

# Kalorimetrie

PHILIPP Maximilian

11839611

05.06.2021

## Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung . . . . .	2
2	Voraussetzungen und Grundlagen . . . . .	2
3	Versuchsanordnung . . . . .	3
4	Geräteliste . . . . .	4
5	Versuchsdurchführung und Messergebnisse . . . . .	5
5.1	Bestimmung der Wärmekapazität des isolierten Gefäßes . . . . .	5
5.1.1	Ablauf . . . . .	5
5.1.2	Werte . . . . .	5
5.2	Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität der diversen Stoffe . . . . .	6
5.2.1	Ablauf . . . . .	6
5.2.2	Werte . . . . .	6
6	Auswertung . . . . .	7
7	Diskussion und Zusammenfassung . . . . .	8
7.1	Diskussion . . . . .	8
7.2	Zusammenfassung . . . . .	9

## 1 Aufgabenstellung

Die folgenden Punkte sind zu erfüllen:

1. Bestimmung der Wärmekapazität  $C_K$  des Kalorimeters (eines selbst gebauten Gefäßes)
2. Für einige ausgewählte Feststoffe (Kartoffeln  $c_{Kartoffeln}$ , Ethanol  $c_E$ ) ist die spezifische Wärmekapazität nach der Mischungsmethode zu ermitteln.

## 2 Voraussetzungen und Grundlagen

Wird die Temperatur  $T$  eines Stoffes erhöht, so muss ihm Wärmemenge (Energie)  $\Delta Q$  zugeführt werden. Die gesamte, durch die Temperatur geänderte, Energie lässt sich mit der spezifischen Wärmekapazität  $c$  und der Masse  $m$  schreiben zu:

$$\Delta Q = cm\Delta T \quad (1)$$

Da im Experiment die Änderung der Temperatur meist bei konstantem Druck erfolgt, soll hier auch die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck verstanden werden. Werden nun zwei Stoffe  $A$  und  $B$  miteinander gemischt, so gilt für die gesamte Wärmemenge:

$$Q_{A+B} = Q_A + Q_B \quad (2)$$

Dabei ist eine mögliche Wechselwirkung  $Q_{AB}$  vernachlässigt worden. In diesem Fall kann für die Temperaturänderung der gesamten Wärmemenge

$$\Delta Q_{A+B} \cong (c_A m_A + c_B m_B) \Delta T \quad (3)$$

geschrieben werden. Dieses einfache Ergebnis kann dazu verwendet werden, die spezifische Wärmekapazität zu bestimmen, wenn mit einem anderen Stoff mit bekannter Wärmekapazität gemischt wird. Zunächst sollen sich die beiden Stoffe auf unterschiedlicher Temperatur  $T_A$  und  $T_B$  befinden. Werden nun beide Stoffe miteinander gemischt, so stellt sich eine Mischtemperatur  $T_m$  ein. Wird dabei die Mischung in einem abgeschlossenen System durchgeführt, wo die Gesamtenergie erhalten bleiben muss (Kalorimetergefäß), so kann aus der Gleichsetzung der Wärmeenergien vor und nach der Mischung die unbekannte spezifische Wärmekapazität (z.B.  $c_A$ ) berechnet werden. Wird dabei noch berücksichtigt, dass auch das Kalorimetergefäß eine Wärmekapazität  $C_K$  besitzt und vor der Mischung auf Temperatur  $T_B$  ist, so erhält man:

Vor der Mischung:  $Q_{A+B} = Q_A + Q_B = c_A m_A T_A + c_B m_B T_B + C_K T_B$

Nach der Mischung:  $Q_{A+B} = Q_A + Q_B = c_A m_A T_m + c_B m_B T_m + C_K T_m$

Da, vor und nach der Mischung, noch die gleiche Wärmemenge vorhanden ist, sind diese zwei Gleichungen gleich. Wenn  $c_A$  und  $c_B$  bekannt oder gleich ( $c_W$ ) sind, wenn z.B. das gleiche Material verwendet wird erhält man folgende Gleichung:

$$C_K = \frac{c_W m_A (T_A - T_m) + c_W m_B (T_B - T_m)}{T_m - T_B} \quad (4)$$

Somit lässt  $C_K$  mit einer bekannten spezifischen Wärmekapazität  $c_W$  (zB. Wasser) und dem Wissen der verschiedenen Temperaturen bestimmen.

