

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

# **LABORÜBUNGEN 2: ELEKTRIZITÄT, MAGNETISMUS, OPTIK**

Übungsnummer: PHYC03UF

Übungstitel: Transformator

Betreuer: Anna Weitzer

Gruppennummer: 1

Name: PHILIPP Maximilian

Name: STARK Matthias

Mat. Nr.: 11839611

Mat. Nr.: 12004907

Datum der Übung: 30 November

WS 2021/2022

## Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung[3] . . . . .	3
1.1	Transformator . . . . .	3
2	Grundlagen[3] . . . . .	4
2.1	Transformator . . . . .	4
2.1.1	Leerlauf . . . . .	5
2.1.2	Belastung . . . . .	6
2.1.3	Verluste im Transformator . . . . .	8
3	Versuchsanordnung [3] . . . . .	9
4	Geräteliste . . . . .	11
5	Versuchsdurchführung & Messergebnisse . . . . .	12
5.1	Leerlauf . . . . .	12
5.2	Ohm'sche Last . . . . .	13
5.3	Ohm'sch-induktive Last . . . . .	14
6	Auswertung . . . . .	16
6.1	Leerlauf . . . . .	17
6.2	Ohm'sche Last . . . . .	18
6.3	Ohm'sch-induktive Last . . . . .	20
7	Diskussion . . . . .	28
7.1	Leerlauf . . . . .	28
7.2	Ohm'sche Last . . . . .	28
7.3	Ohm'sch-induktive Last . . . . .	29
7.4	Verbesserungsvorschläge . . . . .	30
8	Zusammenfassung . . . . .	31
9	Anmerkungen . . . . .	31

## 1 Aufgabenstellung[3]

### 1.1 Transformator

Die Messungen werden mit der in Abbildung 9 dargestellten Schaltung durchgeführt. Überlastungen des elektronischen Leistungsmessers sind zu vermeiden (siehe Bedienungsanleitung), die richtigen Messbereiche für Strom und Spannung sind jeweils einzustellen.[3]

- Leerlauf ( $U = 160 \text{ V}$ ): Messen Sie Primärstrom  $I_1$ , Primärspannung  $U_1$ , Wirkleistung  $P_1$  und Sekundärspannung  $U_2$ . Berechnen Sie die Größen aus Tabelle 1, Unsicherheitsrechnung. Oszillographische Darstellung von Primärstrom und Sekundärspannung mit passender Skalierung.
- Ohm'sche Last sekundärseitig (ca.  $I_2 < 1 \text{ A}$ ): Messen Sie Primärstrom, Primärspannung, Wirkleistung, Sekundärspannung und Sekundärstrom  $I_2$ . Berechnen Sie die Größen aus Tabelle 1, Unsicherheitsrechnung. Oszillographische Darstellung von Primärstrom und Sekundärspannung mit passender Skalierung.
- Ohm'sch-induktive Last: Aufnahme der Parameter wie unter Aufgabe 2 bei einer Serienschaltung von einer Spule  $L \approx 0,1 \text{ H}$  mit einem regelbaren Lastwiderstand (0 - 45  $\Omega$  ca. 20 Messwerte). Erstellung des Diagrammes Leistung über Lastwiderstand und Begründung des Auftretens eines Maximums der Wirkleistung. Oszillographisches Bild beim Maximum abzeichnen und skalieren!
- Die Unsicherheitsrechnung ist für alle Punkte durchzuführen.

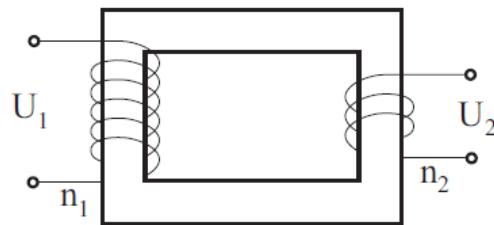
**Tabelle 1:** Tabelle mit den zu bestimmenden Größen

Scheinleistung primär $S_1 = U_1 I_1$	Blindleistung $Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2}$
Leistungsfaktor $\lambda = \cos \phi = \frac{P_1}{S_1}$	Wirkleistung sekundär (bei ohm'scher Last) $P_2 = U_2 I_2$
Verlustleistung $P_V = P_1 - P_2$	Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_2}{P_1}$

## 2 Grundlagen[3]

### 2.1 Transformator

Ist eine Wechselspannung  $U_1$  vorhanden, deren Höhe für einen bestimmten Zweck ungeeignet ist, so wird ein Umspanner, wie in Abbildung 1 abgebildet, verwendet.



**Abbildung 1:** Umspanner, Transformator,  $n_i$  Windungszahlen der jeweiligen Spule

Die Netzspannung

$$U_1 = U_0 \sin(\omega t) \quad (1)$$

erzeugt einen Strom  $I_1(t)$  im Primärkreis. Dieser Strom bewirkt einen magnetischen Fluss  $\phi(t)$  in der Spule. Die Flussänderung induziert eine Spannung  $U_L$  in der Spule mit der Windungszahl  $n$ .

$$U_L = -n_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (2)$$

Für den Primärkreis gilt also:

$$U_1 + U_L = 0 \quad (3)$$

$$U_0 \sin(\omega t) = n_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

Das ergibt den Fluss:

$$\phi(t) = \frac{U_0}{n_1 \omega} \sin(\omega t - \pi/2) \quad (5)$$

Damit ist der magnetische Fluss  $\phi(t)$  durch die Netzspannung  $U_1(t)$  vorgegeben.

### 2.1.1 Leerlauf

$I_2 = 0$ . Die Flussänderung induziert in der Sekundärspule eine Spannung  $U_2$ :

$$U_2 = -n_2 \frac{d\phi}{dt} = -\frac{n_2}{n_1} U_0 \sin(\omega t)$$

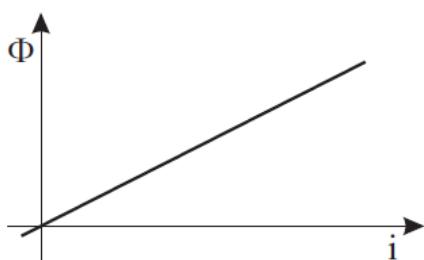
$$U_2 = -\frac{n_2}{n_1} U_1(t) \quad (6)$$

Das Verhältnis der Spannungen ist somit durch die Windungszahlen gegeben. Der Strom im Primärkreis wird nur durch das Magnetisierungsverhalten des Eisens festgelegt.

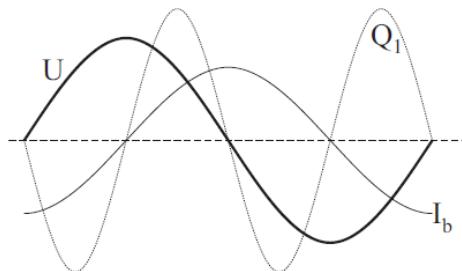
$$\phi = BA = \mu\mu_0 HA = \mu\mu_0 \frac{A}{l} n_1 l_1 \quad (7)$$

Bei linearer Magnetisierungsabhängigkeit des verwendeten Eisens (Abbildung 2) ist der Strom dem von ihm hervorgerufenen Fluss proportional. Es wird daher auch die Stromwelle der angelegten Spannung um  $\pi/2$  nacheilen.

Die elektrische Leistung eines Gerätes ist durch das Produkt von Spannung und Strom gegeben. Die Leistung  $N$  an der Primärspule in Abhängigkeit von der Zeit bei Nacheilen des Stromes gegenüber der Spannung um  $\pi/2$  zeigt Abbildung 3. Man erkennt, dass das Vorzeichen der Leistung wechselt. Die aufgenommene Arbeit wird also stets wieder an das Netz zurückgegeben. Man nennt das Produkt  $U_1 I_b$  im Falle einer Phasenverschiebung von  $\pi/2$  Blindleistung  $Q_1$ . Der aufgenommene Blindstrom  $I_b$  wird Magnetisierungsstrom genannt.

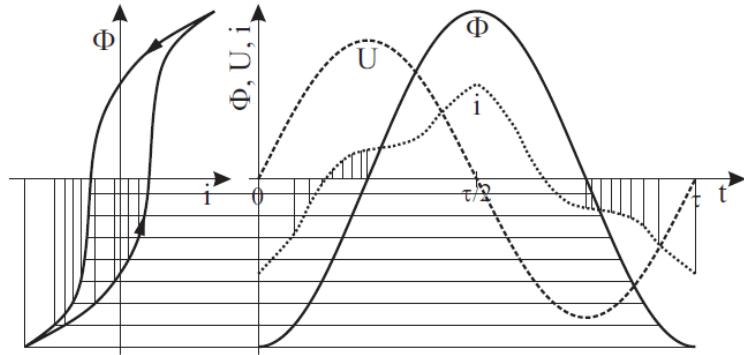


**Abbildung 2:** Eisen mit gerader Magnetisierungskurve



**Abbildung 3:** Blindleistung  $Q_1 = UI_b$

Für den Fall, dass die Magnetisierungskurve  $\phi = \phi(t)$  eine Hysterese aufweist, entsteht der Stromverlauf aus Abbildung 4. Dem Netz wird in diesem Fall Leistung entzogen.



**Abbildung 4:** Spannung  $U$ , magnetischer Fluss  $\phi$  und Strom  $i$  bei Hysterese.

### 2.1.2 Belastung

Wird an die Sekundärspule ein Ohm'scher Widerstand  $R$  angeschlossen, so fließt auch durch die Sekundärspule ein Strom  $I_2$

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = -\frac{n_2}{n_1} \frac{1}{R} U_0 \sin(\omega t) \quad (8)$$

Jede stromdurchflossene Spule erzeugt ein Magnetfeld. Die stromdurchflossene Sekundärspule erzeugt einen von  $I_2$  unabhängigen Zusatzfluss  $\phi_2$ , der durch die Magnetisierungskurve bestimmt ist. Da der Fluss aber durch Gl. (5) wegen der eingeprägten Netzspannung festgelegt ist, muss  $\phi_2$  kompensiert werden:

$$\phi_2 + \phi_1 = 0 \quad (9)$$

Diese Kompensation erfolgt durch einen in der Primärspule erzeugten Fluss  $\phi_1$ , der durch einen Zusatzstrom  $I_{1z}$  zustande kommt. Mit

$$\phi_2 = \phi \phi_0 \frac{A}{l} n_2 l_2 \quad (10)$$

und

$$\phi_1 = \phi \phi_0 \frac{A}{l} n_1 l_{1z} \quad (11)$$

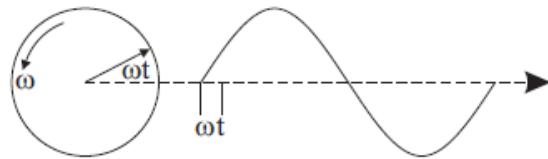
ergibt sich  $I_{1z}$  aus der Bedingung Gl. (9)

$$I_{1z} = -\frac{n_2}{n_1} I_2 \quad (12)$$

und wegen Gl. (8):

$$I_{1z} = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \frac{1}{R} U_1 \quad (13)$$

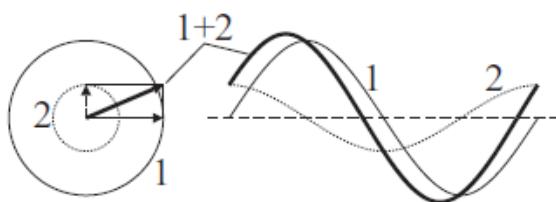
Der primäre Zusatzstrom ist bei der angenommenen rein Ohm'schen Belastung in Phase mit der Netzspannung  $U_1$ . Der durch rein Ohm'sche Belastung der Sekundärseite bewirkte primäre Zusatzstrom  $I_{1z}$  verursacht eine Wirkleistungsaufnahme. Das Produkt der  $U_1$ - und  $I_{1z}$ -Wellen ist nämlich stets positiv. Selbstverständlich existieren die beiden Ströme  $I_b$  und  $I_{1z}$  nicht getrennt. Sie setzen sich zu einem Netzstrom  $I_1$  zusammen. Dies geschieht, indem man die zu gleichen Zeiten gehörenden Momentanwerte addiert. Eine Sinuswelle entsteht z.B. durch einen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotierenden Zeiger, wenn man die Spitze des Zeigers in Abhängigkeit vom Winkel  $\omega t$  beobachtet (Abbildung 5).



