Laborübungen: Mechanik und Wärme

15. Februar 2012

Quincke'sches und Kundt'sches Rohr

Stichworte zur Vorbereitung:

Unterschied zwischen longitudinalen und transversalen Wellen – Schallgeschwindigkeit in Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern – schwingende Luftsäulen – Schallgeber – Schallmessung – Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit in Gasen – Warum ist am Erregerzentrum ein Bauch, an der Reflexionswand ein Knoten? – Phasensprünge an den beiden Stellen – stehende Wellen an einem Stab – wie muß der Stab eingespannt sein? – Adiabatische Zustandsänderung des idealen Gases.

Literatur

- [1] Bergmann-Schäfer, Lehrbuch der Experimentalphysik.
- [2] Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik.
- [3] Pohl, Einführung in die Physik.
- [4] Bergmann-Schäfer-Kliefoth, Grundaufgaben des physikalischen Praktikums.

Quincke-Resonanzrohr

1 Grundlagen

Eine in einem einseitig geschlossenen Rohr enthaltene Gassäule wird immer dann zu maximalem Mitschwingen angeregt, wenn die Länge l der Gassäule gleich dem Viertel einer Wellenlänge λ oder einem ungeradzahligen Vielfachen des Viertels der Wellenlänge des erregenden Tones ist.

$$l = \frac{(2n+1)\lambda}{4} \qquad n \in \mathbb{N}_0 \tag{1}$$

Damit ist es möglich, die Wellenlänge in Luft zu bestimmen. Ist die Frequenz des Schallgebers bekannt, kann so die Schallgeschwindigkeit in Luft gemessen werden.

$$c = \lambda \nu \tag{2}$$

2 Versuchsdurchführung

Ein mit einem Vorratsgefäß verbundenes vertikales Glasrohr (s. Abb. 1) ist teilweise mit Wasser gefüllt. Die Länge (Höhe) der über dem Flüssigkeitsspiegel liegenden Luftsäule kann durch Heben bzw. Senken des Vorratsgefäßes verändert werden.

Diese Luftsäule wird durch einen über dem offenen Ende befindlichen Schallgeber (Sinustongenerator mit konstanter Frequenz) in Resonanz versetzt, falls $l_n = \lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$,.... Die

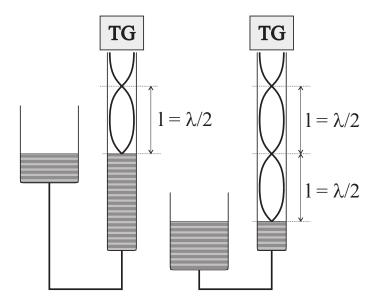


Abbildung 1: Versuchsanordnung.

Differenz der Längen, bei denen beim Heben bzw. Senken des Wasserspiegels ein kräftiges Mitschwingen zu beobachten ist, ist demnach $\lambda/2$. In einem Vorversuch lässt man in das Glasrohr durch Verschieben des Vorratsbehälters Wasser bis etwa 3 cm unterhalb des offenen Endes des Quincke-Rohres ansteigen (durch Heben des Vorratsgefäßes), und lässt dann das Wasser bei eingeschaltetem Schallgeber wieder absinken (durch Senken des Vorratsgefäßes). Man merkt sich ungefähr jene Stellen, an denen ein kräftiges Mitschwingen wahrgenommen wird. Um die Resonanzstellen genauer zu bestimmen, ist der Wasserspiegel etwas über der Resonanzstelle einzustellen. Während die Luftsäule angeregt wird, lässt man sehr langsam den Spiegel absinken (kleine Drehung des Hahnes). So gelangt man unter mehrmaliger Wiederholung des Versuches zu relativ genauen Werten für l_1, l_2, \ldots

3 Bestimmung von κ

Für die Schallgeschwindigkeit in Gasen gilt die Laplace-Gleichung:

$$c = \sqrt{\frac{p\kappa}{\rho}} \tag{3}$$

 κ trägt dem Umstand Rechnung, daß die Druckänderung in der Schallwelle so schnell erfolgt, daß kein Temperaturausgleich mit der Umgebung stattfinden kann, und die Temperatur des Gases in den Verdichtungen und Verdünnungen verschiedene Werte annimmt. Der Ausdruck p/ρ , der sich auf die Temperatur T bezieht, hängt mit p_0/ρ_0 (Wert für $\vartheta=0\,^{\circ}\mathrm{C}$) wie folgt zusammen:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} (1 + \alpha \vartheta) \tag{4}$$

Damit ergibt sich mit Gl. (3)

$$c_T = \sqrt{\frac{p_0 \kappa (1 + \alpha \vartheta)}{\rho_0}} \tag{5}$$

 $(\rho_0 = 1.29 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3, \, \alpha = 1/273.15 \text{ K}^{-1}).$

4 Aufgaben Teil 1

- 1. Bestimmung der Schwingungsknoten der stehenden Welle im Quincke-Resonanzrohr (5 Messreihen).
- 2. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Luft.
- 3. Berechnung des Adiabatenexponenten von Luft.
- 4. Unsicherheitsanalyse für c und κ .

