



Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

LABORÜBUNGEN 1: MECHANIK UND WÄRME

Übungstitel: Entfernungsmessung / Brechzahl

Betreuer: Kerstin ABSENGER

Gruppennummer:

Vorbereitung	Durchführung	Protokoll

Σ

Name: Maximilian Philipp

Kennzahl: UF 033 678

Matrikelnummer: 11839611

Datum: 1 Juni 2021

SS 2021

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	3
2	Voraussetzungen und Grundlagen	3
3	Versuchsanordnung	5
4	Geräteliste	5
5	Versuchsdurchführung und Messergebnisse	6
	5.1 Ablauf	6
6	Auswertung	7
7	Diskussion und Zusammenfassung	8
	7.1 Diskussion	8
	7.2 Verbesserungsvorschläge	8
	7.3 Zusammenfassung	8

1 Aufgabenstellung

1. Zunächst die Herleitung der Formel $n = 1 + \frac{b-a}{a-h}$, mittels welcher, der Brechungsindex n von einer unbekannten Flüssigkeit, mit dem Laser-Distanzmesser (LDM), bestimmt werden kann. Die Variablen der Formel werden in Voraussetzungen und Grundlagen genauer erklärt und im Kontext zu dem Experiment gebracht.
2. Messung der Brechzahlen von Wasser und 4 weiteren Flüssigkeiten mit dem Laserentfernungsmesser, unter Beachtung der Angaben aus dem Datenblatt des Entfernungsmessers. Die Brechzahl n von Vakuum beträgt dabei 1 und von Luft 1,0003.
3. Erstellung einer Unsicherheitsanalyse der derart erhaltenen Brechzahlen, und Vergleich der so erhaltenen Brechzahlen mit jenen aus der Literatur.

2 Voraussetzungen und Grundlagen

Folgende Grundlagen wurden aus dem zur Verfügung gestellten Vorlagenblatt [3] und dem Mechanik Vorlesungskript [7] entnommen und für dieses Experiment leicht angepasst.

Im Jahr 1983 wurde der Wert der Lichtgeschwindigkeit mit $c = 299\,792\,458$ m/s festgelegt. Auf der Definition und der Möglichkeit kurze Zeiten elektronisch zu messen, beruhen die "Laserpistole" der Polizei und das "elektronische Maßband", der Laser-Distanzmesser aus dem Baumarkt.

Die Funktion des Laser-Distanzmessers (LDM) ist eine elektronische Variante der Zahnradmethode von Fizeau und im Prinzip einfach: Ein intensitätsmodulierter Laserstrahl wird diffus an einem Objekt gestreut. Aus der Phasenverschiebung der reflektierten Lichtpakete gegenüber den emittierten Paketen wird die Laufzeit ermittelt, die mittels der Lichtgeschwindigkeit (in Luft) in Entfernungen umgerechnet wird. Für Laien tritt ein überraschender Effekt auf, wenn der Laserstrahl dabei ein transparentes Medium durchläuft. Die angezeigte Distanz ist größer und daher „falsch“, das Licht hat länger gebraucht. Dies legt nahe: Die Lichtgeschwindigkeit im Medium ist geringer als in Luft.

Abbildung 1 zeigt die Anordnung des durchzuführenden Experiments. Unter einem LDM befindet sich ein schlankes Trinkglas, auf dessen Boden eine Münze liegt. Die Münze legt eine definierte Reflexionsebene fest. Bei leerem Glas wird der Abstand a der Münze vom LDM gemessen. Nachdem Wasser, Zuckerlösung, Glyzerin oder eine andere transparente Flüssigkeit z.B. $d = 10$ cm hoch eingefüllt wurde - in der Abbildung ist zur besseren Sichtbarkeit Apfelsaft verwendet - wird der Münzenabstand b wieder gemessen. Als Wert ergibt sich $b > a$. Der optische Weg ist also größer geworden. Schließlich lässt man auf der Flüssigkeitsoberfläche ein kleines Stück Papier schwimmen, um die Ent-