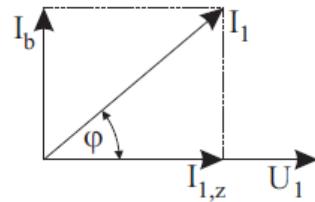
**Abbildung 5:** Zeigerdiagramm und Sinusschwingung

Addiert man die Momentanwerte zweier mit gleicher Winkelgeschwindigkeit rotierender Größen, welche gegeneinander eine Phasenverschiebung haben, so setzen sich die Zeiger geometrisch zusammen (Abbildung 6). Für den belasteten Transformator zeigt Abbildung 7 die Lage der Zeiger. Die Phasenverschiebung  $\phi$  zwischen dem Gesamtstrom  $I_1$  (auch Scheinstrom genannt) und der Netzspannung ist nach Abbildung 7 gegeben durch:

$$\tan(\phi) = \frac{I_b}{I_{1z}} \quad \cos(\phi) = \frac{I_{1z}}{I_1} \quad \sin(\phi) = \frac{I_b}{I_1} \quad (14)$$



**Abbildung 6:** Addition zweier Sinusschwingungen



**Abbildung 7:** Zeigerdiagramm im belasteten Transformator

Da die Multiplikation der Zähler und Nenner mit  $U_1$  an den Verhältnissen Gl. (14) nichts ändert, gilt auch:

$$\tan(\phi) = \frac{Q_1}{P_1} \quad \cos(\phi) = \frac{P_1}{S_1} \quad \sin(\phi) = \frac{Q_1}{S_1} \quad (15)$$

Dabei ist  $I_{1z}U_1$  die Wirkleistung  $P_1$ ,  $I_bU_1$  die Blindleistung  $Q_1$  und  $I_1U_1$  die Scheinleistung  $S_1$ .

Bei verlustlosem Transformator muss, damit der Energieerhaltungssatz gewahrt bleibt, die zugeführte Wirkleistung gleich der sekundär abgegebenen Wirkleistung sein:

$$I_{1z}U_1 = P_1 = P_2 = U_2I_2 \quad (16)$$

### 2.1.3 Verluste im Transformator

Die Spulen des Transformatorm haben endliche Widerstände:  $R_{Sp1}$  und  $R_{Sp2}$ . Die an ihnen auftretende Wirkleistung

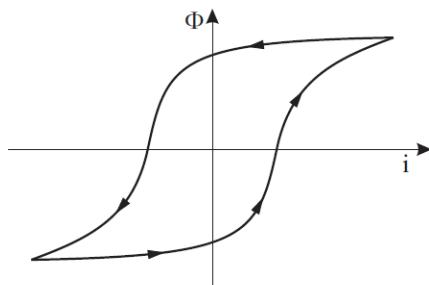
$$P_{Cu1} = R_{Sp1} I_1^2 \quad P_{Cu2} = R_{Sp2} I_2^2 \quad (17)$$

wird als Wärme frei. Ihre Summe  $P_{Cu}$  bezeichnet man als Kupferverluste des Transformatorm.

$$P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2} \quad (18)$$

Außer den Kupferverlusten treten im Transformator auch sogenannte Eisenverluste auf. Sie setzen sich aus den Wirbelstromverlusten und den Hystereseverlusten zusammen. Die Wirbelstromverluste entstehen durch die elektrische Leitfähigkeit des Eisens. Der Wechselstrom induziert auch im Eisen Spannungen, die sogenannte Wirbelströme hervorrufen, und eine Erwärmung des Eisens bewirken. Durch Unterteilung des Eisenkerns in dünne, gegenseitig isolierte Bleche, kann man das Auftreten von gut leitenden Stromkreisen im Eisen weitgehend verhindern.

Die Hystereseverluste entstehen durch die Abweichung der Eisenmagnetisierung von der Idealform in Abbildung 2. Es zeigt sich nämlich, dass nach Zurückgehen des Stromes auf den Wert Null Restmagnetismus (Remanenz) vorhanden ist (Abbildung 8). Wird nun in umgekehrter Richtung ein Magnetfeld aufgebracht, so muss erst Energie aufgewendet werden, um das Restfeld abzubauen. Infolge der Transformatorverluste sinkt die Spannung  $U_2$  an der Sekundärspule.

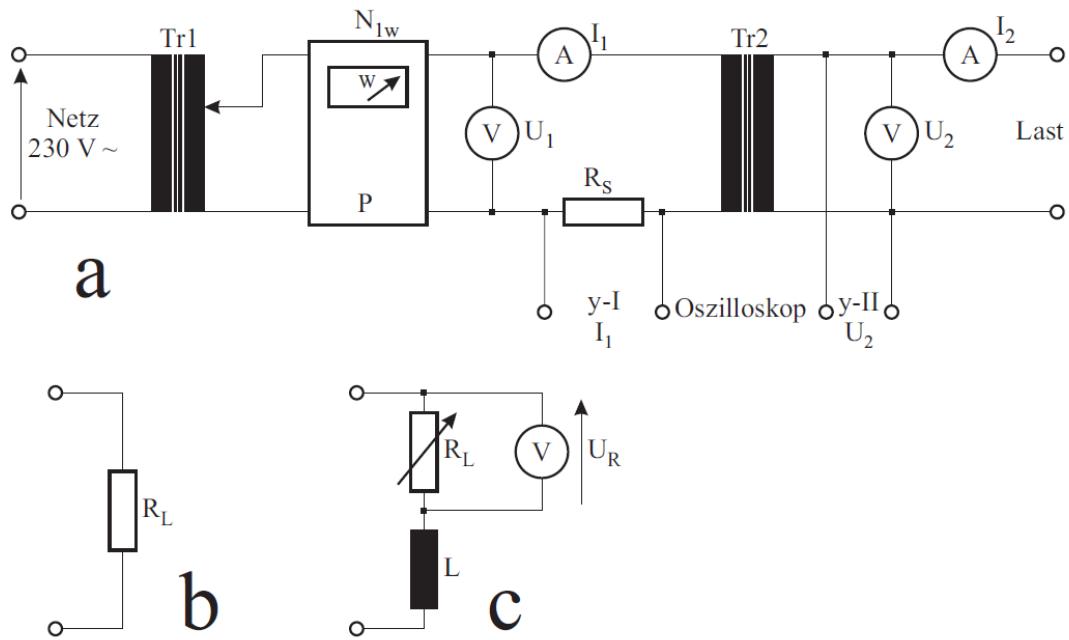


**Abbildung 8:** Hystereseschleife

### 3 Versuchsanordnung [3]

Ablesungen in Abhängigkeit vom Belastungswiderstand (Last) nach Abbildung 9 erlauben es, folgende Größen zu berechnen:

- Abgegebene Wirkleistung:  $P_2 = U_R I_2$
- Aufgenommene Scheinleistung:  $S_1 = U_1 I_1$
- Phasenverschiebung an der Primärseite:  $\cos(\phi) = P_1/S_1, \phi = \arccos(P_1/S_1)$
- Primärer Wirkstrom:  $I_{1z} = I_1 \cos(\phi)$
- Primärer Blindstrom:  $I_b = I_1 \sin(\phi) = I_1 \sqrt{1 - \cos^2(\phi)}$
- Primäre Blindleistung:  $Q_1 = I_b U_1$
- Verlustleistung:  $\Delta P = P_1 - P_2$  als Differenz der zugeführten und der abgegebenen elektrischen Leistung.
- Wirkungsgrad:  $\eta = N_2/N_{1\omega} \cdot 100\%$  welcher angibt, wie viel Prozent der zugeführten Leistung als elektrische Energie sekundär zur Verfügung steht.
- Kupferverluste:
  - Primär:  $P_{Cu1} = I_1^2 R_{Sp1}$
  - Sekundär:  $P_{Cu2} = I_2^2 R_{Sp2}$
  - Insgesamt:  $P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2}$
- Eisenverluste:  $P_{Fe} = \Delta P - P_{Cu}$



**Abbildung 9:** Messanordnung zur Untersuchung des Transfomators  $\text{Tr}_2$  für a) Leerlauf, b) ohm'sche Last, c) ohm'sche und induktive Last in Serie.

Tr1 ... Regeltransistor

Tr2 ... Messtransistor

$R_S$  ... Shunt (ca. 0.5  $\Omega$ )

$R_L$  ... Lastwiderstand

$I_1$  ... Primärstrom

$U_1$  ... Primärspannung

$I_2$  ... Sekundärstrom

$U_2$  ... Sekundärspannung

$L$  ... Spule

$C$  ... Kondensator

$U_R$  ... Spannungsabfall an  $R_L$

$P_1$  ... primäre Wirkleistung

## 4 Geräteliste

Für die Messungen wurden folgende Geräte vom Versuchsaufbau Transformator 1 verwendet:

