{Q_{3\phi}^2 + P_{3\phi}^2}$$

$$S_{3\phi} = 127.5[\text{VA}]$$

**5.1.2 Circuito em Delta****I)- ABC****Correntes de linha:**

$$I_a = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} - \frac{V_{ca}}{Z_{ca}}$$

$$I_a = \frac{80\angle 0^\circ - 80\angle -120^\circ}{50 + \frac{1}{2\pi \cdot 60j \cdot 45E-6}}$$

$$I_a = 0.63\angle 2.18^\circ [\text{A}]$$

Como trata-se de um circuito equilibrado:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = 0.63\angle 2.18^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

**Potencia:**

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} * V_L * I_L * \cos(\theta_Z)$$

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} * 80 * 0.63 * \cos\left(\text{tg}^{-1}\left(\frac{1}{\frac{2\pi \cdot 60 \cdot 45E-6}{50}}\right)\right)$$

$$P_{3\phi} = 56.47[\text{W}]$$

**Potencia Reativa:**

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * V_L * I_L * \cos(\theta_Z)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * 80 * 0.63 * \sin\left(\text{tg}^{-1}\left(\frac{1}{\frac{2\pi \cdot 60 \cdot 45E-6}{50}}\right)\right)$$

$$Q_{3\phi} = 66.57[\text{Var}]$$

**Potencia Aparente:**

$$S_{3\phi} = \sqrt{Q_{3\phi}^2 + P_{3\phi}^2}$$

$$S_{3\phi} = 87.3[\text{VA}]$$

**II)- CBA****Correntes de linha:**

$$I_a = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} - \frac{V_{ca}}{Z_{ca}}$$

$$I_a = \frac{80\angle 0^\circ - 80\angle 120^\circ}{50 + \frac{1}{2\pi \cdot 60j \cdot 45E-6}}$$

$$I_a = 0.63\angle -0.39^\circ [\text{A}]$$

Como trata-se de um circuito equilibrado:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = 0.63\angle -0.39^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

**Potencia:**

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} * V_L * I_L * \cos(\theta_Z)$$

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} * 80 * 0.63 * \cos\left(\text{tg}^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 45E-6}}{50}\right)\right)$$

$$P_{3\phi} = 56.47[\text{W}]$$

**Potencia Reativa:**

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * V_L * I_L * \sin(\theta_Z)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * 80 * 0.63 * \sin\left(\text{tg}^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 45E-6}}{50}\right)\right)$$

$$Q_{3\phi} = 66.57[\text{Var}]$$

### Potencia Aparente:

$$S_{3\phi} = \sqrt{Q_{3\phi}^2 + P_{3\phi}^2}$$

$$S_{3\phi} = 87.3[\text{VA}]$$

## 5.2 Dados

### 5.2.1 Ligação em estrela

Sequencia	$V_L[\text{V}]$	$I_L[\text{A}]$	fp	$P_{3\phi}[\text{W}]$	$Q_{3\phi}[\text{Var}]$	$S_{3\phi}[\text{VA}]$
ABC	100	0.6	0.62	67.46	84.18	107.70
CBA	100	0.6	0.62	67.02	83.59	107.35

Tabela 1: Medidas Para circuito em Estrela obtida pelo equipamento Kron

Sequencia	$w_1[\text{W}]$	$w_2[\text{W}]$	$W_1 + W_2$
ABC	5	55	60
CBA	55	5	60

Tabela 2: Medidas Para circuito em Estrela

Para Sequencia ABC  $W_2$  corresponde ao  $W_1$  teórico então, temos que:

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * (w_2 - w_1)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * (55 - 5)$$

$$Q_{3\phi} = 86.6$$

Para Sequencia CBA  $W_1$  corresponde ao  $W_1$  teórico então, temos que:

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * (w_1 - w_2)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * (55 - 5)$$

$$Q_{3\phi} = 86.6$$

### 5.2.2 Ligação em delta

Sequencia	$V_L[\text{V}]$	$I_L[\text{A}]$	$I_f[\text{A}]$	fp	$P_{3\phi}[\text{W}]$	$Q_{3\phi}[\text{Var}]$	$S_{3\phi}[\text{VA}]$
ABC	81	1.8	1	0.658	168.44	193.01	257.95
CBA	80	1.8	1	0.657	164	188.29	249.89

Tabela 3: Medidas Para circuito em Delta obtidas pelo equipamento Kron



Sequencia	$w_1[W]$	$w_2[W]$	$W_1 + W_2$
ABC	115	35	150
CBA	15	140	155

Tabela 4: Medidas Para circuito em Delta

Para Sequencia ABC  $W_2$  corresponde ao  $W_1$  teórico então, temos que:

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * (w_2 - w_1)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * (35 - 115)$$

$$Q_{3\phi} = -138.6 \text{ Var}$$

Para Sequencia CBA  $W_1$  corresponde ao  $W_1$  teórico então, temos que:

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * (w_1 - w_2)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} * (15 - 140)$$

$$Q_{3\phi} = -216.5 \text{ Var}$$

## 5.3 Questões

### 5.3.1

**Para os sistemas das Figuras 1 e 2, ao ser ligado, o que aconteceu com os wattímetros  $W_1$  e  $W_2$  quando a sequência de fases foi invertida? Algum deles marcou valor negativo? Explique. Encontre as potências usando as leituras.**

R: Ao mudar a sequencia os wattímetros trocaram as leituras. Nenhum marcou e leitura negativa. O Angulo  $\theta_z$  de ambas as cargas é menor que  $60^\circ$  e a ligação estava correta por isso não houve medição negativa. Potencia calculada acima.

### 5.3.2

**Encontre o valor das leituras dos wattímetros usando as expressões analíticas.**

Para circuito estrela:

$$W_1 = V_L * I_L * \cos(\theta_z + 30^\circ)$$

$$W_2 = V_L * I_L * \cos(\theta_z - 30^\circ)$$

$$\cos(\theta) = 0.62 \implies \theta = 51.68^\circ$$

$$W_1 = 8.68$$

$$W_2 = 55.76$$

Para circuito delta:

$$W_1 = V_L * I_L * \cos(\theta_z + 30^\circ)$$

$$W_2 = V_L * I_L * \cos(\theta_z - 30^\circ)$$

$$\cos(\theta) = 0.658 \implies \theta = -48.85^\circ$$

$$W_1 = 136.28$$

$$W_2 = 27.85$$

### 5.3.3

**Mostre através de um diagrama fasorial que de acordo com as polaridades das bobinas de corrente e de potencial a leitura do wattímetro analógico é positiva para um ângulo  $|\theta_z|$  menor que  $60^\circ$ . Mostre que a leitura será negativa se for maior que  $60^\circ$ .**

R: Se  $|\theta_z| < 60^\circ$  então  $|\theta_z + 30^\circ| < 90^\circ$  e  $|\theta_z - 30^\circ| < 90^\circ$  assim para  $\theta < 90$ ,  $\cos(\theta) > 0$ , ambas leituras serão positivas.

Se  $|\theta_z| > 60^\circ$  então  $|\theta_z + 30^\circ| > 90^\circ$  e  $|\theta_z - 30^\circ| < 90^\circ$  assim para  $\theta > 90$ ,  $\cos(\theta) < 0$ , uma das leituras será negativa.

### 5.3.4

**Mostre através de um diagrama fasorial que se a polaridade de uma das bobinas não for seguida a leitura terá um sinal oposto ao correto.**

R: Pela definição caso uma das medidas fique errada, será lido a medida com angulo somado 180. conforme as figuras abaixo mostram. As figuras foram feita a partir de um código[1]

em JavaScript escrito pelo autor deste relatório. A amplitude não afeta no sinal da medição por isso a mesma pode ser desconsiderada.

