

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität
Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

FORTGESCHRITTENPRAKTIKUM 2

Übungstitel: Compton-Effekt & Röntgenfluoreszenz

Betreuer: Assoz. Prof. Mag. Dr.rer.nat. Georg Koller

Gruppennummer: 4

Name: Martin Klotz, Philipp Werhounig

Kennzahl: 678

Matrikelnummer: 11909170, 11842163

Datum: 30.03.2022

SS 2022

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Aufgabenstellung | 1 |
| 1.1 Compton-Effekt | 1 |
| 1.2 Röntgenfluoreszenz | 1 |
| 2 Voraussetzungen und Grundlagen | 2 |
| 2.1 Compton-Effekt [1] | 2 |
| 2.2 Röntgenfluoreszenz [2] | 3 |
| 2.2.1 Moseley'sches Gesetz | 3 |
| 3 Beschreibung der Versuchsanordnung | 4 |
| 4 Geräteliste | 4 |
| 5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse | 5 |
| 5.1 Compton-Effekt | 5 |
| 5.1.1 Energiekalibrierung | 5 |
| 5.1.2 Streumessung | 6 |
| 5.2 Röntgenfluoreszenzanalyse | 7 |
| 5.2.1 Energiekalibrierung | 7 |
| 6 Auswertung | 10 |
| 6.1 Compton-Effekt | 10 |
| 6.2 Röntgenfluoreszenz | 11 |
| 6.2.1 Überprüfung Moseley'sches Gesetz | 11 |
| 6.2.2 Unbekannten Probe | 11 |
| 6.2.3 Abschirmkonstante | 12 |
| 7 Diskussion | 13 |
| 7.1 Compton-Effekt | 13 |
| 7.2 Röntgenfluoreszenzanalyse | 14 |
| 8 Zusammenfassung | 15 |

1 Aufgabenstellung

1.1 Compton-Effekt

1. Nehmen Sie das Spektrum der Röntgenröhre bei eingeschraubter Abschwächerblende zur Energiekalibrierung auf! Finden Sie die zu erwartenden charakteristischen Peaks von Molybdän und Gold und nutzen diese zur Energiekalibrierung!
2. Montieren Sie als Streuobjekt eine Plexiglas-Platte im Goniometer! Stellen Sie den Winkel des Goniometers auf 20° ein und nehmen jeweils ein Spektrum bei einem Sensorwinkel von 30° , 45° , 60° , 75° , 90° , 105° , 120° , 135° und 150° auf!

1.2 Röntgenfluoreszenz

1. Verwenden Sie die charakteristischen Peaks Zn-K α und Fe-K α eines Zink-Eisen-Blechs zur Energiekalibrierung.
2. Moosleysches-Gesetz: Bestimmen Sie die K α -Peaks von Ti, Fe, Ni, Cu, Zn, Zr, Mo und Ag.
3. Analysieren Sie die Zusammensetzung mehrerer unbekannter Proben!

2 Voraussetzungen und Grundlagen

2.1 Compton-Effekt [1]

In diesem Versuch lässt sich schön der Teilchencharakter zeigen. Dieser Versuch beruht auf folgendem Phänomen: Wird ein beliebiges Material mit Röntgenstrahlung einer bestimmten Wellenlänge λ_0 bestrahlt, so findet man in der Streustrahlung auch Wellenlängen $\lambda_S > \lambda_0$. Dies kann als Stoßvorgang zwischen den Elektronen der Materie und den Röntgenquanten erklärt werden.

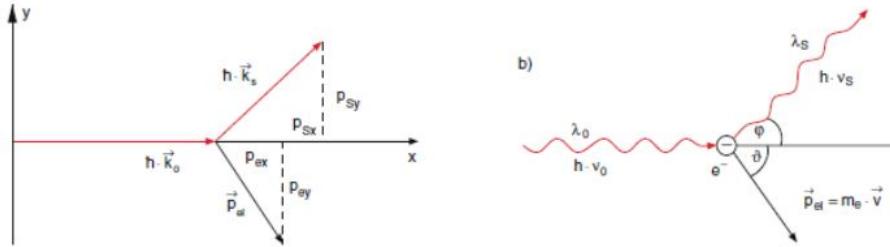


Abb. 1: (a) Schematische Darstellung des Comptoneffekts. (b) Darstellung des Impulsübertrags inklusive der Streuwinkel

Die Herleitung erfolgt unter der Annahme, dass das Elektron vor dem Stoß ruht und zusätzlich nur schwach gebunden ist, wodurch die Bindungsenergie vernachlässigt werden kann. Beim Stoßvorgang gilt Energie- und Impulserhaltung.

Die Energieerhaltung lautet:

$$E_0 = E_S + E_{\text{kin}}^e \quad , \quad E_{\text{kin}}^e = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_0 c^2 \quad (1)$$

Mit $E_0 = h\nu_0$ der Energie des Photons vor der Streuung, $E_S = h\nu_S$ der Energie des Photons nach der Streuung und E_{kin}^e der kinetischen Energie des Elektrons, wobei $\beta = \frac{v}{c}$ und m_0 die Ruhemasse des Elektrons. Die Frequenz des jeweiligen Röntgenquants wird mit ν bezeichnet, h ist das Plancksche Wirkungsquantum und c die Lichtgeschwindigkeit.

Die Impulserhaltung lautet:

$$\hbar \vec{k}_0 = \hbar \vec{k}_S + \vec{p}_e \quad , \quad \vec{p}_e = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (2)$$

Mit \vec{k}_0 dem Wellenvektor zum eintreffenden Photon, \vec{k}_S dem Wellenvektor zum gestreuten Photon und \vec{p}_e dem relativistischen Impuls des Elektrons.

