

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

LABORÜBUNGEN 2: ELEKTRIZITÄT, MAGNETISMUS, OPTIK

Übungsnummer: PHYC03UF

Übungstitel: Halbschattenpolarimeter

Betreuer: Gregor Böhm

Gruppennummer: 1

Name: PHILIPP Maximilian

Name: STARK Matthias

Mat. Nr.: 11839611

Mat. Nr.: 12004907

Datum der Übung: 19 November

WS 2021/2022

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	3
2	Grundlagen	3
3	Versuchsanordnung	4
4	Geräteliste	5
5	Versuchsdurchführung & Messergebnisse	5
	5.1 Konzentration der Rohrzuckerlösung	6
	5.2 spezifische Drehung von Quarzplatten	7
6	Auswertung	9
	6.1 Konzentration der Rohrzuckerlösung	9
	6.2 spezifische Drehung von Quarzplatten	10
7	Diskussion	12
	7.1 Konzentration der Rohrzuckerlösung	12
	7.2 spezifische Drehung von Quarzplatten	12
	7.3 Verbesserungsvorschläge	12
8	Zusammenfassung	13
9	Anmerkungen	13

1 Aufgabenstellung

- Bestimmung der Konzentration einer Rohrzuckerlösung
- Bestimmung der spezifischen Drehung einer Quarzplatte

2 Grundlagen

Optisch aktiv sind solche Substanzen, die die Schwingungsebene linear polarisierten Lichts nach rechts oder links drehen. Die Drehrichtung ist vom Beobachter her definiert (Drehung im Uhrzeigersinn = rechtsdrehend). Es gibt feste, flüssige, aber auch gasförmige optisch aktive Substanzen. Die wichtigste feste ist der Quarzkristall.

Quarz kristallisiert in zwei spiegelsymmetrischen Formen, Rechts- und Linksquarz. Quarzschmelze (Raumgitter ist zerstört) besitzt keine optische Aktivität. Das ist ein Beweis, dass bei Quarz und allen sich analog verhaltenden Kristallen die Gitterstruktur die Ursache der Drehung ist. Die Kristallographie nennt zwei spiegelbildliche Kristalle "enantiomorph". Die Siliziumatome im Quarz sind schraubenförmig angeordnet. Man kann durch schraubenförmige Anordnung von nicht drehenden Kristallplättchen eine Drehung der Lichtschwingungsebene erreichen.

Außer den Kristallen drehen auch viele Flüssigkeiten und Lösungen die Schwingungsebene. Rechtsdrehend sind z.B. Rohrzuckerlösungen, sowie Lösungen von Traubenzucker. Nach links drehen Nikotin, Chinin usw. Die Drehung der Schwingungsebene durch flüssige oder gasförmige Stoffe hat ihre Ursache im Bau der jeweiligen Moleküle selbst.

In organischen Stoffen sind einige Kohlenstoffatome asymmetrisch angeordnet, und zwar so, dass ein C-Atom mit vier ungleichen Atomen oder Atomgruppen verbunden ist. Ein organischer Stoff, der rechts- oder linksdrehend ist, hat zwar in beiden Fällen dieselbe chemische Formel, die räumliche Anordnung der Atome bzw. Atomgruppen in beiden Modifikationen lassen sich durch Translationen kombiniert mit Rotationen nicht zur Deckung bringen (sondern eben nur durch Spiegelungen).

Die klassische Vorstellung der Drehung der Schwingungsebene ist folgende: Jede lineare Schwingung kann man sich aus zwei entgegengesetzt zirkularen Schwingungen halber Amplitude aber gleicher Frequenz zusammengesetzt denken (Fresnel).

Man kann daher auch jede linear polarisierte Lichtquelle in zwei zirkular polarisierte zerlegen. Nimmt man nun an, dass bei Fortpflanzung parallel der Achse einer aktiven Substanz diese zirkularen Wellen Realität besitzen, und sich mit verschiedener Geschwindigkeit ausbreiten, so setzen sich die beiden Anteile beim Austritt aus der Substanz wieder zu einer linear polarisierten Welle zusammen, deren Schwingungsebene aber gegenüber der einfallenden um einen bestimmten Winkel gedreht ist. Dieser fällt bei gleicher Wegstrecke umso größer aus, je größer die Differenz der Geschwindigkeiten ist. Dieser Effekt ist frequenzabhängig, es existiert eine Rotationsdispersion.

