

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №4

по дисциплине «Вычислительная математика»

Вариант: 7

Преподаватель:
Малышева Татьяна Алексеевна

Выполнил: Жук И. А.
Группа: Р3215

Постановка задачи

Дана функция

$$y = \frac{23x}{x^4 + 7}, \quad x \in [-2, 0], \quad \text{шаг } h = 0,2,$$

требуется построить аппроксимации (линейную и квадратичную) методом наименьших квадратов, вычислить меры отклонения и сравнить качество.

1. Исходные данные

Таблица 1: Таблица значений и производных величин

i	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	11,000
x_i	-2,000	-1,800	-1,600	-1,400	-1,200	-1,000	-0,800	-0,600	-0,400	-0,200	0,000
y_i	-2,000	-2,366	-2,715	-2,970	-3,042	-2,875	-2,483	-1,936	-1,309	-0,657	0,000
xx_i	4,000	3,240	2,560	1,960	1,440	1,000	0,640	0,360	0,160	0,040	0,000
yy_i	4,000	5,598	7,372	8,821	9,252	8,266	6,167	3,747	1,715	0,432	0,000
xy_i	4,000	4,259	4,344	4,158	3,650	2,875	1,987	1,161	0,524	0,131	0,000

Таблица 2: Суммы

S_x	-11,000
S_y	-22,353
S_{xx}	15,400
S_{yy}	55,369
S_{xy}	27,089

2. Линейная аппроксимация $\phi_1(x) = a + bx$

Нормальные уравнения:

$$\begin{cases} n a + S_x b = S_y, \\ S_x a + S_{xx} b = S_{xy}, \end{cases} \quad \begin{cases} 11 a - 11,000 b = -22,353, \\ -11,000 a + 15,400 b = 27,089. \end{cases}$$

Решение:

$$a \approx -0,956, \quad b \approx 1,076, \quad \phi_1(x) \approx -0,956 + 1,076 x.$$

Таблица 3: Значения $\phi_1(x_i)$ и квадраты ошибок

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x_i	-2,000	-1,800	-1,600	-1,400	-1,200	-1,000	-0,800	-0,600	-0,400	-0,200	0,000
y_i	-2,000	-2,366	-2,715	-2,970	-3,042	-2,875	-2,483	-1,936	-1,309	-0,657	0,000
$\phi_1(x_i)$	-3,108	-2,893	-2,678	-2,462	-2,247	-2,032	-1,817	-1,602	-1,386	-1,171	-0,956
$(\phi_1 - y_i)^2$	1,228	0,277	0,001	0,258	0,631	0,711	0,444	0,112	0,006	0,264	0,914

$$S_{\text{линейн}} = 4,846, \quad \sigma_{\text{линейн}} = 0,664.$$

3. Квадратичная аппроксимация $\phi_2(x) = a + bx + cx^2$

Дополнительные суммы:

$$S_{xxx} = -24,200, \quad S_{xxxx} = 40,533, \quad S_{xxy} = -38,215.$$

Нормальные уравнения:

$$\begin{pmatrix} n & S_x & S_{xx} \\ S_x & S_{xx} & S_{xxx} \\ S_{xx} & S_{xxx} & S_{xxxx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_y \\ S_{xy} \\ S_{xxy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -11 & 15,400 \\ -11 & 15,400 & -24,200 \\ 15,400 & -24,200 & 40,533 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22,353 \\ 27,089 \\ -38,215 \end{pmatrix}.$$

Решение:

$$a \approx 0,159, \quad b \approx 4,794, \quad c \approx 1,859, \quad \phi_2(x) \approx 0,16 + 4,794x + 1,859x^2.$$

Таблица 4: Значения $\phi_2(x_i)$ и квадраты ошибок

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x_i	-2,000	-1,800	-1,600	-1,400	-1,200	-1,000	-0,800	-0,600	-0,400	-0,200	0,000
y_i	-2,000	-2,366	-2,715	-2,970	-3,042	-2,875	-2,483	-1,936	-1,309	-0,657	0,000
$\phi_2(x_i)$	-1,992	-2,446	-2,751	-2,908	-2,916	-2,775	-2,485	-2,047	-1,460	-0,724	0,160
$(\phi_2 - y_i)^2$	0,000	0,006	0,001	0,004	0,016	0,010	0,000	0,012	0,023	0,005	0,026

$$S_{\text{квадр}} = 0,103, \quad \sigma_{\text{квадр}} = 0,097.$$

Сравнение: $\sigma_{\text{квадр}} < \sigma_{\text{линейн}}$, следовательно квадратичная аппроксимация лучше.