**Tabelle 2:** Verwendete Geräte

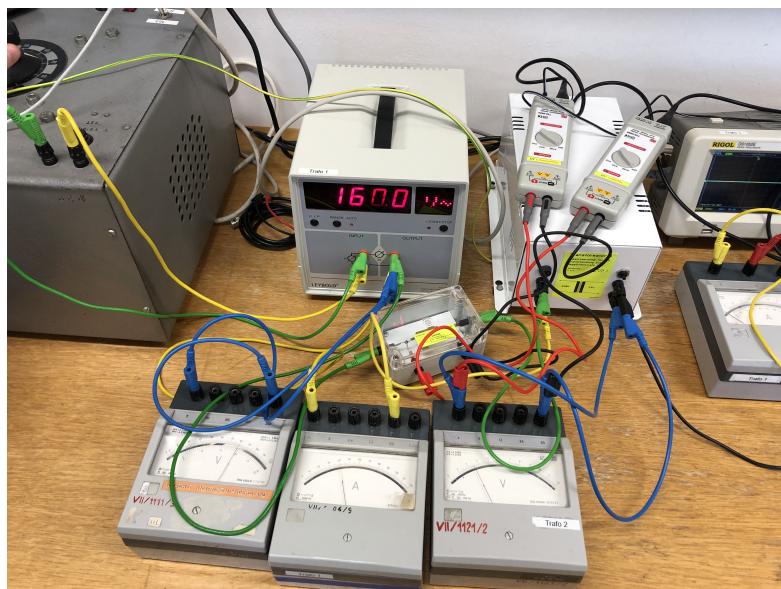
Gerät	Typ	Hersteller	Unsicherheit
Transformator 1	Prim SI 6.3A1		
Transformator 2	163/JFR/14		
Digital Multimeter	531832	LeyBold	$\pm 0.1 \text{ W}$
Oszilloskop	DS1052E	RiGol	$\pm 1 \%$
Computerprogramm	Ultrascope		
Shunt	163/SFR/14		
Spule	2.58 $\Omega$		
regelbarer Widerstand	PF80/3.3A VII/695	Western Germany	
Voltmeter Bereich (30-240 V)	VII/1111/3		$\pm 0.5 \%$
Voltmeter Bereich (6-60 V)	VII/1121/2		$\pm 0.5 \%$
Voltmeter Bereich (6-60 V)	VII/1121/3		$\pm 0.5 \%$
Ampermeter Bereich (0.24-6 A)	VII/1106/9		$\pm 1.5 \%$
Ampermeter Bereich (1.2-6 A)	VII/1130/		$\pm 0.5 \%$
Probe für Oszilloskop	20141071	RS	
Probe für Oszilloskop	20140783	RS	
Kabel	Bananenstecker		

## 5 Versuchsdurchführung & Messergebnisse

### 5.1 Leerlauf

Zunächst wird der Versuch nach der Skizze in Abbildung 9 a) aufgebaut. Um einen besseren Überblick über die Schaltung zu behalten, wird der Weg vom Trafo bis zur Last, die in diesem Aufbau noch nicht vorhanden ist, mit gelben Kabeln und der Rückweg mit grünen Kabeln markiert. Die parallel geschalteten Voltmeter sind mit blauen und die Proben des Oszilloskops mit roten und schwarzen Kabeln mit dem Stromkreis verbunden. Der komplette Versuchsaufbau ist in Abbildung 10 ersichtlich.

Bei den Vollmetern ist dabei zu beachten, dass sich jenes, welches für die größeren Spannungen ausgelegt ist, vor dem Transformator befindet, um sicherzustellen, dass das andere Voltmeter nicht überlastet wird. Bei den Amperemetern wird jenes mit dem geringeren Messbereich vor den Transformator geschlossen, da hier aufgrund der deutlich höheren Spannung niedrigere Ströme vorliegen. Auch ist bei den Messgeräten grundsätzlich immer der größte Messbereich zu verwenden und erst nach Beurteilung des Zeigerausschlags auf den nächst niedrigeren Bereich zu wechseln, um sicherzustellen, dass kein Messgerät überlastet wird.



**Abbildung 10:** Versuchsaufbau für den Leerlauf

Nun werden die geforderten Ströme und Spannungen von den Ampere- und Voltmetern, sowie die Leistung der Primärspannung am digitalen Multimeter abgelesen und in folgender Tabelle 3 aufgelistet. Die Unsicherheit der entsprechenden Werte setzt sich dabei aus der Unsicherheit des Geräts, die bereits in Tabelle 2 aufgelistet ist, sowie der Ablesunsicherheit der analogen Messgeräte, die als ein halber Skalenstrich angenommen wurde, zusammen.

**Tabelle 3:** Gemessene Daten der a Schaltung. Folgende Werte beziehen sich auf Abbildung 9 in Schaltung a. Die Unsicherheit setzt sich dabei aus der Unsicherheit des Geräts und der Ableseunsicherheit zusammen, was im folgenden ersichtlich ist.

$P_1$  ... primäre Wirkleistung,  $\Delta P_1 = 0,1 \text{ W}$

$U$  ... VARIAC eingestellte Netzspannung,  $\Delta U = 0,1 \text{ V}$

$U_1$  ... Primärspannung,  $\Delta U_1 = 1,2 + 1,0 = 3 \text{ V}$

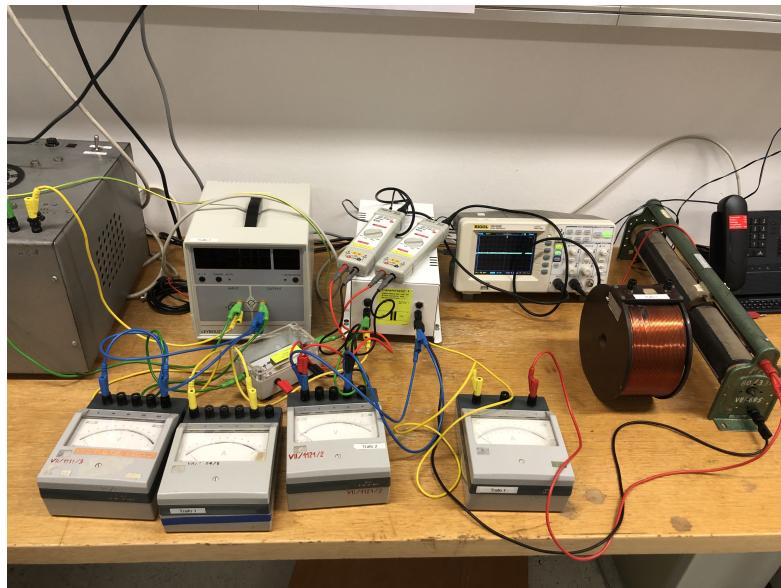
$I_1$  ... Primärstrom,  $\Delta I_1 = 0,009 + 0,0025 = 0,012 \text{ A}$

$U_2$  ... Sekundärspannung,  $\Delta U_2 = 0,12 + 0,10 = 0,3 \text{ V}$

$P_1 / \text{W}$	$U / \text{V}$	$U_1 / \text{V}$	$I_1 / \text{A}$	$U_2 / \text{V}$
0	7.4	160.0	161.0	0.200

## 5.2 Ohm'sche Last

Nun wird, wie in der Skizze in Abbildung 9 b) dem Aufbau ein Widerstand hinzugefügt, wodurch sich folgender Aufbau ergibt.



**Abbildung 11:** Versuchsaufbau für die Ohm'sche Last

Die abgelesenen Werte der Geräte sind in folgender Tabelle 4 aufgelistet:

**Tabelle 4:** Gemessene Daten der b Schaltung. Folgende Werte beziehen sich auf Abbildung 9 in Schaltung b. Die Unsicherheit setzt sich dabei aus der Unsicherheit des Geräts und der Ableseunsicherheit zusammen, was im folgenden ersichtlich ist.

$P_1$  ... primäre Wirkleistung,  $\Delta P_1 = 0,1 \text{ W}$

$U_1$  ... Primärspannung,  $\Delta U_1 = 1,2 + 1,0 = 3 \text{ V}$

$I_1$  ... Primärstrom,  $\Delta I_1 = 0,009 + 0,0025 = 0,012 \text{ A}$

$U_2$  ... Sekundärspannung,  $\Delta U_2 = 0,12 + 0,10 = 0,3 \text{ V}$

$I_2$  ... Sekundärstrom,  $\Delta I_2 = 0,006 + 0,005 = 0,011 \text{ A}$

$P_1 / \text{W}$	$U_1 / \text{V}$	$I_1 / \text{A}$	$U_2 / \text{V}$	$I_2 / \text{A}$
0	25.2	162.0	0.255	16.1

### 5.3 Ohm'sch-induktive Last

Zuletzt wird dem Aufbau noch eine Spule, sowie ein Voltmeter hinzugefügt, wie in der Skizze in Abbildung 9 c) ersichtlich. Unter Beibehaltung des zuvor erklärten Farbschemas der Kabel ergibt sich nun folgender Aufbau.



**Abbildung 12:** Versuchsaufbau für die Ohm'sch-induktive Last

Im Zuge dieses Versuchs, soll der Widerstand zwischen 0 und  $45 \Omega$  variiert und ca. 20 Messungen durchgeführt werden. Dazu wird zunächst die Position des Reglers gesucht, bei dem der Widerstand ca.  $45 \Omega$  beträgt, sowie jene Position, bei der das entsprechende

Voltmeter den gierigsten Wert der Spannung der noch aufgelöst werden kann, verzeichnet. Da die Differenz dieser beiden Punkte ( $24,0 \pm 0,5$ ) cm entspricht, wurde entschieden den Regler immer um ca. 1 cm zu verschieben.

Alle abgelesenen Werte, sowie deren Unsicherheit, sind in nachfolgender Tabelle 5 und Tabelle 6 aufgelistet:

**Tabelle 5:** Erste Tabelle der gemessene Daten der c Schaltung. Folgende Werte beziehen sich auf Abbildung 9 in Schaltung c. Die Unsicherheit setzt sich dabei aus der Unsicherheit des Geräts und der Ableseunsicherheit zusammen, was im folgender Tabelle ersichtlich ist.

$P_1$  ... primäre Wirkleistung

$U$  ... VARIAC eingestellte Netzspannung

$U_1$  ... Primärspannung

$I_1$  ... Primärstrom

$\Delta$  ... entsprechende Unsicherheit

$P_1$ / W	$\Delta P_1$ / W	$U$ / V	$\Delta U$ / V	$U_1$ / V	$\Delta U_1$ / V	$I_1$ / A	$\Delta I_1$ / A	
0	9.6	0.1	161.7	0.1	163.0	3	0.2650	0.0012
1	10.3	0.1	161.8	0.1	163.0	3	0.2650	0.0012
2	10.6	0.1	161.9	0.1	163.0	3	0.2650	0.0012
3	11.1	0.1	161.7	0.1	163.0	3	0.2625	0.0012
4	11.5	0.1	162.0	0.1	163.0	3	0.2600	0.0012
5	11.7	0.1	161.7	0.1	163.0	3	0.2600	0.0012
6	12.1	0.1	161.9	0.1	163.0	3	0.2600	0.0012
7	12.4	0.1	161.2	0.1	163.0	3	0.2550	0.0012
8	12.3	0.1	160.8	0.1	162.0	3	0.2550	0.0012
9	12.5	0.1	161.0	0.1	162.0	3	0.2500	0.0012
10	12.5	0.1	160.8	0.1	162.0	3	0.2500	0.0012
11	12.5	0.1	160.2	0.1	162.0	3	0.2450	0.0012
12	12.5	0.1	160.3	0.1	162.0	3	0.2425	0.0012
13	12.5	0.1	160.2	0.1	162.0	3	0.2400	0.0012
14	12.5	0.1	160.4	0.1	162.0	3	0.2400	0.0012
15	12.4	0.1	160.2	0.1	162.0	3	0.2400	0.0012
16	12.4	0.1	160.0	0.1	162.0	3	0.2350	0.0012
17	12.2	0.1	159.9	0.1	162.0	3	0.2325	0.0012
18	12.2	0.1	159.9	0.1	162.0	3	0.2325	0.0012
19	12.1	0.1	159.9	0.1	162.0	3	0.2300	0.0012
20	12.0	0.1	159.8	0.1	162.0	3	0.2300	0.0012
21	11.9	0.1	159.8	0.1	162.0	3	0.2300	0.0012
22	11.8	0.1	159.8	0.1	162.0	3	0.2250	0.0012

**Tabelle 6:** Zweite Tabelle der gemessene Daten der c Schaltung. Folgende Werte beziehen sich auf Abbildung 9 in Schaltung c. Die Unsicherheit setzt sich dabei aus der Unsicherheit des Geräts und der Ableseunsicherheit zusammen, was im folgenden ersichtlich ist.