Mittels Quadrieren und Umformen der Gleichungen zur Energieerhaltung und zur Impulserhaltung erhält man nach Umschreiben auf die Wellenlänge:

$$\lambda_S - \lambda_0 = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad \text{mit} \quad \lambda_C = \frac{h}{m_0 c} = 2,4262 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad (3)$$

Mit λ_C wird die Compton-Wellenlänge des Elektrons bezeichnet und der Winkel φ bezeichnet den Winkel um den das Photon gestreut wurde, vergleiche Abbildung 1. Diese Formel lässt sich noch nach der Energie umschreiben, die in dem nachfolgenden Versuch benötigt wird:

$$E_S = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_0 c^2} (1 - \cos \varphi)} \quad (4)$$

2.2 Röntgenfluoreszenz [2]

2.2.1 Moseley'sches Gesetz

Durch Lösen der Schrödinger-Gleichung für das Wasserstoffatom erhält man für die Energieniveaus in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl n folgende Beziehung.

$$E_n = -R \cdot h \cdot c \cdot \frac{1}{n^2} \quad (5)$$

Wobei R die Rydbergkonstante mit $10,974 \text{ m}^{-1}$, c die Lichtgeschwindigkeit mit $2,9979 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ und h das Plank'sche Wirkungsquantum mit $6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ist.

Diese Beziehung gilt allerdings nur für das Wasserstoff-Atom. Für Atome mit unterschiedlicher Ordnungszahl muss zusätzlich die effektive Kernladungszahl Z_{eff} berücksichtigt werden. Diese ergibt sich aus der Kernladungszahl Z und der Abschirmkonstante σ_n . Letztere muss als Korrektur verwendet werden und ist für jedes Energieniveau unterschiedlich, da der Kern und die restlichen Elektronen das Elektron auf dem Energieniveau unterschiedlich stark beeinflussen.

$$E_n = -R \cdot h \cdot c \cdot \frac{(Z - \sigma_n)^2}{n^2} \quad (6)$$

Ändert ein Elektron sein Energieniveau, so kann die Energiedifferenz der beiden Niveaus als Strahlung mit der Frequenz ν frei werden.

Mit der Beziehung

$$E = h \cdot \nu \quad (7)$$

und mit Gleichung (1) kann deren Wellenlänge berechnet werden.

$$\nu = \frac{E_1 - E_2}{h} = -R \cdot c \cdot \left(\frac{(Z - \sigma_{n1})^2}{n_1^2} - \frac{(Z - \sigma_{n2})^2}{n_2^2} \right) \quad (8)$$

Anstatt der beiden unterschiedlichen Abschirmkonstanten kann auch eine mittlere Abschirmkonstante σ_{21} und die Rydberg-Frequenz ν_R im Moseley'schen Gesetz verwendet werden, um die Frequenz zu berechnen.

$$\sqrt{\frac{\nu}{\nu_R}} = (Z - \sigma_{21}) \sqrt{\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)} \quad (9)$$

Für die Energien ergibt sich

$$\sqrt{\frac{E}{R_y}} = (Z - \sigma_{21}) \sqrt{\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)} \quad (10)$$

wobei R_y dem Produkt aus der Rydbergkonstante, dem Plank'schen Wirkungsquantum und der Lichtgeschwindigkeit ist.

$$R_y = R \cdot h \cdot c$$

Für Übergänge von der L-Schale ($n_2 = 1$) eines Atoms auf die K-Schale ($n_1 = 2$), den sogenannten $K\alpha$ -Übergängen, ergibt sich für das Moseley'sche Gesetz

$$\sqrt{\frac{E}{R_y}} = (Z - \sigma_{21}) \sqrt{\frac{3}{4}} \quad (11)$$

3 Beschreibung der Versuchsanordnung

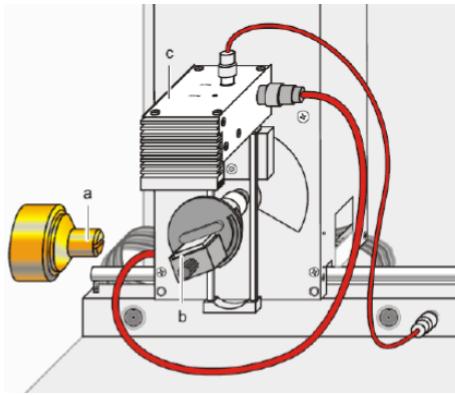


Abb. 2: Analysator

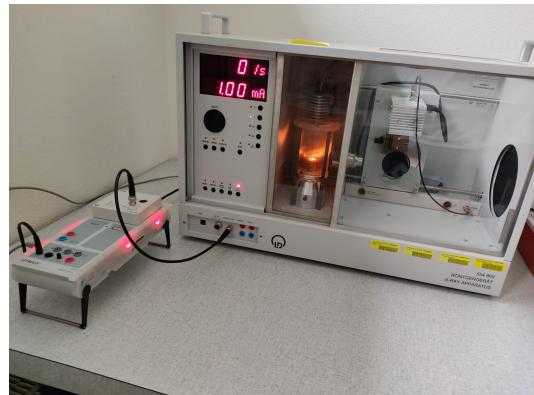


Abb. 3: Röntgenspektrometer

Der Kernbestandteil des Aufbaus ist ein Röntgenspektrometer. Dieses erzeugt Röntgenstrahlung in einer Röntgenröhre und bündelt sie mit einem Kollimator auf die sich am Drehtisch befindende Probe. Der Drehwinkel des Tisches wird mithilfe eines Goniometers automatisiert gemessen. Die Hochspannung der Röhre und der Drehwinkel der Probe können adjustiert werden.

Die Röntgenstrahlung wird mit einem Geiger-Müller-Zählrohr gemessen und in zur Strahlungsintensität proportionale elektrische Impulse umgewandelt. Diese werden mit einem Vielkanal-Analysator digitalisiert und über ein CASSY-Modul an den PC übertragen. Dort werden die Daten in CASSY-Lab 2 visualisiert.