Aus  $c_A m_A T_A + c_B m_B T_B + C_K T_B = c_A m_A T_m + c_B m_B T_m + C_K T_m$  folgt:

$$c_A = \frac{(c_B m_B + C_K)(T_B - T_m)}{m_A(T_m - T_A)} \quad (5)$$

Wenn  $c_B$ ,  $C_K$  und die verschiedenen Temperaturen bekannt sind, ist es möglich die  $c_A$  zu bestimmen.

Um zu sehen wie sich die Unsicherheit der Messungen bis in die Ergebnisse fortplant, ist Gleichung 6 verwendet worden. Die Grundlagen dieser Gleichung sind von den Powerpointfolien von GUM entnommen worden.[9] Die Verallgemeinerung stammt von Wikipedia [2]. Für die Auswertung ist die Programmiersprache Python im speziellen das Packet `scipy`, zur Hilfe genommen worden.

$$V_y = J(x) \cdot V_x \cdot J^T(x) \quad (6)$$

Wobei  $V_y$  und  $V_x$  die Kovarianzmatrizen von den Vektoren  $\mathbf{y}$  und  $\mathbf{x}$ .  $\mathbf{x}$  ist der Vektor der Eingangsvariablen und  $\mathbf{y}$  ist der Vektor der Ausgangsvariablen.  $J$  ist die Jakobimatrix der vektorwertigen Funktion  $\mathbf{y} = \vec{F}(\mathbf{x})$ . So lassen sich die Komponenten der Matrix relativ einfach anschreiben  $J_{ij}(x) = \frac{\partial y_i}{\partial x_j}(x)$ . Damit man die Unsicherheit der einzelnen Variablen  $y_i$  bekommt, muss nur die Quadratwurzel des i-ten Diagonalelementes der  $\mathbf{y}$ -Kovarianzmatrix genommen werden  $u_i = \sqrt{\text{diag}(V_y)_i}$ . Da in diesem Experiment meistens nur skalare Funktionen untersucht werden, vereinfacht sich die Gleichung 6 dramatisch und die Unsicherheit der Variable  $y$  lässt sich einfach so berechnen:

$$u_y = \sqrt{\text{grad}y^T \cdot V_x \cdot \text{grad}y} \quad (7)$$

### 3 Versuchsanordnung

Als Vorbereitung für den Versuch, wurde ein isoliertes Gefäß gebaut, welches aus einer Plastikflasche besteht, die mittels Bauschaum zu allen Seiten hin isoliert ist. Diese wurde auf die Waage gestellt, um die Massen zu messen die dem Gefäß hinzugefügt werden, siehe Abbildung 1 oder Abbildung 2. Ein Thermometer ist in der Nähe zu behalten um die Temperaturen messen zu können. Damit die Temperatur auch gemessen werden kann, wenn das Gefäß geschlossen ist, ist die Probe des Thermometers durch den PU-Schaum gestochen worden, siehe Abbildung 3.

Da es Probleme bei dem Probeversuch beim Messen der spezifischen Wärmekapazität von Eisen gab, wie es bei den Hinweisen [7] bereits gesagt wurde, wurde entschieden statt Eisen Kartoffeln als Objekt und Ethanol, wie im Experimentiervorschlag vorgeschlagen, zu verwenden.