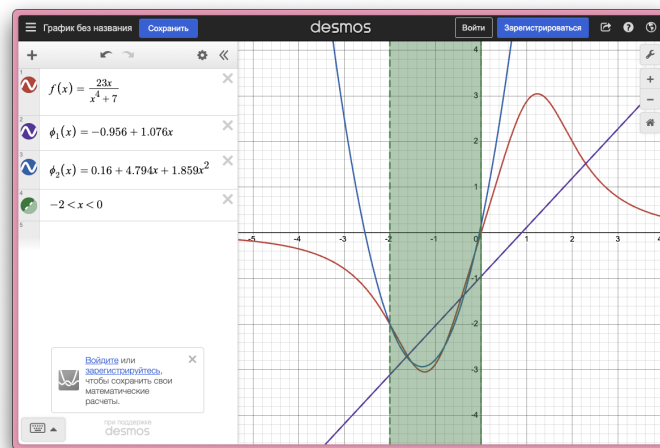


Рис. 1: Итоговый график (аппроксимации и данные).

4. Пример выполнения программы

С входными данными из ручного вычисления

Результаты

приближения метод(наименьших квадратов):

=== Линейная ===Коэффициенты

: (np.float64(-0.95568181818175), np.float64(1.07640909090909)) Мера
отклонения $S = 4.847$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 0.664$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	-2.000	-2.000	-3.108	-1.108
2	-1.800	-2.366	-2.893	-0.527
3	-1.600	-2.715	-2.678	0.037
4	-1.400	-2.970	-2.463	0.507
5	-1.200	-3.042	-2.247	0.795
6	-1.000	-2.875	-2.032	0.843
7	-0.800	-2.483	-1.817	0.666
8	-0.600	-1.936	-1.602	0.334
9	-0.400	-1.309	-1.386	-0.077
10	-0.200	-0.657	-1.171	-0.514
11	0.000	0.000	-0.956	-0.956

=== Полином_2 ===Коэффициенты

: (np.float64(0.1596503496503488), np.float64(4.794182983682986), np.
float64(1.8588869463869484)) Мера
отклонения $S = 0.103$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 0.097$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	-2.000	-2.000	-1.993	0.007
2	-1.800	-2.366	-2.447	-0.081
3	-1.600	-2.715	-2.752	-0.037
4	-1.400	-2.970	-2.909	0.061
5	-1.200	-3.042	-2.917	0.125
6	-1.000	-2.875	-2.776	0.099
7	-0.800	-2.483	-2.486	-0.003
8	-0.600	-1.936	-2.048	-0.112
9	-0.400	-1.309	-1.461	-0.152
10	-0.200	-0.657	-0.725	-0.068
11	0.000	0.000	0.160	0.160

=== Полином_3 ===Коэффициенты

: (np.float64(0.070181818181721), np.float64(4.08340520590521), np.
float64(0.9269230769230811), np.float64(-0.3106546231546218)) Мера
отклонения $S = 0.065$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 0.077$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	-2.000	-2.000	-1.904	0.096
2	-1.800	-2.366	-2.465	-0.099
3	-1.600	-2.715	-2.818	-0.103
4	-1.400	-2.970	-2.977	-0.007
5	-1.200	-3.042	-2.958	0.084
6	-1.000	-2.875	-2.776	0.099
7	-0.800	-2.483	-2.444	0.039
8	-0.600	-1.936	-1.979	-0.043
9	-0.400	-1.309	-1.395	-0.086

10	-0.200	-0.657	-0.707	-0.050
11	0.000	0.000	0.070	0.070

=== Экспоненциальная ===Коэффициенты

: (np.float64(-1.3267808335190074), np.float64(-0.40404311213173527)) Мера отклонения $S = 6.025$ Среднеквадратичное отклонение $\sigma = 0.740$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	-2.000	-2.000	-2.977	-0.977
2	-1.800	-2.366	-2.746	-0.380
3	-1.600	-2.715	-2.533	0.182
4	-1.400	-2.970	-2.336	0.634
5	-1.200	-3.042	-2.155	0.887
6	-1.000	-2.875	-1.987	0.888
7	-0.800	-2.483	-1.833	0.650
8	-0.600	-1.936	-1.691	0.245
9	-0.400	-1.309	-1.560	-0.251
10	-0.200	-0.657	-1.438	-0.781
11	0.000	0.000	-1.327	-1.327

=== Логарифмическая ===Коэффициенты

: (nan, nan) Мера отклонения $S = \text{nan}$ Среднеквадратичное отклонение $\sigma = \text{nan}$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	-2.000	-2.000	nan	nan
2	-1.800	-2.366	nan	nan
3	-1.600	-2.715	nan	nan
4	-1.400	-2.970	nan	nan
5	-1.200	-3.042	nan	nan
6	-1.000	-2.875	nan	nan
7	-0.800	-2.483	nan	nan
8	-0.600	-1.936	nan	nan
9	-0.400	-1.309	nan	nan
10	-0.200	-0.657	nan	nan
11	0.000	0.000	nan	nan

=== Степенная ===Коэффициенты

: (nan, nan) Мера отклонения $S = \text{nan}$ Среднеквадратичное отклонение $\sigma = \text{nan}$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	-2.000	-2.000	nan	nan
2	-1.800	-2.366	nan	nan
3	-1.600	-2.715	nan	nan
4	-1.400	-2.970	nan	nan
5	-1.200	-3.042	nan	nan
6	-1.000	-2.875	nan	nan
7	-0.800	-2.483	nan	nan
8	-0.600	-1.936	nan	nan
9	-0.400	-1.309	nan	nan
10	-0.200	-0.657	nan	nan
11	0.000	0.000	nan	nan

=== Дополнительно для линейной модели ===Корреляция
 Пирсона $R = 0.716$ Коэффициент
 детерминации $R^2 = 0.513$ Качество
 по R^2 : Удовлетворительное приближение ($0.5 \leq R^2 < 0.7$). Наилучшая
 аппроксимирующая функция: Полином_3 $\sigma (= 0.077)$ График
 сохранён в файл 'out/1.png'.

