

1.

(a)根据题意其正则表达式为

$$0(0+1)^*1+1(0+1)^*0$$

(b)根据题意其正则表达式为

$$(110+10+0)(0+1)^*(0+01+011)+(\varepsilon+1+11)(\varepsilon+0+01+011)$$

2.

根据迭代条件 $R_{ij}^{(k)} = R_{ij}^{(k-1)} + R_{ik}^{(k)}(R_{kk}^{(k-1)})^*R_{kj}^{(k-1)}$  可得到如下迭代过程

①

$R_{0,0}^{(-1)}$	$1+\varepsilon$
$R_{1,1}^{(-1)}$	$0+\varepsilon$
$R_{2,2}^{(-1)}$	$\varepsilon$
$R_{0,1}^{(-1)}$	$0$
$R_{0,2}^{(-1)}$	$\emptyset$
$R_{1,0}^{(-1)}$	$\emptyset$
$R_{1,2}^{(-1)}$	$1$
$R_{2,0}^{(-1)}$	$1$
$R_{2,1}^{(-1)}$	$0$

②

$R_{0,0}^{(0)}$	$1^*$
$R_{1,1}^{(0)}$	$0+\varepsilon$
$R_{2,2}^{(0)}$	$\varepsilon$
$R_{0,1}^{(0)}$	$1^*0$
$R_{0,2}^{(0)}$	$\emptyset$
$R_{1,0}^{(0)}$	$\emptyset$
$R_{1,2}^{(0)}$	$1$
$R_{2,0}^{(0)}$	$1^+$
$R_{2,1}^{(0)}$	$1^*0$

③

$R_{0,0}^{(1)}$	$1^*$
$R_{1,1}^{(1)}$	$0^*$
$R_{2,2}^{(1)}$	$\varepsilon+1^*00^*1$
$R_{0,1}^{(1)}$	$1^*00^*1$
$R_{0,2}^{(1)}$	$1^*00^*1$
$R_{1,0}^{(1)}$	$\emptyset$
$R_{1,2}^{(1)}$	$0^*1$
$R_{2,0}^{(1)}$	$1^+$
$R_{2,1}^{(1)}$	$1^*00^*$

$$\textcircled{4} R_{0,2}^2 = 1^* 00^* 1(1^* 00^* 1)^*$$

故用迭代法得到其正则表达式为  $1^* 00^* 1(1^* 00^* 1)^*$

3.

证明：假设  $L$  是正则的

那么一定存在正整数  $N$ ，对  $\omega \in L$  ( $|\omega| \geq N$ ) 满足泵引理

从  $L$  中取  $\omega = a^C b^N c^{N-C}$ ，显然  $\omega \in L$ ，且  $|\omega| = 2N > N$

将  $\omega$  分为  $\omega = xyz$ ，且  $|xy| \leq N$  和  $y \neq \varepsilon$

①当  $C=0$  时， $y = b^m$  ( $m > 0$ )

那么  $xz = b^{N-m} c^N$ ，此时  $N-m < N$ ， $\therefore xz \notin L$

②当  $C=N$  时， $y = a^m$  ( $m > 0$ )

那么  $xy^2z = a^{N+m} b^N$ ，此时  $N+m > N$ ， $\therefore xy^2z \notin L$

③当  $0 < C < N$  时，

i) 若  $y = b^m$  ( $m > 0$ )，此时同①，取  $xz = a^C b^{N-m} c^{N-C}$ ，此时  $N-C-m < N-C$ ， $\therefore xz \notin L$

ii) 若  $y = a^t b^s$  ( $0 < t < C, s > 0$ )，取  $xy^2z = a^C b^s a^t b^N c^{N-C}$ ，此时显然  $xy^2z \notin L$

所以假设不成立， $L$  不是正则的