



Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Фізико-технічний інститут

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4
з дисципліни
«Криптографія»
на тему: «Вивчення криптосистеми RSA та алгоритму електронного
підпису; ознайомлення з методами генерації параметрів для
асиметричних криптосистем»

Виконали:
студенти 3 курсу ФТІ

групиФБ-82

Руднік

Анатолій та Сумовська Юлія

Перевірили:

ЧорнийО.

Савчук

М.М.

Завадська Л.О.

Мета роботи:

Ознайомлення з тестами перевірки чисел на простоту і методами генерації ключів для асиметричної криптосистеми типу RSA; практичне ознайомлення з системою захисту інформації на основі криптосхеми RSA, організація з використанням цієї системи зашифрованого зв'язку й електронного підпису, вивчення протоколу розсилання ключів.

Постановка задачі:

1. Написати функцію пошуку випадкового простого числа з заданого інтервалу або заданої довжини, використовуючи датчик випадкових чисел та тести перевірки на простоту. В якості датчика випадкових чисел використовуйте вбудований генератор псевдовипадкових чисел вашої мови програмування. В якості тесту перевірки на простоту рекомендовано використовувати тест Міллера-Рабіна із попередніми пробними діленнями. Тести необхідно реалізовувати власноруч, використання готових реалізацій тестів не дозволяється
2. За допомогою цієї функції згенерувати дві пари простих чисел $p, q \geq 1, q \geq 1$ довжини щонайменше 256 біт. При цьому пари чисел беруться так, щоб $p \neq q$; $p \neq q$ – прості числа для побудови ключів абонента А, $p \neq q$ – абонента В.
3. Написати функцію генерації ключових пар для RSA. Після генерування функція повинна повертати та/або зберігати секретний ключ (d, p, q) та відкритий ключ (n, e) . За допомогою цієї функції побудувати схеми RSA для абонентів А і В – тобто, створити та зберегти для подальшого використання відкриті ключі $(e, n), (e_1, n_1)$ та секретні d і d_1 .
4. Написати програму шифрування, розшифрування і створення повідомлення з цифровим підписом для абонентів А і В. Кожна з операцій (шифрування, розшифрування, створення цифрового підпису, перевірка цифрового підпису) повинна бути реалізована окремою процедурою, на вхід до якої повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для її виконання.
За допомогою датчика випадкових чисел вибрати відкрите повідомлення M і знайти криптограму для абонентів А і В, перевірити правильність розшифрування. Скласти для А і В повідомлення з цифровим підписом і перевірити його.
5. За допомогою раніше написаних на попередніх етапах програм організувати роботу протоколу конфіденційного розсилання ключів з підтвердженням справжності по

відкритому каналу за допомогою алгоритму RSA. Протоколи роботи кожного учасника (відправника та приймаючого) повинні бути реалізовані у вигляді окремих процедур, на вхід до яких повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для виконання.

Перевірити роботу програм для випадково обраного ключа $0 < k < n$.

Кожна з наведених операцій повинна бути реалізована у вигляді окремої процедури, інтерфейс якої повинен приймати лише ті дані, які необхідні для її роботи; наприклад, функція `Encrypt()`, яка шифрує повідомлення для абонента, повинна приймати на вхід повідомлення та відкритий ключ адресата (і тільки його), повертаючи в якості результату шифротекст. Відповідно, програмний код повинен містити сім високорівневих процедур: `GenerateKeyPair()`, `Encrypt()`, `Decrypt()`, `Sign()`, `Verify()`, `SendKey()`, `ReceiveKey()`.

Хід роботи, опис труднощів, що виникали, та шляхів їх розв'язання;

програма має такі функції:

`gcd` - пошук найбільшого загального дільника

`miller_rabin` - тест Міллера рабина з попередніми розподілом

`choose_random_prime` - функція для вибору випадкового простого числа з певного інтервалу

`findModInverse` - пошук зворотного по модулю

`good_random` - генерує хороші прості числа для кращої стійкості

`gen_p_q` - генерує q , p , q_1 , p_1 такі що $q * p \leq q_1 * p_1$

`GenerateKeyPair` - генерує відкритий і закритий ключ користувачам A і B

`Encrypt` — шифрування

`Decrypt` — розшифрування

`Sign` - цифровий підпис

`Verify` - перевірка цифрового підпису

`SendKey` - відправити ключ з підтвердженням справжності

`ReceiveKey` - отримати ключ і перевірити справжність відправника

труднощі виникли на моменті зашифрування, коли потрібно перетворювати рядок в число, проблема була вирішена взяттям значення асції кожного символу і конкатенацією цих значень.