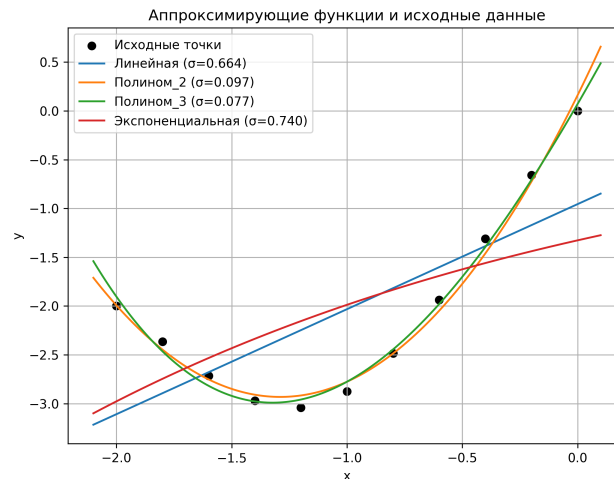


Рис. 2: График к примеру 1.

Кубическая

Результаты

приближения метод(наименьших квадратов):

=== Линейная ===Коэффициенты

: (np.float64(-1778.9384662829998), np.float64(212.63581804664008)) Мера
 отклонения $S = 15869.468$ Среднеквадратичное
 отклонение $\sigma = 39.837$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	411.000	347.420	-63.580
2	10.556	488.184	465.551	-22.634
3	11.111	574.525	583.682	9.156
4	11.667	670.537	701.813	31.276
5	12.222	776.734	819.944	43.210
6	12.778	893.630	938.075	44.444
7	13.333	1021.741	1056.206	34.465
8	13.889	1161.580	1174.337	12.757
9	14.444	1313.661	1292.468	-21.193
10	15.000	1478.500	1410.599	-67.901

=== Полином_2 ===Коэффициенты

: (np.float64(949.3024503152075), np.float64(-231.11420948740593), np.
 float64(17.75000110136183)) Мера

отклонения $S = 22.703$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 1.507$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	411.000	413.160	2.160
2	10.556	488.184	487.464	-0.720
3	11.111	574.525	572.725	-1.800
4	11.667	670.537	668.942	-1.595
5	12.222	776.734	776.117	-0.617
6	12.778	893.630	894.248	0.617
7	13.333	1021.741	1023.335	1.595
8	13.889	1161.580	1163.380	1.800
9	14.444	1313.661	1314.381	0.720
10	15.000	1478.500	1476.340	-2.160

=== Полином_3 === Коэффициенты

: (np.float64(1.0092334909425644), np.float64(0.9977230282866366), np.
float64(-0.999815919008399), np.float64(0.49999512054320994)) Мера
отклонения $S = 0.000$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 0.000$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	411.000	411.000	-0.000
2	10.556	488.184	488.185	0.000
3	11.111	574.525	574.525	-0.000
4	11.667	670.537	670.537	0.000
5	12.222	776.734	776.734	-0.000
6	12.778	893.630	893.630	0.000
7	13.333	1021.741	1021.741	-0.000
8	13.889	1161.580	1161.580	0.000
9	14.444	1313.661	1313.661	-0.000
10	15.000	1478.500	1478.500	0.000

=== Экспоненциальная === Коэффициенты

: (np.float64(38.39974335990243), np.float64(0.244566650173164)) Мера
отклонения $S = 3387.193$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 18.404$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	411.000	443.065	32.065
2	10.556	488.184	507.546	19.362
3	11.111	574.525	581.411	6.886
4	11.667	670.537	666.026	-4.511
5	12.222	776.734	762.955	-13.779
6	12.778	893.630	873.990	-19.640
7	13.333	1021.741	1001.185	-20.556
8	13.889	1161.580	1146.891	-14.689
9	14.444	1313.661	1313.801	0.140
10	15.000	1478.500	1505.004	26.504

=== Логарифмическая === Коэффициенты

: (np.float64(-5681.660241954721), np.float64(2606.0671795180947)) Мера
отклонения $S = 34803.913$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 58.995$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	411.000	319.031	-91.969

