


# Abgabe Protokoll: Leistungsmessung

## Abgabestatus

Abgabestatus	Zur Bewertung abgegeben
Bewertungsstatus	Bewertet
Fälligkeitsdatum	Sonntag, 31. Januar 2021, 00:00
Verbleibende Zeit	Aufgabe wurde 1 Jahr 31 Tage verspätet abgegeben
Zuletzt geändert	Donnerstag, 3. März 2022, 02:22

## Dateiabgabe


[20220122\\_7A\\_Goessl\\_LEIST\\_02.pdf](#)
3. März 2022, 02:22


4%

## Abgabekommentare

► [Kommentare \(0\)](#)

Abgabe bearbeiten

Lösung entfernen

Sie können Ihre Abgabe noch verändern.

## Feedback

**Bewertung**

9,50 / 10,00

**Bewertet am**

Donnerstag, 14. April 2022, 14:25

**Bewertet von**



Florian Lackner

◀ Leistungsmessung

Direkt zu:



Spektrograph ▶

## **TU Graz Lehr- und Lerntechnologien**

Münzgrabenstraße 36/I  
8010 Graz, Österreich

**Tel.:** +43 316 873-8569

**E-Mail:** [tc@tugraz.at](mailto:tc@tugraz.at)

## **Information & Hilfe**

[FAQ für Studierende](#)

[FAQ für Lehrende](#)

[Benutzerrichtlinien](#)

[Datenschutz](#)

[Impressum](#)

## **Unsere Partner**

[TU Graz TUBE](#)

[TeachCenter Exam](#)

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

# FORTGESCHRITTENEN PRAKTIKUM: TECHNISCHE PHYSIK 1

Übungstitel: Leistungsmessung

Betreuer: Lackner, Florian

Gruppennummer: 7A

Vorbereitung	Durchführung	Protokoll	$\Sigma$

Namen: Gössl, Sebastian

Kennzahl: UF 033 678

Matrikelnummern: 11904703

Datum: 20.01.2022

Semester: 21WS

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Voraussetzungen &amp; Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Komplexe Wechselstromrechnung . . . . .	3
2.2	Dreiphasenwechselstrom . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Versuchsanordnung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Geräteliste</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Versuchsdurchführung &amp; Messergebnisse</b>	<b>9</b>
5.1	Zweiphasen ohmsch . . . . .	9
5.2	Symmetrische Dreieckschaltung . . . . .	10
5.3	Symmetrische Sternschaltung . . . . .	10
5.4	Asymmetrische Sternschaltung . . . . .	10
5.5	Asymmetrische Sternschaltung mit Bruch . . . . .	11
5.6	Allgemeine Sternschaltung . . . . .	11
<b>6</b>	<b>Auswertung</b>	<b>12</b>
6.1	Zweiphasen ohmsch . . . . .	12
6.2	Symmetrische Dreieckschaltung . . . . .	13
6.3	Symmetrische Sternschaltung . . . . .	14
6.4	Asymmetrische Sternschaltung . . . . .	14
6.5	Asymmetrische Sternschaltung mit Bruch . . . . .	15
6.6	Allgemeine Sternschaltung . . . . .	17
<b>7</b>	<b>Diskussion</b>	<b>18</b>
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>19</b>
	<b>Literatur</b>	<b>20</b>

## Anmerkung

Der Versuch wurde von beiden Laboranten der Gruppe 7A, Gössl Sebastian & Köhler Laura, zusammen durchgeführt. Die Auswertung & Protokollierung fand jedoch getrennt statt.

## 1 Aufgabenstellung

- Leistungsmessung an einer ohmschen Last im Wechselstromkreis.
- Wirkleistungsmessung im Drehstromnetz bei symmetrischer ohmscher Last in Stern- und Dreieckschaltung mittels Aronschaltung.
- Wirk- und Blindleistungsmessung bei allgemeiner Last im Dreiphasennetz.
- Rudimentärer Asynchron-Drehstrommotor.
- Unsicherheitsanalyse, Diskussion der Ergebnisse, Zusammenfassung.

## 2 Voraussetzungen & Grundlagen

### 2.1 Komplexe Wechselstromrechnung

An einer ohmschen Last gilt das Ohm'sche Gesetz, welches Spannung  $U$  & Strom  $I$ , die an einem ohmschen Verbraucher  $R$  anliegen bzw. diesen durchfließen, in linearen Zusammenhang bringt. Die Wirkleistung an diesem ist das Produkt der ersteren beiden Größen.

$$U = RI \quad P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R \quad (1)$$

Werden nun auch Reaktanzen  $X$ , Kapazitäten  $C$  & Induktivitäten  $L$ , berücksichtigt, sowie deren Kombinationen, sogenannte Impedanzen  $Z$ , können diese im Falle von sinusförmigen Wechselströmen mithilfe komplexer Größen beschrieben werden. Bei reinen Blindwiderständen (Reaktanzen) besteht weiterhin ein lineares Verhältnis zwischen am Bauteil anliegender Spannung  $U$  & durchfließenden Strom  $I$ , jedoch entsteht zwischen diesen ein  $\frac{\pi}{2}$ -Phasenverschub. Deshalb wird das ohmsche Gesetz Glg. 1 schlicht auf die Menge der komplexen Zahlen  $\mathbb{C}$  erweitert

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$$

wobei die passiven Bauelemente auf

$$\underline{R} = R \quad \underline{Z}_C = jX_C = \frac{-j}{\omega C} \quad \underline{Z}_L = jX_L = j\omega L \quad (2)$$

angepasst werden (Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ ). Serien- und Parallelschaltung wird weiterhin gleich berechnet.

$$\underline{Z}_+ = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \quad \underline{Z}_{||} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

Diese komplexen Größen können in sogenannten Zeigerdiagrammen zur Visualisierung aufgetragen werden, womit die Effektivwerte (nach Konvention nicht die Amplituden) und Phasenwinkel übersichtlich und leicht ablesbar dargestellt werden können.

Dabei spaltet sich die Leistung in Wirkleistung  $P$  (wird tatsächlich verbraucht), Blindleistung  $Q$  (pendelt zwischen Versorger & Verbraucher hin und her und belastet dabei Leitungen) und Scheinleistung  $S$  (erhält man wenn man effektive Spannung  $U$  & Strom  $I$  ohne deren Phasenverschiebung zueinander zu berücksichtigen).

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (3)$$

## 2.2 Dreiphasenwechselstrom

Im europäischen Dreiphasennetz wird eine Spannung von  $\frac{400}{\sqrt{3}} \text{ V}_{\text{eff}} \approx 230 \text{ V}_{\text{eff}}$  auf 3 Leitern  $L_{1/2/3}$  im Phasenversatz von  $120^\circ$  bei  $50 \text{ Hz}$  bereitgestellt (zusätzlich Neutralleiter  $N$  & Erde  $GND$ ). Zwischen diesen können Lasten entweder in Dreiecks- oder Sternschaltung angeschlossen werden. Bei diesen liegen an den sogenannten Strängen die Leiter-Leiterspannung von  $400 \text{ V}_{\text{eff}}$  bzw. Leiter-Neutralleiter-Spannung  $\frac{400}{\sqrt{3}} \text{ V}_{\text{eff}}$  an. Bei ersterer wird deshalb auch bei gleichen Lasten die dreifach Leistung umgesetzt.