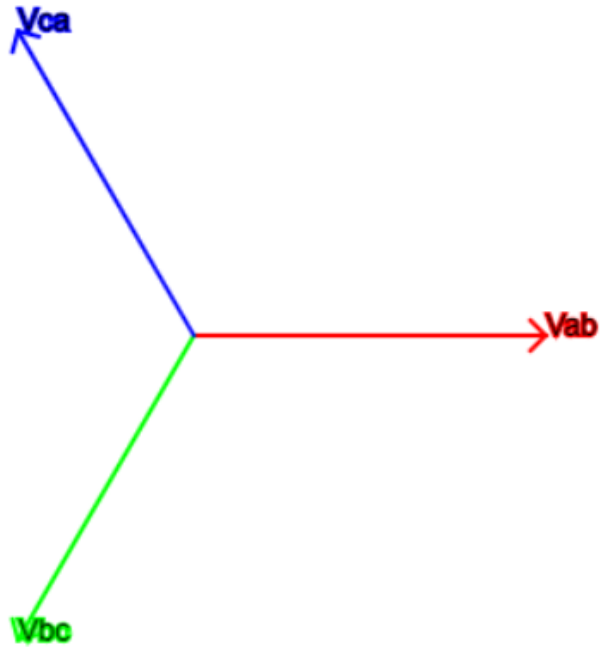


Figura 9: Fasores com a medição correta

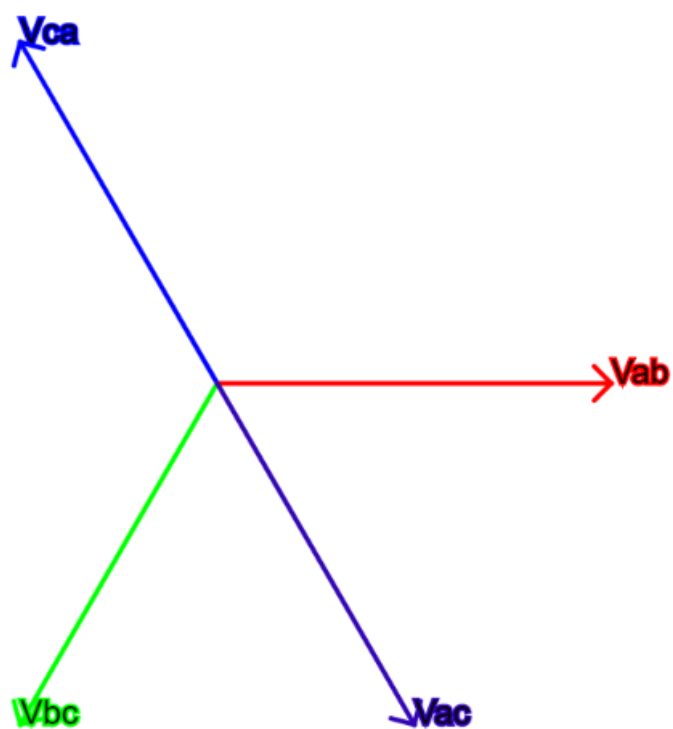


Figura 10: Caso troque a medição  $V_{ca}$  por  $V_{ac}$  gerando uma leitura negativa

O mesmo acontece caso a bobina de corrente for invertida.