2	10.556	488.184	459.934	-28.250
3	11.111	574.525	593.608	19.082
4	11.667	670.537	720.758	50.221
5	12.222	776.734	841.992	65.259
6	12.778	893.630	957.837	64.207
7	13.333	1021.741	1068.750	47.009
8	13.889	1161.580	1175.135	13.555
9	14.444	1313.661	1277.347	-36.315
10	15.000	1478.500	1375.701	-102.799

=== Степенная ===Коэффициенты

: (np.float64(0.2869575139138281), np.float64(3.156819622201559)) Мера отклонения $S = 9.997$ Среднеквадратичное отклонение $\sigma = 1.000$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	411.000	411.753	0.753
2	10.556	488.184	488.386	0.201
3	11.111	574.525	574.229	-0.296
4	11.667	670.537	669.848	-0.689
5	12.222	776.734	775.809	-0.925
6	12.778	893.630	892.684	-0.947
7	13.333	1021.741	1021.048	-0.693
8	13.889	1161.580	1161.483	-0.097
9	14.444	1313.661	1314.571	0.909
10	15.000	1478.500	1480.899	2.399

=== Дополнительно для линейной модели ===Корреляция

Пирсона $R = 0.993$ Коэффициент

детерминации $R^2 = 0.986$ Качество

по R^2 : Отличное приближение ($R^2 \geq 0.9$). Наилучшая

аппроксимирующая функция: Полином_3 $\sigma(= 0.000)$ График

сохранён в файл 'out/2.png'.

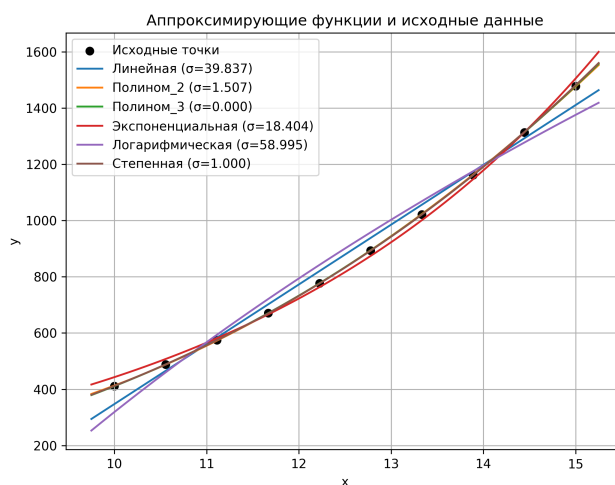


Рис. 3: График к «Кубической».

Экспоненциальная

Результаты

приближения метод(наименьших квадратов):

=== Линейная ===Коэффициенты

: (np.float64(-6380.615987038752), np.float64(622.3094571231003))Мера
отклонения S = 1146537.079Среднеквадратичное
отклонение σ = 338.606

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	296.826	-157.521	-454.348
2	10.556	391.868	188.206	-203.662
3	11.111	517.341	533.933	16.592
4	11.667	682.990	879.661	196.671
5	12.222	901.679	1225.388	323.710
6	12.778	1190.390	1571.116	380.726
7	13.333	1571.544	1916.843	345.299
8	13.889	2074.741	2262.571	187.830
9	14.444	2739.058	2608.298	-130.760
10	15.000	3616.085	2954.026	-662.059

=== Полином_2 ===Коэффициенты

: (np.float64(16284.724257467882), np.float64(-3064.221778582121), np.
float64(147.46124942820867))Мера
отклонения S = 52833.419Среднеквадратичное
отклонение σ = 72.687

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	296.826	388.631	91.805
2	10.556	391.868	370.257	-21.611
3	11.111	517.341	442.908	-74.433
4	11.667	682.990	606.585	-76.405
5	12.222	901.679	861.287	-40.392
6	12.778	1190.390	1207.014	16.625
7	13.333	1571.544	1643.767	72.223
8	13.889	2074.741	2171.546	96.805
9	14.444	2739.058	2790.349	51.291
10	15.000	3616.085	3500.179	-115.906

=== Полином_3 ===Коэффициенты

: (np.float64(-28899.265990678938), np.float64(7995.377835965254), np.
float64(-745.9243979352683), np.float64(23.823617263026133))Мера
отклонения S = 1290.357Среднеквадратичное
отклонение σ = 11.359

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	296.826	285.690	-11.136
2	10.556	391.868	404.571	12.703
3	11.111	517.341	528.693	11.351
4	11.667	682.990	682.565	-0.425
5	12.222	901.679	890.698	-10.980
6	12.778	1190.390	1177.602	-12.787
7	13.333	1571.544	1567.786	-3.758
8	13.889	2074.741	2085.761	11.020
9	14.444	2739.058	2756.035	16.977

10	15.000	3616.085	3603.120	-12.965
----	--------	----------	----------	---------

=== Экспоненциальная ===Коэффициенты

: (np.float64(1.9999997558303388), np.float64(0.500000012390628)) Мера
отклонения $S = 0.000$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 0.000$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	296.826	296.826	0.000
2	10.556	391.868	391.868	0.000
3	11.111	517.341	517.341	-0.000
4	11.667	682.990	682.990	0.000
5	12.222	901.679	901.679	-0.000
6	12.778	1190.390	1190.390	0.000
7	13.333	1571.544	1571.544	-0.000
8	13.889	2074.741	2074.741	0.000
9	14.444	2739.058	2739.058	-0.000
10	15.000	3616.085	3616.085	0.000