$U_2$  ... Sekundärspannung

$I_2$  ... Sekundärstrom

$U_R$  ... Spannungsabfall über den Widerstand

$\Delta$  ... entsprechende Unsicherheit

	$U_2$ / V	$\Delta U_2$ / V	$I_2$ / A	$\Delta I_2$ / A	$U_r$ / V	$\Delta U_r$ / V
0	17.5	0.3	0.580	0.011	1.050	0.055
1	17.4	0.3	0.560	0.011	2.400	0.055
2	17.4	0.3	0.560	0.011	2.900	0.055
3	17.4	0.3	0.550	0.011	3.950	0.055
4	17.4	0.3	0.540	0.011	4.900	0.055
5	17.4	0.3	0.525	0.011	5.700	0.055
6	17.4	0.3	0.510	0.011	6.60	0.11
7	17.2	0.3	0.490	0.011	7.50	0.11
8	17.2	0.3	0.480	0.011	7.80	0.11
9	17.2	0.3	0.460	0.011	8.70	0.11
10	17.2	0.3	0.445	0.011	9.35	0.11
11	17.2	0.3	0.430	0.011	10.00	0.11
12	17.1	0.3	0.410	0.011	10.50	0.11
13	17.1	0.3	0.400	0.011	10.85	0.11
14	17.1	0.3	0.390	0.011	11.50	0.11
15	17.1	0.3	0.380	0.011	11.50	0.11
16	17.1	0.3	0.360	0.011	11.90	0.11
17	17.1	0.3	0.340	0.011	12.6	0.3
18	17.1	0.3	0.340	0.011	12.7	0.3
19	17.1	0.3	0.325	0.011	13.0	0.3
20	17.1	0.3	0.320	0.011	13.2	0.3
21	17.1	0.3	0.310	0.011	13.4	0.3
22	17.1	0.3	0.300	0.011	13.6	0.3

## 6 Auswertung

Um zu sehen wie sich die Unsicherheit der Messungen bis in die Ergebnisse fortplanzt, ist Gleichung 19 verwendet worden. Die Grundlagen dieser Gleichung stammen von den Powerpointfolien von GUM.[4] Die Verallgemeinerung ist von Wikipedia entnommen worden [1]. Für die Auswertung ist die Programmiersprache Python im speziellen das Packet `scipy`, zur Hilfe genommen worden.

$$V_y = J(x) \cdot V_x \cdot J^T(x) \quad (19)$$

Wobei  $V_y$  und  $V_x$  die Kovarianzmatrizen von den Vektoren  $\mathbf{y}$  und  $\mathbf{x}$  sind.  $\mathbf{x}$  ist der Vektor der Eingangsvariablen und  $\mathbf{y}$  ist der Vektor der Ausgangsvariablen.  $J$  ist die Jakobimatrix der vektorwertigen Funktion  $\mathbf{y} = \vec{F}(\mathbf{x})$ . So lassen sich die Komponenten der Matrix relativ einfach anschreiben  $J_{ij}(x) = \frac{\partial y_i}{\partial x_j}(x)$ . Damit man die Unsicherheit der einzelnen Variablen  $y_i$  bekommt, muss nur die Quadratwurzel des i-ten Diagonalelementes der  $\mathbf{y}$ -Kovarianzmatrix genommen werden  $u_i = \sqrt{\text{diag}(V_y)_i}$ . Da in diesem Experiment meistens nur skalare Funktionen untersucht werden, vereinfacht sich die Gleichung 19 dramatisch und die Unsicherheit der Variable  $y$  lässt sich einfach so berechnen:

$$u_y = \sqrt{\text{grad}y^T \cdot V_x \cdot \text{grad}y} \quad (20)$$

Es ist jedoch noch zu erwähnen, dass mit den exakten Unsicherheiten gerechnet worden ist, jedoch wie es GUM verlangt gerundet angegeben wird. Damit die Fehlerakkumulation minimiert wird.

## 6.1 Leerlauf

Anhand der gemessenen Daten aus Tabelle 3 wurden nun die geforderten Größen, aus Tabelle 1 bestimmt, die in folgender Tabelle 7 aufgelistet sind.

**Tabelle 7:** Gesuchte Größen, die anhand der gemessenen Werte aus Tabelle 3 berechnet wurden

$S_1$  ... Scheinleistung primär

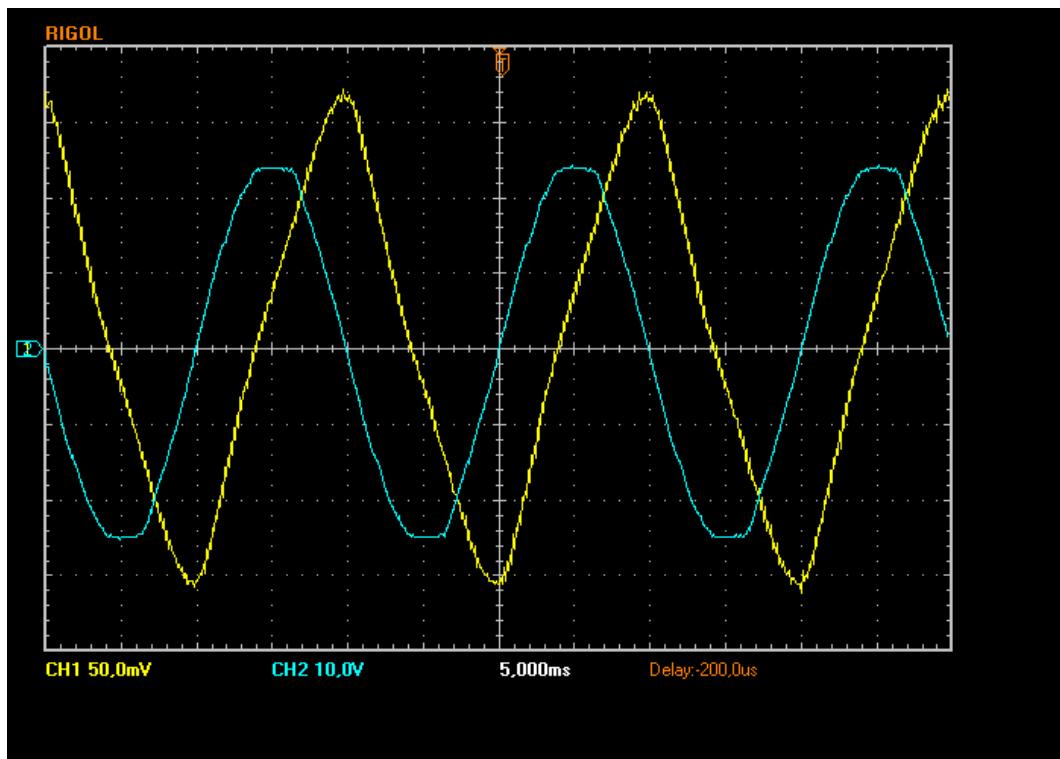
$Q_1$  ... Blindleistung

$\lambda$  ... Leistungsfaktor

$\Delta$  ... entsprechende Unsicherheit

$S_1$ / VA	$\Delta S_1$ / VA	$Q_1$ / var	$\Delta Q_1$ / var	$\lambda$ / 1	$\Delta \lambda$ / 1
0	32	3	31	3	0.23

Auch wurden die Sekundärspannung, sowie der Primärstrom mithilfe des Oszilloskops aufgezeichnet. Die entsprechenden Daten wurden mithilfe des Analyseprogramms “Ultronoscope“ ausgewertet, wodurch folgende Abbildung 13 entsteht.



**Abbildung 13:** Strom- Spannungverlauf bei Schaltung a, siehe Abbildung 9. Die gelbe Kurve ist proportional zum Primärstrom und die blaue entspricht der Sekundärspannung

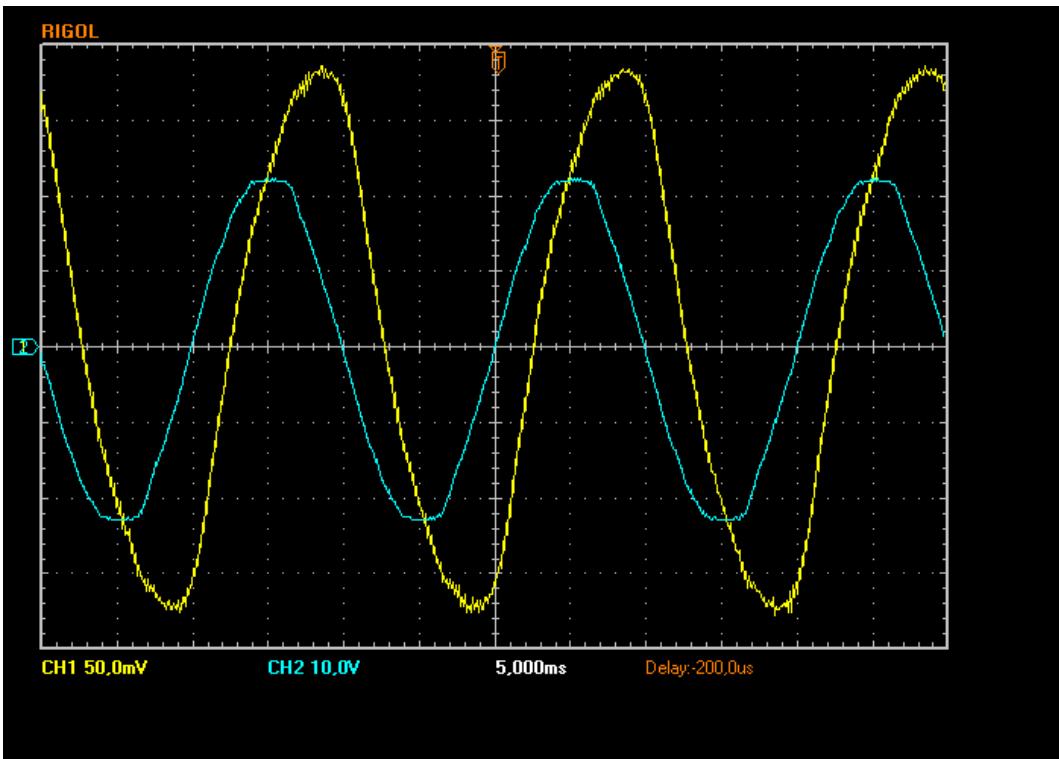
## 6.2 Ohm'sche Last

Aus den aufgezeichneten Daten aus Tabelle 4 wurden nun die geforderten Werte, wie in Tabelle 1 ersichtlich berechnet, die in folgender Tabelle 8 aufgelistet sind.

