

Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа №12

Степенные ряды.

Выполнил: студент 2 курса группы ИП-011

Ерохин Виталий Владиславович

Проверил: Храмова Татьяна Викторовна

Новосибирск, 2021

Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n+1}}{4n! + \sqrt{n}}$.

В ответ укажите радиус сходимости ряда. Если ряд сходится везде, то пишите в ответ 100500.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n+1}}{4n! + \sqrt{n}}$$

Используем формулу Стирлинга чтобы преобразовать факториал:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n+1}}{4\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n + \sqrt{n}}$$

Проверим степенной ряд на сходимость по теореме Коши :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n+1}}{4\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n + \sqrt{n}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x-2|^{2n+1}}{4\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n + \sqrt{n}} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{\frac{|x-2|^{2n+1}}{4\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n + \sqrt{n}}} = (\sqrt[n]{n} = 2n\sqrt[n]{n} = 1) =$$

$$= \frac{|x-2|^2}{\frac{n}{e} + 1} \quad n \rightarrow \infty \Rightarrow 0$$

Сл. $x \in \infty$

Ответ: $x \in \infty$

Ответ для теста : 100500