=== Логарифмическая ===Коэффициенты

: (np.float64(-17570.879445093684), np.float64(7535.0284700588145)) Мера
отклонения $S = 1541295.614$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 392.593$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	296.826	-220.835	-517.662
2	10.556	391.868	186.563	-205.305
3	11.111	517.341	573.059	55.718
4	11.667	682.990	940.695	257.705
5	12.222	901.679	1291.224	389.545
6	12.778	1190.390	1626.170	435.780
7	13.333	1571.544	1946.857	375.313
8	13.889	2074.741	2254.452	179.711
9	14.444	2739.058	2549.981	-189.077
10	15.000	3616.085	2834.356	-781.729

=== Степенная ===Коэффициенты

: (np.float64(0.00018649220451007515), np.float64(6.169023221746408)) Мера
отклонения $S = 83194.159$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 91.211$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	296.826	275.222	-21.604
2	10.556	391.868	384.184	-7.684
3	11.111	517.341	527.185	9.844
4	11.667	682.990	712.328	29.338
5	12.222	901.679	949.107	47.429
6	12.778	1190.390	1248.560	58.170
7	13.333	1571.544	1623.431	51.887
8	13.889	2074.741	2088.349	13.608
9	14.444	2739.058	2660.002	-79.056
10	15.000	3616.085	3357.337	-258.748

=== Дополнительно для линейной модели ===Корреляция

Пирсона $R = 0.946$ Коэффициент
детерминации $R^2 = 0.896$ Качество

по R^2 : Хорошее приближение ($0.7 \leq R^2 < 0.9$). Наилучшая аппроксимирующая функция: Экспоненциальная ($\sigma = 0.000$) График сохранён в файл 'out/3.png'.

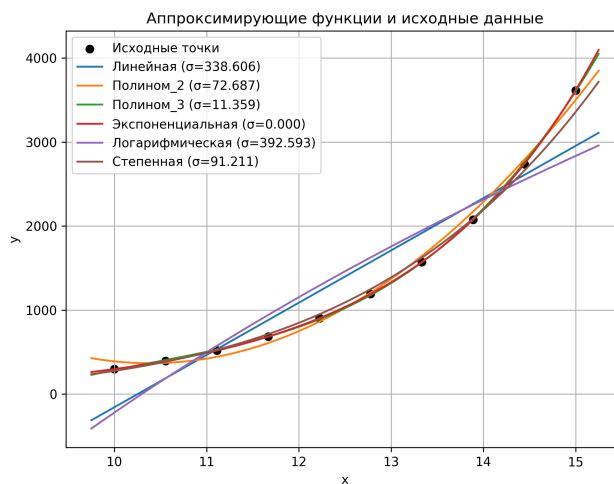


Рис. 4: График к «Экспоненциальной».

Линейная

Результаты

приближения метод(наименьших квадратов):

=== Линейная === Коэффициенты

: (np.float64(0.9999972727276573), np.float64(2.0000002181817873)) Мера отклонения $S = 0.000$ Среднеквадратичное отклонение $\sigma = 0.000$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	21.000	21.000	-0.000
2	10.556	22.111	22.111	0.000
3	11.111	23.222	23.222	-0.000
4	11.667	24.333	24.333	0.000
5	12.222	25.444	25.444	-0.000
6	12.778	26.556	26.556	0.000
7	13.333	27.667	27.667	-0.000
8	13.889	28.778	28.778	0.000
9	14.444	29.889	29.889	-0.000
10	15.000	31.000	31.000	0.000

=== Полином_2 === Коэффициенты

: (np.float64(0.9999972727277555), np.float64(2.0000002181817695), np.float64(8.008671862359722e-16)) Мера отклонения $S = 0.000$ Среднеквадратичное отклонение $\sigma = 0.000$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	21.000	21.000	-0.000

2	10.556	22.111	22.111	0.000
3	11.111	23.222	23.222	-0.000
4	11.667	24.333	24.333	0.000
5	12.222	25.444	25.444	-0.000
6	12.778	26.556	26.556	0.000
7	13.333	27.667	27.667	-0.000
8	13.889	28.778	28.778	0.000
9	14.444	29.889	29.889	-0.000
10	15.000	31.000	31.000	0.000

=== Полином_3 ===Коэффициенты

: (np.float64(1.0001906468869717), np.float64(1.999952886355482), np.
float64(3.823427227472312e-06), np.float64(-1.0195805940931809e-07))