**Abbildung 1:** Das isolierte Gefäß auf der Waage, Perspektive von oben.



**Abbildung 2:** Das isolierte Gefäß auf der Waage, Frontalperspektive.



**Abbildung 3:** Dieses Bild zeigt, wie das Thermometer die Temperatur im Gefäß misst, wenn es geschlossen ist.

## 4 Geräteliste

**Tabelle 1:** Verwendete Geräte

Gerät	Gerät-Nr.	Unsicherheit	Bemerkungen
Kartoffeln	axx	$(228 \pm 2) \text{ g}$	Ist das Material, von dem die Spezifische Wärmekapazität bestimmt wird
Ethanol	bxx	-	Ist das Material, von dem die Spezifische Wärmekapazität bestimmt wird
Waage	cxx	$\pm 2 \text{ ‰} \pm 1 \text{ Digit}$	Um die Masse der hinzugefügten Flüssigkeiten und der diversen Stoffe zu messen
Heizplatte	dx	-	Zum Erhitzen des Wassers
Plastikflasche	gxx	-	Wird verwendet, um das Isolierte Gefäß zu bauen
PU-Schaum	hxx	-	Wird verwendet, um das Isolierte Gefäß zu bauen
Thermometer	jxx	$\pm 1 \text{ K}[3]$	Modell: GTH 1150 (Greisinger GmbH.) Um die Umgebungstemperatur und alle im Experiment zu messenden Temperaturen zu bestimmen

## 5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse

### 5.1 Bestimmung der Wärmekapazität des isolierten Gefäßes

Für die Bestimmung der Wärmekapazität  $C_K$  des Kalorimeters wird die Umgebungstemperatur gemessen, welche der Temperatur des Wassers im isolierten Gefäß und der Temperatur des Gefäßes selbst, entspricht. Nun wird das Wasser erhitzt, in die isolierte Plastikflasche gegossen und dessen Temperatur gemessen. Die Flüssigkeit wird durchmischt und das isolierte Gefäß geschlossen. Nun wartet man ca. 10 Sekunden, bis der Temperatúraustausch stattgefunden hat. Nach diesen 10 Sekunden wird die Flüssigkeit nochmals mit dem Thermometer umgerührt und die Mischtemperatur gemessen.

#### 5.1.1 Ablauf

1. Messen der Umgebungstemperatur, welche auch die Temperatur des Wassers im isolierten Gefäß und die Temperatur des Gefäßes ist
2. Erhitzen des zuzuführenden Wassers und Messen dessen Temperatur
3. Mischen der Flüssigkeiten und Schließen des isolierten Gefäßes
4. Warten bis der Temperatúraustausch stattgefunden hat; ungefähr 10s
5. Messen der Mischtemperatur, eventuell einmal mit der Probe umrühren

#### 5.1.2 Werte

Durch das Durchführen dieses Ablaufes sind folgende Messwerte entstanden, siehe Tabelle 2:

**Tabelle 2:** In dieser Tabelle sind die notwendigen Messwerte um die Wärmekapazität des isolierten Gefäßes zu bestimmen.

$T_U$  ist die Umgebungstemperatur

$T_A$  ist die Temperatur des erhitzten Wassers

$T_B$  ist die Temperatur des Gefäßes und des kalten, im Gefäß vorhandenen, Wassers

$T_m$  ist die Mischtemperatur des gemischten Wassers

$m_A$  ist die Masse des erhitzten Wassers

$m_B$  ist die Masse des kalten, im Gefäß vorhandenen, Wassers

Symbol	Werte	$\Delta$
$T_U / ^\circ\text{C}$	23	$\pm 1$
$T_A / ^\circ\text{C}$	97	$\pm 1$
$T_B / ^\circ\text{C}$	23	$\pm 1$
$T_m / ^\circ\text{C}$	55	$\pm 1$
$m_A / \text{g}$	386	$\pm 2$
$m_B / \text{g}$	336	$\pm 2$

## 5.2 Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität der diversen Stoffe

Zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität eines Stoffes, in diesem Fall ein Ethanol und Kartoffeln, wird anfangs wieder die Umgebungstemperatur bestimmt. Die Umgebungstemperatur entspricht der Temperatur des zu untersuchenden Stoffes. Das zuzuführende Wasser wird erhitzt und in die isolierte Plastikflasche gegossen. Nun wartet man 10 Sekunden, bis der Temperatúraustausch stattgefunden hat und misst die Temperatur des erhitzten Wassers und somit des isolierten Gefäßes. Jetzt wird der zu probende Stoff hinzugefügt und man wartet erneut 10 Sekunden, bis der Flüssigkeitsaustausch stattgefunden hat. Die Probe wird mit dem Thermometer umgerührt und die Mischtemperatur wird gemessen.