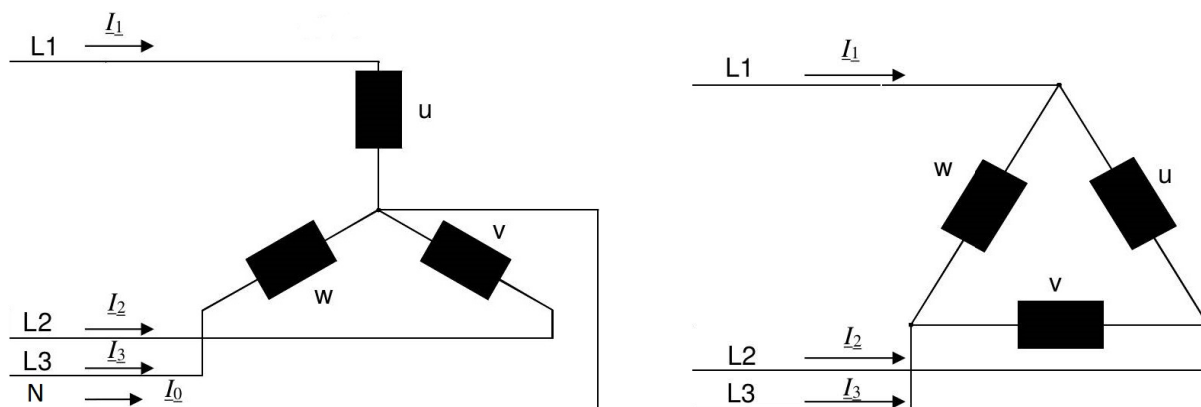


Abbildung 1: Anschluss von drei Lasten  $u/v/w$  und die Leiter  $L_{1/2/3}$  sowie Neutralleiter  $N$  in Stern- und Dreieckschaltung. Ausschnitt aus [1] Abb. 7 & 8.

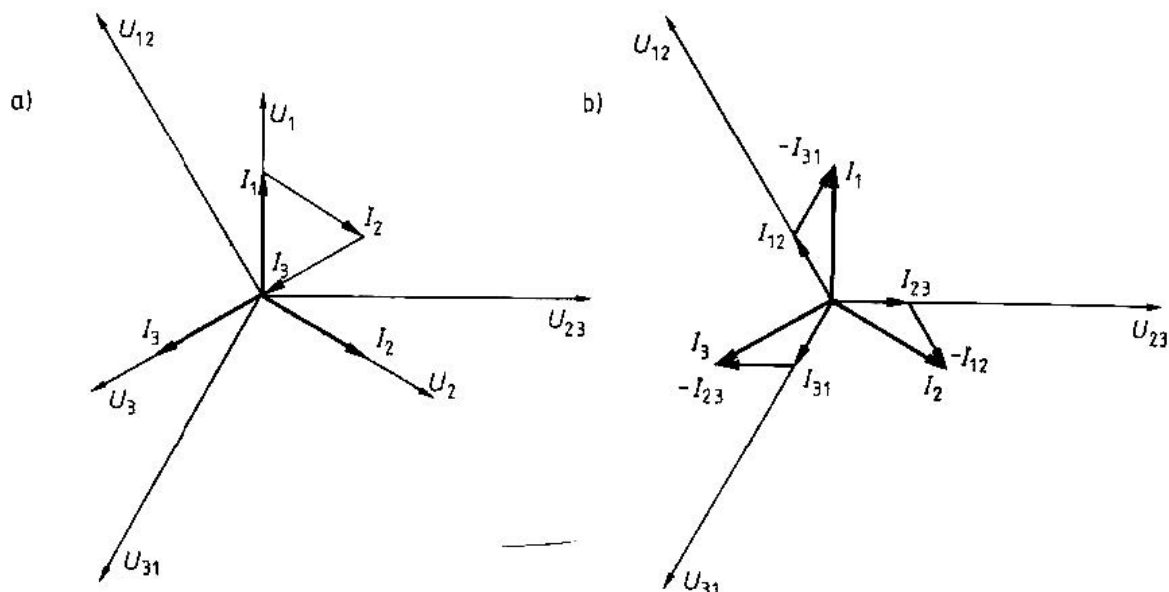


Abbildung 2: Zeigerdiagramme einer rein ohmschen Stern- & Dreieckschaltung.  $U/I_{1/2/3}$  beschreiben die an den Leitern anliegenden bzw. durchfließende Spannungen & Ströme,  $U/I_{12/23/31}$  die Leiter-Leiter-Spannungen & -Ströme. Bei der Sternschaltung liegen an den Lasten die Leiterspannungen  $U_{1/2/3}$  weshalb diese von den Leiterströmen  $I_{1/2/3}$  durchflossen werden. Bei der Dreieckschaltung liegen Strangspannung  $U_{12/23/31}$  an, weshalb diese von den Strangströmen  $I_{12/23/31}$  durchflossen werden. Entnommen aus [1] Leistungsmessung.pdf Abb. 10.

Zur Leistungsmessung an solch einem Dreipol müssen bei einer Sternschaltung je ein Leistungsmessgerät an jedem Leiter angeschlossen werden (jeder Strang eigentlich ein Zweipol, welche addiert werden können), beim Dreieck genügen in Form einer Aronschaltung Abb. 5 zwei Leistungsmessgerät welche zwischen die drei Leiter geschaltet (und addiert) werden.

$$P_{\text{Stern}} = P_1 + P_2 + P_3 \quad P_{\text{Dreieck}} = P_1 + P_2$$

Ausführlichere Erklärungen & Herleitungen sind in der Versuchsangabe [1] Leistungsmessung.pdf nachzuschlagen.

### 3 Versuchsanordnung

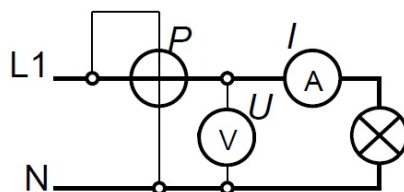


Abbildung 3: Leistungsmessung einer ohmschen Last am zweiphasenwechselstrom.



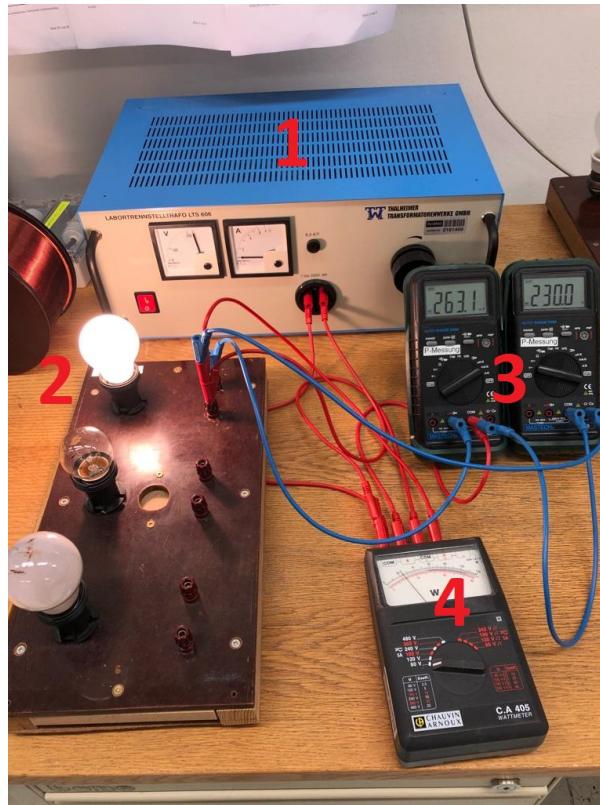


Abbildung 4: Realer Versuchsaufbau der Messung am Zweiphasenwechselstrom Abb. 3.  
1: Labortrennstelltrafo (Variable Spannungsversorgung), 2: Glühlampe (Last), 3: Volt- & Strommessgerät, 4: Leistungsmessgerät.