Kundt'sches Rohr

5 Grundlagen

Tritt Schall nacheinander durch zwei Medien gilt mit ν , ν' der Frequenz, λ , λ' und c, c' den jeweiligen Wellenlängen und Schallgeschwindigkeiten:

$$c = \lambda \nu$$
 und $c' = \lambda' \nu'$ und $\nu = \nu'$ (6)

Daraus ergibt sich:

$$\lambda/\lambda' = c/c' \tag{7}$$

Bei bekannter Dichte des Materials ergibt sich der Elastizitätsmodul aus:

$$c = \sqrt{E/\rho} \tag{8}$$

Das mit einer leichten Korkscheibe versehene, frei schwingende Ende eines etwa in der Mitte eingeklemmten Stabes S ragt in ein nur wenig weiteres Glasrohr G, das am anderen Ende durch einen verschiebbaren Stempel R abgeschlossen ist. Die vom Stabende bei logitudinaler Erregung ausgehenden Schallwellen pflanzen sich in das Rohr fort, werden am Stempel R reflektiert, sodaß stehende Wellen in der Luft entstehen. Die logitudinale Erregung erfolgt durch Reiben am Stabende mit einem feuchten Schwamm, wodurch hohe Quietschtöne enstehen. Die festgeklemmte Stelle A ist ein Schwingungsknoten, d.h. die ganze Stablänge entspricht $\lambda/2$.

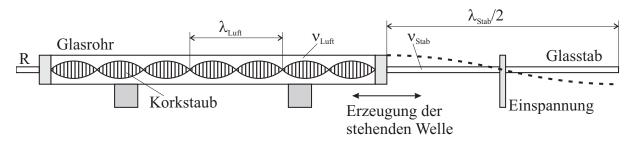


Abbildung 2: Kundt'sches Rohr.

Um die stehenden Wellen sichtbar zu machen, wird trockenes Korkpulver in der gut getrockneten Glasröhre verteilt. Durch Klopfen und Drehen wird das Pulver in einem langen, gleichmäßig dünnen Faden an der Unterseite der Röhre vereinigt. Vorsichtig wird das Pulver durch Drehen der Röhre um ihre Achse etwas gehoben. Bilden sich nun in der Glasröhre stehende Wellen aus, so ist die Luft an den Knotenstellen dauernd in Ruhe. Dort bleibt das Korkpulver liegen. An Stellen starker Luftbewegung, den Schwingungsbäuchen, fällt das Korkpulver aber herunter, auf diese Weise entstehen girlandenförmige Bögen.

Die stehende Welle bildet sich nur dann scharf aus, wenn die Luftsäule in der Röhre eine geeignete Länge hat. Die günstigste Stellung wird durch Probieren gefunden, indem die Länge der Luftsäule durch Verschieben des Stempels variiert wird, sodaß am geschlossenen Ende des Rohres ein Knoten liegt und das Korkplättchen der Endplatte ebenfalls dicht an einem Knoten (nicht etwa Bauch) liegt. Das Plättchen erregt die stehenden Luftwellen dann am stärksten, wenn es an der Stelle schwingt, an der die Luftteilchen die gleichen Schwingungsweiten wie es selbst besitzt, aufweisen. Das ist in der Nähe des Knotens der Fall, während die Schwingungsweite der Luftteilchen im Bauch viel größer ist.

5.1 Zur Messung der Abstände zwischen den Knotenstellen

Wird der Abstand a zwischen der ersten zur Messung geeigneten Knotenstelle und der letzten gemessen, so folgt (der Abstand zweier aufeinander folgender Knotenstellen ist $\lambda/2$):

$$\lambda_{\text{Luft}}/2 = a/n \tag{9}$$

 λ_{Luft} ist die Luftwellenlänge, n die Anzahl der zwischen den Endknotenstellen liegenden Bögen. Um den Ablesefehler aufgrund der Unschärfe der Knotenstellen zu verringern, ist es günstiger, für die Auswertung folgende Methode zu verwenden: Es werden die Orte l_0, l_1, \ldots, l_n sämtlicher Knotenstellen vermessen. Wird nun der Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Knotenstellen genommen, und werden sämtliche Ergebnisse gemittelt, so ist das Ergebnis keine Verbesserung gegenüber Gl. (9), da die Ablesefehler nicht unabhängig voneinander sind.