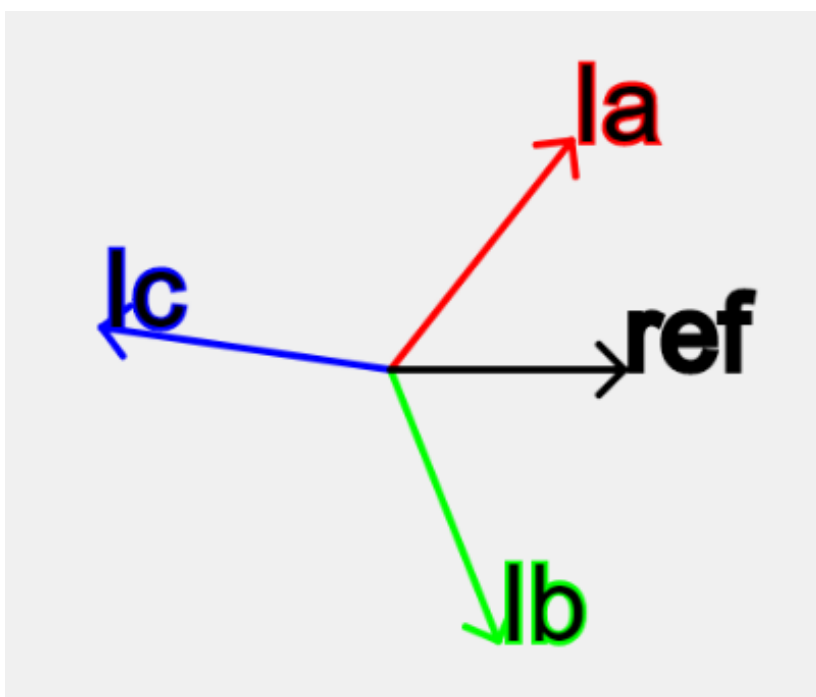


Figura 11: Fasores de corrente com a medição correta

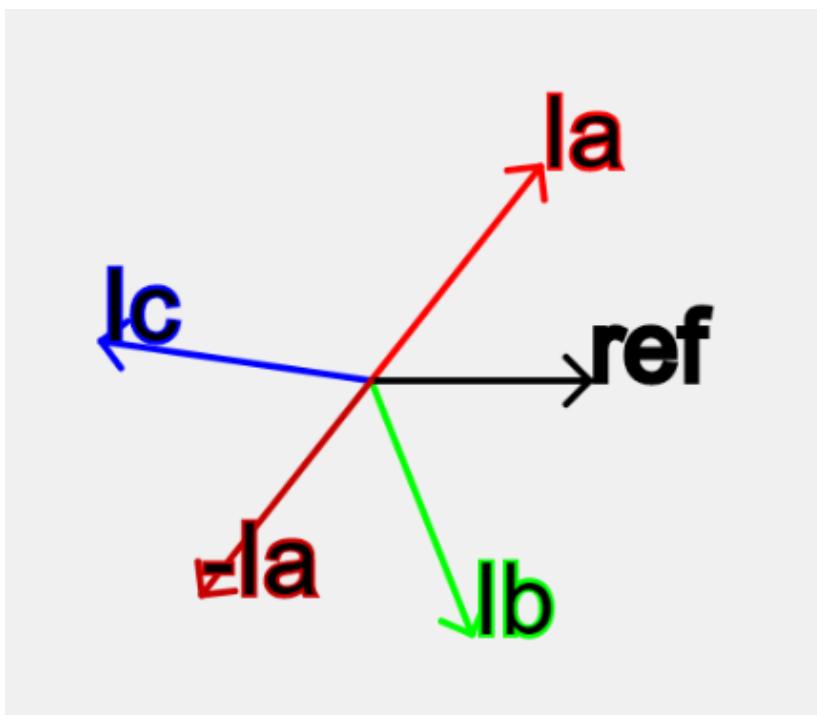


Figura 12: Caso troque a medição  $I_a$  por  $-I_a$  gerando uma leitura negativa

Os fasores acima mostram que se medir incorretamente, será medido um fasor somado de  $180^\circ$ , invertendo o sinal da medição.