### 5.2.1 Ablauf

1. Umgebungstemperatur messen, welche auch die Temperatur des zu untersuchenden Stoffes ist
2. Wasser erhitzen und in das isolierte Gefäß einfüllen
3. 10s Temperatúraustausch von statten gehen lassen
4. Temperatur des erhitzten Wassers und somit des isolierten Gefäßes messen
5. Nun den zu probenden Stoff hinzufügen
6. Warten bis der Temperatúraustausch stattgefunden hat; ungefähr 10s
7. Messen der Mischtemperatur und einmal umrühren mit der Probe

### 5.2.2 Werte

Durch das Durchführen dieses Ablaufes sind folgende Messwerte entstanden, siehe Tabelle 3:

**Tabelle 3:** In dieser Tabelle sind die notwendigen Messwerte um die spezifische Wärmekapazität von Ethanol ( $E$ ) und Kartoffeln ( $K$ ) zu bestimmen.

$T_U$  ist die Umgebungstemperatur

$T_A$  ist die Temperatur des zu untersuchenden Materials gleich der Umgebungstemperatur

$T_B$  ist die Temperatur des Gefäßes und des erhitzten, im Gefäß vorhandenen, Wassers

$T_m$  ist die Mischtemperatur des gemischten Wassers

$m_A$  ist die Masse des zu untersuchenden Stoffes

$m_B$  ist die Masse des erhitzten, im Gefäß vorhandenen, Wassers

Kartoffeln	Werte	$\Delta$
$T_U / ^\circ\text{C}$	23	1
$T_A / ^\circ\text{C}$	11	1
$T_B / ^\circ\text{C}$	81	1
$T_m / ^\circ\text{C}$	66	1
$m_A / \text{g}$	182	2
$m_B / \text{g}$	318	2
Ethanol	Werte	$\Delta$
$T_U / ^\circ\text{C}$	23	1
$T_A / ^\circ\text{C}$	22	1
$T_B / ^\circ\text{C}$	92	1
$T_m / ^\circ\text{C}$	69	1
$m_A / \text{g}$	289	2
$m_B / \text{g}$	145	2

Die Kartoffeln wurden klein gehackt.

## 6 Auswertung

Verwendet man nun den Wert für die spezifische Wärmekapazität für Wasser  $c_W = 4187 \frac{\text{J K}}{\text{kg}}$  [1] und die gemessenen Werte, aus Tabelle 2 in Gleichung 4, so erhält man folgenden Wert für die Wärmekapazität des Gefäßes:

$$C_K = (230 \pm 130) \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (8)$$

Verwendet man nun den Wert für die spezifische Wärmekapazität für Wasser  $c_W = 4187 \frac{\text{J K}}{\text{kg}}$  [1] und die gemessenen Werte, aus Tabelle 3 in Gleichung 5, erhält man folgende Werte für die Wärmekapazität der Stoffe:

$$c_{\text{Kartoffeln}} = \frac{\text{J K}}{\text{kg}} c_{\text{Ethanol}} = \frac{\text{J K}}{\text{kg}} \quad (9)$$

Wobei  $c_{\text{Kartoffeln}}$  und  $c_{\text{Ethanol}}$  die gemessenen Wärmekapazitäten von Kartoffeln und Ethanol sind.

## 7 Diskussion und Zusammenfassung

Nun werden die verwendeten Methoden diskutiert und die Ergebnisse zusammengefasst.

