Universidade Federal de Uberlândia

Autor: Henrique Santos de Lima

Docente: Prof. Dr. Keiji Yamanaka

Outubro

2023

Universidade Federal de Uberlândia

Trabalho 05 de Inteligencia Artificial

Rede Neural Adaline e a Regressão Linear

Autor : Henrique Santos de Lima

Outubro

2023

Conteúdo

1 Problema

Utilize a base de observações para:

- Treinar uma Adaline com esta base de observações
- Traçar a linha de regressão linear
- Comparar os resultados de regressão com os obtidos utilizando as equações de a e b
- Encontrar o coeficiente de correlação de Pearson e o coeficiente de determinação.

2 A rede neural Adaline

A rede chamada de Adaline permitiu a utilização de valores reais nas entradas e até mesmo nas saídas dos neurônios, isso foi possível ao utilizar a função de ativação linear e o gradiente descendente.

Para calcular os valores que serão corrigidos nos pesos, primeiro calcula-se o erro que as saídas estão gerando em relação ao objetivo, como mostra a Equação 1.

$$E = \frac{(y-t)^2}{2} \tag{1}$$

A variação do peso anterior para o novo peso é proporcional ao gradiente do erro, como mostra a equação 2.

$$dw \propto -\frac{\partial E}{\partial w} = -\frac{\partial E}{\partial y} * \frac{\partial y}{\partial w} = -\frac{\partial E}{\partial y} * \frac{\partial (x*w+b)}{\partial w} = (t-y)*x \tag{2}$$

Dessa forma é possível fazer pequenos ajustes nos pesos.

Algorithm 1 Algoritmo de Treinamento do Perceptron

Inicializar todos os pesos: $w_i = 0$ para $i = 1$ a n, $b = 0$.
Inicializar taxa de aprendizagem α $(0 < \alpha \leq 1)$.
Inicializar condição de parada.
while condição de parada for falsa **do**
    for cada par (vetor de entrada $\mathbf{s}$, saída t) **do**
        $\mathbf{x} = \mathbf{s}$ {Para $i = 1$ a n}
        Calcular a saída y_{liq}:
        $y_{\text{liq}} = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b$
        for cada peso w_{ij} **do**
            Atualizar o peso: $w_{ij} = w_{ij} + \alpha * (t_j - y_j) * x_i$
        end for
        Atualizar o viés: $b = b + \alpha * (t_j - y_j)$
    end for
    Testar condição de parada: Verificar se não houve mudança de pesos.
end while

3 Regressão linear

A regressão linear é uma técnica que permite encontrar uma reta com o menor erro quadrático médio em relação a um conjunto de pontos de um espaço amostral.

A equação linear é da forma

$$f(x) = b * x + a \tag{3}$$

Em que:

$$\begin{aligned}
& b = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \\
& a = \bar{y} - \bar{x} \cdot b \\
& \bar{y} \text{ é a média dos valores de } y \text{ (a variável dependente).} \\
& \bar{x} \text{ é a média dos valores de } x \text{ (a variável independente).} \\
& x_i \text{ e } y_i \text{ são os valores individuais de } x \text{ e } y. \\
& \textstyle\sum \text{ representa a soma dos valores em um conjunto de dados.}
\end{aligned} \tag{4}$$

4 Métricas

Para avaliar o erro entre dois conjuntos, pode-se utilizar algumas métricas tais como a tabela abaixo mostra.

Métrica	Equações
Mean Squared Error (MSE)	$\text{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$
Root Mean Squared Error (RMSE)	$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}$
Mean Absolute Error (MAE)	$\text{MAE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\lvert y_i - \hat{y}_i\rvert$
R Square (R^2)	$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$

Tabela 1: Métricas utilizadas para medir o erro

5 Coeficiente de Pearson

O coeficiente de Pearson, ou coeficiente de correlação de Pearson, é uma medida estatística que quantifica a relação linear entre duas variáveis. Ele varia de -1 a 1, onde -1 indica uma correlação negativa perfeita, 1 indica uma correlação positiva perfeita e 0 representa a ausência de correlação linear. Pode ser calculado a partir da Equação 5

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{n\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \tag{5}$$

O coeficiente de determinação (R^2) mede o grau em que a variabilidade dos dados é explicada pelo modelo de regressão. R^2 é o quadrado do coeficiente de Pearson r, variando de 0 a 1. Quanto mais próximo de 1, mais bem o modelo se ajusta aos dados. Quando $R^2 = 0$ indica que o modelo não explica a variabilidade, enquanto$R^2 = 1$ significa que o modelo explica toda a variabilidade. Portanto, R^2 é uma medida da qualidade do ajuste de um modelo de regressão aos dados.