Für optisch aktive Lösungen gilt folgender Zusammenhang:

$$\alpha = (\alpha)Lc \quad (1)$$

α beschreibt dabei den verursachten Drehwinkel, (α) den spezifischen Drehwinkel des Stoffs, L die Länge der durchlaufenden Probe und c die gesuchte Konzentration der Lösung.

Für die Bestimmung der optischen Aktivität der Quarzplatten wird folgende Formel verwendet, wobei d die Dicke der entsprechenden Probe beschreibt.

$$\alpha = (\alpha)d \quad (2)$$

3 Versuchsanordnung

Die Versuchsanordnung ist in folgender schematischen Skizze ersichtlich:

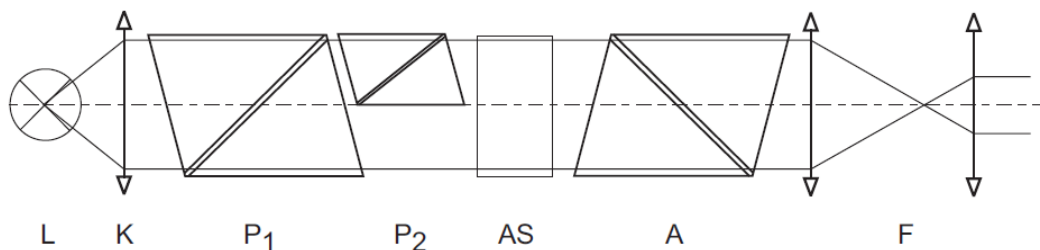


Abbildung 1: Aufbau des Halbschattenpolarimeters

Durch einen Kondensor K wird Licht aus einer Na-Dampfampe L parallel gemacht. Durch den Polarisator P_1 wird linear polarisiertes Licht ($\lambda = 5890 \text{ \AA}$ und 5896 \AA) erzeugt, und dessen Schwingungsebene anschließend in der optisch aktiven Substanz AS gedreht. Mit Hilfe des Analysators A und des Fernrohres F wird diese Drehung gemessen. Der kleine Polarisator P_2 bedeckt den halben Strahlengang, und ist gegen die Schwingungsebene des Polarisators um einen kleinen Winkel $\alpha \approx 4^\circ$ gedreht. Ohne dieses sogenannte Halbschattenprisma müsste man den Analysator auf maximale Helligkeit bzw. Dunkelheit einstellen. Dafür ist das Auge aber nicht so empfindlich, wie wenn man auf gleiche Helligkeit (geringe) zweier Flächen einstellt. Bei Quarz ist es wichtig, dass die Drehung der Schwingungsebene nur parallel zur optischen Kristallachse stattfindet. Schon eine kleine Abweichung bringt sie zum Verschwinden. Die Drehung ist wellenlängenabhängig, für kleines λ ist die Drehung größer als für großes. Die Drehung ist also nur für eine bestimmte Wellenlänge anzugeben, daher monochromatisches Licht. Dieses ist meist die Fraunhofer'sche D-Linie $\bar{\lambda} = 5893 \text{ \AA}$.

Die Trennungslinie der Gesichtsfeldhälften ist die dem Auge zugewandte scharf abgeschliffene Kante des Halbschattenprismas.

4 Geräteliste

Für die Messungen wurden folgende Geräte verwendet:

Tabelle 1: Verwendete Geräte

Gerät	Typ	Hersteller
NA- Dampflampe	G 22	
Trafo	V / 667 / 2	Philips
Halbschattenpolarimeter	2658	G: Steeg & Reuter
Röhre mit Rohrzuckerlösung	200 mm	
Quarzkristall	1	
Quarzkristall	2	
Quarzkristall	3	
Quarzkristall	4	
Mykrometerschraube	102-217 / 0J051184	Mitutoya

5 Versuchsdurchführung & Messergebnisse

Bei den Messungen ist darauf zu achten, dass die Lampe schon einige Zeit laufen muss, um sicherzustellen, dass ein konstantes Spektrum ausgestrahlt wird.