**Tabelle 8:** Gesuchte Größen, die anhand der gemessenen Werte aus Tabelle 4 berechnet wurden  
 $S_1$  ... Scheinleistung primär $Q_1$  ... Blindleistung $\lambda$  ... Leistungsfaktor $P_2$  ... Wirkleistung sekundär $P_V$  ... Verlustleistung $\eta$  ... Wirkungsgrad $\Delta$  ... entsprechende Unsicherheit

$S_1$ / VA	$\Delta S_1$ / VA	$Q_1$ / var	$\Delta Q_1$ / var	$\lambda$ / 1	$\Delta \lambda$ / 1
0	41.3	0.8	32.7	1.1	0.610
$P_2$ / W	$\Delta P_2$ / W	$P_V$ / W	$\Delta P_V$ / W	$\eta$ / %	$\Delta \eta$ / %
0	16.3	0.4	8.9	0.5	64.5

Außerdem wurden wieder die Sekundärspannung, sowie der Primärstrom mithilfe des Oszilloskops aufgezeichnet und mithilfe des Analyseprogramms “Ultrascope“ folgende Abbildung 14 erzeugt.



**Abbildung 14:** Strom- Spannungverlauf bei Schaltung b, siehe Abbildung 9. Die gelbe Kurve ist proportional zum Primärstrom und die blaue entspricht der Sekundärspannung

### 6.3 Ohm'sch-induktive Last

Damit die Wirkleistungsabgabe am Widerstand maximiert wird, wird folgende Gleichung 21

$$P_R = U_R I_2 = \frac{U_2^2}{R_L^2 + X_L^2} R_L \quad (21)$$

nach dem Widerstand abgeleitet und null gesetzt so kommt man darauf, dass bei

$$R_L = X_L \quad (22)$$

die Wirkleistungsabgabe am Widerstand maximal ist. Weiters wurde der Lastwiderstand indirekt gemessen, indem der Spannungsabfall über den Widerstand  $U_R$  und der Sekundärstrom  $I_2$  gemessen wurde, somit ist:

$$R_L = \frac{U_R}{I_2} \quad (23)$$

Diese Gleichung 21 kann nun auch mit den gemessenen Daten der Wirkleistung am Widerstand zum Widerstand gefittet werden.

Zunächst werden aus den aufgezeichneten Daten aus Tabelle 5 der Lastwiderstand  $R_L$  und die Wirkleistung am Widerstand  $P_R$  berechnet. Wodurch die in folgender Tabelle 9 aufgelisteten Ergebnissen entstehen.

**Tabelle 9:** Erhaltenen Werte für den Lastwiderstand und die Wirkleistung am Lastwiderstand unter Verwendung der Daten aus Tabelle 5, anhand Gleichung 23 und Gleichung 21

$R_L$  ... Lastwiderstand

$P_R$  ... Wirkleistung am Lastwiderstand

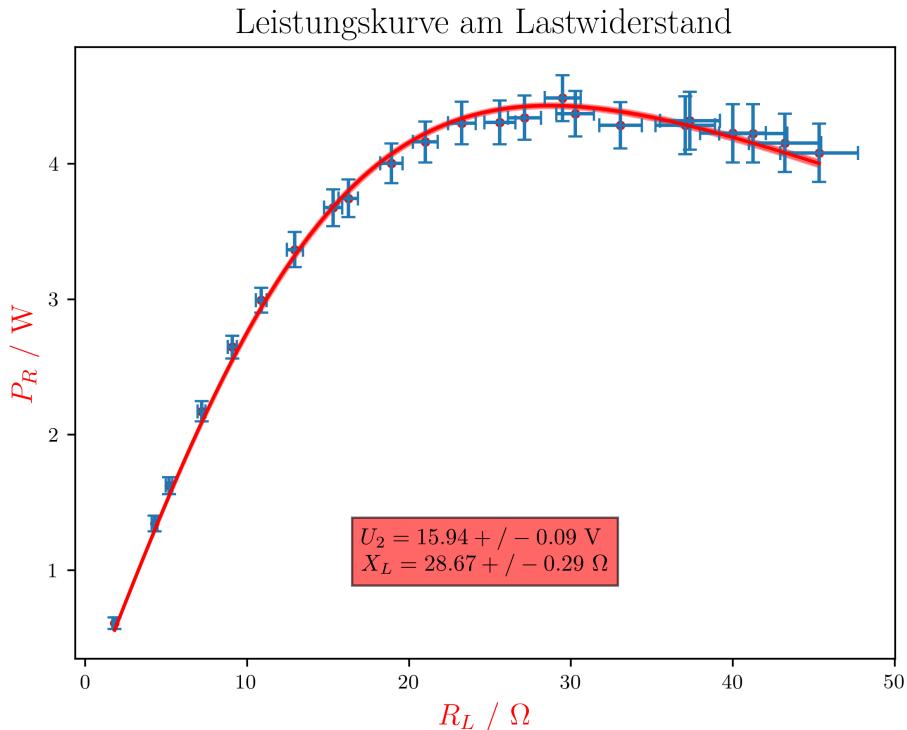
$\Delta$  ... entsprechende Unsicherheit

	$P_R$ / W	$\Delta P_R$ / W	$R_L$ / $\Omega$	$\Delta R_L$ / $\Omega$
0	0.61	0.05	1.81	0.13
1	1.34	0.06	4.29	0.19
2	1.62	0.07	5.2	0.2
3	2.17	0.08	7.2	0.3
4	2.65	0.09	9.1	0.3
5	2.99	0.10	10.9	0.4
6	3.37	0.13	12.9	0.5
7	3.67	0.14	15.3	0.6
8	3.74	0.14	16.3	0.7
9	4.00	0.15	18.9	0.7
10	4.16	0.16	21.0	0.8
11	4.30	0.16	23.3	0.9
12	4.31	0.17	25.6	1.0
13	4.34	0.17	27.1	1.1
14	4.49	0.17	29.5	1.2
15	4.37	0.17	30.3	1.2
16	4.28	0.18	33.1	1.4
17	4.3	0.3	37.1	1.9
18	4.3	0.3	37.4	1.9
19	4.2	0.3	40	3
20	4.2	0.3	41	3
21	4.2	0.3	43	3
22	4.1	0.3	45	3

Diese Daten werden, wie zuvor erklärt, mit den Defaulteinstellungen des LMFIT Python Moduls [2] gefittet. Dies bedeutet, mit der Levenberg-Marquardt Methode als Fitgüte, die Chi-Quadrat-Statistik ( $\chi^2$ ) verwendet. Normalerweise werden die  $1\sigma$  Unsicherheiten der Fit-Parameter berechnet, indem ein Fitparameter variiert wird, bis dieser eine Erhöhung von 1 in der  $\chi^2$  Statistik hervorruft. Jedoch ist dies nicht der Default von LMFIT. LMFIT nimmt an, dass die Bestimmung der Unsicherheiten der Messungen nicht, oder nur schwer möglich ist. Deshalb rechnet LMFIT die Unsicherheiten der Parameter implizit, unter den Annahmen, dass der Fit ein guter ist und die Daten eine normalverteilte Unsicherheit, um den eigentlichen Wert besitzen aus. Die implizite Ausrechnung der Unsicherheiten eines Parameters geschieht, indem ein Parameter variiert wird, bis

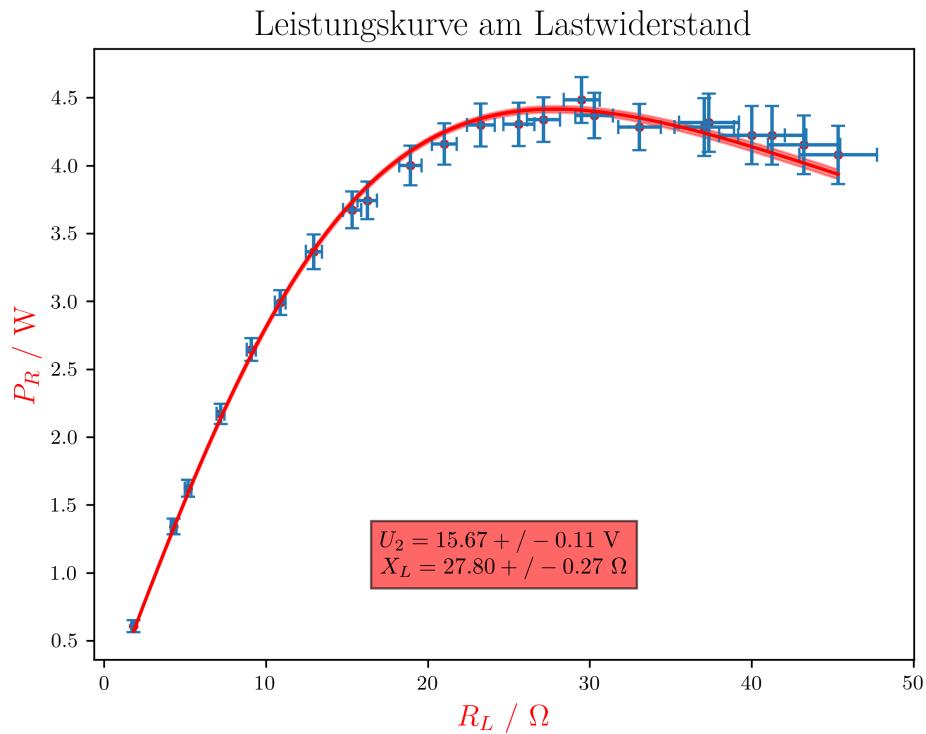
diese Variation die  $\chi^2$  um die reduzierte Chi-Quadrat-Statistik erhöht. Die red.  $\chi^2$  entspricht bei einem guten Fit ungefähr 1 und somit der üblichen Methode der Berechnung der Unsicherheit eines Fitparameters. Dies wird erreicht, indem bei der Optimierung die Unsicherheiten der Daten, diese mit red.  $\chi^2$  gewichtet werden. Dadurch ergibt sich, dass die Unsicherheiten der Parameter eher dem wahren Wert der Unsicherheit entsprechen, wenn der Fit "gut" ist. (Genaueres findet man hier). Somit erhält man folgende

Abbildung 15.