значення вибраних чисел p , q , $p-1$, $q-1$ із зазначенням кандидатів, що не пройшли тест перевірки простоти, і параметрів криптосистеми RSA для абонентів А і В

p користувача А:

0x2c33f23718c8f8f1908baef04604d800a29c0b5dc30ce6cd93262f1fc7b7b48ca0c32ec112e7e3950a30efdd49b20cebfd92f07a31f07d8fb659df050c0b9666f6103

q користувача А:

0x3a5f81de55a38151223d908d3a089537160205aa4a2baa0948c1da8e7606994ab33dd77be3b403f5154c9063009c62bcdfd412bc6244aaf982800ddd380c253504d13

n користувача А:

0xa144293eef3051393d455d68e72042da5762a1a13a871ad3915708adc04384fdcc4890a13f36c52d1c49d7983369db1620f1e0dcdd16980980051202eb5c3c0654d941d96704cf9c060c2ffd4d1204d2895fea151747702660ced8c1ed22ca532a4bba81e6881633eca5e8d49c192155ce253bfa1b2932174203b1ffd537e351a64621a39

e користувача А: 0x10001

d користувача А:

0x8b1d789340d5268c412dd059c9600c2bbc4c6a6fe2446040f854e338b7edc71105a3e7982227064b56e6e063fc9e298fda55ae0bf9711f30bace24ee7dc8704369f834980fecaea2cc6cc16420fee8d5fce7335ca0f817485d2a6966310ffeaf1ffd72e01a8fb4542e7cd438fb0870b5fe1035a9ae0a2bbce2afa7afdd781dd3ca211ac23d

p користувача В:

0x272623c159e49e78e7a4f4ada10664abad563e4ab72b1a55b70d2e10e1daaed53c2e3405c319efca0d6ee99ee891ceed1f216ce844fc69674ca1af891392f77e35b67

q користувача В:

0x4344e38e6fa674ef2892f578e20bd235ce76194872e7a66dca74b640bdfa942eb29af8f8e91b510d7abe0183c541b37627f438306065d6dac96ed691b204db3073f1b

n користувача В:

0xa498449b3d1fc473270a8667bc9dc318e804e625bdd51d1ae26fb6602413d9b8475fcbf3a1f449ecd9a3a5a14a2675e0e6d4620e45bfc64bf89b60c685dd205da233b7729f65c9235b219105288da3124e4a7c36faf95fdc0448c6f22353dd4a3bc0dd73f9d02c492a47377d232548a708e80b4062f72bab7e2d84b0f1330549e1d49fcdd

e користувача В: 0x10001

d користувача В:

0xa388f2a9772ac80a4da10477af8ce41a2bf52a2217a1d6002f3925701288728ac8c7a2a197a95b85eb9bcfe618016c9f9f59276fdcd73513a897e0a87eba7cfceb3aa36f47299c41560a36b2362d4a3b2d0753b5a051de60f1284a1cc34ddb780be7d40e79e031ac1704b3a0357649149f93ec4037541002577642fd3a4ae68668cca3eb5

чисельні значення прикладів ВТ, ШТ, цифрового підпису для А і В

чисельне значення ВТ 0x61747461636b206174206461776e

чисельне значення ШТ

0x138093801a459194ab70982a7979a8c4b20ccc5a2c4d905ffbb352a703171330d8d1b290af67b8d5c5aed40533e5ee0933a61155291952cf2db23103f7cb09b294115f0532b606543050c16e1d3b8dc7994bc88fca9ddcd46804e34b5fb3fea46b2db7f82ce80fdfe7aff899bc0bd86e30275de4a98c19d3932066b562d20ad82333049b1

підпис користувача А (attack at dawn,

0x2805625a752e4f367b0acddb14d752919a331d7cc8a8f2a934a9cf1770919fcc557e007ca60a2cc80ebb0bb2a6fb0f91bf71ea57c1a62864f37e3150aac524115295206ecc5f1d1183721b58023dd7cd08e29fb36ffa7c1f557c9cc3a13645754793f320967b763e77b27da314009d99c4301e7f9a41767729cdda2a326df847f51137c0)