Мера

отклонения S = 0.000Среднеквадратичное

отклонение σ = 0.000

i	x _i	y _i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	21.000	21.000	-0.000
2	10.556	22.111	22.111	0.000
3	11.111	23.222	23.222	-0.000
4	11.667	24.333	24.333	0.000
5	12.222	25.444	25.444	-0.000
6	12.778	26.556	26.556	0.000
7	13.333	27.667	27.667	-0.000
8	13.889	28.778	28.778	0.000
9	14.444	29.889	29.889	-0.000
10	15.000	31.000	31.000	0.000

=== Экспоненциальная ===Коэффициенты

: (np.float64(9.892772832774067), np.float64(0.0767084363576313))Мера

отклонения S = 0.296Среднеквадратичное

отклонение σ = 0.172

i	x _i	y _i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	21.000	21.304	0.304
2	10.556	22.111	22.231	0.120
3	11.111	23.222	23.199	-0.023
4	11.667	24.333	24.209	-0.124
5	12.222	25.444	25.263	-0.181
6	12.778	26.556	26.363	-0.192
7	13.333	27.667	27.511	-0.156
8	13.889	28.778	28.709	-0.069
9	14.444	29.889	29.959	0.070
10	15.000	31.000	31.263	0.263

=== Логарифмическая ===Коэффициенты

: (np.float64(-36.12107538070334), np.float64(24.676093754617284))Мера

отклонения S = 0.330Среднеквадратичное

отклонение σ = 0.182

i	x _i	y _i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	21.000	20.698	-0.302
2	10.556	22.111	22.032	-0.079
3	11.111	23.222	23.298	0.075
4	11.667	24.333	24.502	0.168

5	12.222	25.444	25.649	0.205
6	12.778	26.556	26.746	0.191
7	13.333	27.667	27.797	0.130
8	13.889	28.778	28.804	0.026
9	14.444	29.889	29.772	-0.117
10	15.000	31.000	30.703	-0.297

=== Степенная ===Коэффициенты

: (np.float64(2.29779457817243), np.float64(0.9606947193511565)) Мера отклонения $S = 0.001$ Среднеквадратичное отклонение $\sigma = 0.007$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	10.000	21.000	20.990	-0.010
2	10.556	22.111	22.109	-0.002
3	11.111	23.222	23.225	0.003
4	11.667	24.333	24.340	0.007
5	12.222	25.444	25.453	0.008
6	12.778	26.556	26.563	0.007
7	13.333	27.667	27.672	0.005
8	13.889	28.778	28.778	0.001
9	14.444	29.889	29.883	-0.006
10	15.000	31.000	30.987	-0.013

=== Дополнительно для линейной модели ===Корреляция

Пирсона $R = 1.000$ Коэффициент

детерминации $R^2 = 1.000$ Качество

по R^2 : Отличное приближение ($R^2 \geq 0.9$). Наилучшая

аппроксимирующая функция: Полином_3 $\sigma(= 0.000)$ График

сохранён в файл 'out/4.png'.

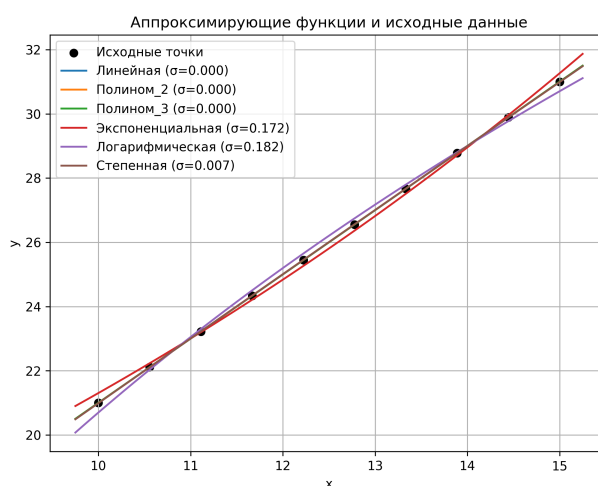


Рис. 5: График к «Линейной».

Логарифмическая

Результаты

приближения метод(наименьших квадратов):

=== Линейная === Коэффициенты

: (np.float64(0.10011319999999993), np.float64(0.9216272727272729)) Мера
отклонения $S = 1.825$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 0.427$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	-0.386	0.561	0.947
2	1.000	1.000	1.022	0.022
3	1.500	1.811	1.483	-0.328
4	2.000	2.386	1.943	-0.443
5	2.500	2.833	2.404	-0.428
6	3.000	3.197	2.865	-0.332
7	3.500	3.506	3.326	-0.180
8	4.000	3.773	3.787	0.014
9	4.500	4.008	4.247	0.239
10	5.000	4.219	4.708	0.489

=== Полином_2 === Коэффициенты

: (np.float64(-1.0970868833333332), np.float64(2.1188273560606055), np.
float64(-0.2176727424242423)) Мера
отклонения $S = 0.261$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 0.162$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	-0.386	-0.092	0.294
2	1.000	1.000	0.804	-0.196
3	1.500	1.811	1.591	-0.220
4	2.000	2.386	2.270	-0.116
5	2.500	2.833	2.840	0.007
6	3.000	3.197	3.300	0.103
7	3.500	3.506	3.652	0.147
8	4.000	3.773	3.895	0.123
9	4.500	4.008	4.030	0.022
10	5.000	4.219	4.055	-0.164