Zunächst muss, als Referenzwert, der Winkel des Analysators bestimmt werden, bei dem beide Hälften des fokussierten Kreises in der gleichen Intensität erscheinen. Dies ist, aufgrund der Anordnung, an zwei Punkten möglich. Weil der dunkler erscheinende, also der an dem die Vektoren des Lichts antiparallel aufeinander stehen, mit dem menschlichen Auge leichter feststellbar ist, wird dieser für die weitere Auswertung herangezogen.

Um die Kante zwischen den beiden Bereichen besser klar ersichtlich zu machen, muss diese durch Bewegen der Linse scharf gestellt werden. Der entsprechende Winkel kann nun mithilfe der eingebauten Lupe anhand des Nonius abgelesen werden.

Die Messung des Referenzwinkels φ_0 wird mehrmals durchgeführt, was folgende Werte liefert:

Tabelle 2: Messung des Referenzwinkels

$\varphi_0 \dots$ gemessener Referenzwinkel

$\Delta\varphi_0 \dots$ entsprechende Unsicherheit des Referenzwinkels

	$\varphi_0 / ^\circ$	$\Delta\varphi_0 / ^\circ$
0	15.0	0.15
1	14.9	0.15
2	15.0	0.15
3	14.9	0.15
4	15.3	0.15
5	15.2	0.15
6	15.3	0.15

5.1 Konzentration der Rohrzuckerlösung

Um die Konzentration der Rohrzuckerlösung zu bestimmen, muss zunächst die Länge L der Probe in Erfahrung gebracht werden. Diese ist im konkreten Fall mit einem Wert von

$$L = (200,0 \pm 0,5) \text{ mm}$$

gegeben.

Nun wird die Probe in die Vorrichtung gegeben und diese wieder geschlossen, um kein Licht von außen zuzulassen.

Durch Verdrehung des Analysators wird nun wieder, wie bereits oben für den Referenzwinkel erwähnt, der Winkel bei der Rohrzuckerlösung bestimmt, was folgende Werte liefert:

Tabelle 3: Messung des Winkels mit der Rohrzuckerlösung

$\alpha_L \dots$ gemessener Winkel

$\Delta\alpha_L \dots$ entsprechende Unsicherheit des Winkels

	$\alpha_L / ^\circ$	$\Delta\alpha_L / ^\circ$
0	39.2	0.15
1	39.3	0.15
2	39.0	0.15
3	39.2	0.15
4	39.3	0.15
5	39.1	0.15
6	39.0	0.15
7	39.0	0.15
8	39.1	0.15
9	39.4	0.15

5.2 spezifische Drehung von Quarzplatten

Zunächst müssen die Dicken der Quarzkristalle bestimmt werden. Dazu werden deren Dicken mit einer Mikrometerschraube gemessen. Um leichte Unebenheiten an der Oberfläche der Platten festzustellen, werden diese an 10 verschiedenen Punkten vermessen, was in folgender Tabelle 4 angeführt ist.

Tabelle 4: Messwerte der Dicken der Quarzkristalle

d_{Q_1} ... gemessene Dicke für Quarzkristall 1

d_{Q_2} ... gemessene Dicke für Quarzkristall 2

d_{Q_3} ... gemessene Dicke für Quarzkristall 3

d_{Q_4} ... gemessene Dicke für Quarzkristall 4

$\Delta\alpha_Q$... entsprechende Unsicherheit

	d_{Q_1} / mm	d_{Q_2} / mm	d_{Q_3} / mm	d_{Q_4} / mm	Δd_Q / mm
0	6.99	6.51	9.16	9.43	0.015
1	6.99	6.51	9.17	9.44	0.015
2	6.99	6.51	9.17	9.44	0.015
3	6.99	6.51	9.17	9.43	0.015
4	6.99	6.51	9.16	9.43	0.015
5	6.98	6.51	9.17	9.44	0.015
6	6.99	6.51	9.17	9.44	0.015
7	6.99	6.52	9.17	9.44	0.015
8	6.99	6.51	9.17	9.44	0.015
9	6.98	6.51	9.16	9.43	0.015