підпис користувача В (meet near the fountain,

0x35ceb38cf257c71daad294cea518fc6dd43d7d0927d8b548ea3a191aaeeb768e8e4bd510086baa97d3f24967892ef52463afb0d83abb960e5d68cd37370350e7cc24ea678dcd1045d7f1ab17d32c990474e7cec62a8ae0ccff79df041f463b9a96bfabb326beb6a1918ff6fcc48a947fd8fb8746d3378110edbdee8fbc0eac441ba20752d)

**опис кроків протоколу конфіденційного розсилання ключів з підтвердженням
справжності, чисельні значення характеристик на кожному кроці**

процедура SendKey приймає 2 параметри: одержувач і відправник,

спершу бере n, e відправника

n=0xa144293eef3051393d455d68e72042da5762a1a13a871ad3915708adc04384fdcc4890a13f36c52d1c49d7983369db1620f1e0dcdd16980980051202eb5c3c0654d941d96704cf9c060c2ffd4d1204d2895fea151747702660ced8c1ed22ca532a4bba81e6881633eca5e8d49c192155ce253bfa1b2932174203b1ffd537e351a64621a39

e=0x10001

,потім генерує k

k=0x164d039f14ae0283a625d16ceed70a88a86bf9f4fddac8db5f02cb07b3a43589e2dae2ef66ab79f68378719754d0c0e8ded4bf685f673f075afdd836408912f41f618c76df0d4aaae83f389941c4fd4863179092b5a6a97279d8f00845fcf9806f922fe94cd5252a2f4eaddc180ce2180203d93fbab7ceab45e786436d1909209548e9cb2

,потім бере n,e одержувача и зберігає в змінні n1,e1,

n1=0xa498449b3d1fc473270a8667bc9dc318e804e625bdd51d1ae26fb6602413d9b8475fcbf3a1f449ecd9a3a5a14a2675e0e6d4620e45bfc64bf89b60c685dd205da233b7729f65c9235b219105288da3124e4a7c36faf95fdc0448c6f22353dd4a3bc0dd73f9d02c492a47377d232548a708e80b4062f72bab7e2d84b0f1330549e1d49fcdd

e1=0x10001

підносить $k^{e1} \bmod n1$ і зберігає в змінну k1

k1=0x980c0120f11eae0f2dbf13967f442ab165fa0b5895beef4f21941c0bc9002cd06c502f1acae7f58b77a3bfd06ef61ada51d60b62e9f2fe663d2dbe3f1858be646d7401a0e15fe91eddf3d5ba9bcb2eda44fced38d4a7a3da96634ec471be8e91d2fdb9ee35583b6616c55cd1949f088682f95796fc9cefcfb588adaa5009c3e7006da1eb8f

,бере закритий ключ відправника и зберігає в змінну d

```
d=0x8b1d789340d5268c412dd059c9600c2bbc4c6a6fe2446040f854e338b7edc71105a3e7982227064b56e6e063fc9e298fda55ae0bf9711f30bace24ee7dc8704369f834980feca2cc6cc16420fee8d5fce7335ca0f817485d2a6966310ffeaf1ffd72e01a8fb4542e7cd438fb0870b5fe1035a9ae0a2bbce2afa7afdd781dd3ca211ac23d
```

,підносить $k^d \bmod n$ і зберігає в змінну s

```
s=0x1579ad0a4739bde119135a85d3ac8e1f22d5ceb67b33e4fc279ff8d5060962f8551c89ebf141d75aad993aa62aeeb0cd561eb7eec1fae19bd4ff967651c36281d58f00b06cd5d0ad03b4737bbf2ec68035cef00a1b7e40ec3dce5c1453855c892cddf44685351dc9d185fcee57b172a6b42716bb21b17e697b2b0d6bad228ee0df2dcae
```

,підносить $s^{e1} \bmod n1$ і зберігає в змінну s1

```
s1=0x5a13ee178411611e7dc515cc5f353fde99c3aa16383e582b97d9637c14f8c4d46e5f307dc8fe5dbd6db5e1c0b93fbf7b70953bbfe9f1243457d8fa6375ed14f7d40f47662fbb141e5b3aba5777e7a4bc20e1a98d6b3dd7e084996874ceeb7cd8cf5b9a96e4016f3bba711c7f9a5826962a26b97b83c21760dd78c646a479dc8b483c6e8
```