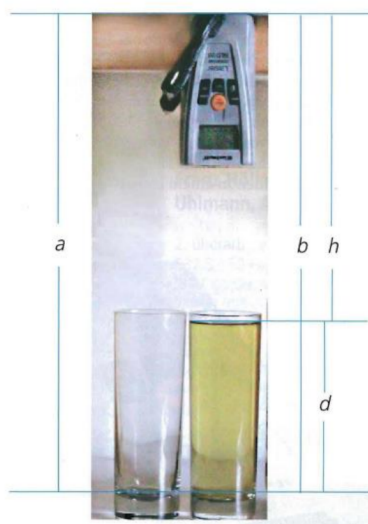


Abbildung 1: Messskizze

fernung h des LDM von der Oberfläche zu bestimmen. (Die Entfernungsangaben des LDM beziehen sich üblicherweise auf die hintere Kante des Geräts.)

Da das LDM auf den Brechungsindex von Luft kalibriert ist, ist die gemessene Laufzeit T gleich dem gemessenen optischen Weg b dividiert durch die Lichtgeschwindigkeit in Luft c_L also:

$$T = \frac{b}{c_L} \quad (1)$$

Diese Zeit teilt sich in die Zeit t_L auf, die das Licht benötigt, um Distanz h in Luft zurückzulegen und in die Zeit t_M die, das Licht benötigt, um Distanz $a - h$ im Medium zurückzulegen.

$$T = t_L + t_M = \frac{h}{c_L} + \frac{a - h}{c_M} \quad (2)$$

Wobei c_M die Lichtgeschwindigkeit im Medium ist.

Setzt man nun Gleichung 1 in Gleichung 2 ein und formt um, erhält man folgenden Ausdruck:

$$\frac{b - h}{c_L} = \frac{a - h}{c_M} \quad (3)$$

Bringt man nun Gleichung 3, durch Umformungen, auf die Definition von der Brechzahl $n = \frac{c_0}{c_M}$ erhält man:

$$n = \frac{c_L}{c_M} = \frac{b - a + a - h}{a - h} = 1 + \frac{b - a}{a - h} \quad (4)$$

Wobei angenommen wurde, dass die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0 gleich der Lichtgeschwindigkeit in Luft c_L ist.

Um zu sehen, wie sich die Unsicherheit der Messungen bis in die Ergebnisse fort-pflanzt, ist Gleichung 5 verwendet worden. Die Grundlagen dieser Gleichung sind von den Powerpointfolien von GUM entnommen worden.[9] Die Verallgemeinerung stammt von Wikipedia worden [5]. Für die Auswertung ist die Programmiersprache Python im speziellen das Packet `scipy`, zu Hilfe genommen worden.

$$V_y = J(x) \cdot V_x \cdot J^T(x) \quad (5)$$

Wobei V_y und V_x die Kovarianzmatrizen von den Vektoren \mathbf{y} und \mathbf{x} sind. \mathbf{x} ist der Vektor der Eingangsvariablen und \mathbf{y} ist der Vektor der Ausgangsvariablen. J ist die Jakobimatrix der vektorwertigen Funktion $\mathbf{y} = \vec{F}(\mathbf{x})$ ist. So lassen sich die Komponenten der Matrix relativ einfach anschreiben $J_{ij}(x) = \frac{\partial y_i}{\partial x_j}(x)$. Damit man die Unsicherheit der einzelnen Variablen y_i bekommt, muss nur die Quadratwurzel des i-ten Diagonalelements der \mathbf{y} -Kovarianzmatrix genommen werden $u_i = \sqrt{\text{diag}(V_y)_i}$. Da in diesem Experiment meistens nur skalare Funktionen untersucht werden, vereinfacht sich die Gleichung 5 dramatisch und die Unsicherheit der Variable y lässt sich einfach so berechnen:

$$u_y = \sqrt{\text{grad}y^T \cdot V_x \cdot \text{grad}y} \quad (6)$$

3 Versuchsanordnung

Es werden zwei Schragen gegenüber von einander gestellt und mit einem Brett oben und einem Brett bei den Verstrebungen unten verbunden. Nun stellt man ein Glas auf das untere Brett, wobei sich eine Münze am Boden des Gefäßes befindet, siehe Abbildung 3. Diese dient als definierte Reflexionsebene. Das obere Brett dient als Referenzpunkt, damit immer die gleiche Distanz gemessen wird. Weiters wurde das obere Brett beschwert, damit es sich beim Messen nicht unabsichtlich hebt oder bewegt. Hier wurde die freihand Methode, verwendet. Das heißt, dass der Laserentfernungsmesser nur beim Messen gegen die Referenzfläche gehalten wird, siehe Abbildung 2.



Abbildung 2: Aufbau des Experiments, wo ein Brett oben als Referenzfläche und ein Brett unten als Abstellfläche, zwischen die zwei Schragen gelegt werden.



Abbildung 3: Aufbau der definierten Reflexionsebene mit einer Münze im Gefäß

4 Geräteliste

Tabelle 1: Verwendete Geräte

Gerät	Gerät-Nr.	Unsicherheit	Bemerkungen
Brett, lang	axx	-	Dient als Referenzpunkt für die Distanzmessungen
Laserentfernungsmesser	bxx	5 mm	Um die Laufzeit in verschiedener Medien indirekt zu messen. Messbereich: 0,175 m bis 20 m [8]

Tabelle 1: (Fortsetzung)

Gerät	Gerät-Nr.	Unsicherheit	Bemerkungen
Joghurt Glas	cxx	-	Ein Gefäß um die Flüssigkeiten zu halten
Brett, kurz	dxx	-	Dient als Oberfläche um das Glas drauf zu stellen
Schragen 2x	fxx	-	Dient als Lager für die Bretter
Gewichte	gxx	-	Um das obere Brett zu fixieren
Wasser, kalkhaltig	hxx	-	Erstes Medium von dem der Brechungsindex bestimmt wird.
Rapsöl	ixx	-	Zweites Medium von dem der Brechungsindex bestimmt wird.
Holundersaft pur	jxx	-	Drittes Medium von dem der Brechungsindex bestimmt wird.
Mineralwasser	kxx	-	Viertes Medium von dem der Brechungsindex bestimmt wird.
Ethanol 96 %	lxx	-	Fünftes Medium von dem der Brechungsindex bestimmt wird.

5 Versuchsdurchführung und Messergebnisse

Im folgenden Ablauf wird beschrieben, wie der Aufbau nach dem Kapitel Versuchsanordnung verwendet wird um die gesuchten Werte zu erhalten. Damit nach Gleichung 4 die Brechzahl diverser Flüssigkeiten bestimmt werden kann.

5.1 Ablauf

1. Falls das Gefäß befüllt ist, muss das Gefäß entleert, gereinigt und getrocknet werden.
2. Nun füllt man die neue Flüssigkeit in das Gefäß und stellt es auf das untere Brett.
3. Man nimmt das Laser-Distanzmessgerät und hält es gegen die Referenzebene. Weiters schaut man, dass sich das Gerät über dem Gefäß befindet und der Laserpunkt auf der Münze ist.
4. Nun wird der gemessene Wert für die Distanz b notiert.
5. Nach der Messung wird ein Stück Papier auf die Oberfläche der Flüssigkeit gelegt, sodass dieses Stück nicht untergeht.
6. Nun wird wieder das Laser-Distanzmessgerät verwendet um die Distanz h vom Brett zur Oberfläche der Flüssigkeit zu messen. Diese Distanz wird wieder notiert.