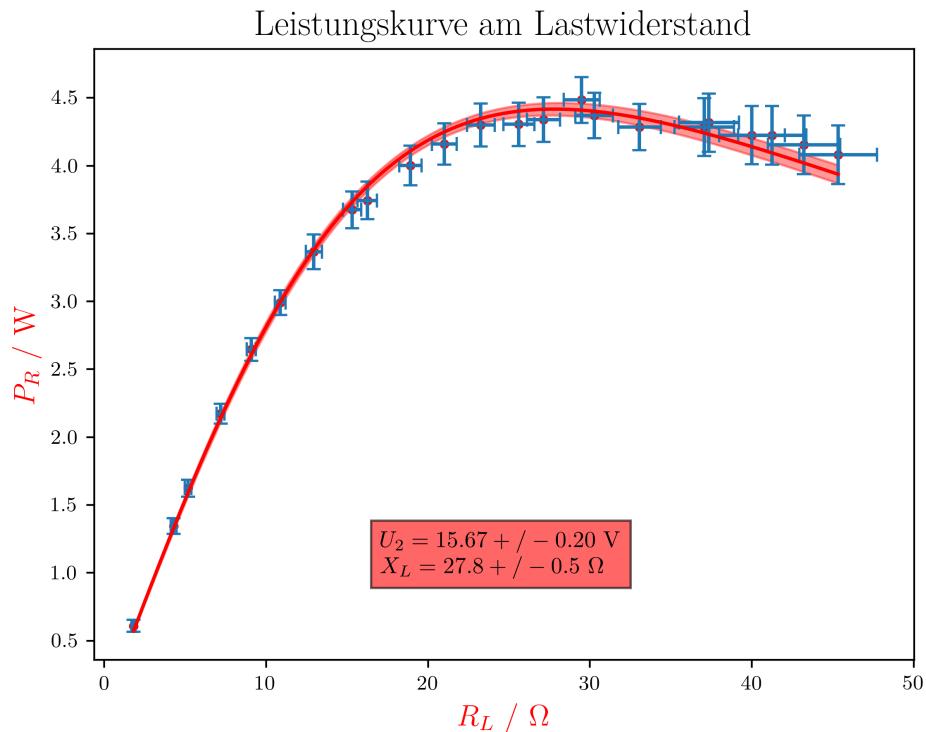


**Abbildung 15:** Fit der gemessenen Daten aus Tabelle 9 mit Gleichung 21 wobei  $R_L$  der Lastwiderstand und  $P_L$  die Wirkleistung am Widerstand sind.  $X_L$  ist der Fitparameter des Blindwiderstands und  $U_2$  ist der Fitparameter der Klemmspannung der b Schaltung aus Abbildung 9, mit Defaulteinstellungen des Python LMFIT Moduls

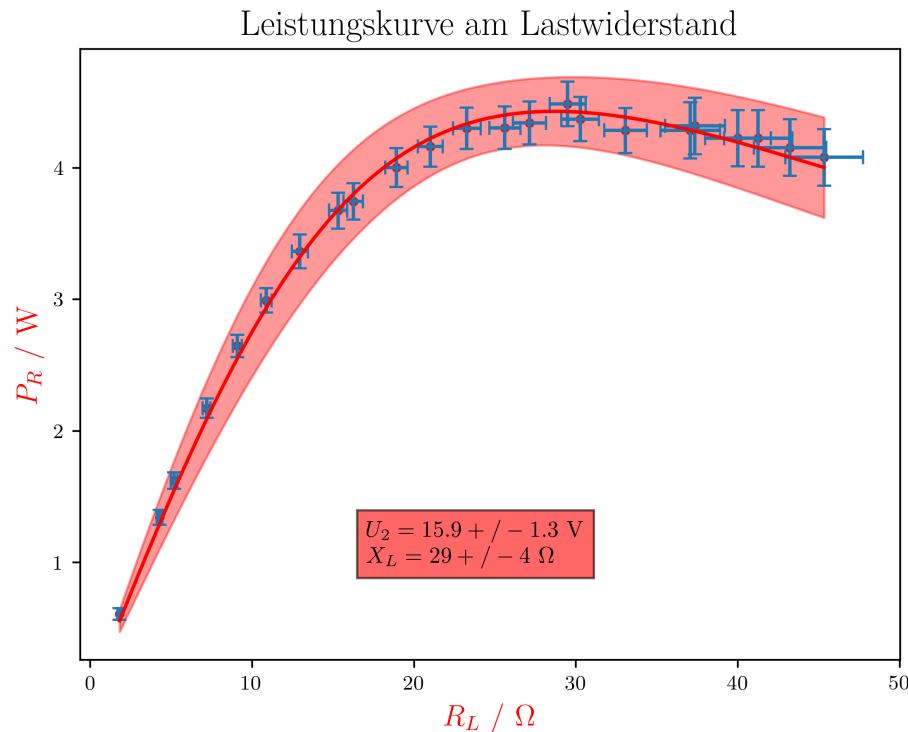
Jedoch ist es auch möglich eigene Wichtungen durchzuführen. Hier wurden die Daten mit  $w = \frac{1}{\Delta P}$  gewichtet. Weiters kann die Skalierung der Unsicherheit der Daten ausgeschaltet werden. Die Resultate dieser drei zusätzlichen Einstellungen werden in folgenden Abbildungen dargestellt:



**Abbildung 16:** Fit der gemessenen Daten aus Tabelle 9 mit Gleichung 21 wobei  $R_L$  der Lastwiderstand und  $P_L$  die Wirkleistung am Widerstand sind.  $X_L$  ist der Fitparameter des Blindwiderstands und  $U_2$  ist der Fitparameter der Klemmspannung der b Schaltung aus Abbildung 9, mit Wichtung der Datenpunkte und mit Skalierung (`scale_covar=True`)



**Abbildung 17:** Fit der gemessenen Daten aus Tabelle 9 mit Gleichung 21 wobei  $R_L$  der Lastwiderstand und  $P_L$  die Wirkleistung am Widerstand sind.  $X_L$  ist der Fitparameter des Blindwiderstands und  $U_2$  ist der Fitparameter der Klemmspannung der b Schaltung aus Abbildung 9, mit Wichtung der Datenpunkte und ohne Skalierung (`scale_covar=False`)



**Abbildung 18:** Fit der gemessenen Daten aus Tabelle 9 mit Gleichung 21 wobei  $R_L$  der Lastwiderstand und  $P_L$  die Wirkleistung am Widerstand sind.  $X_L$  ist der Fitparameter des Blindwiderstands und  $U_2$  ist der Fitparameter der Klemmspannung der b Schaltung aus Abbildung 9, mit ohne Wichtung der Datenpunkte und ohne Skalierung (`scale_covar=False`)

Zusätzlich werden noch die Werte aus Tabelle 1 mittels den Daten aus Tabelle 5 berechnet. Um jedoch den Wirkungsgrad von der Leistung am Widerstand zu bestimmen wurde dieser anders berechnet, wie unten beschrieben, gleiches gilt für die Verlustleistung, alles was nicht am Widerstand abgegeben wird, ist Verlust.

**Tabelle 10:** Gesuchte Größen, die anhand der gemessenen Werte aus Tabelle 5 berechnet wurden  
 $S_1$  ... Scheinleistung primär

$Q_1$  ... Blindleistung

$\lambda$  ... Leistungsfaktor

$\Delta$  ... entsprechende Unsicherheit

	$S_1$ / VA	$\Delta S_1$ / VA	$Q_1$ / var	$\Delta Q_1$ / var	$\lambda$ / 1	$\Delta \lambda$ / 1
0	43.2	0.8	42.1	0.9	0.222	0.007
1	43.2	0.8	41.9	0.9	0.238	0.007
2	43.2	0.8	41.9	0.9	0.245	0.007
3	42.8	0.8	41.3	0.9	0.259	0.008
4	42.4	0.8	40.8	0.9	0.271	0.008
5	42.4	0.8	40.7	0.9	0.276	0.008
6	42.4	0.8	40.6	0.9	0.285	0.008
7	41.6	0.8	39.7	0.9	0.298	0.008
8	41.3	0.8	39.4	0.9	0.298	0.008
9	40.5	0.8	38.5	0.9	0.309	0.009
10	40.5	0.8	38.5	0.9	0.309	0.009
11	39.7	0.8	37.7	0.9	0.315	0.009
12	39.3	0.8	37.2	0.9	0.318	0.009
13	38.9	0.8	36.8	0.8	0.322	0.009
14	38.9	0.8	36.8	0.8	0.322	0.009
15	38.9	0.8	36.8	0.8	0.319	0.009
16	38.1	0.8	36.0	0.8	0.326	0.009
17	37.7	0.8	35.6	0.8	0.324	0.009
18	37.7	0.8	35.6	0.8	0.324	0.009
19	37.3	0.8	35.2	0.8	0.325	0.009
20	37.3	0.8	35.3	0.8	0.322	0.009
21	37.3	0.8	35.3	0.8	0.319	0.009
22	36.5	0.7	34.5	0.8	0.324	0.009

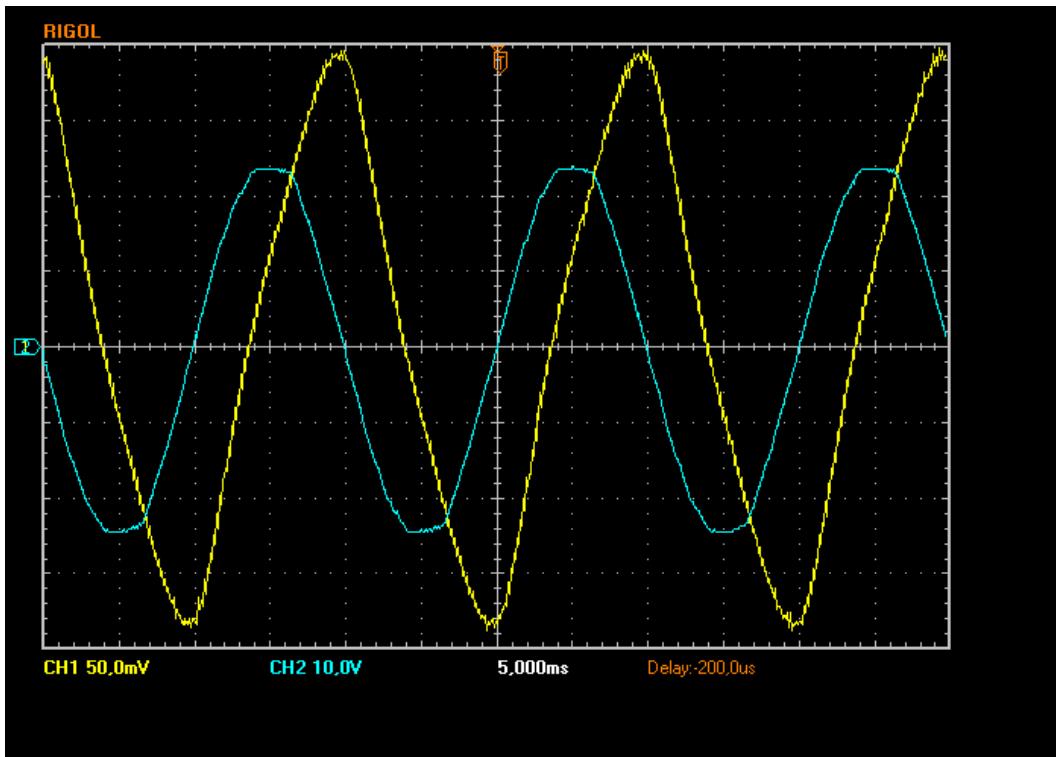
**Tabelle 11:** Gesuchte Größen, die anhand der gemessenen Werte aus Tabelle 5 berechnet wurden  
 $R_L$  ... Lastwiderstand $P_2$  ... Wirkleistung sekundär $P_V = P_R - P_1$  ... Verlustleistung $\eta = \frac{P_R}{P_1}$  ... Wirkungsgrad $\Delta$  ... entsprechende Unsicherheit