4 Geräteliste

Folgende Geräte wurden im Aufbau verwendet:

Tab. 1: Geräteliste

| Abk. | Gerät | Type | Inventar Nr. |
|------|---------------------|---------------------|--------------|
| R | Röntgenspektrometer | 554800 LD Didactics | – |
| V | Vielkanalanalysator | 524058 LD Didactics | – |
| C | CASSY Modul | 524013 LD Didactics | – |
| K | Kollimator | – | – |
| ZB | Zirkoniumblende | – | – |
| P | Plexiglasplatte | – | – |
| P | PC | – | – |
| Mo | Molybdän-Probe | – | – |
| Fe | Eisen-Probe | – | – |
| Zr | Zirkonium-Probe | – | – |
| Ti | Titan-Probe | – | – |
| Ni | Nickel-Probe | – | – |
| Cu | Kupfer-Probe | – | – |
| Zn | Zink-Probe | – | – |
| Ag | Silber-Probe | – | – |
| M | Kupfermünze | – | – |
| K | Kugelschreibermine | – | – |

5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse

5.1 Compton-Effekt

5.1.1 Energiekalibrierung

Zur Energiekalibrierung wird eine Beschleunigungsspannung von 35 kV und ein Emissionsstrom von 0.05 mA eingestellt. Außerdem wird eine Abschwächerblende montiert, um die Zählrate gering zu halten. Die Beschleunigungsspannung muss ausreichend sein, um die charakteristischen Peaks von Molybdän und Gold anzuregen. Die Ausrichtung des Detektors muss zuerst noch leicht variiert werden, da nicht automatisch bei 0° der Detektor genau in die Richtung des Kollimators zeigt. Der beste Winkel für diese Messung ist durch die maximale Zählrate gekennzeichnet. In diesem Fall wurde ein Winkel von -1.7° als die optimale Einstellung gefunden. Außerdem wurde eine Messdauer von 500 s eingestellt.

Es ergab sich folgendes Spektrum:

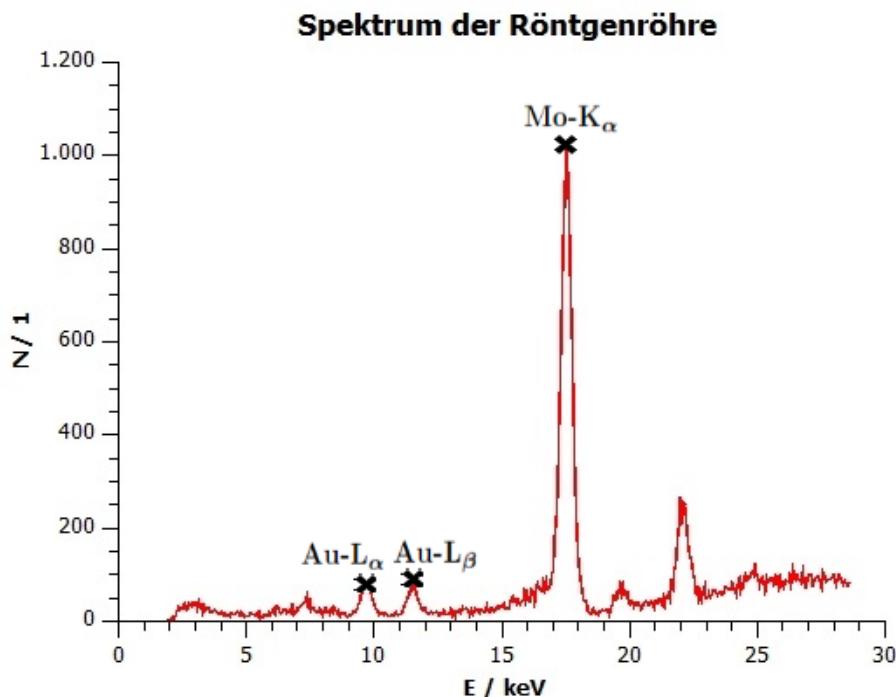


Abb. 4: Das Spektrum der Röntgenröhre mit den beiden charakteristischen Peaks $\text{Au-L}_\alpha = 9.71 \text{ keV}$ und $\text{Mo-K}_\alpha = 17.44 \text{ keV}$

5.1.2 Streuungsmessung

In diesem Versuch soll nun die Compton-Streuung gemessen werden. Dazu wird das Goniometer befestigt und eine Plexiglas-Platte wird als Streuobjekt befestigt. Der Winkel der Plexiglas-Platte wird auf 20° eingestellt. Nun sollen für den Sensor die verschiedenen Winkel $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ und 150° . Dies wird getan, um die Änderung der Energie der gestreuten Photonen bei verschiedenen Streuwinkeln bestimmen zu können.

Nachfolgend werden zwei Spektren bei einem Sensorwinkel von 30° und 150° in einem Diagramm gezeigt, um den Energie-Shift durch den Compton-Effekt zu veranschaulichen.

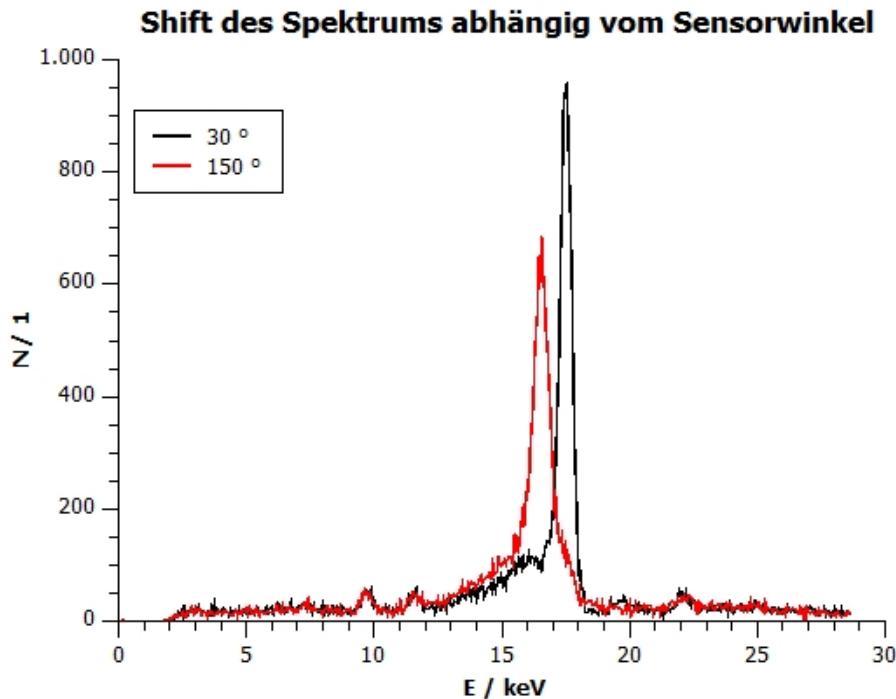


Abb. 5: Das Diagramm zeigt ein Spektrum bei einem Sensorwinkel von 30° gegenübergestellt mit einem Spektrum bei einem Sensorwinkel von 150° . Am Shift des charakteristischen Mo-K α -Peaks lässt sich deutlich erkennen, dass die Energie der Photonen mit zunehmendem Streuwinkel wie vorhergesagt abnimmt