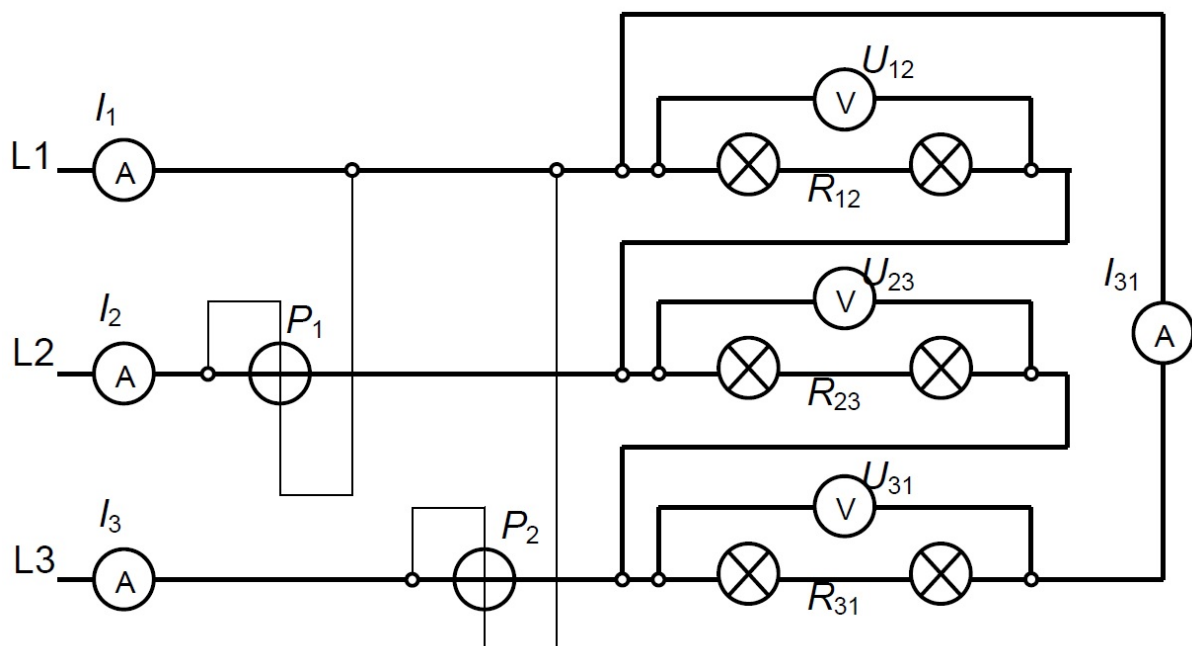


Abbildung 5: Schaltplan des Messaufbaus der Dreiecksschaltung. Entnommen aus [1]  
List\_of\_tasks\_DE.pdf Abb. 1.

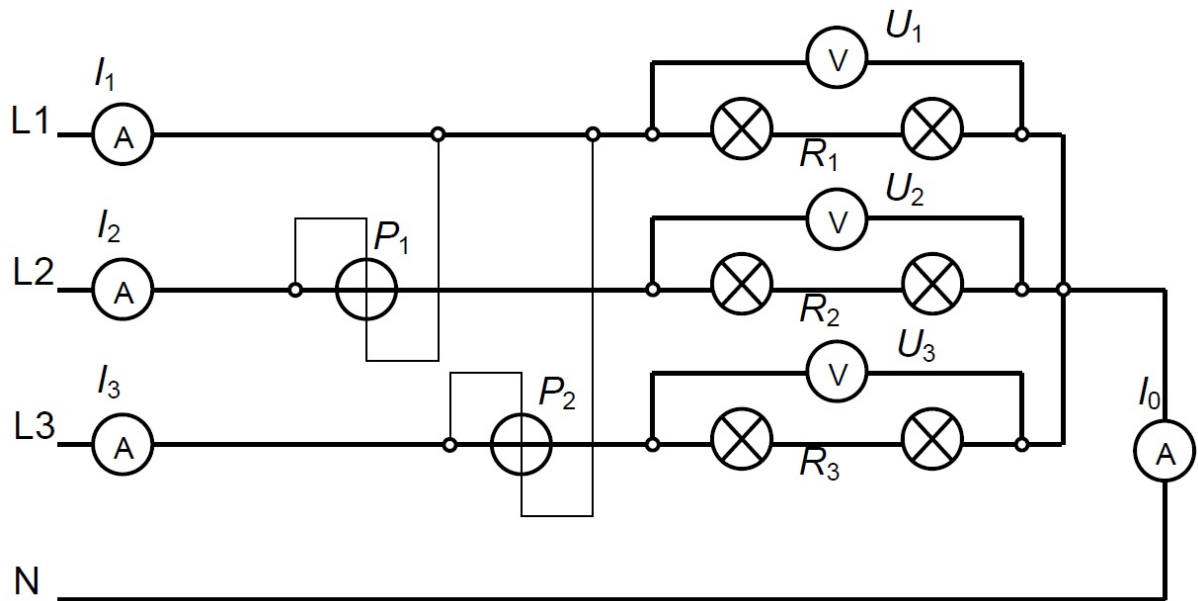


Abbildung 6: Schaltplan des Messaufbaus der symmetrischen Sternschaltung. Für die asymmetrische Variante werden die Glühlampen ungleichmäßig auf die Stränge verteilt. Entnommen aus [1] List\_of\_tasks\_DE.pdf Abb. 2.

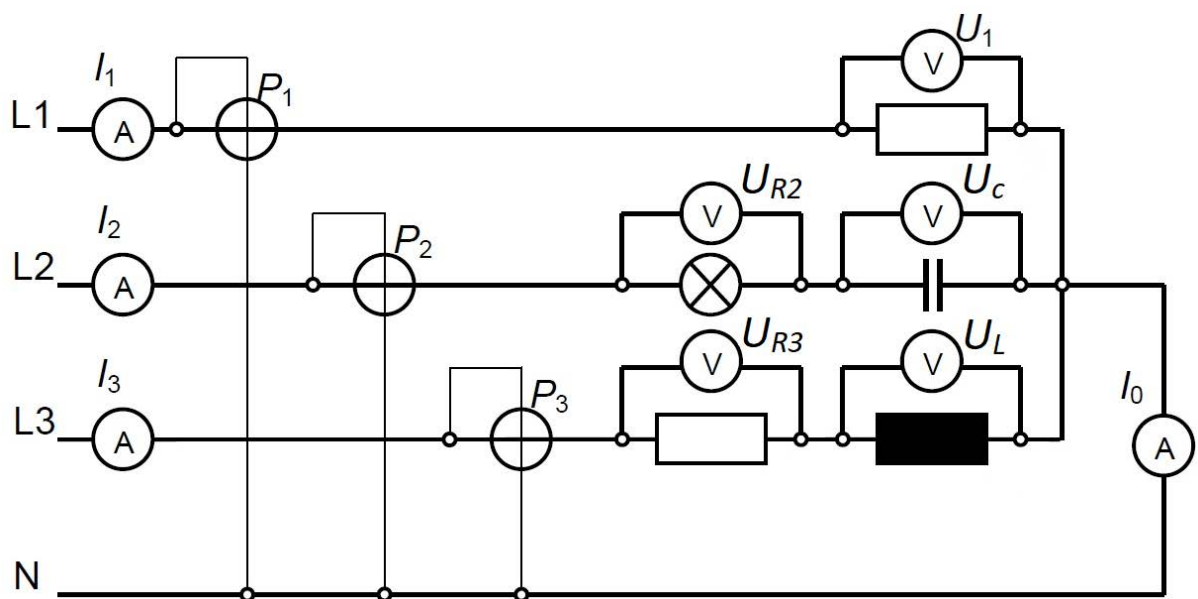


Abbildung 7: Schaltplan des Messaufbaus der allgemeinen Sternschaltung. Entnommen aus [1] List\_of\_tasks\_DE.pdf Abb. 3.