## 6 Simulação

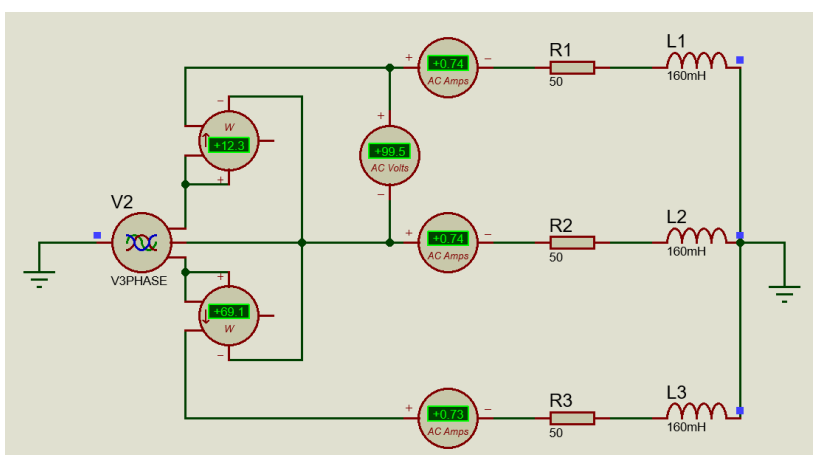


Figura 13: Simulação em estrela ABC

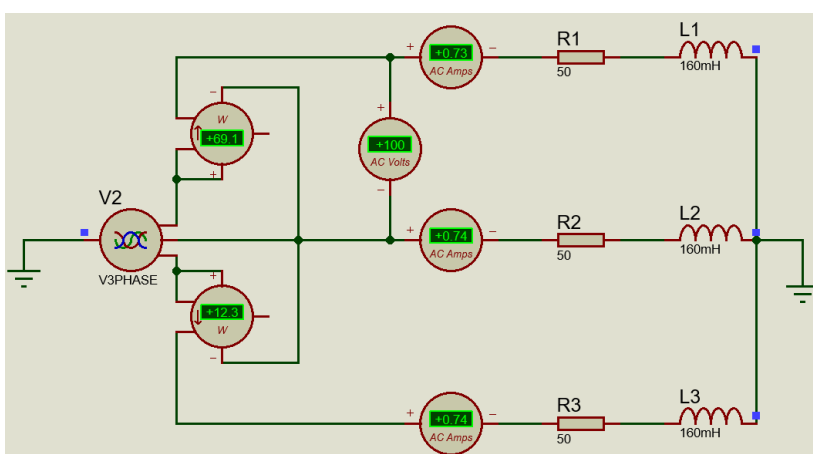


Figura 14: Simulação em estrela CBA

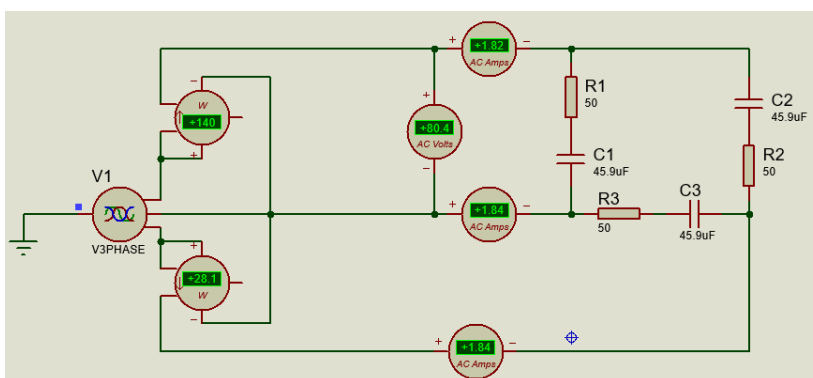


Figura 15: Simulação em delta ABC

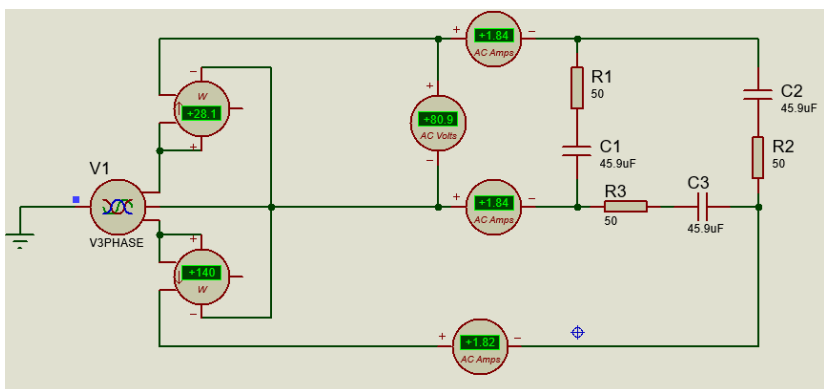


Figura 16: Simulação em estrela CBA

Sequência	$V_L[V]$	$I_L[A]$	$w_1[W]$	$w_2[W]$	$W_1 + W_2$
ABC	80	1.8	28.1	140	168
CBA	80	1.8	140	28.1	168

Tabela 5: Medidas Simuladas Para circuito em Delta

Sequência	$V_L[V]$	$I_L[A]$	$w_1[W]$	$w_2[W]$	$W_1 + W_2$
ABC	100	0.7	12.3	69.1	81.4
CBA	100	0.7	69.1	12.3	81.4

Tabela 6: Medidas Simuladas Para circuito em Estrela

A simulação apresentou dados com erros consideráveis em relação as medidas efetuadas. A impedância do wattímetro pode influenciar no circuito, porem na simulação o wattímetro é ideal.

## 7 Conclusão

A medição de potencia trifásica usando o método dos dois wattímetros é importante para conhecimentos didáticos porém não é comumente utilizado em meios práticos. Com o desenvolvimento da tecnologia foram feitos equipamentos digitais mais precisos e mais fáceis de manusear, estes também realizam outras medições.



Figura 17: Analisador de potência trifásica digital [2]

Os valores analíticos foram levemente diferentes dos obtidos experimentalmente, quando é feito os cálculos despreza-se os efeitos das bobinas.

Foi observado que ao trocar as sequencias de fases as medições inverteram, porém para quando o circuito era capacitivo as medições inverteram e foram diferentes, que leva a levantar a hipótese que os capacitores possuíam uma diferença considerável fazendo o circuito distanciar de um circuito perfeitamente equilibrado.

A simulação mostrou que ao invertei a sequencia de fase as medições dos wattímetros mudam, este também comprovando a teoria.

O método mostrou funcionar independente da ligação (estrela ou delta) e independente do tipo da carga (capacitiva ou indutiva) bastando ser equilibrada.



## Referencias

ALEXANDER, C.K.; SADIKU, M.N. Fundamentos de Circuitos Elétricos. 5ª ed. Porto Alegre: Mc Graw-Hill, 2015

[1] - LIMA, H.S.; Desenhando Fasores <https://xx220xx.github.io/FASORES/index.html> acesso em 28/10/2018

[2] Analisador de potência trifásico PCE-PA 8000 - <https://www.pce-medidores.com.pt/fichas-dados/analizador-potencia-trifasico-pce-pa-8000.htm> acesso em 28/10/2018