Zur weiteren Auswertung wird die Lage des charakteristischen Mo-K α -Peaks abhängig vom Sensorwinkel benötigt. Die entsprechenden Werte wurden mittels 'Cassey Lab 2' für jeden der Sensorwinkel ausgelesen und sind in der nachfolgenden Tabelle angegeben:

Tab. 2: Lage des charakteristischen Peaks E_{peak} abhängig vom Sensorwinkel ϑ

ϑ ...Sensorwinkel, $\Delta\vartheta = 0,1^\circ$

E_{peak} ...Energie des harakteristischen Peaks, $\Delta E_{peak} = 0,09 \text{ keV}$

| $\vartheta / {}^\circ$ | E_{peak} / keV |
|------------------------|-------------------------|
| 30,0 | 17,51 |
| 45,0 | 17,43 |
| 60,0 | 17,32 |
| 75,0 | 17,18 |
| 90,0 | 17,01 |
| 105,0 | 16,84 |
| 120,0 | 16,72 |
| 135,0 | 16,61 |
| 150,0 | 16,54 |

5.2 Röntgenfluoreszenzanalyse

5.2.1 Energiekalibrierung

Die Energiekalibrierung wird mittels der charakteristischen Peaks von Zink und Eisen durchgeführt. Da in der Angabe vorgegebene verzinkte Eisenblech konnte nicht gefunden werden und somit wurde die Kalibrierung einfach in zwei Schritten durchgeführt, indem einmal eine Zink- und einmal eine Eisenprobe verwendet wurde. Die gut sichtbaren charakteristischen Peaks $Zn-K_{\alpha}$ und $Fe-K_{\alpha}$ werden ihrer bekannten Energie zugeordnet und somit geschieht die Kalibrierung des Energiespektrums. Zu Beginn wird die Eisen-Probe auf dem Drehtisch platziert und das Röntgenspektrometer mit Spannung versorgt. Der Drehtisch wird solange manuell verdreht bis das Goniometer einen Wert von $(45,0 \pm 0,1)^\circ$ anzeigt.

Der Abstand zwischen dem Kollimator und der Drehachse bzw. der Abstand zwischen der Drehachse und der Eintrittsöffnung wird auf 5 cm eingestellt.

Für die Röhrenhochspannung und die Stromstärke des Röhrenstroms werden folgende Werte eingestellt.

$$U = (30,0 \pm 0,1) \text{ kV}$$

$$I = (1,00 \pm 0,01) \text{ mA}$$

In CASSY-Lab 2 wird über die USB-Schnittstelle die Verbindung zum CASSY-Modul hergestellt und "Vielkanalmessung 512 Kanäle" ausgewählt. Für die Verstärkung wird ein Wert von -2,5 und für die Messdauer 300 s eingestellt.

Danach wird die Bleiglastür des Aufbaus geschlossen und die Hochspannung eingeschaltet. In CASSY-Lab 2 wird die Messung gestartet.

Der Vorgang wird für die Molybdän-, Titan-, Nickel-, Kupfer-, Zinn-, Zirkonium- und Silberprobe wiederholt.

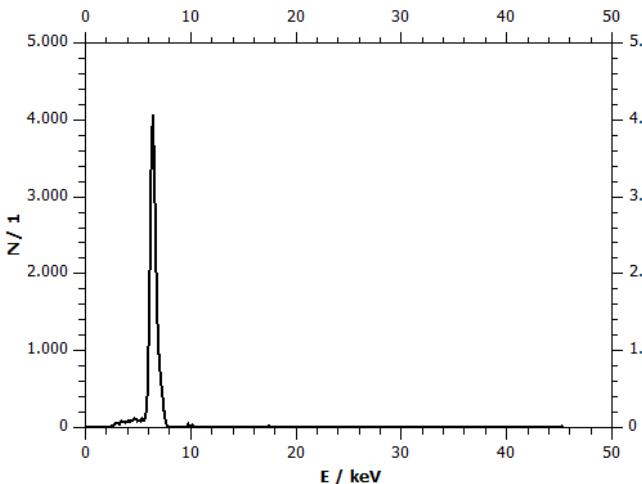


Abb. 6: Röntgenspektrum der Eisen-Probe,
Anzahl der detektierten Photonen N
über der Photonenergie E
 $\Delta E = 0.09 \text{ keV}$

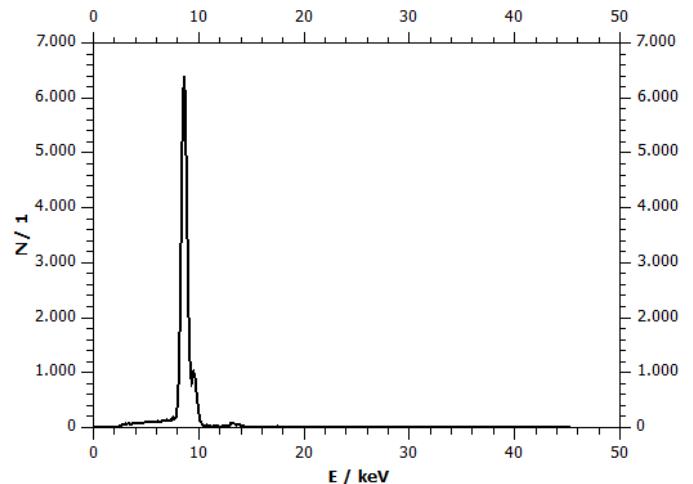


Abb. 7: Röntgenspektrum der Zink-Probe,
Anzahl der detektierten Photonen N
über der Photonenergie E
 $\Delta E = 0.09 \text{ keV}$