7. Dieser Prozess wird für alle Flüssigkeiten wiederholt.

Durch Durchführen dieses Ablaufs, erhält man folgende Werte für die diversen Flüssigkeiten:

Tabelle 2: Diese Tabelle beinhaltet die, von dem LDM gemessenen, Distanzen die durch Durchführen dieses Ablaufs gefunden werden.

b ist der gemessene Abstand von der Münze zum oberen Brett $\Delta b = 5 \text{ mm}$

h ist der gemessene Abstand von der Oberfläche zum oberen Brett $\Delta h = 5 \text{ mm}$

Flüssigkeit	b	h
	/ mm	/ mm
Wasser, kalkhaltig	1025	899
Rapsöl	1041	901
Holundersaft pur	1039	905
Mineralwasser	1022	913
Ethanol 96 %	1028	910

Dabei ist zu erwähnen, dass die Messwerte der Längen die Länge des Geräts inkludieren.

Weiters wurde auch die Distanz a von der Münze bis zum oberen Brett ohne, dass das Glas mit einer Flüssigkeit befüllt ist bestimmt. Indem der obere Ablauf ohne Befüllen des Glases ausgeführt wird, bekommt man folgenden Wert:

$$a = (998 \pm 5) \text{ mm} \quad (7)$$

6 Auswertung

Kombiniert man die Werte aus Tabelle 2 und dem Wert für die eigentliche Distanz a zwischen dem Brett und der Münze mit Gleichung 4, erhält man folgende Werte für die Brechungsindexe n für die diversen Flüssigkeiten:

Tabelle 3: Diese Tabelle beinhaltet die erhaltenen Werte für die Brechzahlen diverser Flüssigkeiten.

n die Brechzahl der diversen Flüssigkeiten

Flüssigkeit	n	Δn
Wasser, kalkhaltig	1,27	0,08
Rapsöl	1,44	0,09
Holundersaft pur	1,44	0,10
Mineralwasser	1,28	0,10
Ethanol 96 %	1,34	0,10

7 Diskussion und Zusammenfassung

Nun werden die verwendeten Methoden diskutiert und die Ergebnisse zusammengefasst.

7.1 Diskussion

Die erhaltenen Werte aus dem Kapitel Auswertung für die Brechungsindexe der diversen Flüssigkeiten wurden in Tabelle 4 den Literaturwerten gegenübergestellt. Jedoch konnte leider kein Literaturwert für karboniertes Wasser gefunden werden, da dieser sich höchstwahrscheinlich nicht wirklich von dem von Wasser unterscheidet.

Tabelle 4: Messergebnisse der Brechzahlen der diversen Flüssigkeiten und Vergleich mit den Literaturwerten.

n die Brechzahl einer Flüssigkeit

Flüssigkeit	n	Δn	Literaturwert
Wasser, kalkhaltig	1,27	0,08	1,332 51[2]
Rapsöl	1,44	0,09	1,470 bis 1,474[1]
Holundersaft pur	1,44	0,10	1,45 bis 1,46[6]
Mineralwasser	1,28	0,10	-
Ethanol 96 %	1,34	0,10	1,3638[4]

Zwar beinhalten alle Werte die Literaturwerte in ihren Unsicherheitsintervallen, jedoch liegen die Werte alle unter den Literaturwerten. Dies ist ein Indiz dafür, dass hier ein systematischer Fehler vorliegt. Es könnte irgendwas im Messgerät (zb. eine Fehlkalibrierung, welche unterschiedliche Effekte bei verschiedenen Distanzen hat) sein. Dies kann aber auch einfach nur ein Zufall sein, was bei den großen Unsicherheitsintervallen der Längenmessungen durchaus der Fall sein kann.