Nun werden diese in den Strahlengang gestellt und wieder, wie bereits erwähnt, durch Verdrehung des Analysators der Winkel der Drehung durch den Kristall anhand des Nonius abgelesen, wodurch folgende Werte aus Tabelle 5 entstehen. Beim Hineinstellen der Quarzplatten ist darauf zu achten, dass diese möglichst parallel in den Strahlengang gestellt werden.

Tabelle 5: Messung des Winkels bei den unterschiedlichen Quarzen $\alpha_{Q_1} \dots$ gemessener Winkel beim Quarzkristall 1 $\alpha_{Q_2} \dots$ gemessener Winkel beim Quarzkristall 2 $\alpha_{Q'_2} \dots$ gemessener Winkel beim Quarzkristall 2 bei der Nachmessung $\alpha_{Q_3} \dots$ gemessener Winkel beim Quarzkristall 3 $\alpha_{Q_4} \dots$ gemessener Winkel beim Quarzkristall 4 $\Delta\alpha_Q \dots$ entsprechende Unsicherheit des Winkels

	$\alpha_{Q_1} / ^\circ$	$\alpha_{Q_2} / ^\circ$	$\alpha_{Q'_2} / ^\circ$	$\alpha_{Q_3} / ^\circ$	$\alpha_{Q_4} / ^\circ$	$\Delta\alpha_Q / ^\circ$
0	43.2	54.4	47.7	-4.4	40.4	0.15
1	43.3	54.0	47.4	-4.3	40.5	0.15
2	43.3	54.2	48.1	-4.2	40.1	0.15
3	42.9	54.6	47.6	-4.2	40.3	0.15
4	43.7	53.8	47.7	-4.4	40.0	0.15
5	43.2	54.3	47.3	-4.4	40.2	0.15
6	43.1	54.2	47.1	-4.3	40.6	0.15
7	43.3	53.4	47.8	-4.2	40.3	0.15
8	43.0	53.5	47.7	-4.4	40.5	0.15
9	43.5	47.9	47.9	-4.3	40.2	0.15

Beim 2. Quarz ist bei der Messung eine große Streuung sichtbar geworden, woraufhin unter Hilfe des Tutors der Quarzkristall mittiger in der Anordnung, näher am Okular, positioniert wurde. Dadurch entstehen die Werte von $\alpha_{Q'_2}$. Durch mehrmaliges nachmessen und verschieben des Kristalls, wurde daraus geschlossen, dass diese Messreihe unter besonderen Einstellungen, die nicht reproduzierbar waren, erreicht werden kann. Daher wurden für die weiteren Auswertungen ausschließlich die Werte von α_{Q_2} verwendet.

6 Auswertung

Um zu sehen wie sich die Unsicherheit der Messungen bis in die Ergebnisse fortplant, ist Gleichung 3 verwendet worden. Die Grundlagen dieser Gleichung stammen von den Powerpointfolien von GUM.[6] Die Verallgemeinerung ist von Wikipedia entnommen worden [1]. Für die Auswertung ist die Programmiersprache Python im speziellen das Packet `scipy`, zur Hilfe genommen worden.

$$V_y = J(x) \cdot V_x \cdot J^T(x) \quad (3)$$

Wobei V_y und V_x die Kovarianzmatrizen von den Vektoren \mathbf{y} und \mathbf{x} sind. \mathbf{x} ist der Vektor der Eingangsvariablen und \mathbf{y} ist der Vektor der Ausgangsvariablen. J ist die Jakobimatrix der vektorwertigen Funktion $\mathbf{y} = \vec{F}(\mathbf{x})$. So lassen sich die Komponenten der Matrix relativ einfach anschreiben $J_{ij}(x) = \frac{\partial y_i}{\partial x_j}(x)$. Damit man die Unsicherheit der einzelnen Variablen y_i bekommt, muss nur die Quadratwurzel des i-ten Diagonalelementes der \mathbf{y} -Kovarianzmatrix genommen werden $u_i = \sqrt{\text{diag}(V_y)_i}$. Da in diesem Experiment meistens nur skalare Funktionen untersucht werden, vereinfacht sich die Gleichung 3 dramatisch und die Unsicherheit der Variable y lässt sich einfach so berechnen:

$$u_y = \sqrt{\text{grad}y^T \cdot V_x \cdot \text{grad}y} \quad (4)$$

Im Zuge der statistische Auswertung wurde von einer normalverteilten Messung ausgegangen, weshalb die Standardabweichung mit folgenden Wert für die Student t Verteilung multipliziert wurde.

$$\begin{aligned} t_{10} &= 1.052562 @\sigma \text{ und } N = 10 \\ t_7 &= 1.076713 @\sigma \text{ und } N = 7 \\ t_4 &= 1.141623 @\sigma \text{ und } N = 4 \end{aligned}$$

Zunächst wird die Messung des Referenzwinkels arithmetisch gemittelt, was einen Winkel von $(15,09 \pm 0,08)^\circ @t_7$ ergibt.

6.1 Konzentration der Rohrzuckerlösung

Um die Konzentration zu bestimmen, werden die erhaltenen Werte der gemessenen Winkel gemittelt, was einen Wert von $(39,16 \pm 0,06)^\circ @t_{10}$ ergibt.

Von diesem Winkel wird nun der Referenzwinkel abgezogen und der erhaltene Wert in Gleichung 1 eingesetzt, was für die Konzentration c schließlich folgenden Wert ergibt.

$$c = (0,1810 \pm 0,0009) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Um nun die Volumsprozente zu erhalten, wird der erhaltene Wert durch die Dichte von Zucker dividiert, die als $\rho_{\text{Zucker}} = 1,59 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ [5] angenommen wird. Dies ergibt folgenden Wert:

$$\sigma = (11,38 \pm 0,06) \%$$

Um nun die Massenprozent zu erhalten, wird der erhaltene Wert durch die Dichte von Wasser dividiert, die als $\rho_{\text{Wasser}} = 0,9982 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} @ 20^\circ\text{C}$ [4] angenommen wird. Dies ergibt folgenden Wert:

$$\beta = (18,13 \pm 0,09) \%$$

6.2 spezifische Drehung von Quarzplatten

Zunächst werden die Werte aus Tabelle 4 und Tabelle 5 statistisch gemittelt, was folgende Werte liefert:

Tabelle 6: statistische Mittelung der Werte aus Tabelle 4 und Tabelle 5

$j \dots$ Nummer des Entsprechenden Quarzkristalls

$d_{Q_i} \dots$ gemittelte Dicke des i-ten Quarzkristalls samt erhaltener Unsicherheit

$\alpha_{Q_i} \dots$ gemittelter Winkel des i-ten Quarzkristalls samt erhaltener Unsicherheit

j	d_{Q_i} / mm	$\alpha_{Q_i} / ^\circ$
1	$6,9880 \pm 0,0013$	$43,25 \pm 0,07$
2	$6,5110 \pm 0,0010$	$53,4 \pm 0,6$
3	$9,1670 \pm 0,0015$	$-4,31 \pm 0,03$
4	$9,4360 \pm 0,0016$	$40,31 \pm 0,06$

Weil beim gemessenen Wert nicht bekannt ist, um die wie vielfache Drehung es sich handelt, müssen die erhaltenen Winkel in folgende Formel eingesetzt werden. Dabei beschreibt $(\alpha)_i$ die spezifische Drehung des i-ten Quarzes, α_i den zuvor gemessenen Winkel des i-ten Quarzes, d_i die gemessene Dicke des i-ten Quarzes und n den Index, der von 0 bis 2 läuft, weil, laut Tutor keine größeren Verdrehungen stattfinden. Es ist zu beachten, dass vom abgelesenen Winkel noch der zuvor bestimmte Referenzwinkel abgezogen werden muss.