6 Solução

6.1 Gráfico Com a regressão linear do conjunto de dados

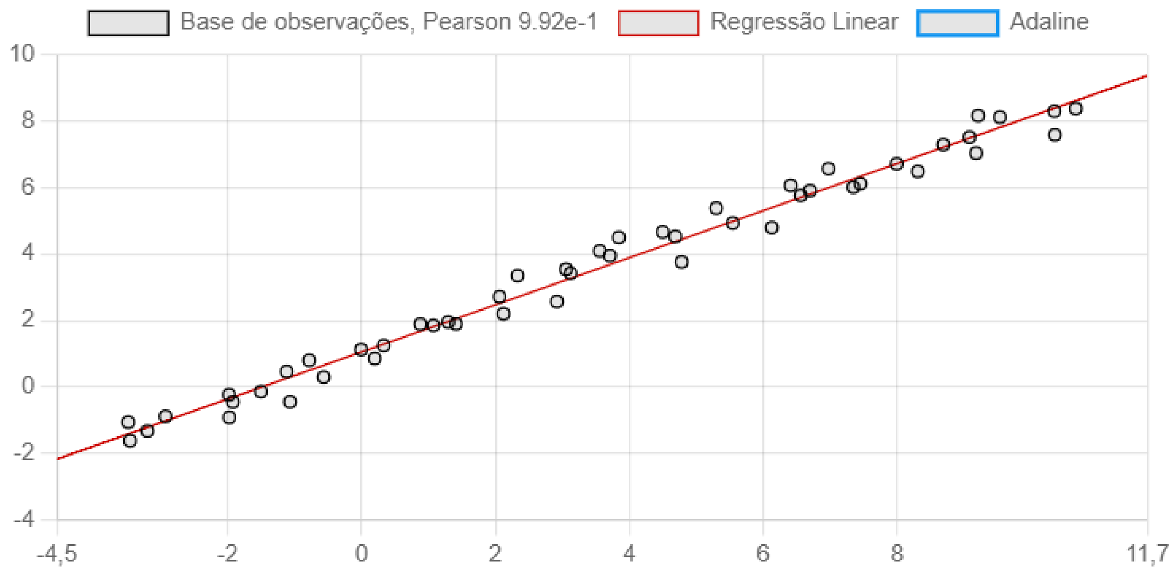

Figura 1: Regressão linear e pontos dos dados

A figura 1 mostra a reta encontrada pela regressão linear, essa é a reta com o menor erro médio em relação a todos os pontos.

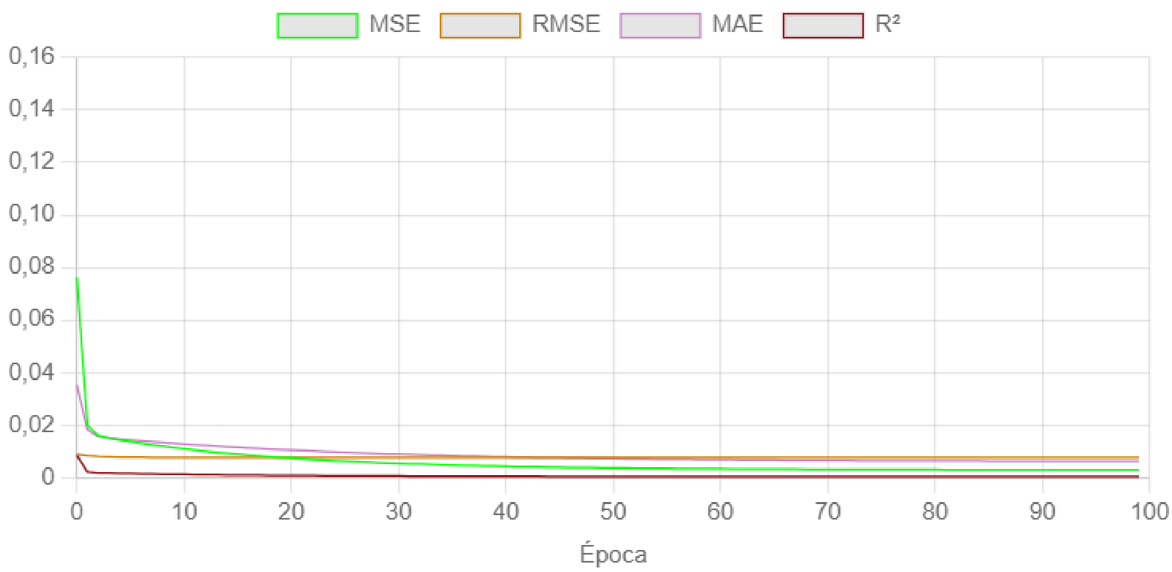

Figura 2: Métricas de erros calculada durante o treinamento

A figura 2 mostra as curvas de erros diminuindo conforme a rede neural vai treinando.