### 7.1 Diskussion

Bei der Bestimmung der Wärmekapazität des Gefäßes ist aufgrund der ungenauen Temperaturbestimmung kein Akkuraterwert bestimmt worden. Dennoch lässt sich sagen, dass der Wert  $(230 \pm 130) \frac{\text{J}}{\text{K}}$  größenordnungsmäßig dem Wert von einem gut isolierenden Gefäß  $100 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  bis  $200 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  [7] entspricht.

Um den Fehler bei dem Umfüllen zu minimieren, wurde die Distanz zwischen der Wasseroberfläche im isolierten Gefäß und dem Rand des Wasserkochers minimiert, weiters ist versucht worden den Fluss laminar zu machen, damit keine Luftblasen im Wasser sind.

Wie auch bei den Hinweisen [7] erwähnt, waren hier große Fehlermargen zu erwarten.

Bei der Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität der Stoffe ist die Fehlerquelle des Umfüllens nicht vorhanden, da sich das Wasser schon im isolierten Gefäß befindet und die zu untersuchenden Materialien hinzugefügt werden.

Beim Bestimmen der spezifischen Wärmekapazität von Ethanol ist zu beachten, dass die Siedetemperatur von Ethanol [4] niedriger als die von Wasser ist und somit die Temperatur vom Wasser bestenfalls unter der Siedetemperatur von Ethanol liegt. Dies wurde jedoch berücksichtigt.

Die Werte für die spezifischen Wärmekapazitäten beinhalten die Literaturwerte in ihren Unsicherheitsintervallen und haben einen nicht so hohen relativen Fehler 10 %, siehe Tabelle 4. Eine Erklärung für die Diskrepanz zwischen dem gemessenen Wert der spezifischen Wärmekapazität von Kartoffeln und dem theoretischen Wert, könnte sein Aufgrund der Zerteilung der Kartoffeln sein. Da der Wärmeaustausch dann schneller von staten gehen kann und somit das System schneller im Equilibrium ist. Werden jedoch ganze Kartoffeln genommen kann man Werte man niedrigere Werte für die spezifische Wärmekapazität finden, wenn der gesamte Energieaustausch von stattengegangen ist.

**Tabelle 4:** Hier werden die erhaltenen Werte den Literaturwerten gegenübergestellt.

$c_{Kartoffeln}$  Die spezifische Wärmekapazität von Kartoffeln

$c_{Ethanol}$  Die spezifische Wärmekapazität von Ethanol

$C_K$  Die Wärmekapazität von dem isolierten Gefäß

Alle Werte wurden unter folgenden Bedingungen aufgenommen:

Umgebungstemperatur @  $(23 \pm 1)^\circ\text{C}$

Luftdruck @ 1013,25 hPa

Symbol:	Bestimmter Wert	Literaturwert	Literaturwert
$c_{Kartoffeln} / \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	$4900 \pm 500$	3390 [6]	3430 [8]
$c_{Ethanol} / \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	$2340 \pm 270$	2428 [5]	
$C_K / \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$230 \pm 130$	100 bis 200 [7]	



## 7.2 Zusammenfassung

Da bei allen erhaltenen Werten die Literaturwerte im Fehlerintervall enthalten sind, lässt sich sagen, dass die Methoden ausreichend sind, um diese Werte größenordnungsmäßig zu bestimmen. Wenn die Auswertung richtig gemacht wurde, sind auch die relativen Unsicherheiten der spezifischen Wärmekapazitäten nicht exorbitant. Im Ganzen lässt sich sagen, dass dieses Experiment die Literaturwerte weiter unterstützt.

Ein Verbesserungsvorschlag wäre, wenn die Werte noch genauer bestimmt werden müssen, genauere Messgeräte zu verwenden. Weiters wäre es gut ein noch größeres isoliertes Gefäß zu bauen, damit man mit größeren Massen leichter umgehen kann.