$$\frac{1}{n}(l_1 - l_0 + l_2 - l_1 + \dots + l_n - l_{n-1}) = \frac{l_n - l_0}{n} = \frac{a}{n}$$
(10)

Soll die größtmögliche Anzahl von Messungen zur Mittelwertsbildung verwendet werden, so hat diese derart zu erfolgen, daß als Anfangs- bzw. Endknotenstellen diejenigen Knotenstellen zu nehmen sind, deren Abstand voneinander gerade größer als a/2 ist. Wie Abb. 3 zeigt, ergeben sich dadurch für 6 Meßpunkte 3 voneinander unabhängige Mittelwerte für $\lambda/2$:

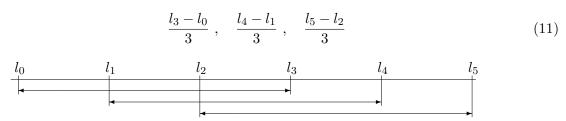


Abbildung 3: Zur Auswertung der Messung.

Diese erhaltenen Werte sind nochmals zu mitteln.

6 Aufgaben Teil 2

- 1. Bestimmung der Wellenlänge einer stehenden Welle (5 Messungen) im Kundt'schen Rohr. (Messen der Stablänge l zur Bestimmung des Einspannpunktes (Mitte) und der Stabwellenlänge $\lambda_{\text{Stab}} = 2l$. Verteilen des Korkpulvers im Glasrohr und Erzeugung einer stehenden Welle durch Reiben des Glasstabes mit einem feuchten Lappen.)
- 2. Berechnung des Elastizizätsmoduls des Stabes unter Verwendung der mit dem Quincke-Resonanzrohr bestimmten Schallgeschwindigkeit in Luft. (λ_{Luft} aus obiger Aufgabe)
- 3. Unsicherheitsanalyse.

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Festkörpern

Versuchsziele

- Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Aluminium, Kupfer, Messing und Stahl aus der Laufzeit eines Schallimpulses in einem Stab.
- Bestimmung des Elastizitätsmoduls aus der Schallgeschwindigkeit und der Dichte des Materials.

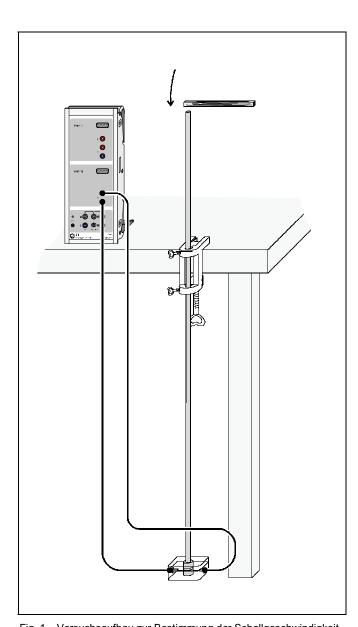


Fig. 1 Versuchsaufbau zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Festkörpern

Grundlagen

Schall breitet sich nicht nur in Gasen sondern auch in flüssigen und festen Körpern aus. Für die Schallgeschwindigkeit ergeben sich in den verschiedenen Stoffen sehr unterschiedliche Werte. In festen Stoffen ist sie größer als in Gasen oder in Flüssigkeiten.

Bei festen Stoffen ist es am einfachsten die Schallgeschwindigkeit in einem langen Stab zu untersuchen, dessen Durchmesser klein gegen seine Länge ist. Hier gilt der Zusammenhand

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{I}$$

E: Elastizitätsmodul, p: Dichte

Im Versuch wird zur Messung der Schallgeschwindigkeit in langen Metallstäben die Mehrfachreflexion eines kurzen Schallimpulses an den Stabenden ausgenutzt. Der Impuls wird durch Anticken des oberen Stabendes mit einem kleinen Hammer erzeugt und läuft zunächst nach unten. An beiden Stabenden wird er nacheinander mehrfach reflektiert, wobei die an einem Stabende ankommenden Impulse gegeneinander um die Laufzeit t verzögert sind.

Da die Laufzeit t die Summe aus Hin- und Rücklaufzeit ist, ergibt sich die Schallgeschwindigkeit c zusammen mit der Stablänge s zu

$$c = \frac{2s}{t} \tag{II}.$$

Die Metallstäbe stehen auf einem piezoelektrischen Körper, der die durch den Schallimpuls am Stabende verursachten Druckänderungen in elektrische Ströme umwandelt. Diese werden vom computerunterstützten Messsystem Sensor-CASSY als Spannungssignale aufgezeichnet.