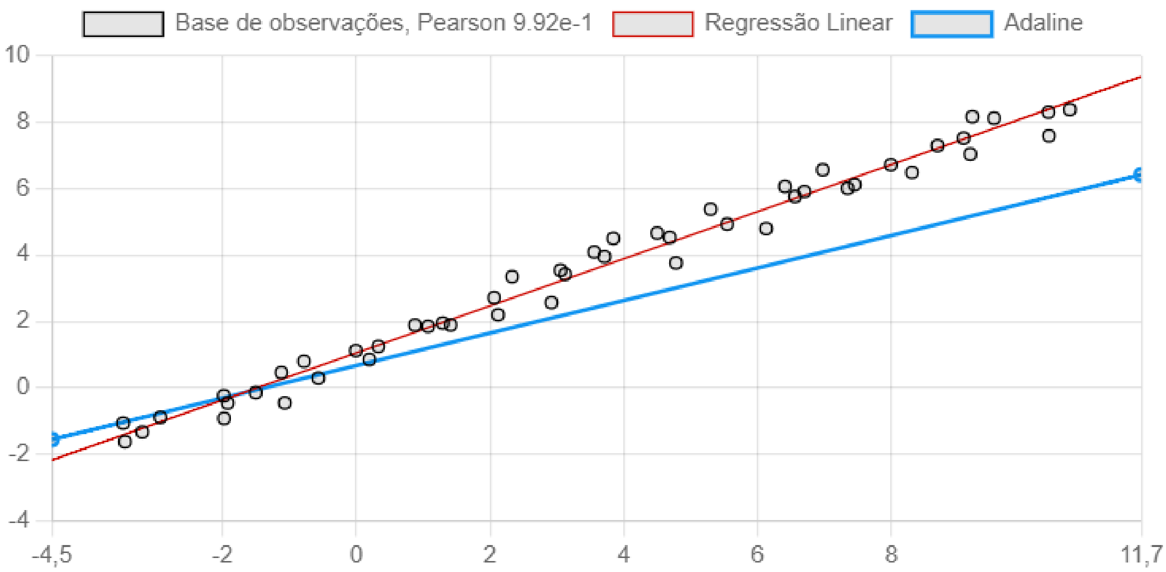

Figura 3: Reta da regressão linear e reta da rede neural (primeira época)