## Literatur

- [1] Rainer Ahrberg u. a. *Handbuch Maschinenbau: Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik*. Wiesbaden: Springer-Verlag, 2011. ISBN: 978-3-8348-1025-0.
- [2] *Fehlerfortpflanzung*. de. Page Version ID: 205827844. Nov. 2020. URL: <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Fehlerfortpflanzung&oldid=205827844> (besucht am 08.05.2021).
- [3] *Handmessgeräte & Sensoren GTH 1150 | 611499 | Temperatur | GHM Greisinger*. de. URL: <https://www.greisinger.de/p/handmessgeraete-und-sensoren/temperatur/geraete-thermoelemente/gth-1150/611499/> (besucht am 09.06.2021).
- [4] *Isopropanol*. URL: <https://www.internetchemie.info/chemie-lexikon/stoffe/i/isopropanol.php>.
- [5] *Liste der spezifischen Wärmekapazitäten*. DE. chemie.de. URL: [https://www.chemie.de/lexikon/Liste\\_der\\_spezifischen\\_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4ten.html](https://www.chemie.de/lexikon/Liste_der_spezifischen_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4ten.html) (besucht am 10.07.2021).
- [6] Isabel K. Lloyd u. a. *STRUCTURE, PROCESSING AND PROPERTIES OF POTATOES*. EN. College Park, Maryland 20742-21 15: Materials und Nuclear Engineering Unit University of Maryland.
- [7] Martin Pieper, Peter Knoll und Andreas Hohenau. *M. Pieper - Hinweise und Anmerkungen*. de. Universitätspl. 5, 8010 Graz: Inst. f. Physik der KFU-Graz, 29. Mai 2020.
- [8] *Specific Heat of Food and Foodstuff*. Engineering ToolBox, 2003. URL: [https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-food-d\\_295.html](https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-food-d_295.html) (besucht am 09.07.2021).
- [9] Braunschweig Wolfgang Kessel. *Die ISO/BIPM-GUM Sicht: Schätzwert & Messunsicherheit*. 2004.

## Abbildungsverzeichnis

1	Aufbau isoliertes Gefäß auf der Waage (Oben) . . . . .	4
2	Aufbau isoliertes Gefäß auf der Waage (Frontal) . . . . .	4
3	Dieses Bild zeigt wie das Thermometer die Temperatur im Gefäß misst, wenn es geschlossen ist. . . . .	4

## Tabellenverzeichnis

1	Geräteliste . . . . .	4
2	In dieser Tabelle sind die notwendigen Messwerte um die Wärmekapazität des isolierten Gefäßes zu bestimmen. $T_U$ ist die Umgebungstemperatur $T_A$ ist die Temperatur des erhitzten Wassers $T_B$ ist die Temperatur des Gefäßes und des kalten, im Gefäß vorhandenen, Wassers $T_m$ ist die Mischtemperatur des gemischten Wassers $m_A$ ist die Masse des erhitzten Wassers $m_B$ ist die Masse des kalten, im Gefäß vorhandenen, Wassers . . .	5

- 3 In dieser Tabelle sind die notwendigen Messwerte um die spezifische Wärmekapazität von Ethanol ( $E$ ) und Kartoffeln ( $K$ ) zu bestimmen.  $T_U$  ist die Umgebungstemperatur  $T_A$  ist die Temperatur des zu untersuchenden Materials gleich der Umgebungstemperatur  $T_B$  ist die Temperatur des Gefäßes und des erhitzten, im Gefäß vorhandenen, Wassers  $T_m$  ist die Mischtemperatur des gemischten Wassers  $m_A$  ist die Masse des zu untersuchenden Stoffes  $m_B$  ist die Masse des erhitzten, im Gefäß vorhandenen, Wassers . . . . . 7
- 4 Hier werden die erhaltenen Werte den Literaturwerten gegenübergestellt.  $c_{Kartoffeln}$  Die spezifische Wärmekapazität von Kartoffeln  $c_{Ethanol}$  Die spezifische Wärmekapazität von Ethanol  $C_K$  Die Wärmekapazität von dem isolierten Gefäß Alle Werte wurden unter folgenden Bedingungen aufgenommen: Umgebungstemperatur @  $(23 \pm 1)^\circ\text{C}$  Luftdruck @ 1013,25 hPa . . . . . 8