Abbildung 8: Realer Versuchsaufbau der symmetrischen Sternschaltung Abb. 6. 1. Versorgungsspannungsanschlüsse mit Absicherungen, 2: Strommessgerät für die Strangströme  $I_{1/2/3}$ , 3: Leistungsmessgerät für  $P_{1/2}$ , 4: bei der allgemeinen Variation verwendeten Heizwiderstände, 5: Strommessgerät für den Nullleiterstrom  $I_0$ , 6: Spannungsmessgerät für die Strangspannungen  $U_{1/2/3}$ , 7: bei der allgemeinen Variation verwendete Spule (dahinter leicht vorragend der Kondensator), 8: Glühlampen (Lasten).

## 4 Geräteliste

Tabelle 1: Im Versuch verwendete Geräte und Utensilien. Unsicherheiten sind aus Tab. 2 zu entnehmen.

Gerät	Typ	Gerätenummer
Multimeter	Mastech MY68	-
Spannungsmessgerät	1704 00242	VII/1120/1 E24 VII/1120/2 E23 E3 G1
Strommessgerät	621005	E3 E22 VII/1106/6
Leistungsmessgerät	Chauvin Arnoux C.A 405	0161477 0161478 0161479
Leistungsmessgerät	1704 10142	F19
Labortrennstelltrafo	Thalheimer Transformatorenwerke LTS 606	0161469
Glühlampensteckbrett		JFR/158/13
Heizwiderstände		JFR/158/13
Kondensator	12 $\mu$ F / 425 V	
Spule		
Bananenstecker		

Tabelle 2: Unsicherheiten der Messgeräte. Auszug aus [1] Leistungsmessung.pdf S. 18.

Klasse der Analog-Strommessgerät:	1,5
Klasse der Analog-Leistungsmessgerät/-Spannungsmessgerät:	0,5
Fehlergrenzen des Chauvin Arnoux Leistungsmessgerät:	1 %
Unsicherheit der Digitalmultimeter:	0,8 % + 3 dgt. $\leq 200$ V $\sim$ 1,2 % + 3 dgt. $> 200$ V $\sim$ 1 % + 3 dgt. $\leq 20$ mA $\sim$ 1,8 % + 3 dgt. $\leq 2$ A $\sim$ 3 % + 3 dgt. $> 2$ A $\sim$ 0,5 % + 3 dgt. $< 200$ $\Omega$

## 5 Versuchsdurchführung & Messergebnisse

Alle Schaltungen werden nach dem Anschluss an die Spannungsversorgung für mindestens eine Minute eingefahren, so dass die Komponenten, vor allem die Glühlampen, Betriebstemperatur erreichen und sich die Messwerte dadurch stabilisieren.

### 5.1 Zweiphasen ohmsch

Die Schaltung wird gemäß Abb. 3 aufgebaut und für ca. vier Minuten bei vollen 230 V betrieben so dass die Glühlampe Betriebstemperatur erreicht. Dann wird die Versorgungsspannung in 20 V-Schritten verringert und bei jedem die Messwerte abgelesen und

in Tab. 8 notiert (zur besseren Übersicht in der Auswertung, so dass die gemessene und die berechnete Leistung nebeneinander aufgelistet werden können).

## 5.2 Symmetrische Dreieckschaltung

Die Schaltung wird gemäß Abb. 5 aufgebaut. Dann werden die Messwerte in Tab. 3 notiert.

Tabelle 3: In Schaltung Abb. 5 gemessene Werte.

$I$  ... Strom (Multimeter, E3, Multimeter)

$P$  ... Wirkleistung (Chauvin Arnoux, F19)

$U$  ... Spannung (E23, E24, Multimeter)

$i$	$I_i / A$	$P_i / W$	$i$	$U_i / V$
1	0,45 $\pm$ 0,04	160 $\pm$ 1,6	12	395,0 $\pm$ 2,0
2	0,470 $\pm$ 0,010	164 $\pm$ 0,9	23	395,0 $\pm$ 2,0
3	0,44 $\pm$ 0,04		31	400 $\pm$ 8
31	0,265 $\pm$ 0,004			

## 5.3 Symmetrische Sternschaltung

Die Schaltung wird zur Sternschaltung Abb. 6 umgesteckt um dann die Messwerte in Tab. 4 einzutragen.

Tabelle 4: In Schaltung Abb. 6 gemessene Werte.

$I$  ... Strom (Multimeter, E3, Multimeter)

$P$  ... Wirkleistung (Chauvin Arnoux, F19)

$U$  ... Spannung (E23, E24, Multimeter)

$i$	$I_i / mA$	$P_i / W$	$i$	$U_i / V$
1	190 $\pm$ 4	70,0 $\pm$ 0,7	1	228,0 $\pm$ 1,2
2	212 $\pm$ 4	68,0 $\pm$ 0,4	2	395,0 $\pm$ 1,2
3	205 $\pm$ 4		3	232 $\pm$ 6
0	12,00 $\pm$ 0,18			

## 5.4 Asymmetrische Sternschaltung

In der Schaltung werden nur die Lasten asymmetrisch umverteilt (Strang 1: 1x60 W, 2: 2x75 W, 3: 2x60 W+1x75 W); die resultierenden Messwerte werden in Tab. 5 aufgetragen.

Tabelle 5: In der asymmetrischen Abwandlung von Schaltung Abb. 6 (Strang 1: 1x60 W, 2: 2x75 W, 3: 2x60 W+1x75 W) gemessene Werte.

$I$  ... Strom (Multimeter, E3, Multimeter, VII/1106/6)

$P$  ... Wirkleistung (Chauvin Arnoux, F19)

$U$  ... Spannung (E23, E24, Multimeter)

$i$	$I_i / \text{mA}$		$P_i / \text{W}$		$U_i / \text{V}$	
1	240	$\pm 5$	65,0	$\pm 0,7$	226,0	$\pm 1,2$
2	236	$\pm 4$	56,00	$\pm 0,28$	228,0	$\pm 1,2$
3	136,9	$\pm 2,5$			232	$\pm 6$
0	92,0	$\pm 1,4$				

## 5.5 Asymmetrische Sternschaltung mit Bruch

Das Strommessgerät für  $I_0$  wird gegen ein Spannungsmessgerät ( $U_0$ ) ausgetauscht. Die neuen Messwerte werden in Tab. 6 notiert.

Tabelle 6: In der asymmetrischen Abwandlung von Schaltung Abb. 6 (Strang 1: 1x60 W, 2: 2x75 W, 3: 2x60 W+1x75 W, mit Bruch) gemessene Werte.

$I$  ... Strom (Multimeter, E3, Multimeter)

$P$  ... Wirkleistung (Chauvin Arnoux, F19)

$U$  ... Spannung (E23, E24, Multimeter, E3)

$i$	$I_i / \text{mA}$		$P_i / \text{W}$		$U_i / \text{V}$	
1	230	$\pm 5$	67,5	$\pm 0,7$	200,0	$\pm 1,0$
2	234	$\pm 4$	60,0	$\pm 0,3$	222,0	$\pm 1,2$
3	177	$\pm 4$			269	$\pm 7$
0					40,0	$\pm 0,6$

## 5.6 Allgemeine Sternschaltung

Der Bruch wird wieder geschlossen, und die Lasten werden gemäß Abb. 7 mit Blindwiderständen versehen. Die Messwerte werden in Tab. 7 festgehalten.

Tabelle 7: In Schaltung Abb. 7 gemessene Werte.