,відправляє k1 и s1 одержувачу

процедура ReceiveKey також приймає два параметри одержувач і відправник,

бере k1,s1

```
k1=0x980c0120f11eae0f2dbf13967f442ab165fa0b5895beef4f21941c0bc9002cd06c502f1acae7f58b77a3bfd06ef61ada51d60b62e9f2fe663d2dbe3f1858be646d7401a0e15fe91eddf3d5ba9bcb2eda44fcd38d4a7a3da96634ec471be8e91d2fdb9ee35583b6616c55cd1949f088682f95796fc9cefc58adaa5009c3e7006da1eb8f
```

```
s1=0x5a13ee178411611e7dc515cc5f353fde99c3aa16383e582b97d9637c14f8c4d46e5f307dc8fe5dbd6db5e1c0b93fbf7b70953bbfe9f1243457d8fa6375ed14f7d40f47662fbb141e5b3aba5777e7a4bc20e1a98d6b3dd7e084996874ceeb7cd8cf5b9a96e4016f3bba711c7f9a5826962a26b97b83c21760dd78c646a479dc8b483c6e8
```

,котрі відправив відправник,бере n одержувача та зберігає в змінну n1

```
n1=0xa498449b3d1fc473270a8667bc9dc318e804e625bdd51d1ae26fb6602413d9b8475fcbf3a1f449ecd9a3a5a14a2675e0e6d4620e45bfc64bf89b60c685dd205da233b7729f65c9235b219105288da3124e4a7c36faf95fdc0448c6f22353dd4a3bc0dd73f9d02c492a47377d232548a708e80b4062f72bab7e2d84b0f1330549e1d49fcdd
```

,бере закритий ключ одержувач та зберігає у змінну d1

```
d1=0xa388f2a9772ac80a4da10477af8ce41a2bf52a2217a1d6002f3925701288728ac8c7a2a197a95b85eb9bcfe618016c9f9f59276fdcd73513a897e0a87eba7cfceb3aa36f47299c41560a36b2362d4a3b2d0753b5a051de60f1284a1cc34ddb780be7d40e79e031ac1704b3a0357649149f93ec4037541002577642fd3a4ae68668cca3eb5
```

,бере відкритий ключ відправника і зберігає в змінні n и e

```
n=0xa144293eef3051393d455d68e72042da5762a1a13a871ad3915708adc04384fdcc4890a13f36c52d1c49d7983369db1620f1e0dcdd16980980051202eb5c3c0654d941d96704cf9c060c2ffd4d1204d2895fea151747702660ced8c1ed22ca532a4bba81e6881633eca5e8d49c192155ce253bfa1b2932174203b1ffd537e351a64621a39
```

```
e=0x10001
```

,підносить $k1^{d1} \bmod n1$ і зберігає в змінну k

```
k=0x164d039f14ae0283a625d16ceed70a88a86bf9f4fddac8db5f02cb07b3a43589e2dae2ef66ab79f68378719754d0c0e8ded4bf685f673f075afdd836408912f41f618c76df0d4aaae83f389941c4fd4863179092b5a6a97279d8f00845fc9806f922fe94cd5252a2f4eaddc180ce2180203d93fbab7ceab45e786436d1909209548e9cb2
```

підносить $s1^{d1} \bmod n1$ і зберігає в змінну s ,

```
s=0x1579ad0a4739bde119135a85d3ac8e1f22d5ceb67b33e4fc279ff8d5060962f8551c89ebf141d75aad993a  
a62aeeb0cd561eb7eec1fae19bd4ff967651c36281d58f00b06cd5d0ad03b4737bbf2ec68035cef00a1b7e40ec3d  
cc5c1453855c892cddf44685351dc9d185fccc57b172a6b42716bb21b17e697b2b0d6bad228ee0df2dcae
```

якщо $k = s^e \bmod n$

```
s^emodn=0x164d039f14ae0283a625d16ceed70a88a86bf9f4fddac8db5f02cb07b3a43589e2dae2ef66ab79f68  
378719754d0c0e8ded4bf685f673f075afdd836408912f41f618c76df0d4aaae83f389941c4fd4863179092b5a6a  
97279d8f00845fcf9806f922fe94cd5252a2f4eaddc180ce2180203d93fbab7ceab45e786436d1909209548e9cb2
```

то автентифікація пройшла успішно

ВИСНОВКИ:

в цій лр ми реалізували криптосистему RSA та алгоритм електронного підпису,

цей практикум дуже важливий, тому що алгоритм rsa використовується у таких сучасних протоколах як: PGP, TLS/SLL, IPSEC та ін. і треба розуміти як це працює