

## 数理逻辑第一次作业

姓名	谢宇航	班级	5	学号	200110505
第 1 题					
第 2 题					
第 3 题					
第 4 题					
总分					
备注	1. 作业提交邮箱: hitsz_logic_2022@163.com。作业提交截止时间: <u>2022-05-21-24:00</u> , 超过提交截止时间的作业视为无效。 2. 确因网络等特殊原因无法及时提交作业的学生, 应至少提前 1 小时与助教联系沟通 (徐朕燃, QQ: 1319282215, 电话: 13713994811)。 3. 作业文件名命名方式: <u>第 x 次-学号-姓名-x 班</u> (例: 第 1 次-180110504-张三-5 班.pdf); 邮件主题为: <u>第 x 次-学号-姓名-x 班</u> (例: 第 1 次-180110504-张三-5 班)。缺少这些信息的作业将被酌情扣分。注意作业次数以阿拉伯数字命名。 4. 可手写拍照转为 PDF 格式。				

1、将下列语句形式化为命题公式:

(1) 大学里的学生不是本科生就是研究生。

(2) 只要你接到超速罚单, 你的车速就超过每小时 100 公里。

(3) 除非你年满 18 周岁, 否则你没有选举权。

解:

(1) 令  $p$  = “大学生里某个学生是本科生”,  $q$  = “大学里某个学生是研究生”  
 “大学里的学生不是本科生就是研究生”可表示为  $\neg p \rightarrow q$

(2) 令  $p$  = “接到超速罚单”,  $q$  = “车速超过每小时 100 公里”  
 “只要你接到超速罚单, 你的车速就超过每小时 100 公里”可表示为  $p \rightarrow q$

(3) 令 $p$ ="年满 18 周岁",  $q$ ="具有选举权"

"除非你年满 18 周岁, 否则你没有选举权"可表示为 $q \rightarrow p$

2、判定下列逻辑蕴含和逻辑等价是否成立, 其中  $A, B, C$  为任意公式:

$$(2) \neg A \rightarrow \neg B \Leftrightarrow B \rightarrow A$$

$$(4) A \rightarrow (B \rightarrow C) \Leftrightarrow A \wedge B \rightarrow C$$

$$(6) \neg A \vee B, A \rightarrow B \wedge C, D \rightarrow B \Rightarrow \neg B \rightarrow C$$

解:

(1)

由逻辑等价的推论, 对于任意赋值 $v$ 均有 $A^v = B^v$ 即可推出 $A \Leftrightarrow B$

对于  $\forall v$ ,  $(\neg A \rightarrow \neg B)^v = 1 - (\neg A)^v + (\neg A)^v(\neg B)^v = 1 - (1 - A^v) + (1 - A^v)(1 - B^v) = 1 - B^v + A^v B^v$

又  $\therefore (B \rightarrow A)^v = 1 - B^v + A^v B^v$

$\therefore$  对于任意赋值 $v$ 均有 $(\neg A \rightarrow \neg B)^v = (B \rightarrow A)^v$ , 所以 $\neg A \rightarrow \neg B \Leftrightarrow B \rightarrow A$

故该逻辑等价成立

(2)

由逻辑等价的推论, 对于任意赋值 $v$ 均有 $A^v = B^v$ 即可推出 $A \Leftrightarrow B$

对于  $\forall v$ ,  $(A \rightarrow (B \rightarrow C))^v = 1 - A^v + A^v(B \rightarrow C)^v = 1 - A^v + A^v(1 - B^v + B^v C^v) = 1 - A^v B^v + A^v B^v C^v$

又  $\therefore (A \wedge B \rightarrow C)^v = 1 - (A \wedge B)^v + (A \wedge B)^v C^v = 1 - A^v B^v + A^v B^v C^v$

$\therefore$  对于任意赋值 $v$ 均有 $A \rightarrow (B \rightarrow C) \Leftrightarrow A \wedge B \rightarrow C$

故该逻辑等价成立

(3)

对于指派 $v$ ,  $st A^v = 0, B^v = 0, C^v = 0, D^v = 0$

$\neg A \vee B = 1, A \rightarrow B \wedge C = 1, D \rightarrow B = 1$

但是 $\neg B \rightarrow C = 0$

$\therefore$  该逻辑蕴含不成立

3、求下列公式的合取范式和析取范式:

$$(1) \neg(q \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow \neg s)$$

$$(2) \neg p \wedge q \rightarrow r$$

$$(3) \neg(p \vee q) \leftrightarrow p \wedge q$$

4、求下列公式的主合取范式与主析取范式：

$$(1) p \rightarrow p \wedge q$$

$$(2) p \vee q \rightarrow (q \rightarrow r)$$

$$(3) (p \rightarrow p \wedge q) \vee r$$