=== Полином_3 === Коэффициенты

: (np.float64(-1.8233032999999979), np.float64(3.4070574098679107), np.
float64(-0.7763007552447552), np.float64(0.06771248640248617)) Мера
отклонения $S = 0.040$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 0.063$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	-0.386	-0.305	0.081
2	1.000	1.000	0.875	-0.125
3	1.500	1.811	1.769	-0.042
4	2.000	2.386	2.427	0.041
5	2.500	2.833	2.900	0.068
6	3.000	3.197	3.239	0.042
7	3.500	3.506	3.495	-0.011
8	4.000	3.773	3.718	-0.055
9	4.500	4.008	3.959	-0.049
10	5.000	4.219	4.269	0.050

=== Экспоненциальная ===Коэффициенты
: (np.float64(1.0809806584732238), np.float64(0.2975647522600968))Мера
отклонения S = 4.297Среднеквадратичное
отклонение σ = 0.656

i	x _i	y _i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	-0.386	1.254	1.641
2	1.000	1.000	1.456	0.456
3	1.500	1.811	1.689	-0.122
4	2.000	2.386	1.960	-0.426
5	2.500	2.833	2.275	-0.558
6	3.000	3.197	2.639	-0.558
7	3.500	3.506	3.063	-0.443
8	4.000	3.773	3.554	-0.218
9	4.500	4.008	4.124	0.116
10	5.000	4.219	4.786	0.567

=== Логарифмическая ===Коэффициенты
: (np.float64(1.0000000249705632), np.float64(2.00000000263481925))Мера
отклонения S = 0.000Среднеквадратичное
отклонение σ = 0.000

i	x _i	y _i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	-0.386	-0.386	-0.000
2	1.000	1.000	1.000	0.000
3	1.500	1.811	1.811	0.000
4	2.000	2.386	2.386	0.000
5	2.500	2.833	2.833	0.000
6	3.000	3.197	3.197	-0.000
7	3.500	3.506	3.506	-0.000
8	4.000	3.773	3.773	-0.000
9	4.500	4.008	4.008	-0.000
10	5.000	4.219	4.219	-0.000

=== Степенная ===Коэффициенты
: (np.float64(nan), np.float64(nan))Мера
отклонения S = nanСреднеквадратичное
отклонение σ = nan

i	x _i	y _i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	-0.386	nan	nan
2	1.000	1.000	nan	nan
3	1.500	1.811	nan	nan
4	2.000	2.386	nan	nan
5	2.500	2.833	nan	nan
6	3.000	3.197	nan	nan
7	3.500	3.506	nan	nan
8	4.000	3.773	nan	nan
9	4.500	4.008	nan	nan
10	5.000	4.219	nan	nan

=== Дополнительно для линейной модели ===Корреляция
Пирсона R = 0.952Коэффициент
детерминации R² = 0.906Качество
по R²: Отличное приближение (R² ≥ 0.9).Наилучшая

аппроксимирующая функция: Логарифмическая $\sigma(= 0.000)$ График
сохранён в файл 'out/5.png'.

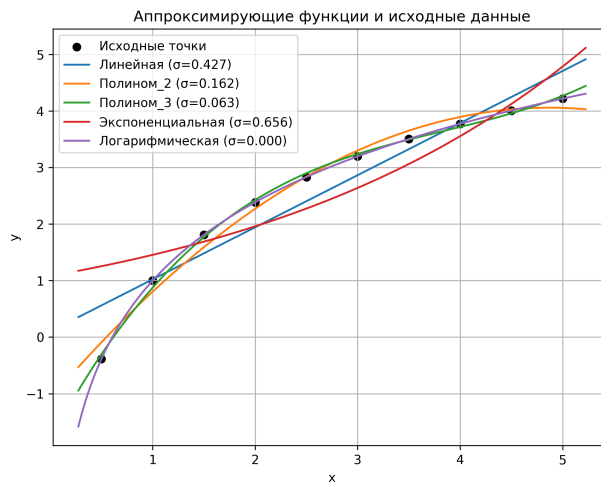


Рис. 6: График к «Логарифмической».

Степенная

Результаты

приближения метод(наименьших квадратов):

=== Линейная ===Коэффициенты

: (np.float64(-21.621195199999998), np.float64(18.16239658181818))Мера
отклонения $S = 699.854$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 8.366$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	0.265	-12.540	-12.805
2	1.000	1.500	-3.459	-4.959
3	1.500	4.134	5.622	1.489
4	2.000	8.485	14.704	6.218
5	2.500	14.823	23.785	8.962
6	3.000	23.383	32.866	9.483
7	3.500	34.376	41.947	7.571
8	4.000	48.000	51.028	3.028
9	4.500	64.435	60.110	-4.326
10	5.000	83.853	69.191	-14.662