$I$  ... Strom (Multimeter, E3, Multimeter, E22)

$P$  ... Wirkleistung (alle Chauvin Arnoux)

$Q$  ... Blindleistung (alle Chauvin Arnoux)

$U$  ... Spannung (Multimeter, G2, E24, E23, E3)

$i$	$I_i / \text{mA}$		$P_i / \text{W}$		$Q_i / \text{var}$		$i$	$U_i / \text{V}$	
1	1550	$\pm 28$	350	$\pm 4$	10,00	$\pm 0,10$	1	230,2	$\pm 1,2$
2	320	$\pm 5$	70,0	$\pm 0,7$	50,0	$\pm 0,5$	$R_2$	212,0	$\pm 1,1$
3	1530	$\pm 28$	340	$\pm 4$	-160,0	$\pm 1,6$	$C$	85,0	$\pm 0,5$
0	1500	$\pm 23$					$R_3$	233,0	$\pm 1,2$
							$L$	47,00	$\pm 0,24$

## 6 Auswertung

In der Auswertung werden zur erhöhten Genauigkeit durchgehend ungerundete Werte bis zu den Endergebnissen verwendet und nur zur Darstellung gerundet.

Zur Berechnung der Unsicherheiten wird, wenn nicht anders angegeben, die Größtunsicherheitsmethode verwendet.

Für alle gefragten Werte wird eine Unsicherheitsberechnung durchgeführt (meistens Leistungen). Für die Werte welche in den Zeigerdiagrammen benötigt werden wurde die Unsicherheitsberechnung vernachlässigt, da diese Werte nicht explizit gefragt wurden, nur für die Zeichnung, in welcher keine Unsicherheitsbereiche markiert werden, benötigt werden und diese zu aufwändig wären um sie in einer kleinen Nebenrechnung durchzuführen.

### 6.1 Zweiphasen ohmsch

Zu den Messwerten der Spannung  $U$  und des Stromes  $I$  in Tab. 8 wird mithilfe von Glg. 4 (Glg. 1 mit Unsicherheitsberechnung) neben der Spalte mit der direkt gemessenen Leistung  $P$  eine weitere mit der berechneten Leistung  $P_{UI}$  hinzugefügt.

$$P = UI \quad \Delta P = U\Delta I + I\Delta U \quad (4)$$

Tabelle 8: In Schaltung Abb. 3 gemessene Spannung, Strom und der daraus berechneten Leistung, sowie die direkt gemessenen Leistung.

$U$  ... Spannung (Multimeter)

$I$  ... Strom (Multimeter)

$P$  ... mit dem Leistungsmessgerät gemessene Leistung (Chauvin Arnoux)

$P_{UI}$  ... aus  $U$  &  $I$  berechnete Leistung (Glg. 4)

$U / V$		$I / mA$		$P / W$	$P_{UI} / W$
230	$\pm 4$	263	$\pm 6$	57,5 $\pm$ 0,6	60,3 $\pm$ 2,0
210,4	$\pm 2,9$	251	$\pm 5$	52,5 $\pm$ 0,6	52,8 $\pm$ 1,8
190,3	$\pm 1,9$	238	$\pm 5$	45,0 $\pm$ 0,5	45,3 $\pm$ 1,4
169,6	$\pm 1,7$	224	$\pm 5$	37,5 $\pm$ 0,4	38,0 $\pm$ 1,2
150,2	$\pm 1,6$	210	$\pm 5$	32,5 $\pm$ 0,4	31,5 $\pm$ 1,0
130,1	$\pm 1,4$	195	$\pm 4$	25,00 $\pm$ 0,25	25,3 $\pm$ 0,8
110,2	$\pm 1,2$	179	$\pm 4$	20,00 $\pm$ 0,20	19,7 $\pm$ 0,6
89,7	$\pm 1,1$	161	$\pm 4$	15,00 $\pm$ 0,15	14,4 $\pm$ 0,5
70,5	$\pm 0,9$	142,7	$\pm 2,9$	10,00 $\pm$ 0,10	10,1 $\pm$ 0,4
49,8	$\pm 0,7$	121,5	$\pm 2,5$	7,50 $\pm$ 0,08	6,05 $\pm$ 0,21
30,9	$\pm 0,6$	99,7	$\pm 2,1$	5,00 $\pm$ 0,05	3,08 $\pm$ 0,12
9,9	$\pm 0,4$	66,7	$\pm 1,6$	0,00 $\pm$ 0,00	0,66 $\pm$ 0,05

Die Werte werden in Abb. 9 aufgetragen und mithilfe der Methode der kleinsten Quadrate wird der Widerstand  $R$  aus Glg. 1 zu  $P$  mit  $820 \Omega$  gefittet.

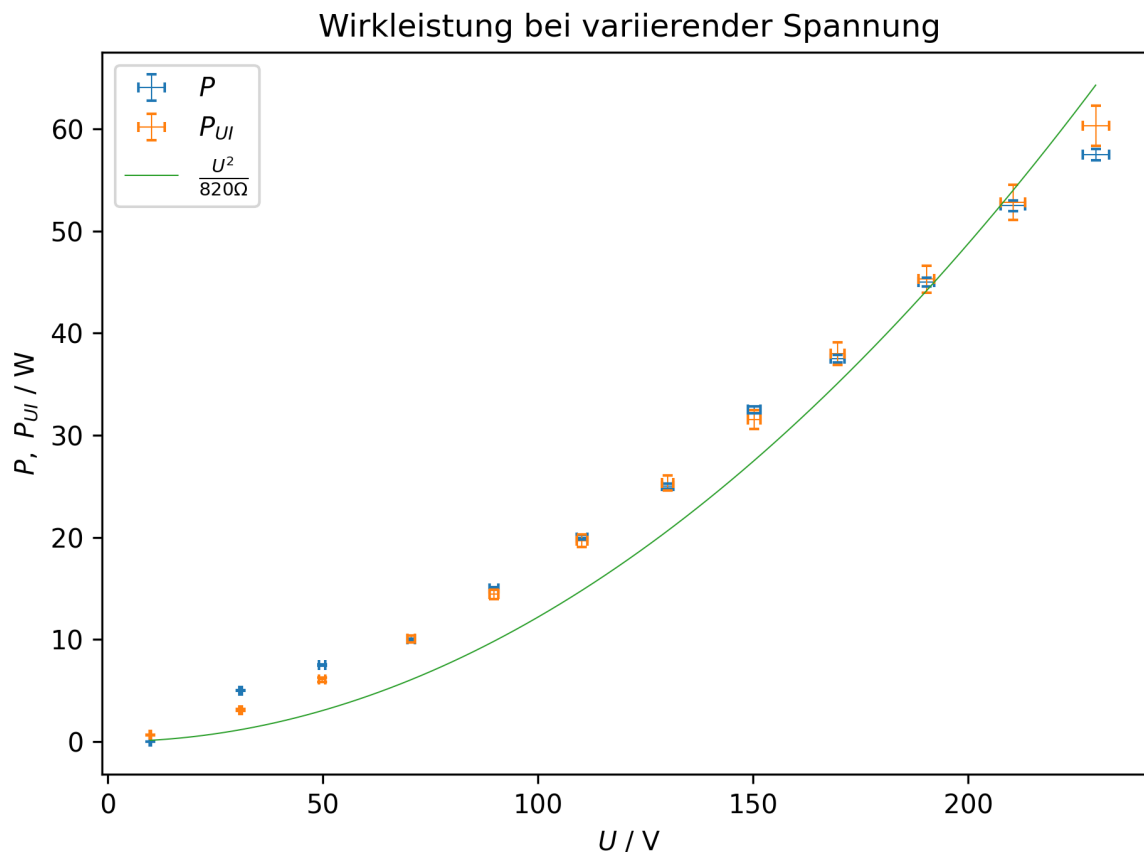


Abbildung 9: Gemessene und berechnete Leistung  $P$  &  $P_{UI}$  bei der Versorgungsspannung  $U$  aus Tab. 8. Der Widerstand  $R$  aus Glg. 1 wird zu  $P$  mit  $820\Omega$  gefittet.