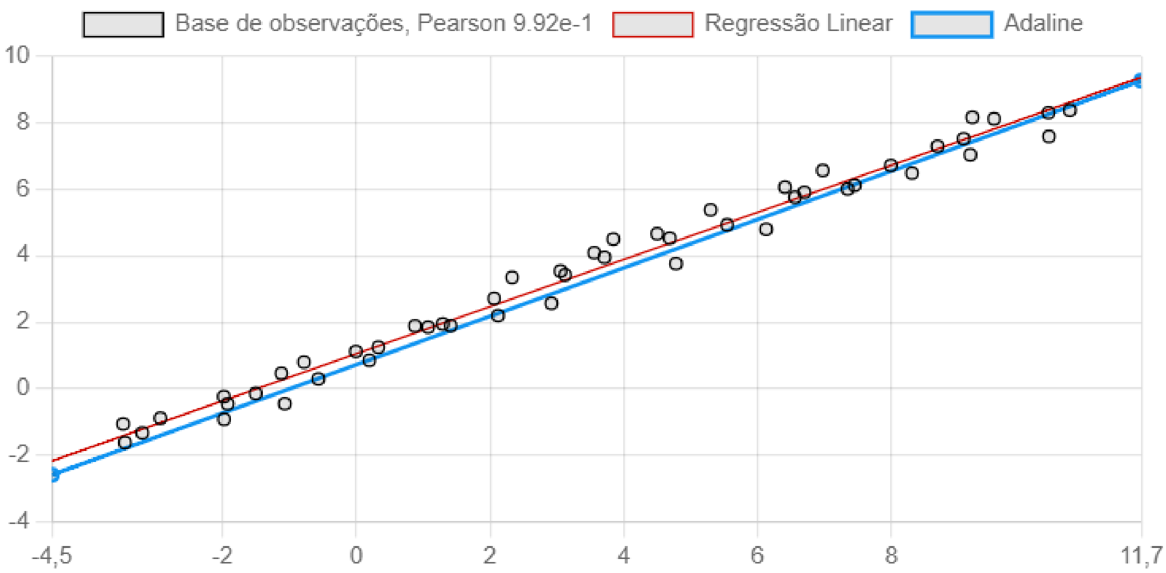

Figura 4: Reta da regressão linear e reta da rede neural (segunda época)

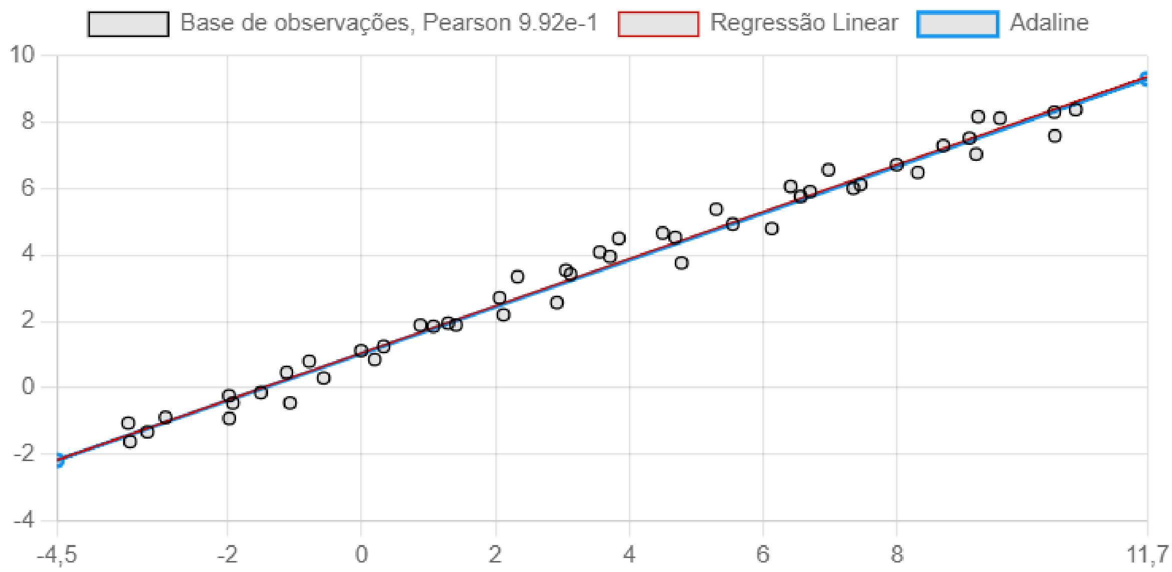

Figura 5: Reta da regressão linear e reta da rede neural (última época)

As Figuras 3, 4 e 5 mostram a reta obtida pela rede neural se aproximando da reta obtida pela regressão linear.

Coeficiente de Pearson	Coeficiente de determinação
0.9920	0.9840

Tabela 2: Coeficientes de Pearson e Coeficiente de determinação

Os coeficiente são apresentados na tabela 2, e indicam que os dados se ajustam bem uma regressão linear.

7 Conclusão

Este trabalho permite visualizar como o algoritmo da rede neural Adaline se assemelha da regressão Linear, onde a reta obtida pela Adaline tende a reta encontrada pela regressão Linear.

Apesar de existirem outras métricas de erro, no algoritmo Adaline é utilizado o MSE devido a facilidade de calcular sua derivada, utilizado para correção dos pesos.

Os coeficientes de Pearson e de determinação são uteis para identificar se a rede neural Adaline será capaz de aprender e encontrar uma solução que atenda o problema.

Referências

1 DUDA, R. O.; HART, P. E.; STORK, D. G. *Pattern Classification*. 2nd edition. ed. Nashville, TN: Wiley-Interscience, 2000. 688 p. ISBN 0471056693.

2 HAYKIN, S. *Redes Neurais - 2ª edição*. 2ª edição. ed. [S.l.]: Bookman, 2000. 898 p. ISBN 8573077182.

3 HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. *The Elements of Statistical Learning*. [S.l.]: Springer, 2009.