7.2 Verbesserungsvorschläge

1. Ein genaueres Laser-Distanzmessgerät
2. Über weitere Distanzen messen damit der relative Fehler kleiner wird
3. Verwendung von einem flachen polierten Metallplättchen damit Streulicht minimiert wird.
4. Eine stärkere und gerichtete Laserdiode verwenden, damit auch bei größeren Distanzen der Strahl noch immer ein starkes Signal gibt.

7.3 Zusammenfassung

Da das vorhandene Laser-Distanzmessgerät leider nicht sehr genau war, konnten auch keine genauen Werte für die Brechzahlen der diversen Flüssigkeiten bestimmt werden. Fehler durch Messen mit schlechten Messgeräten nennt man im Fachjargon auch GIGO ("garbage in, garbage out"). Was hier eindeutig vorliegt. Bestenfalls lässt sich sagen, dass

sich mit den, in diesem Experiment zur Verfügung gestandenen Mitteln, der Brechungsindex von Flüssigkeiten maximal auf eine Nachkommastelle genau bestimmen lässt.

Schlussendlich lässt sich sagen, dass in diesem Experiment der mangelnde Faktor das Messgerät war, und beim nächsten Durchführen ein Genaueres verwendet werden soll.

Literatur

- [1] *Allgemeine Kennzahlen von Fetten, Ölen und Wachsen*. URL: <https://link.springer.com/content/pdf/bbm:978-3-642-90674-9/1.pdf> (besucht am 14.06.2021).
- [2] *Eigenschaften des Wassers*. chemie.de. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Eigenschaften_des_Wassers.html (besucht am 14.06.2021).
- [3] *Entfernungsmessung / Brechzahl*. de. Petersgasse 16, A-8010 Graz: Institut f. Experimentalphysik Technische Universität Graz, 18. März 2021.
- [4] *Ethanol*. de. Page Version ID: 212203603. Mai 2021. URL: <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Ethanol&oldid=212203603> (besucht am 14.06.2021).
- [5] *Fehlerfortpflanzung*. de. Page Version ID: 205827844. Nov. 2020. URL: <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Fehlerfortpflanzung&oldid=205827844> (besucht am 08.05.2021).
- [6] *Himbeersirup (konserviert) Sirupus Rubi Idaei, m. Kirschsaftezusatz*. Herderstr. 31 40721 Hilden Deutschland: Caesar & Loretz GmbH. URL: <https://www.caelo.de/getfile.html?type=sdb&num=g208&cntry=>.
- [7] Peter Knoll. *Mechanik und Wärme (Mechanics and Heat)*. Skriptum zur Vorlesung. DE. Vorlesungsskript. 2020. 407 S.
- [8] *MULTIFUNKTIONSDETEKTOR / LASERENTFERNUNGSMESSER PMML 5 A1*. Lidl Österreich GmbH. URL: <https://www.manualslib.de/manual/534721/Parkside-Pmml-5-A1.html?page=11#manual>.
- [9] Braunschweig Wolfgang Kessel. *Die ISO/BIPM-GUM Sicht: Schätzwert & Messunsicherheit*. 2004.

Abbildungsverzeichnis

1	Messskizze	3
2	Aufbau des Experiments	5
3	Aufbau der Reflexionsebene	5

Tabellenverzeichnis

1	Geräteliste	5
2	Diese Tabelle beinhaltet die, von dem LDM gemessenen, Distanzen die durch Durchführen dieses Ablaufs gefunden werden. b ist der gemessene Abstand von der Münze zum oberen Brett $\Delta b = 5 \text{ mm}$ h ist der gemessene Abstand von der Oberfläche zum oberen Brett $\Delta h = 5 \text{ mm}$	7
3	Diese Tabelle beinhaltet die erhaltenen Werte für die Brechzahlen diverser Flüssigkeiten. n die Brechzahl der diversen Flüssigkeiten	7
4	Messergebnisse der Brechzahlen der diversen Flüssigkeiten und Vergleich mit den Literaturwerten. n die Brechzahl einer Flüssigkeit	8