## 6.2 Symmetrische Dreieckschaltung

Zur Berechnung der Strangleistungen werden die Strangströme  $I_{12}, I_{23}, I_{31}$  benötigt,  $I_{31}$  wurde gemessen,  $I_{12}$  wird aus den Leiterströmen lt. Glg. 5 (abgeleitet von Abb. 2) berechnet,  $I_{23}$  ebenso analog.

$$I_1 = |I_{12} \angle 30^\circ + I_{31} \angle 150^\circ| = \sqrt{I_{12}^2 + I_{31}^2 + I_{12}I_{31}}$$

$$\Rightarrow I_{12} = \sqrt{I_1^2 - \frac{3}{4}I_{31}^2 - \frac{1}{2}I_{31}} \quad \Delta I_{12} = \frac{1}{I_{12} + \frac{1}{2}I_{31}} \left( I_1 \Delta I_1 + \left( I_{31} + \frac{1}{2}I_{12} \right) \Delta I_{31} \right) \quad (5)$$

Die Gesamtleistung  $P$  ergibt sich gemäß Glg. 6 (Glg. 2.2 mit Unsicherheitsberechnung) aus den beiden Leistungen  $P_1$  &  $P_2$ .

$$P = P_1 + P_2 \quad \Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 \quad (6)$$

Die berechneten Werte werden in Tab. 9 aufgelistet.



Tabelle 9: Berechnete Strangströme, -leistungen und Gesamtleistung.

 $I_i$  ... Strangstrom (Glg. 5 & Tab. 3) $P_i$  ... Strangleistung (Glg. 1 & Tab. 3) $P$  ... Gesamtleistung (Glg. 6 & Tab. 3)

$i$	$I_i / \text{A}$	$P_i / \text{W}$	$P / \text{W}$
12	$0,25 \pm 0,10$	$100 \pm 70$	$324,0 \pm 2,5$
23	$0,278 \pm 0,023$	$110 \pm 14$	
31		$106 \pm 4$	

### 6.3 Symmetrische Sternschaltung

Für die Sternschaltung Abb. 6 berechnen sich die Strangleistungen wie bereits für die Dreiecksschaltung mit Glg. 4; für die Gesamtleistung müssen jedoch nun alle Strangleistungen gemäß Glg. 7 addiert werden.

$$P = P_1 + P_2 + P_3 \quad \Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 \quad (7)$$

Die berechneten Werte werden in Tab. 10 aufgelistet.

Tabelle 10: Berechnete Strang- sowie Gesamtleistung.

 $P_i$  ... Strangleistung (Glg. 4 & Tab. 4) $P$  ... Gesamtleistung (Glg. 7 & Tab. 4)

$i$	$P_i / \text{W}$	$P / \text{W}$
1	$43,3 \pm 1,1$	$139 \pm 5$
2	$48,3 \pm 1,0$	
3	$47,6 \pm 2,1$	

### 6.4 Asymmetrische Sternschaltung

Für die asymmetrische Sternschaltung werden die Berechnungen gleich wie für die symmetrische Sternschaltung durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tab. 11 einzusehen.

Tabelle 11: Berechnete Strang- sowie Gesamtleistung.

 $P_i$  ... Strangleistung (Glg. 1 & Tab. 5) $P$  ... Gesamtleistung (Glg. 7 & Tab. 5)

$i$	$P_i / \text{W}$	$P / \text{W}$
1	$54,2 \pm 1,3$	$140 \pm 4$
2	$53,8 \pm 1,1$	
3	$31,7 \pm 1,4$	

Für das Zeigerdiagramm werden die gemessenen Strangspannungen  $U_{1/2/3}$  & -ströme  $I_{1/2/3}$  aus Tab. 5 mit ideal angenommenen Phasenwinkeln ( $0^\circ / -120^\circ / -240^\circ$ ) deg in Abb. 10 aufgetragen. Für den fehlenden Phasenwinkel des Nulleiterstromes  $\underline{I}_0$  wird die Maschensumme des Sternpunktes ( $0 = \underline{I}_0 + \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$ ) zu Glg. 8 umgeformt.

$$\arg \underline{I}_0 = \arg (\underline{I}_1 \angle 0^\circ + \underline{I}_2 \angle -120^\circ + \underline{I}_3 \angle -240^\circ) = -238^\circ \quad (8)$$

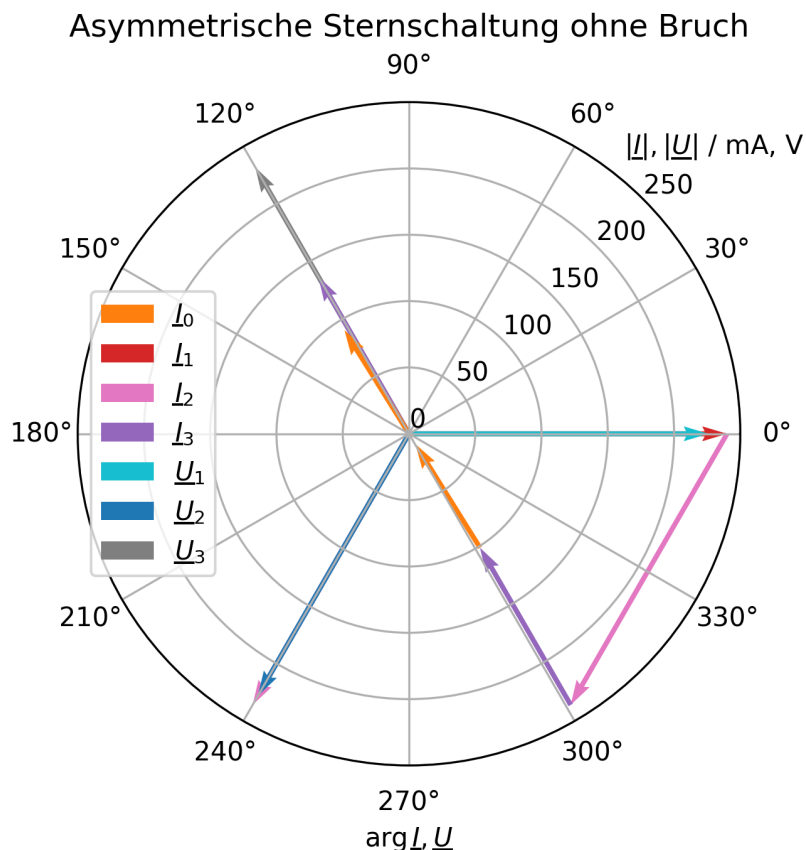


Abbildung 10: Gemessene Strangspannungen  $U_{1/2/3}$  & -ströme  $I_{1/2/3}$  aus Tab. 5 mit ideal angenommenen Phasenwinkeln ( $0/-120/-240$ ) deg, sowie gemessener Nulleiterstrom  $I_0$  unter Phasenwinkel lt. Glg. 8. Das Strom Drei- bzw. Viereck wurde ebenfalls eingezeichnet um die Herleitung des Phasenwinkels von  $\underline{I}_0$  Glg. 8 grafisch zu veranschaulichen.

## 6.5 Asymmetrische Sternschaltung mit Bruch

Für die asymmetrische Sternschaltung mit Bruch werden die Berechnungen gleich wie für die asymmetrische Sternschaltung ohne durchgeführt. Die berechneten Werte werden in Tab. 12 notiert.

Tabelle 12: Berechnete Leiter- sowie Gesamtleistung.