$$(\alpha)_i = \frac{\alpha_i \pm 180n}{d_i} \quad (5)$$

Unter Verwendung der Werte aus Tabelle 6 und Gleichung 5 entstehen schließlich folgende Werte:

Tabelle 7: erhaltene Winkel für die fortlaufenden Indizes
 $n \dots$ erhaltener Wert für laufenden Index samt Unsicherheit
 $Q_1 \dots$ Quarzkristalls 1
 $Q_2 \dots$ Quarzkristalls 2
 $Q_3 \dots$ Quarzkristalls 3
 $Q_4 \dots$ Quarzkristalls 4

n	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
$(\alpha)_0 / \frac{^\circ}{\text{mm}}$	$4,030 \pm 0,014$	$5,89 \pm 0,10$	$-2,116 \pm 0,008$	$2,673 \pm 0,010$
$(\alpha)_1 / \frac{^\circ}{\text{mm}}$	$29,789 \pm 0,015$	$33,53 \pm 0,10$	$17,520 \pm 0,008$	$21,749 \pm 0,010$
$(\alpha)_{-1} / \frac{^\circ}{\text{mm}}$	$-21,728 \pm 0,015$	$-21,76 \pm 0,10$	$-21,751 \pm 0,009$	$-16403 \pm 0,010$
$(\alpha)_2 / \frac{^\circ}{\text{mm}}$	$55,547 \pm 0,018$	$61,18 \pm 0,10$	$37,155 \pm 0,010$	$40,825 \pm 0,012$
$(\alpha)_{-2} / \frac{^\circ}{\text{mm}}$	$-47487 \pm 0,017$	$-4940 \pm 0,10$	$-41387 \pm 0,010$	$-35479 \pm 0,011$

Hier fällt auf, dass bei allen 4 Kristallen ein Winkel von $(21,747 \pm 0,016) \frac{^\circ}{\text{mm}} @ t_4$ auftritt.
Folglich ist dies der gesuchte Wert für den spezifischen Drehwinkel.

7 Diskussion

7.1 Konzentration der Rohrzuckerlösung

Die erhaltene Konzentration der Rohrzuckerlösung liegt in einer realistischen Größenordnung, da die Konzentration zwischen den Werten von 0 % bis 30 % liegt. [2]

7.2 spezifische Drehung von Quarzplatten

Betrachtet man den erhaltenen Wert für die spezifische Drehung, so stellt man fest, dass dieser dem Literaturwert von $21,7 \frac{^\circ}{\text{mm}}$ [3] entspricht.

Betrachtet man nun die Vorzeichen der Werte in Tabelle 7 stellt man fest, dass dieses beim 4. Quarzkristall umgekehrt vorliegt. Daraus kann man schließen, dass dieser in die andere Richtung optisch aktiv ist. Bei den ersten 3 Quarzen handelt es sich aufgrund des Vorzeichens um linksdrehende und beim 4. um einen rechtsdrehenden Stoff.

7.3 Verbesserungsvorschläge

Der erste Verbesserungsvorschlag wäre ein computerunterstütztes Analyseverfahren, um die Differenz zwischen den beiden Kreisbereichen ohne die menschliche subjektive Wahrnehmung zu finden. Diese Information kann genutzt werden, um einen Steppermotor mit "gear-reduction-box" (damit genau Winkelauflösung möglich ist) anzusteuern, der genau den Punkt findet, bei dem die Helligkeitsdifferenz verschwindet und so auch die Messung des Winkels optimiert wird.

Zur analogen Verbesserung könnte eine Messscheibe mit genaueren Nonius verwendet werden.