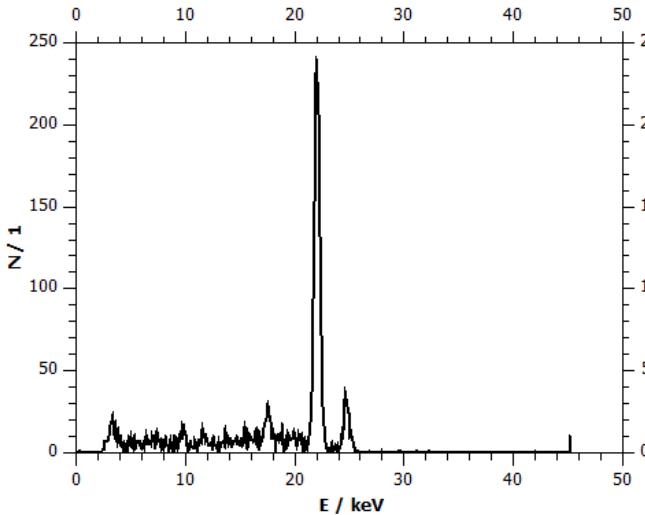


Abb. 8: Röntgenspektrum der Silber-Probe,
Anzahl der detektierten Photonen N
über der Photonens-Energie E
 $\Delta E = 0.09 \text{ keV}$

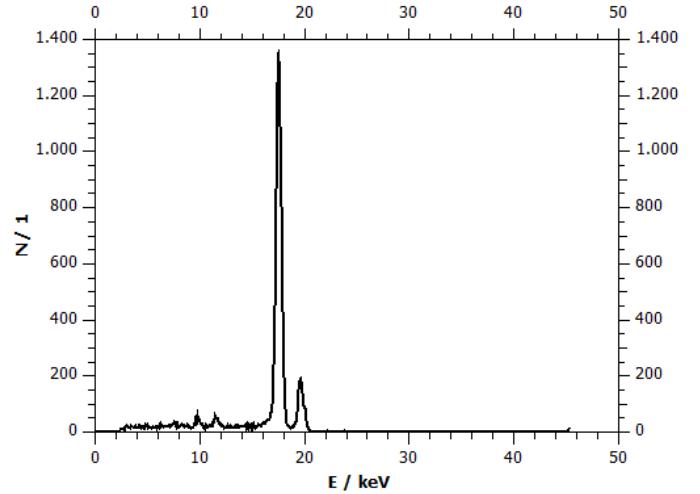


Abb. 9: Röntgenspektrum der Molybdän-Probe,
Anzahl der detektierten Photonen N
über der Photonens-Energie E
 $\Delta E = 0.09 \text{ keV}$

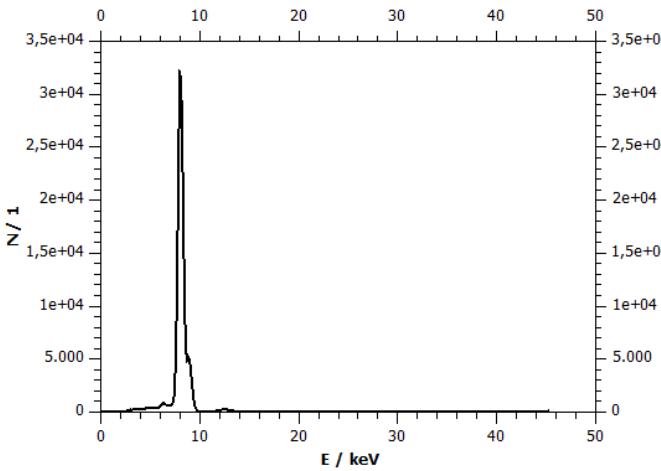


Abb. 10: Röntgenspektrum der Münze,
Anzahl der detektierten Photonen N
über der Photonens-Energie E
 $\Delta E = 0.09 \text{ keV}$

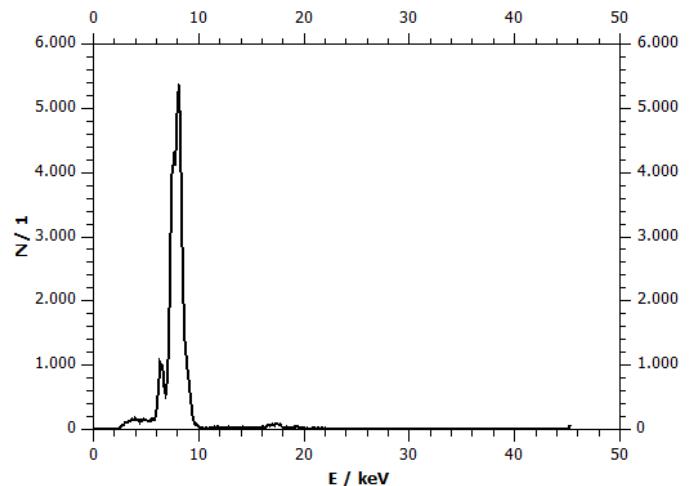


Abb. 11: Röntgenspektrum des Kugelschreibers,
Anzahl der detektierten Photonen N
über der Photonens-Energie E
 $\Delta E = 0.09 \text{ keV}$

Die Unsicherheit der Anzahl der detektierten Teilchen ergibt sich anhand der Poisson-Verteilung als die Wurzel der detektierten Teilchen N .

$$\Delta N = \sqrt{N} \quad (12)$$

Für die Energien der $K\alpha$ -Maxima der Röntgenspektren ergeben sich folgende Messergebnisse

Tab. 3: Maxima Röntgenspektren Z ... Ordnungszahl E_x ... Photonenergie , $\Delta E = 0,09 \text{ keV}$

| Nr. | Probe | $Z / 1$ | E_{peak} / keV |
|-----|----------------|---------|-------------------------|
| 1 | Ti | 22 | 4,64 |
| 2 | Fe | 26 | 6,40 |
| 3 | Ni | 28 | 7,49 |
| 4 | Cu | 29 | 8,03 |
| 5 | Zn | 30 | 8,64 |
| 6 | Zr | 40 | 15,81 |
| 7 | Mo | 42 | 17,53 |
| 8 | Ag | 47 | 22,06 |
| 9 | Münze | — | 8,08 |
| 10 | Kugelschreiber | — | 8,06 |

6 Auswertung

Sämtliche Unsicherheiten aufgrund von Unsicherheitsfortpflanzung werden mit der Größtunsicherheitsmethode berechnet.

