

1.

(a)根据题意其正则表达式为

$$0(0+1)^*1+1(0+1)^*0$$

(b)根据题意其正则表达式为

$$(110+10+0)(0+1)^*(0+01+011)+(\varepsilon+1+11)(\varepsilon+0+01+011)$$

2.

根据迭代条件 $R_{ij}^{(k)} = R_{ij}^{(k-1)} + R_{ik}^{(k)}(R_{kk}^{(k-1)})^*R_{kj}^{(k-1)}$ 可得到如下迭代过程

①

$R_{0,0}^{(-1)}$	$1+\varepsilon$
$R_{1,1}^{(-1)}$	$0+\varepsilon$
$R_{2,2}^{(-1)}$	ε
$R_{0,1}^{(-1)}$	0
$R_{0,2}^{(-1)}$	\emptyset
$R_{1,0}^{(-1)}$	\emptyset
$R_{1,2}^{(-1)}$	1
$R_{2,0}^{(-1)}$	1
$R_{2,1}^{(-1)}$	0

②

$R_{0,0}^{(0)}$	1^*
$R_{1,1}^{(0)}$	$0+\varepsilon$
$R_{2,2}^{(0)}$	ε
$R_{0,1}^{(0)}$	1^*0
$R_{0,2}^{(0)}$	\emptyset
$R_{1,0}^{(0)}$	\emptyset
$R_{1,2}^{(0)}$	1
$R_{2,0}^{(0)}$	1^+
$R_{2,1}^{(0)}$	1^*0

③

$R_{0,0}^{(1)}$	1^*
$R_{1,1}^{(1)}$	0^*
$R_{2,2}^{(1)}$	$\varepsilon+1^*00^*1$
$R_{0,1}^{(1)}$	1^*00^*1
$R_{0,2}^{(1)}$	1^*00^*1
$R_{1,0}^{(1)}$	\emptyset
$R_{1,2}^{(1)}$	0^*1
$R_{2,0}^{(1)}$	1^+
$R_{2,1}^{(1)}$	1^*00^*

$$\textcircled{4} R_{0,2}^2 = (1^* 00^* 1)^+$$

故用迭代法得到其正则表达式为 $(1^* 00^* 1)^+$

3.

证明：假设 L 是正则的

那么一定存在正整数 N ，对 $\omega \in L$ ($|\omega| \geq N$) 满足泵引理

从 L 中取 $\omega = a^C b^N c^{N-C}$ ，显然 $\omega \in L$ ，且 $|\omega| = 2N > N$

将 ω 分为 $\omega = xyz$ ，且 $|xy| \leq N$ 和 $y \neq \varepsilon$

①当 $C=0$ 时， $y = b^m$ ($m > 0$)

那么 $xz = b^{N-m} c^N$ ，此时 $N-m < N$ ， $\therefore xz \notin L$

②当 $C=N$ 时， $y = a^m$ ($m > 0$)

那么 $xy^2z = a^{N+m} b^N$ ，此时 $N+m > N$ ， $\therefore xy^2z \notin L$

③当 $0 < C < N$ 时，

i) 若 $y = b^m$ ($m > 0$)，此时同①，取 $xz = a^C b^{N-m} c^{N-C}$ ，此时 $N-C-m < N-C$ ， $\therefore xz \notin L$

ii) 若 $y = a^t b^s$ ($0 < t < C, s > 0$)，取 $xy^2z = a^C b^s a^t b^N c^{N-C}$ ，此时显然 $xy^2z \notin L$

所以假设不成立， L 不是正则的