8 Zusammenfassung

Für die Konzentration c der Rohrzuckerlösung ergibt sich folgender Wert:

$$c = (0,1810 \pm 0,0009) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Daraus ergibt sich für die Volumsprozente folgender Wert:

$$\sigma = (11,38 \pm 0,06) \%$$

und Massenprozente:

$$\beta = (18,13 \pm 0,09) \%$$

Für den spezifischen Drehwinkel des Quarzkristalls ergibt sich schließlich folgender Wert:

$$[\alpha] = (21,747 \pm 0,016) \frac{^\circ}{\text{mm}} @ t_4$$

9 Anmerkungen

Die ersten 3 Kapitel, sowie die dazugehörigen Abbildungen, wurden nicht von den Autoren persönlich erstellt, sondern sind schon im Zuge der Aufgabenstellung, in Form einer PDF, bereitgestellt und davon entnommen worden. [2]

Literatur

- [1] *Fehlerfortpflanzung*. de. Page Version ID: 205827844. Nov. 2020. URL: <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Fehlerfortpflanzung&oldid=205827844> (besucht am 08.05.2021).
- [2] *Halbschattenpolarimeter*. de. Version 12. Oktober 2021. Petersgasse 16, 8010 Graz, Institut für Experimentalphysik Technische Universität Graz, 2021.
- [3] Eugene Hecht. *Optics*. Harlow, England: Pearson Education, 2017. ISBN: 9781292096933.
- [4] Horst Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. Hanser Fachbuchverlag, 8. Okt. 2014. 711 S. ISBN: 3446442189. URL: https://www.ebook.de/de/product/23173597/horst_kuchling_taschenbuch_der_physik.html.
- [5] Arne Lützen und Jürgen Seibel. *Saccharose*. de. Hrsg. von F. Böckler u. a. Dez. 2007. URL: <https://roempp.thieme.de/lexicon/RD-19-00037>.
- [6] Braunschweig Wolfgang Kessel. *Die ISO/BIPM-GUM Sicht: Schätzwert & Messunsicherheit*. 2004.

Abbildungsverzeichnis

1	Aufbau des Halbschattenpolarimeters	4
---	---	---

Tabellenverzeichnis

1	Verwendete Geräte	5
2	Messung des Referenzwinkels $\varphi_0 \dots$ gemessener Referenzwinkel $\Delta\varphi_0 \dots$ entsprechende Unsicherheit des Referenzwinkels	5
3	Messung des Winkels mit der Rohrzuckerlösung $\alpha_L \dots$ gemessener Winkel $\Delta\alpha_L \dots$ entsprechende Unsicherheit des Winkels	6
4	Messwerte der Dicken der Quarzkristalle $d_{Q_1} \dots$ gemessene Dicke für Quarzkristall 1 $d_{Q_2} \dots$ gemessene Dicke für Quarzkristall 2 $d_{Q_3} \dots$ gemessene Dicke für Quarzkristall 3 $d_{Q_4} \dots$ gemessene Dicke für Quarzkristall 4 $\Delta\alpha_Q \dots$ entsprechende Unsicherheit	7
5	Messung des Winkels bei den unterschiedlichen Quarzen $\alpha_{Q_1} \dots$ gemessener Winkel beim Quarzkristall 1 $\alpha_{Q_2} \dots$ gemessener Winkel beim Quarz- kristall 2 $\alpha_{Q'_2} \dots$ gemessener Winkel beim Quarzkristall 2 bei der Nach- messung $\alpha_{Q_3} \dots$ gemessener Winkel beim Quarzkristall 3 $\alpha_{Q_4} \dots$ gemessener Winkel beim Quarzkristall 4 $\Delta\alpha_Q \dots$ entsprechende Unsicherheit des Winkels	8
6	statistische Mittelung der Werte aus Tabelle 4 und Tabelle 5 $j \dots$ Nummer des Entsprechenden Quarzkristalls $d_{Q_i} \dots$ gemittelte Dicke des i-ten Quarzkristalls samt erhaltener Unsicherheit $\alpha_{Q_i} \dots$ gemittelter Winkel des i-ten Quarzkristalls samt erhaltener Unsicherheit	10

7	erhaltene Winkel für die fortlaufenden Indizes $n \dots$ erhaltener Wert für laufenden Index samt Unsicherheit $Q_1 \dots$ Quarzkristalls 1 $Q_2 \dots$ Quarz- kristalls 2 $Q_3 \dots$ Quarzkristalls 3 $Q_4 \dots$ Quarzkristalls 4	11
---	--	----