TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CUAUTLA

CÁLCULO INTEGRAL 2025

PRÁCTICA-PROBLEMARIO UNIDAD 1

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO

Competencia específica: Comprende los dos teoremas fundamentales del cálculo para establecer la relación entre cálculo diferencial y cálculo integral.
Aplica los teoremas y las propiedades de la integral para evaluar integrales definidas.

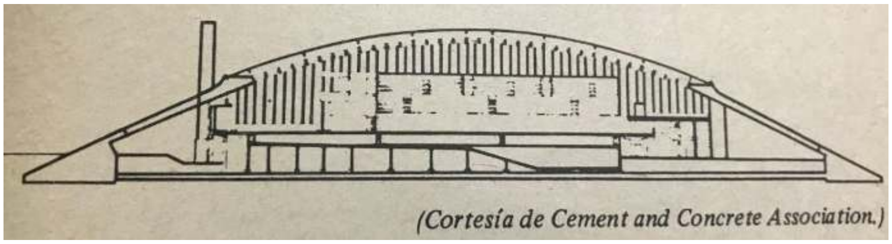
Realice los ejercicios de manera clara y ordenada. Escribir todo el procedimiento. Estos ejercicios serán capturados en la computadora.

1. Gráfica y aproxima el área bajo la curva de $f(x) = 3x$ en el intervalo $[0,2]$ con las siguientes características:
   a) Grafique la región R debajo de la gráfica de f en el intervalo $[0,2]$ y determine su área exacta con geometría.
   b) Utilice una suma de Riemman con cuatro subintervalos de igual longitud ($n = 4$) para aproximar el área de R. Elija los puntos representativos como los extremos izquierdos de los subintervalos.
   c) Repita el inciso (b) con ocho subintervalos de igual longitud ($n = 8$).
   d) Compare las aproximaciones obtenidas en (b) y (c) con el área exacta determinada en (a). ¿Mejoran las aproximaciones cuando n crece?
   e) Utiliza una suma de Riemann con n rectángulos.

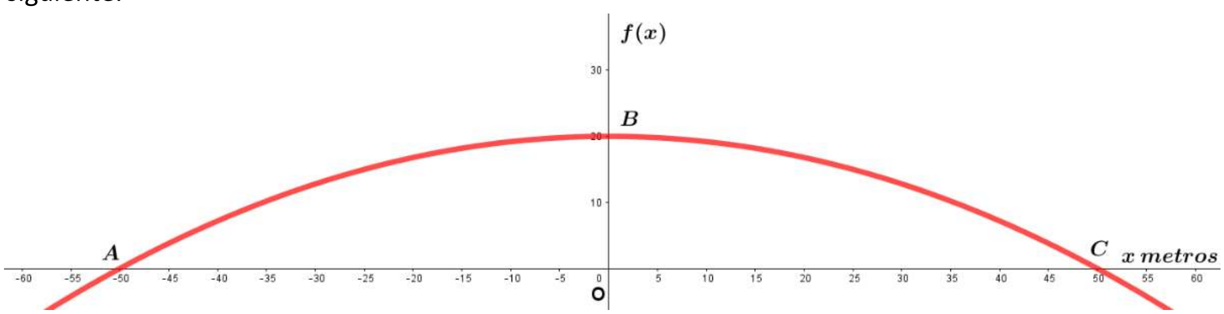
2. Sea $f(x) = 4 - 2x$.
   a. Grafique la región R debajo de la gráfica de f en el intervalo $[0,2]$ y determine su área exacta con geometría.
   b. Utilice una suma de Riemann con cinco subintervalos de igual longitud ($n = 5$) para aproximar el área de R. Elija los puntos representativos como los extremos izquierdos de los subintervalos.
   c. Repita(b) con diez subintervalos de igual longitud($n = 10$).
   d. Compare las aproximaciones obtenidas en (b) y (c) con el área exacta determinada en (a). ¿Mejoran las aproximaciones cuando n crece?
   e. Utiliza una suma de Riemann con n rectángulos.

3. Gráfica y aproxima el área bajo la curva de $f(x) = 2x^2 + 5x - 1$ en el intervalo $[1,9]$ con las siguientes características:
   a) Utiliza n=10 rectángulos y la suma de Riemann por la izquierda. (utiliza el software para elaborar la gráfica con los rectángulos)
   b) Utiliza n=10 rectángulos y la suma de Riemann por la derecha. (utiliza el software para elaborar la gráfica con los rectángulos)
   c) Utiliza n=10 rectángulos y la suma de Riemann con punto medio. (utiliza el software para elaborar la gráfica con los rectángulos).
   d) Utiliza una suma de Riemann con n subintervalos.

4. La piscina de Dollan, piscinas de escocia para pruebas olímpicas, fueron inaguradas oficalmente el 27 de mayo de 1968 por R. B. McGregor, el nadador escocés internacional.



Proyectado por el arquitecto A. Buchanan Campbell, el edificio se alza en un inmenso arco parabólico, con luz de 100 m y con una altura máxima de 20 m por encima del nivel del suelo. Una vez decidida la forma, el arquitecto tuvo que calcular el área de la sección transversal del edifico para poder hallar la presión ejercicida sobre la estructura. Para emular su calculo, se necesita primero obtener una función f cuya gráfica sea una curva que represente a escala conveniente el perfil del edificio. La gráfica de la párabola es la siguiente.



a) Si se sabe que $f(-50) = 0,\ f(0) = 20\ , f(50) = 0\ y\ la\ función\ es\ de\ la\ forma\ f(x) = ax^2 + bx + c$. Ecuentra la función.
b) Utilizando cinco intervalos n=5 aproxima el área utiliza el *extremos izquierdo* y toma el intervalo de [0, 50] al final multiplicas por 2 porque el área es simétrica.
c) Utiliza n=5 y a proxima el área utilizando el extremo derecho ,toma el intervalo de [0, 50] al final multiplicas por 2 porque el área es simétrica.
d) Utiliza n=5 y el punto medio toma el intervalo de [0, 50] al final multiplicas por 2 porque el área es simétrica.
e) Cálcula la integral definida de [-50, 50]

5. Calcular el área total que se encuentra debajo de la función $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$, en el intervalo $[-1,2]$ dividiendola en n rectángulos. Utiliza una suma de Riemann.

6. Usando áreas de figuras conocidas calcular cada una de las siguientes integrales. Hacer las gráficas

$a)\ \int_0^3 x\,dx \qquad b)\ \int_1^3 (-2x+7)\,dx \qquad c)\ \int_{-2}^6 7\,dx \qquad d)\ \int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$

$e)\ \int_0^1 \left(1-\sqrt{1-x^2}\right)dx \qquad f)\ \int_{-5}^1 \sqrt{9-(x+2)^2}\ dx$