6.1 Compton-Effekt

Zur Bestimmung der Elektronenmasse die Energie der gestreuten Photonen beim charakteristischen Peak Mo-K α über den Streuwinkel φ aufgetragen und ein nichtlinearer Fit der Gleichung (4) gemacht. Dabei wird der freie Parameter $E_m = m_e c^2$ definiert (Ruheenergie des Elektrons), da es beim Fitten der Elektronenmasse alleine zu großen Problemen aufgrund numerischer Fehler kommt. Für die Energie des Elektrons vor der Streuung wird der kalibrierte Wert eingesetzt $E_0 = E_{Mo-K\alpha} = 17,44 \text{ keV}$.

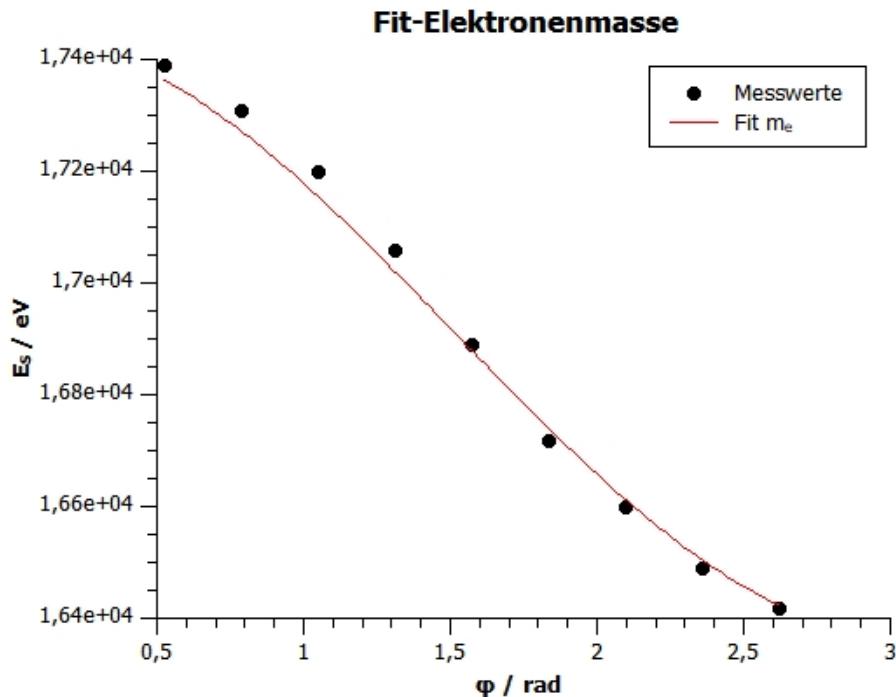


Abb. 12: Bestimmung der Elektronenmasse: Messwerte für die Energie des charakteristischen Peaks abhängig vom Streuwinkel (schwarz) und der nichlineare Fit zur Bestimmung der Elektronenmasse (rot).

Es ergibt sich eine Ruheenergie des Elektrons von $E_m = (526 \pm 8) \text{ keV}$. Die Elektronenmasse ergibt sich damit zu: $m_e = (9,38 \pm 0,14) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

6.2 Röntgenfluoreszenz

6.2.1 Überprüfung Moseley'sches Gesetz

Zur Überprüfung des Moseley'schen Gesetzes wird $\sqrt{\frac{E}{R_y}}$ über der Ordnungszahl und nach Formel 11 das theoretische Modell aufgetragen. In der Theorie hat die Abschirmkonstante den Wert 1 für $K\alpha$ -Übergänge. Nach oben referenziert Formel sollte sich ein linearer Zusammenhang ergeben bei den Messdaten.

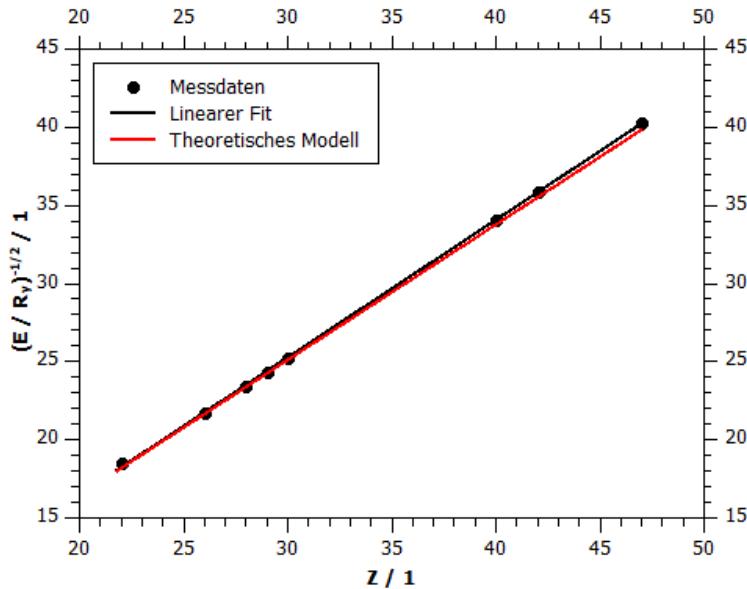


Abb. 13: $\sqrt{\frac{E}{R_y}}$ über der Ordnungszahl Z
 $\Delta E = 0.09 \text{ keV}$

6.2.2 Unbekannten Probe

Für die Zuordnung der unbekannten Probe muss die Ordnungszahl ermittelt werden. Dies geschieht durch das Umformen von Formel 11. Aus Abbildung 10 und Abbildung 11 ist ersichtlich, dass die Ordnungszahl für das Elemente, aus denen die Proben überwiegend bestehen, kleiner als 30 ist. Bei solchen Elementen ist die Abschirmkonstante näherungsweise 1, da die abschirmende Wirkung der Elektronen vernachlässigbar klein ist.

$$Z = \sqrt{\frac{4E}{3R_y}} + 1$$

$$\Delta Z = \sqrt{\frac{1}{3R_y \cdot E}} \cdot \Delta E$$

Tab. 4: Ordnungszahlen unbekannte Proben
 Z ... Ordnungszahl, $\Delta Z = 1$

| Nr. | Probe | $Z / 1$ |
|-----|----------------|---------|
| 1 | Münze | 29 |
| 2 | Kugelschreiber | 29 |

Da die Unsicherheit für die Ordnungszahl eine natürliche Zahl ist, wird als Größtunsicherheitsabschätzung der Wert auf die minimal mögliche Unsicherheit aufgerundet.