Geräte

- 1 Satz 3 Metallstangen
- 1 Stativstange, 150 cm
- 1 Piezoelektrischer Körper
- 1 Sensor-CASSY
- 1 CASSY Lab
- 1 Tischklemme, einfach

Experimentierkabel

zusätzlich erforderlich:

- 1 Holzstab
- 1 PC mit Windows 95/98/NT oder höher

zusätzlich empfohlen:

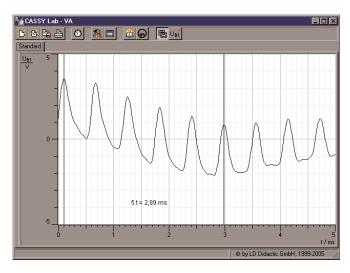
1 Einteller-Oberschalenwaage

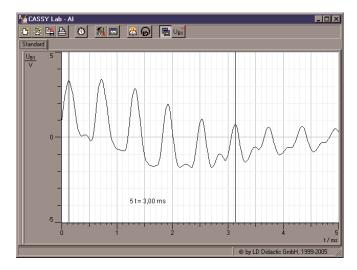
Aufbau und Durchführung

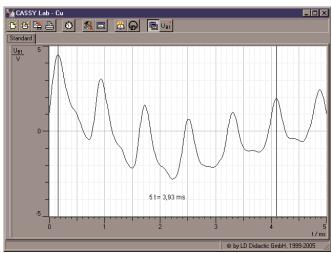
- Ausgang des piezoelektrischen K\u00f6rpers an Eingang B des Sensor-CASSY anschlie\u00dfen.
- CASSY Lab aufrufen und die Messparameter "automatische Aufnahme", Intervall: 10 μs, Messzeit: 5 ms, Trigger: "U_{B1} 1,00 V steigend" einstellen.
- Stahlstange (Stativstange, 150 cm) lose durch Tischklemme führen und auf piezoelektrischem Körper aufsitzen lassen.
- Messung mit oder Taste F9 starten (wartet auf Triggersignal).
- Oberes Ende des Metallstabs mit einem Holzstab anticken (erzeugt Triggersignal).
- Abstand zwischen erstem und sechstem Maximum des aufgezeichneten Signals bestimmen.
- Ergebnis unter einem passenden Namen abspeichern.
- Messung mit anderen Metallstäben wiederholen.

Falls eine Waage zur Verfügung steht:

- Massen der vier Metallstäbe bestimmen.







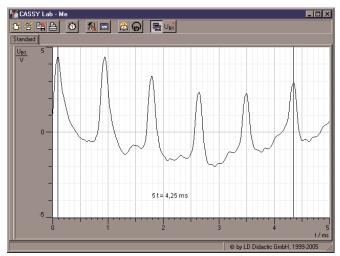


Fig. 2 Messergebnis für Stahlstab, Aluminiumstab, Kupferstab und Messirgstab (von links oben nach rechts unter)

Messbeispiel

Tab. 1: Abstände 5 t zwischen ersten und sechstem Maximum (siehe Fig. 2) und Masse m der Metallstäbe

Material	5 <i>t</i> ms	<u>m</u> g	
Stahl	2,89	1380	
Aluminium	3,00	460	
Kupfer	3,93	1510	
Messing	4,25	1430	

Abmessungen der Metallstäbe: s = 150 cm, d = 1,2 cm

also:
$$V = \pi \frac{d^2}{4} \text{ s} \cdot 1740 \text{ cm}^3$$

Auswertung

a) Bestimmung der Schallgeschwindigkeit:

Aus den Messwerten der Tab. 1 ergeben sich die in Tab. 2 aufgeführten Werte für die Schallgeschwindigkeiten.

Tab. 2: Laufzeiten t und Schallgeschwindigkeiten c

Material	$\frac{t}{ms}$	$\frac{c}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$
Stahl	0,578	5190
Aluminium	0,600	5000
Kupfer	0,786 3820	
Messing	0,850 3530	

b) Bestimmung des Elastizitätsmoduls aus Schallgeschwindigkeit und Dichte:

Wie Gl. (I) zeigt, geht in die Bestimmung des Elastizitätsmoduls E neben der Schallgeschwindigkeit c auch die Dichte ρ des jeweiligen Materials ein. Diese wird aus der Masse m und dem Volumen V berechnet. Die Ergebnisse sind in Tab. 3 aufgeführt.

Tab. 3: Dichte ρ und Elastizitätsmodul *E*

			Tabellen werte
Material	ρ g·cm ⁻³	E GPa	E GPa
Stahl	8,13	222	210
Aluminium	2,71	68	71
Kupfer	8,90	129	123
Messing	8,43	105	98

Ergebnis

Die Schallgeschwindigkeit in Metallen ist wesentlich größer als in Luft (Faktor 10 und mehr).

Sie ist umso größer je größer der Elastizitätsmodul des Materials und je kleiner die Dichte des Materials ist.

3