=== Полином_2 ===Коэффициенты

: (np.float64(3.63165929999999524), np.float64(-7.090457918181782), np.
float64(4.591428090909085))Мера
отклонения $S = 4.174$ Среднеквадратичное
отклонение $\sigma = 0.646$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	0.265	1.234	0.969
2	1.000	1.500	1.133	-0.367
3	1.500	4.134	3.327	-0.807

4	2.000	8.485	7.816	-0.669
5	2.500	14.823	14.602	-0.221
6	3.000	23.383	23.683	0.300
7	3.500	34.376	35.060	0.684
8	4.000	48.000	48.733	0.733
9	4.500	64.435	64.701	0.266
10	5.000	83.853	82.965	-0.887

=== Полином_3 ===Коэффициенты

: (np.float64(0.48315156666666803), np.float64(-1.505342801476324), np.
float64(2.1694990652680715), np.float64(0.2935671546231542))Мера
отклонения S = 0.015Среднеквадратичное
отклонение σ = 0.038

i	x _i	y _i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	0.265	0.310	0.044
2	1.000	1.500	1.441	-0.059
3	1.500	4.134	4.097	-0.036
4	2.000	8.485	8.499	0.014
5	2.500	14.823	14.866	0.043
6	3.000	23.383	23.419	0.036
7	3.500	34.376	34.378	0.001
8	4.000	48.000	47.962	-0.038
9	4.500	64.435	64.393	-0.042
10	5.000	83.853	83.890	0.037

=== Экспоненциальная ===Коэффициенты

: (np.float64(2.9084391424307166), np.float64(0.6803747382251554))Мера
отклонения S = 98.514Среднеквадратичное
отклонение σ = 3.139

i	x _i	y _i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	0.265	4.087	3.822
2	1.000	1.500	5.743	4.243
3	1.500	4.134	8.070	3.937
4	2.000	8.485	11.340	2.855
5	2.500	14.823	15.936	1.112
6	3.000	23.383	22.393	-0.990
7	3.500	34.376	31.467	-2.910
8	4.000	48.000	44.217	-3.783
9	4.500	64.435	62.135	-2.301
10	5.000	83.853	87.312	3.460

=== Логарифмическая ===Коэффициенты

: (np.float64(1.8555962621158588), np.float64(32.38711739294582))Мера
отклонения S = 2430.963Среднеквадратичное
отклонение σ = 15.592

i	x _i	y _i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	0.265	-20.593	-20.859
2	1.000	1.500	1.856	0.356
3	1.500	4.134	14.987	10.854
4	2.000	8.485	24.305	15.819
5	2.500	14.823	31.532	16.708
6	3.000	23.383	37.436	14.054
7	3.500	34.376	42.429	8.053

8	4.000	48.000	46.754	-1.246
9	4.500	64.435	50.568	-13.867
10	5.000	83.853	53.981	-29.872

=== Степенная === Коэффициенты

: (np.float64(1.4999999135756379), np.float64(2.5000000494935337)) Мера отклонения $S = 0.000$ Среднеквадратичное отклонение $\sigma = 0.000$

i	x_i	y_i	$\varphi(x_i)$	$\varepsilon_i = \varphi(x_i) - y_i$
1	0.500	0.265	0.265	0.000
2	1.000	1.500	1.500	-0.000
3	1.500	4.134	4.134	-0.000
4	2.000	8.485	8.485	0.000
5	2.500	14.823	14.823	-0.000
6	3.000	23.383	23.383	-0.000
7	3.500	34.376	34.376	0.000
8	4.000	48.000	48.000	0.000
9	4.500	64.435	64.435	0.000
10	5.000	83.853	83.853	0.000

=== Дополнительно для линейной модели === Корреляция

Пирсона $R = 0.952$ Коэффициент

детерминации $R^2 = 0.907$ Качество

по R^2 : Отличное приближение ($R^2 \geq 0.9$). Наилучшая

аппроксимирующая функция: Степенная $\sigma (= 0.000)$ График

сохранён в файл 'out/6.png'.

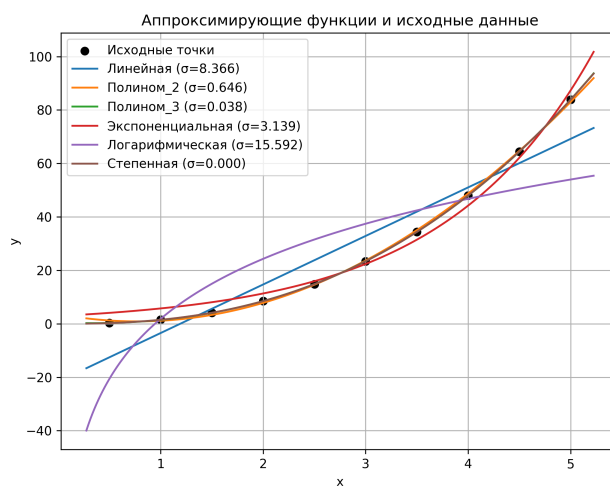


Рис. 7: График к «Степенной».