Sowohl der Kugelschreiber als auch die Münze bestehen hauptsächlich aus Kupfer.

6.2.3 Abschirmkonstante

Die Abschirmkonstanten können ebenfalls mit Formel 11 bestimmt werden.

$$\sigma_{21} = Z - \sqrt{\frac{4E}{3R_y}}$$

$$\Delta\sigma_{21} = \sqrt{\frac{1}{3R_y \cdot E}} \cdot \Delta E$$

Tab. 5: Abschirmkonstanten

Z ... Ordnungszahl

σ_{21} ... Abschirmkonstante

| Nr. | Probe | $Z / 1$ | $\sigma_{21} / 1$ | $\Delta\sigma_{21} / 1$ |
|-----|----------------|---------|-------------------|-------------------------|
| 1 | Ti | 22 | 0,676 | 0.007 |
| 2 | Fe | 26 | 0,956 | 0.006 |
| 3 | Ni | 28 | 0,907 | 0.005 |
| 4 | Cu | 29 | 0,948 | 0.005 |
| 5 | Zn | 30 | 0,902 | 0.005 |
| 6 | Zr | 40 | 0,638 | 0.004 |
| 7 | Mo | 42 | 0,552 | 0.003 |
| 8 | Ag | 47 | 0,504 | 0.007 |
| 9 | Münze | 29 | 0,861 | 0.005 |
| 10 | Kugelschreiber | 29 | 0,895 | 0.005 |

7 Diskussion

7.1 Compton-Effekt

Die Elektronenmasse ergibt sich bei diesem Versuch mit $m_e = (9,38 \pm 0,14) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ziemlich nahe am Literaturwert von $m_{e,Lit} = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ [3]. Die beiden Werte stimmen jedoch nicht ganz innerhalb der Unsicherheit überein. Der Grund hierfür liegt höchstwahrscheinlich darin, dass die Bestimmung der Elektronenmasse über den nichtlinearen Fit hoch sensibel davon abhängt wie genau die Energiekalibrierung durchgeführt wurde. Dies ist im nachfolgenden Diagramm illustriert:

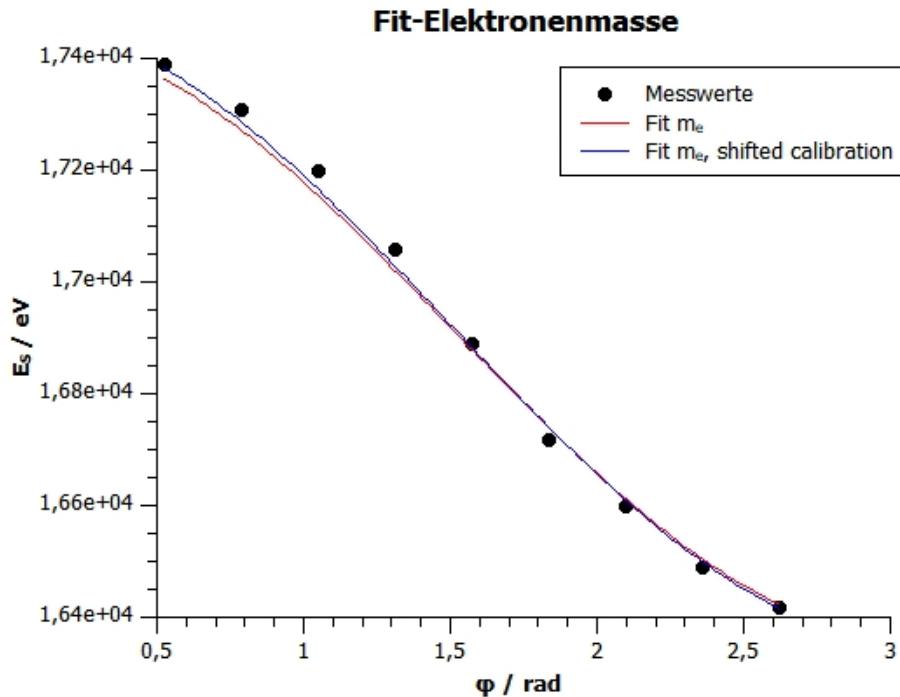


Abb. 14: Bestimmung der Elektronenmasse-Einfluss der Energiekalibrierung: Messwerte für die Energie des charakteristischen Peaks abhängig vom Streuwinkel (schwarz), nichlinearer Fit mit $E_0 = 17,44 \text{ keV}$ (rot) und nichlinearer Fit mit geshifteter Kalibrierung $E_0 = 17,46 \text{ keV}$ (blau).

Es lässt sich erkennen, dass die Kurve mit geshifteter Kalibrierung besser mit den Messwerten übereinstimmt. Für die ursprüngliche Kalibrierung (rot) ergibt sich $E_m = (526 \pm 8) \text{ keV}$ während sich für die geshiftete Kalibrierung $E_m = (512 \pm 6) \text{ keV}$ ergibt. Der Wert bei geshifteter Kalibrierung stimmt also weitaus besser mit dem Literaturwert von $E_m = 511 \text{ keV}$ überein. Es lässt sich also erkennen, dass bereits ein Fehler von $0,02 \text{ keV}$ bzw. $0,1\%$ in der Energiekalibrierung einen Fehler von rund 3% bei der Elektronenmasse hervorrufen kann!!!

Es handelt sich hier also um den klassischen Fall eines 'ill-conditioned' Problems - ein kleiner Fehler im Input ruft eine riesige Änderung im Output hervor. Es gibt zwei Möglichkeiten zur Behandlung dieses Problems. Einerseits könnte die Messdauer bei der Kalibrierung erhöht werden - eine Vervierfachung der Messdauer halbiert die Unsicherheit (Grund hierfür ist die Poisson-Verteilung). Andererseits könnte ein verschiedenes numerisches Verfahren, das nicht vom absoluten Wert von E_0 abhängt ebenfalls die gewünschte Verbesserung bringen.