$P_i$  ... Strangleistung (Glg. 1 & Tab. 6)

$P$  ... Gesamtleistung (Glg. 7 & Tab. 6)

$i$	$P_i / W$	$P / W$
1	46,0 ± 1,1	146 ± 5
2	51,9 ± 1,1	
3	47,6 ± 2,0	

Zum Erstellen des Zeigerdiagrammes fehlen die Phasenwinkel der Spannungen  $U_{0/1/2/3}$ . In Abb. 11 kann erkannt werden dass gilt  $\underline{U}_i = \underline{U}_0 + \underline{U}_{iN}$  (Leiterspannungen ideal als  $\underline{U}_{1/2/3} = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle (0/-120/-240) \text{ deg}$ ). Dies kann auf Glg. 9 umgeformt (Komponentengleichungen quadriert & addiert) werden. Für ein Ergebnis der Phase von  $\underline{U}_0$  werden die

Ergebnisse der drei Stränge gemittelt.

$$\arg \underline{U}_0 = \text{Avg} \left( \arccos \frac{U_1^2 - U_0^2 - U_{1N}^2}{2U_0U_{1N}}, \right. \\ \left. \arccos \frac{U_2^2 - U_0^2 - U_{2N}^2}{2U_0U_{2N}} - 120 \text{ deg}, \right. \\ \left. \arccos \frac{U_3^2 - U_0^2 - U_{3N}^2}{2U_0U_{3N}} - 240 \text{ deg} \right) = -224 \text{ deg} \quad (9)$$

Mit dem nun vollständig bestimmten  $\underline{U}_0 = U_0 \angle -224 \text{ deg}$  und den ideal angenommenen Leiterspannungen  $U_{1/2/3N}$  können auch die Phasen der Strangspannungen  $U_{1/2/3}$  bestimmt werden.

$$\arg \underline{U}_i = \arg (\underline{U}_0 + \underline{U}_{iN}) \quad (10)$$

$$\arg \underline{U}_1 = 8 \text{ deg} \quad \arg \underline{U}_1 = -130 \text{ deg} \quad \arg \underline{U}_1 = -238 \text{ deg}$$

Da nun alle Phasenwinkel bekannt sind, können die gemessenen Werte unter diesen im Zeigerdiagramm 11 eingetragen werden.

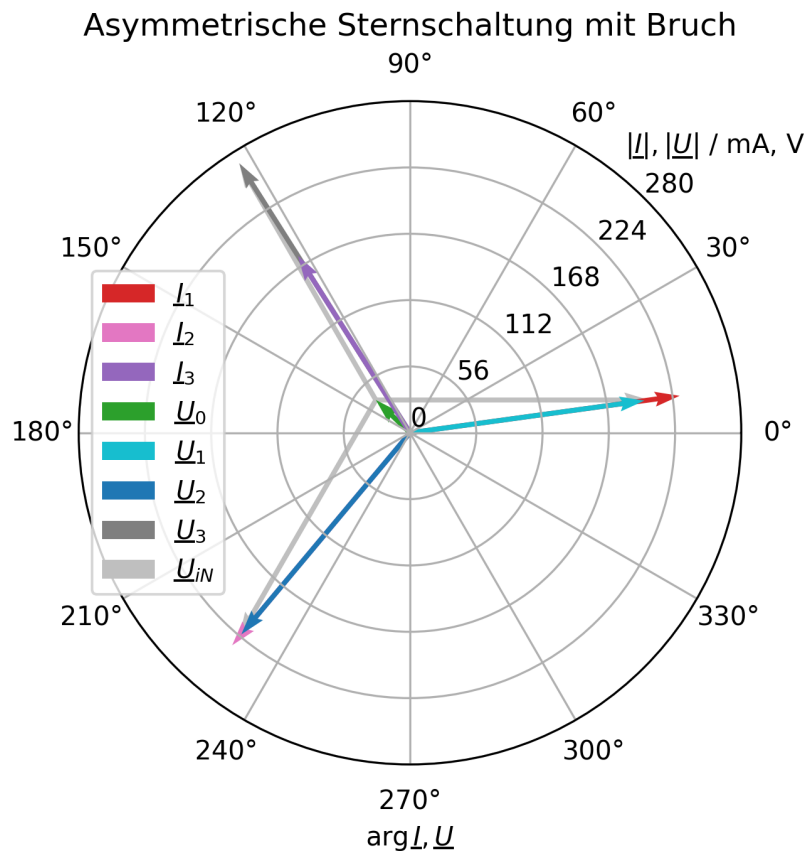


Abbildung 11: Gemessene Strangspannungen  $U_{1/2/3}$  & -ströme  $I_{1/2/3}$  sowie Verlagerungsspannung  $U_0$  aus Tab. 6 unter Phasenwinkeln lt. Glg. 10 bzw. lt. Glg. 9. Ebenfalls eingetragen sind die ideal angenommenen Leiterspannungen  $\underline{U}_{1/2/3} = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle (0/ -120/ -240) \text{ deg}$ .

## 6.6 Allgemeine Sternschaltung

Die Wirk- & Blindleistung  $P$  &  $Q$  ergeben sich wie bei den vorherigen beiden Sternschaltungen lt. Glg. 7 mit den gemessenen Strangleistungen aus Tab. 7:

$$P = (760,0 \pm 7,6) \text{ W} \quad Q = (220,0 \pm 2,2) \text{ Var}$$

Aus diesen beiden kann die Scheinleistung  $S$  mithilfe von Glg. 11 (Glg. 3 nur mit Unsicherheitsberechnung) berechnet werden.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \Delta S = \frac{1}{S} (P\Delta P + Q\Delta Q) \quad (11)$$

$$S = (791 \pm 8) \text{ VA}$$

Die Widerstände, Kapazität & Induktivität sowie die Leiterspannungen werden ideal (Phase  $(0, -90 \& + 90) \text{ deg}$  bzw.  $(0 / - 120 / - 240) \text{ deg}$ ) angenommen. Deshalb können die fehlenden Phasenwinkel in Glg. 12 aus den Maschengleichungen der Stränge 2 & 3 ( $U_2 \angle -120 \text{ deg} = \underline{U}_{R2} + U_C \angle (\arg \underline{U}_{R2} - 90 \text{ deg})$  &  $U_3 \angle -240 \text{ deg} = \underline{U}_{R3} + U_L \angle (\arg \underline{U}_{R3} + 90 \text{ deg})$ ) umgeformt, oder einfacher grafisch aus Tab. 12 hergeleitet werden.

$$\begin{aligned} \arg \underline{U}_{R2} &= -120 \text{ deg} + \arctan \frac{U_C}{U_{R2}} = -98 \text{ deg} & \arg \underline{U}_C &= \arg \underline{U}_{R2} - 90 \text{ deg} = -188 \text{ deg} \\ \arg \underline{U}_{R3} &= -240 \text{ deg} - \arctan \frac{U_L}{U_{R3}} = -251 \text{ deg} & \arg \underline{U}_L &= \arg \underline{U}_{R3} + 90 \text{ deg} = -132 \text{ deg} \end{aligned} \quad (12)$$

Der Winkel des Nullleiterstromes  $\underline{I}_0$  folgt wie beim asymmetrischen Stern lt. Glg. 8 zu  $\arg \underline{I}_0 = -132 \text{ deg}$  aus dem Strömedrei- bzw. Viereck. Mit nun allen bekannten Phasenwinkeln werden die gemessenen Spannungen & Ströme aus Tab. 7 unter diesen im Zeigerdiagramm Abb. 12 eingezeichnet.