	$R_L / \Omega$	$\Delta R_L / \Omega$	$P_2 / \text{W}$	$\Delta P_2 / \text{W}$	$P_V / \text{W}$	$\Delta P_V / \text{W}$	$\eta / \%$	$\Delta \eta / \%$
0	1.81	0.13	10.2	0.4	8.99	0.15	6.3	0.6
1	4.29	0.19	9.7	0.4	8.96	0.16	13.0	0.7
2	5.2	0.2	9.7	0.4	8.98	0.17	15.3	0.8
3	7.2	0.3	9.6	0.4	8.93	0.18	19.6	0.9
4	9.1	0.3	9.4	0.4	8.85	0.19	23.0	1.0
5	10.9	0.4	9.1	0.4	8.7	0.2	25.6	1.1
6	12.9	0.5	8.9	0.4	8.7	0.3	27.8	1.3
7	15.3	0.6	8.4	0.3	8.7	0.3	29.6	1.4
8	16.3	0.7	8.2	0.3	8.6	0.3	30.4	1.4
9	18.9	0.7	7.9	0.3	8.5	0.3	32.0	1.5
10	21.0	0.8	7.7	0.3	8.3	0.3	33.3	1.5
11	23.3	0.9	7.4	0.3	8.2	0.3	34.4	1.6
12	25.6	1.0	7.0	0.3	8.2	0.3	34.4	1.6
13	27.1	1.1	6.8	0.3	8.2	0.3	34.7	1.6
14	29.5	1.2	6.7	0.3	8.0	0.3	35.9	1.7
15	30.3	1.2	6.5	0.3	8.0	0.3	35.2	1.7
16	33.1	1.4	6.2	0.3	8.1	0.3	34.5	1.7
17	37.1	1.9	5.8	0.3	7.9	0.4	35	3
18	37.4	1.9	5.8	0.3	7.9	0.4	35	3
19	40	3	5.6	0.3	7.9	0.4	35	3
20	41	3	5.5	0.3	7.8	0.4	35	3
21	43	3	5.3	0.3	7.7	0.4	35	3
22	45	3	5.1	0.3	7.7	0.4	35	3

Der Wert mit dem besten Wirkungsgrad ist derselbe Wert bei dem die Wirkleistung am Widerstand am höchsten in der Tabelle ist, dieser Widerstandswert ist

$$R_L = (29,5 \pm 1,2) \Omega$$

Nun wird auch am Oszilloskop die Sekundärspannung sowie der Primärstrom des so bestimmten Widerstands für das Maximum der Wirkleistung aufgezeichnet, wodurch folgender Graph mithilfe des Programms “Ultrascope“ erzeugt wird.



**Abbildung 19:** Strom- Spannungverlauf bei Schaltung c, siehe Abbildung 9. Die gelbe Kurve ist proportional zum Primärstrom und die blaue entspricht der Sekundärspannung

## 7 Diskussion

### 7.1 Leerlauf

Anhand der Werte aus Tabelle 7 wird ersichtlich, dass ein Großteil der Scheinleistung in der Bildleistung steckt. Dieses Ergebnis spiegelt sich an der aufgezeichneten Grafik des Oszilloskops wieder, da die Spannung und der Strom um  $90^\circ$  phasenverschoben sind, was daran ersichtlich ist, dass beim Maximum der Einen Kurve, ein Nulldurchgang bei der Anderen verzeichnet wird. Zusätzlich ist noch ersichtlich, dass der Merkspruch ‘Induktor Spannung geht vor!‘ für das Vorzeichen der Phasenverschiebung stimmt.

### 7.2 Ohm'sche Last

Aufgrund der zusätzlichen Ohm'schen Last ändert sich die Phasenbeziehung zwischen Strom und Spannung. Weiters fließt ein stärkerer Strom, was wiederum eine größere Scheinleistung verursacht. Ferner wird auch ersichtlich, dass sich die Scheinleistung nicht nur aus der Bildleistung zusammensetzt. Diese Aussagen werden auch durch den Anstieg des Betrags des Leistungsfaktors  $\lambda$  von  $0,23 \pm 0,03$  aus Tabelle 7 zu  $0,610 \pm 0,015$  aus Tabelle 8 verifiziert.

### 7.3 Ohm'sch-induktive Last

Ein Maximum ist vorhanden, weil Gleichung 21, wenn sie abgeleitet wird, eine Nullstelle besitzt, und an dieser eine negative Krümmung aufweist, wie auch anhand der Daten, aus Tabelle 5 und Tabelle 6, ersichtlich ist.

Durch die Wichtung der gemessenen Werte wird der Fit linkslastiger, da die rechten Werte höhere Unsicherheiten besitzen. Dies ist in Abbildung 16 und Abbildung 17 klar ersichtlich.

Es wurden vier verschiedene Einstellungen für das Fitten untersucht, welche nun die plausibelste ist, hängt davon ab, wie korrekt die ermittelten Unsicherheiten der Datenpunkte sind.

Der erste Fit, siehe Abbildung 15, mit den Defaulteinstellungen, sollte nur verwendet werden, wenn keine Information zu den Unsicherheiten der Daten gegeben ist.

Der zweite Fit, siehe Abbildung 16, sollte verwendet werden, wenn Information über die Unsicherheit der Daten vorhanden ist, die Exaktheit dieser aber bezweifelt wird.

Der dritte Fit, siehe Abbildung 17, sollte verwendet werden, wenn Information über die Unsicherheit der Daten vorhanden ist und sowohl Exaktheit, als auch Korrektheit dieser gegeben sind.

Der vierte Fit, siehe Abbildung 18, sollte laut Dokumentation von LMFIT [2] nicht verwendet werden.

Für diesen Versuch entspricht der dritten Fit am Besten den Gegebenheiten, obwohl Abbildung 15 einen besseren Fit liefert.

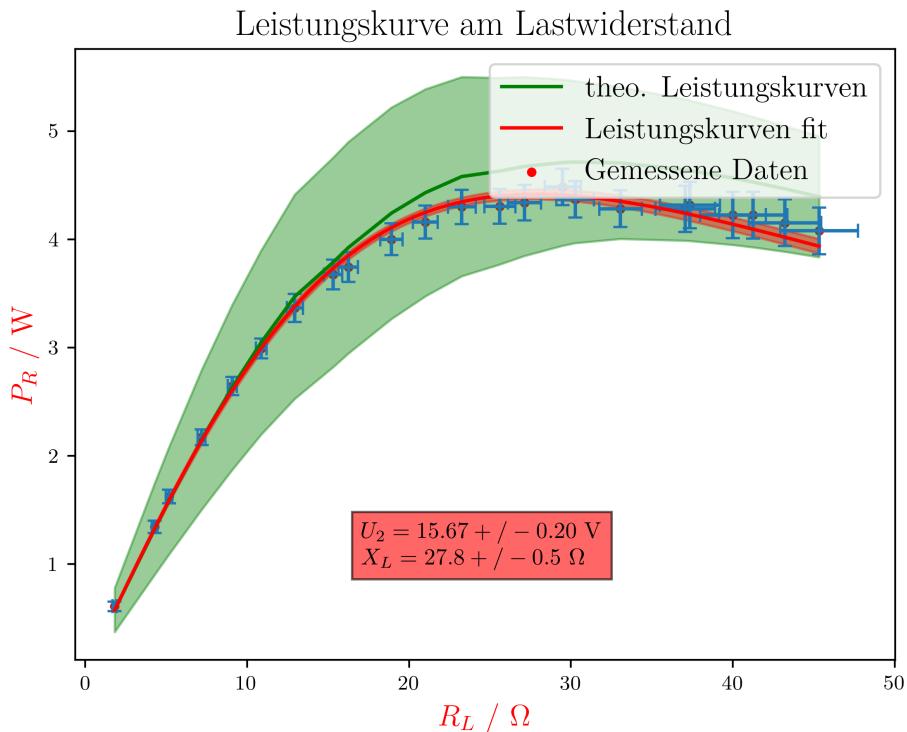
Da der dritte Fit den Gegebenheiten am besten entspricht, wird aus dieser Fitkurve, siehe Abbildung 17, der Fitparameter  $X_L$  entnommen. Dessen Wert entspricht auch dem, wie vorher erläutert, Lastwiderstand, welcher die Wirkleistung maximiert. Der erhaltene Wert liegt bei  $(27,8 \pm 0,5) \Omega$ .

Da der Wert für die Induktivität der Spule mit ungefähr  $L \approx 0,1 \text{ H}$  und keine Unsicherheit angeben ist, wird die Unsicherheit mit 10 % abgeschätzt ( $L = (0,10 \pm 0,01) \text{ H}$ ). Dadurch lässt sich ein Vergleichswert, für den Widerstand mit der maximalen Leistungsübertragung folgendermaßen bestimmen:

$$R_{LV_{gl}} = \omega L = (31 \pm 4) \Omega$$

wobei die Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi 50 \text{ Hz}$  wäre.

Nun wird noch eine Vergleichskurve mit den entsprechenden Unsicherheiten geplottet:



**Abbildung 20:** Vergleich von der gefitteten Kurve (rot) mit der Vergleichskurve (grün)

Wie in Abbildung 20 ersichtlich, ist die gefittete Kurve im Vergleichsintervall enthalten. Weiters ist erkennbar, dass die linke Seite besser mit dem Fit übereinstimmt als die Rechte.

Betrachtet man Abbildung 15 ist klar ersichtlich, dass die Fitkurve in allen Fehlerintervallen enthalten ist.

Anhand der Daten aus Tabelle 11 ist auch ersichtlich, dass der Wirkungsgrad maximal wird, bei dem Wert, der durch den Fit gegeben ist.

#### 7.4 Verbesserungsvorschläge

Ein Verbesserungsvorschlag wäre die Verwendung von digitalen Multimetern um den Ablesefehler zu umgehen. Ein weiterer Vorteil wäre, dass die Kalibrierung der digitalen Messgeräte, aufgrund von elektrischen Sicherheitsmechanismen, nicht bei Überlastungen, die auf die Einstellung von zu kleinen Messbereichen zurückzuführen ist, verstellt wird. Zudem kann die gesamte Datenaufzeichnung digital vonstatten gehen, damit in kurzer Zeit noch mehr Wert zur Verfügung stehen würden, um den statistischen Fehler zu minimieren und auch menschliche Fehler auszuschließen.

Wenn die Induktivität der Spule bekannt wäre, könnte der theoretische Wert des Widerstands, welcher die Wirkleistungsaufnahme maximiert, berechnet und zum Vergleich

herangezogen werden, wie bereits in 7.3 erwähnt. Zudem könnte eine theoretische Kurve für den Leistungsverlauf erzeugt und mit der gemessenen Fitkurve grafisch verglichen werden.

## 8 Zusammenfassung

Die erhaltenen Ergebnisse sind im folgenden nochmals aufgelistet.