7.2 Röntgenfluoreszenzanalyse

Die Messergebnisse für die Energien der $K\alpha$ -Linien stimmen bis auf die Titan-Probe im Rahmen der Unsicherheit mit den Literaturwerten [4] überein. Bei der Kupfer-Probe ist trotz geringer Abweichung der gemessenen Energie des $K\alpha$ -Übergangs eine große Abweichung bei der Abschirmkonstanten zu beobachten. Dies ist wie in Abbildung 15 auf den steilen Verlauf der Abschirmkonstante in Abhängigkeit von der Energie zurückzuführen.

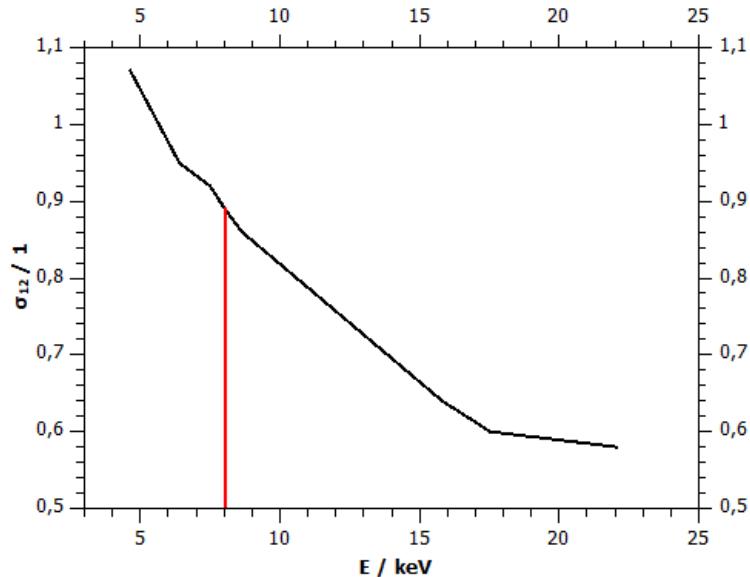


Abb. 15: σ_{12} über der Energie E

In den Energiespektren treten neben den Peaks, die für die Auswertung verwendet wurden, noch weitere Peaks auf. Diese treten aufgrund von weiteren Übergängen außer $K\alpha$ -Übergängen (z.B.: $K\beta$ -Übergänge), die im Element stattfinden auf.

Ob die $K\beta$ -Übergänge sichtbar sind, hängt davon ab wie groß die Differenz der Energie-Differenzen zwischen diesem und dem $K\alpha$ -Übergang ist. Ist diese zu gering erscheinen der $K\alpha$ -Peak und der $K\beta$ -Peak als ein gemeinsamer Peak. Es ist zu beobachten, dass die Energie-Differenzen bei Elementen mit höheren Ordnungszahlen größer sind. Dies kann durch die größere effektive Kernladungszahl in Formel 6, wodurch die absolute Differenz zwischen den unterschiedlichen Energieniveaus des Atoms größer sind, begründet werden.

Einen kleinen Beitrag dazu liefern auch Oxide, die sich an den Oberflächen der Proben bilden. Besonders stark sichtbar ist dies bei der Silber-Probe, da Silber im Vergleich zu den restlichen Proben mit Elementen aus der Umgebung (z.B.: Schwefel) stärker reagiert.

Auch der durch das Moseley'sche Gesetz beschriebene Zusammenhang ist gegeben, da in Abb. 14 alle Messpunkte auf der linear approximierten Gerade liegen und diese im Rahmen der Unsicherheit mit dem theoretischen Verlauf übereinstimmt. Dass die unbekannte Probe aus Kupfer besteht ist ebenfalls legitim, da Münzen nicht mit anderen Elementen z.B.: zum Schutz vor Korrosion beschichtet sind und die typisch rötliche Färbung eindeutig auf Kupfer hinweist.

8 Zusammenfassung

Der Compton-Effekt zeigt den Welle-Teichen-Dualismus: Licht (in dieser Interpretation: Photonen) kann Impuls auf Elektronen übertragen. Damit ließ sich die Elektronenmasse mit $m_e = (9,38 \pm 0,14) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ bestimmen, die etwas über dem wahren Wert liegt. Eine genauere Erörterung der möglichen Gründe für diese Abweichung wird in der Diskussion gegeben.

Mithilfe der Röntgenfluoreszenzanalyse wurden die Energien sowie die Abschirmkonstanten der K α -Übergänge von Ti, Fe, Ni, Cu, Zn, Zr, Mo und Ag bestimmt. Von zwei unbekannten Proben wurde bestimmt, dass diese hauptsächlich aus Kupfer bestehen.

Tab. 6: Abschirmkonstanten

Z ... Ordnungszahl

E_{peak} ... Energie K α -Übergang, $\Delta E = 0.09 \text{ keV}$

σ_{21} ... Abschirmkonstante K α -Übergang

| Nr. | Probe | $Z / 1$ | E_{peak} / keV | $\sigma_{21} / 1$ | $\Delta\sigma_{21} / 1$ |
|-----|----------------|---------|-------------------------|-------------------|-------------------------|
| 1 | Ti | 22 | 4.64 | 0,676 | 0.007 |
| 2 | Fe | 26 | 6.40 | 0,956 | 0.006 |
| 3 | Ni | 28 | 7.49 | 0,907 | 0.005 |
| 4 | Cu | 29 | 8.03 | 0,948 | 0.005 |
| 5 | Zn | 30 | 8.64 | 0,902 | 0.005 |
| 6 | Zr | 40 | 15.81 | 0,638 | 0.004 |
| 7 | Mo | 42 | 17.53 | 0,552 | 0.003 |
| 8 | Ag | 47 | 22.06 | 0,504 | 0.007 |
| 9 | Münze | 29 | 8.08 | 0,861 | 0.005 |
| 10 | Kugelschreiber | 29 | 8.06 | 0,895 | 0.005 |

Literatur

- [1] Aufgerufen am 02.04.2022. URL: <https://moodle.uni-graz.at/mod/resource/view.php?id=1007232>.
- [2] Aufgerufen am 02.04.2022. URL: <https://moodle.uni-graz.at/mod/resource/view.php?id=1004286>.
- [3] Aufgerufen am 02.04.2022. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Elektron.html>.
- [4] Aufgerufen am 02.04.2022. URL: https://www.ld-didactic.de/literatur/hb/d/p6/p6354_d.pdf.