**Tabelle 12:** Zusammenfassende Tabelle aller erhaltenen Werte

$S_1$  ... Scheinleistung primär

$Q_1$  ... Blindleistung

$\lambda$  ... Leistungsfaktor

$P_2$  ... Wirkleistung sekundär

$P_V$  ... Verlustleistung

$\eta$  ... Wirkungsgrad

$R_{L_{Tab}}$  ... Der Widerstands-Tabellenwert bei dem die Wirkleistung am Widerstand am höchsten war

	Leerlauf	Ohm'sche Last	Ohm'sch-induktive Last @ $R_{L_{Tab}}$
$S_1$ / VA	$32 \pm 3$	$41,3 \pm 0,8$	$38,9 \pm 0,8$
$Q_1$ / var	$31 \pm 3$	$32,7 \pm 1,1$	$36,8 \pm 0,8$
$\lambda$ / 1	$0,23 \pm 0,03$	$0,610 \pm 0,015$	$0,322 \pm 0,009$
$P_2$ / W	-	$16,3 \pm 0,4$	$6,7 \pm 0,3$
$P_V$ / W	-	$8,9 \pm 0,5$	$8,0 \pm 0,3$
$\eta$ / %	-	$64,5 \pm 1,9$	$35,9 \pm 1,7$

Nun wird der Widerstandswert bei dem die maximale Leistung am Widerstand verzeichnet wurde angegeben:

$$R_{L_{Tab}} = (29,5 \pm 1,2) \Omega \quad (24)$$

und der vom Fit erhaltene Wert:

$$R_{L_{Fit}} = (27,8 \pm 0,5) \Omega \quad (25)$$

und der anhand der Angaben berechnete Vergleichswert:

$$R_{L_{V,gl}} = (31 \pm 4) \Omega \quad (26)$$

## 9 Anmerkungen

Die ersten 3 Kapitel, sowie die dazugehörigen Abbildungen, wurden nicht von den Autoren persönlich erstellt, sondern sind schon im Zuge der Aufgabenstellung, in Form einer PDF, bereitgestellt und davon entnommen worden. [3]

## Literatur

- [1] *Fehlerfortpflanzung*. de. Page Version ID: 205827844. Nov. 2020. URL: <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Fehlerfortpflanzung&oldid=205827844> (besucht am 08.05.2021).
- [2] Matthew Newville u. a. *LMFIT: Non-Linear Least-Square Minimization and Curve-Fitting for Python*. 2014. DOI: 10.5281/ZENODO.11813.
- [3] *Transformator & Magnetische Hysterese*. de. Version 11. Oktober 2021. Petersgasse 16, 8010 Graz, Institut für Experimentalphysik Technische Universität Graz, 2021.
- [4] Braunschweig Wolfgang Kessel. *Die ISO/BIPM-GUM Sicht: Schätzwert & Messunsicherheit*. 2004.

## Abbildungsverzeichnis

1	Umspanner, Transformator, $n_i$ Windungszahlen der jeweiligen Spule . . . . .	4
2	Eisen mit gerader Magnetisierungskurve . . . . .	5
3	Blindleistung $Q_1 = UI_b$ . . . . .	5
4	Spannung $U$ , magnetischer Fluss $\phi$ und Strom $i$ bei Hysterese. . . . .	6
5	Zeigerdiagramm und Sinusschwingung . . . . .	7
6	Addition zweier Sinusschwingungen . . . . .	7
7	Zeigerdiagramm im belasteten Transformator . . . . .	7
8	Hystereseschleife . . . . .	8
9	Messanordnung zur Untersuchung des Transformatoren Tr2 für a) Leerlauf, b) ohm'sche Last, c) ohm'sche und induktive Last in Serie. Tr1 . . . . . Regeltrenntrafo Tr2 . . . . . Messtrafo $R_S$ . . . . . Shunt (ca. $0.5 \Omega$ ) $R_L$ . . . . . Lastwiderstand $I_1$ . . . . . Primärstrom $U_1$ . . . . . Primärspannung $I_2$ . . . . . Sekundärstrom $U_2$ . . . . . Sekundärspannung $L$ . . . . . Spule $C$ . . . . . Kondensator $U_R$ . . . . . Spannungsabfall an $R_L$ $P_1$ . . . . . primäre Wirkleistung . . . . .	10
10	Versuchsaufbau für den Leerlauf . . . . .	12
11	Versuchsaufbau für die Ohm'sche Last . . . . .	13
12	Versuchsaufbau für die Ohm'sch-induktive Last . . . . .	14
13	Strom- Spannungverlauf bei Schaltung a, siehe Abbildung 9. Die gelbe Kurve ist proportional zum Primärstrom und die blaue entspricht der Sekundärspannung . . . . .	18
14	Strom- Spannungverlauf bei Schaltung b, siehe Abbildung 9. Die gelbe Kurve ist proportional zum Primärstrom und die blaue entspricht der Sekundärspannung . . . . .	20
15	Fit der gemessenen Daten aus Tabelle 9 mit Gleichung 21 wobei $R_L$ der Lastwiderstand und $P_L$ die Wirkleistung am Widerstand sind. $X_L$ ist der Fitparameter des Blindwiderstands und $U_2$ ist der Fitparameter der Klemmspannung der b Schaltung aus Abbildung 9, mit Defaulteinstellungen des Python LMFIT Moduls . . . . .	22

16	Fit der gemessenen Daten aus Tabelle 9 mit Gleichung 21 wobei $R_L$ der Lastwiderstand und $P_L$ die Wirkleistung am Widerstand sind. $X_L$ ist der Fitparameter des Blindwiderstands und $U_2$ ist der Fitparameter der Klemmspannung der b Schaltung aus Abbildung 9, mit Wichtung der Datenpunkte und mit Skalierung ( <code>scale_covar=True</code> ) . . . . .	23
17	Fit der gemessenen Daten aus Tabelle 9 mit Gleichung 21 wobei $R_L$ der Lastwiderstand und $P_L$ die Wirkleistung am Widerstand sind. $X_L$ ist der Fitparameter des Blindwiderstands und $U_2$ ist der Fitparameter der Klemmspannung der b Schaltung aus Abbildung 9, mit Wichtung der Datenpunkte und ohne Skalierung ( <code>scale_covar=False</code> ) . . . . .	24
18	Fit der gemessenen Daten aus Tabelle 9 mit Gleichung 21 wobei $R_L$ der Lastwiderstand und $P_L$ die Wirkleistung am Widerstand sind. $X_L$ ist der Fitparameter des Blindwiderstands und $U_2$ ist der Fitparameter der Klemmspannung der b Schaltung aus Abbildung 9, mit ohne Wichtung der Datenpunkte und ohne Skalierung ( <code>scale_covar=False</code> ) . . . . .	25
19	Strom- Spannungverlauf bei Schaltung c, siehe Abbildung 9. Die gelbe Kurve ist proportional zum Primärstrom und die blaue entspricht der Sekundärspannung . . . . .	28
20	Vergleich von der gefitteten Kurve (rot) mit der Vergleichskurve (grün) .	30

## Tabellenverzeichnis

1	Tabelle mit den zu bestimmenden Größen . . . . .	3
2	Verwendete Geräte . . . . .	11
3	Gemessene Daten der a Schaltung. Folgende Werte beziehen sich auf Abbildung 9 in Schaltung a. Die Unsicherheit setzt sich dabei aus der Unsicherheit des Geräts und der Ableseunsicherheit zusammen, was im folgenden ersichtlich ist. $P_1$ ... primäre Wirkleistung, $\Delta P_1 = 0,1 \text{ W}$ $U$ ... VARIAC eingestellte Netzspannung, $\Delta U = 0,1 \text{ V}$ $U_1$ ... Primärspannung, $\Delta U_1 = 1,2 + 1,0 = 3 \text{ V}$ $I_1$ ... Primärstrom, $\Delta I_1 = 0,009 + 0,0025 = 0,012 \text{ A}$ $U_2$ ... Sekundärspannung, $\Delta U_2 = 0,12 + 0,10 = 0,3 \text{ V}$ . . . . .	13
4	Gemessene Daten der b Schaltung. Folgende Werte beziehen sich auf Abbildung 9 in Schaltung b. Die Unsicherheit setzt sich dabei aus der Unsicherheit des Geräts und der Ableseunsicherheit zusammen, was im folgenden ersichtlich ist. $P_1$ ... primäre Wirkleistung, $\Delta P_1 = 0,1 \text{ W}$ $U_1$ ... Primärspannung, $\Delta U_1 = 1,2 + 1,0 = 3 \text{ V}$ $I_1$ ... Primärstrom, $\Delta I_1 = 0,009 + 0,0025 = 0,012 \text{ A}$ $U_2$ ... Sekundärspannung, $\Delta U_2 = 0,12 + 0,10 = 0,3 \text{ V}$ $I_2$ ... Sekundärstrom, $\Delta I_2 = 0,006 + 0,005 = 0,011 \text{ A}$ . . . . .	14
5	Erste Tabelle der gemessene Daten der c Schaltung. Folgende Werte beziehen sich auf Abbildung 9 in Schaltung c. Die Unsicherheit setzt sich dabei aus der Unsicherheit des Geräts und der Ableseunsicherheit zusammen, was im folgender Tabelle ersichtlich ist. $P_1$ ... primäre Wirkleistung $U$ ... VARIAC eingestellte Netzspannung $U_1$ ... Primärspannung $I_1$ ... Primärstrom $\Delta$ ... entsprechende Unsicherheit . . . . .	15

6	Zweite Tabelle der gemessene Daten der c Schaltung. Folgende Werte beziehen sich auf Abbildung 9 in Schaltung c. Die Unsicherheit setzt sich dabei aus der Unsicherheit des Geräts und der Ableseunsicherheit zusammen, was im folgenden ersichtlich ist. $U_2$ ... Sekundärspannung $I_2$ ... Sekundärstrom $U_R$ ... Spannungsabfall über den Widerstand $\Delta$ ... entsprechende Unsicherheit . . . . .	16
7	Gesuchte Größen, die anhand der gemessenen Werte aus Tabelle 3 berechnet wurden $S_1$ ... Scheinleistung primär $Q_1$ ... Blindleistung $\lambda$ ... Leistungsfaktor $\Delta$ ... entsprechende Unsicherheit . . . . .	17
8	Gesuchte Größen, die anhand der gemessenen Werte aus Tabelle 4 berechnet wurden $S_1$ ... Scheinleistung primär $Q_1$ ... Blindleistung $\lambda$ ... Leistungsfaktor $P_2$ ... Wirkleistung sekundär $P_V$ ... Verlustleistung $\eta$ ... Wirkungsgrad $\Delta$ ... entsprechende Unsicherheit . . . . .	19
9	Erhaltenen Werte für den Lastwiderstand und die Wirkleistung am Lastwiderstand unter Verwendung der Daten aus Tabelle 5, anhand Gleichung 23 und Gleichung 21 $R_L$ ... Lastwiderstand $P_R$ ... Wirkleistung am Lastwiderstand $\Delta$ ... entsprechende Unsicherheit . . . . .	21
10	Gesuchte Größen, die anhand der gemessenen Werte aus Tabelle 5 berechnet wurden $S_1$ ... Scheinleistung primär $Q_1$ ... Blindleistung $\lambda$ ... Leistungsfaktor $\Delta$ ... entsprechende Unsicherheit . . . . .	26
11	Gesuchte Größen, die anhand der gemessenen Werte aus Tabelle 5 berechnet wurden $R_L$ ... Lastwiderstand $P_2$ ... Wirkleistung sekundär $P_V = P_R - P_1$ ... Verlustleistung $\eta = \frac{P_R}{P_1}$ ... Wirkungsgrad $\Delta$ ... entsprechende Unsicherheit . . . . .	27
12	Zusammenfassende Tabelle aller erhaltenen Werte $S_1$ ... Scheinleistung primär $Q_1$ ... Blindleistung $\lambda$ ... Leistungsfaktor $P_2$ ... Wirkleistung sekundär $P_V$ ... Verlustleistung $\eta$ ... Wirkungsgrad $R_{L_{Tab}}$ ... Der Widerstands-Tabellenwert bei dem die Wirkleistung am Widerstand am höchsten war . . . . .	31