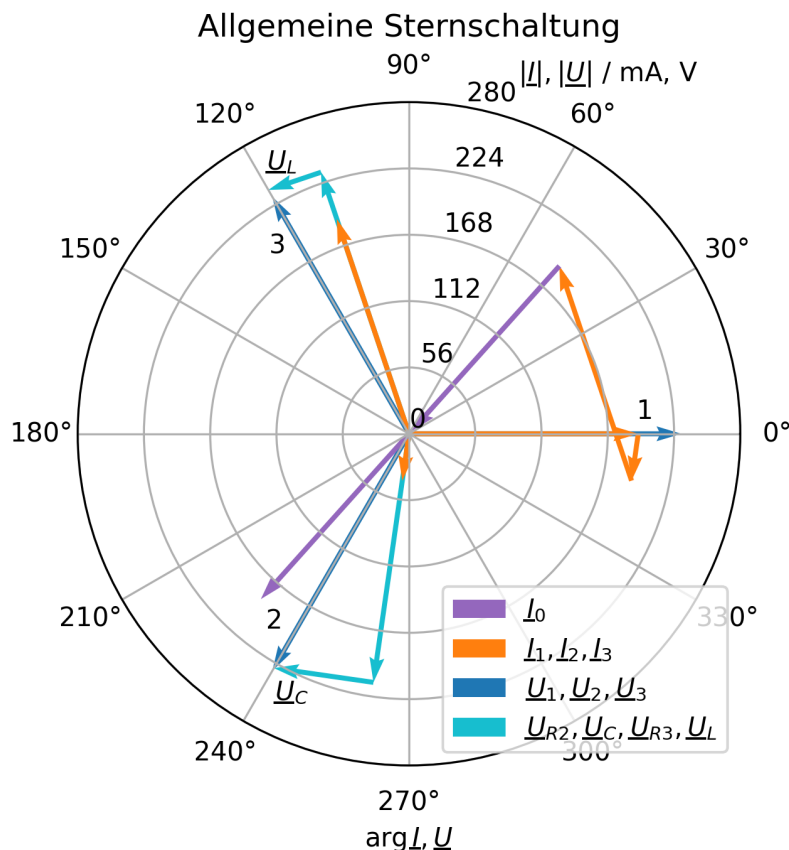


Abbildung 12: Gemessene Strang- & Teilstrangspannungen  $U_{1/R2/C/R3/L}$  & -ströme  $I_{1/2/3}$  aus Tab. 7 unter Phasenwinkeln lt. Glg. 12, gemessener Nulleiterstrom  $I_0$  unter Phasenwinkel lt. Glg. 8 sowie ideal angenommene Strangspannungen  $U_{2/3} = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle (-120^\circ / -240^\circ)$  deg. Das Strom Drei- bzw. Viereck wurde ebenfalls eingezeichnet um die Herleitung des Phasenwinkels von  $\underline{I}_0$  Glg. 8 grafisch zu veranschaulichen.

## 7 Diskussion

Der Leistungsverlauf der Glühlampe in Abb. 9 verläuft linearer als die gefittete Parabel, dies liegt wahrscheinlich an dem sich mit der Temperatur verändernde Widerstand der Glühlampe. Bei niedrigerer Spannung  $U$  fällt die Leistung, damit die Temperatur und in weiterer Folge der Widerstand  $R$  (PTC) geringer aus; die Leistung  $P = \frac{U^2}{R}$  steigt über die Parabel. Bei höheren Spannungen analog entgegengesetzt.

Die Unsicherheit der Strangleistung  $P_{12} = (100 \pm 70) \text{ W}$  in Tab. 9 der Dreiecksschaltung fällt relativ hoch aus, was auf die leicht erhöhte Unsicherheit des Strangstromes  $I_{12} = (0,25 \pm 0,10) \text{ A}$  (dessen Unsicherheit stammt aus der quadratischen Glg. 5) welche in Glg. 4 durch  $U_{12} = (395,0 \pm 2,0) \text{ V}$  potenziert wird. Hierbei hätte deshalb zur Messung von  $I_1$  das genauere analoge Strommessgerät anstatt dem Multimeter verwendet werden sollen.

Das Verhältnis der Leistung der Dreieckschaltung  $P = (324,0 \pm 2,5) \text{ W}$  (Tab. 9) zur Leistung der Sternschaltung  $P = (139 \pm 5) \text{ W}$  (Tab. 10) liegt bei  $2,32 \pm 0,09$  und nicht

wie bei gleichen Strängen zu erwarten bei 3. Der Wert liegt zwar in der Nähe, jedoch schließt das Unsicherheitsintervall den Erwartungswert 3 nicht ein. Dies kann womöglichweise nicht an einem Mess- bzw. Auswertefehler liegen, sondern wie bereits bei der ZweiphasenGlühlampe an dem veränderlichen Widerstand der Glühlampen. Bei der Dreieckschaltung werden größere Leistungen als bei der Sternschaltung umgesetzt, weshalb die Glühlampen heißer und höherohmig werden, weshalb die Leistung und damit das Verhältnis geringer ausfällt.

In der allgemeinen Sternschaltung wurde auf dem reellen Strang 1 eine Blindleistung  $Q_1 = (10,00 \pm 0,10)$  var gemessen. Diese ist zwar geringer als die der beiden anderen Impedanzen (abs.  $> (50,0 \pm 0,5) \Omega$ , Tab. 7), jedoch weist dies auf eine nicht berücksichtigte Ungenauigkeit bzw. einen Messfehler hin. Die Blindleistung  $Q$  würde eine (im Versuch vernachlässigte) Reaktanz von  $X_1 = (5,23 \pm 0,11) \text{ k}\Omega$  (Glg. 4 + Tab. 7) und damit eine parasitäre Kapazität von  $C = (601 \pm 13) \text{ nF}$  bzw. Induktivität von  $L = (16,9 \pm 0,4) \text{ H}$  (Glg. 2) benötigen, welche den Parametern von üblichen Kondensatoren & Spulen in Kleinelektronikschaltungen entsprechen. Daher besteht die Möglichkeit dass im Aufbau (vor allem Kabel, Steckbrett & Glühbirne) genügend parasitäre Reaktanz vorhanden ist um diese Blindleistung herbeizurufen. Bei einer erneuten Durchführung sollte dies geprüft werden um somit die Blindleistung oder das Vorhandensein eines Messfehler zu erklären.

Die Zeigerdiagramme sehen aus wie erwartet (Längen & Richtungen der Zeiger, Kreise schließen sich nahezu perfekt), was auf eine fehlerfreie Durchführung & Auswertung schließen lässt. (In den Zeichnungen wurden die tatsächlich gemessenen Werte als Längen verwendet, und nur die Phasen aus diesen berechnet. In der Sternschaltung ohne Bruch Abb. 11 sowie der allgemeinen Sternschaltung Abb. 12 schließt sich das Stromviereck des Sternpunktes bis auf wenige Milliampere, in der Sternschaltung mit Bruch Abb. 12 bilden die Strangspannungen bis auf wenige Volt Abweichung das Leiterspannungsdreieck.)

## 8 Zusammenfassung

Die Leistung  $P$  der an Zweiphasenwechselspannung betriebenen Glühlampe Abb. 3 wurde gemessen bzw. berechnet und in Tab. 8 aufgelistet bzw. in Abb. 9 aufgetragen & gefittet.

Die Strangleistungen  $P_i$  sowie die Gesamtleistung  $P$  der Dreieckschaltung Abb. 5 wurden ermittelt und in Tab. 9 vermerkt (hier erneut zur Übersicht).

$$P_{12} = (100 \pm 70) \text{ W} \quad P_{23} = (110 \pm 14) \text{ W} \quad P_{31} = (106 \pm 4) \text{ W} \quad P = (324,0 \pm 2,5) \text{ W}$$

Die Strangleistungen  $P_i$  sowie die Gesamtleistung  $P$  der Sternschaltung Abb. 6 wurden berechnet und in Tab. 10 notiert (hier erneut zur Übersicht).

$$P_1 = (43,3 \pm 1,1) \text{ W} \quad P_2 = (48,3 \pm 1,0) \text{ W} \quad P_3 = (47,6 \pm 2,1) \text{ W} \quad P = (139 \pm 5) \text{ W}$$

Ebenso wurde mit der asymmetrischen Sternschaltung verfahren (Tab. 11). Das zugehörige Zeigerdiagramm Abb. 10 wurde erstellt.

$$P_1 = (54,2 \pm 1,3) \text{ W} \quad P_2 = (53,8 \pm 1,1) \text{ W} \quad P_3 = (31,7 \pm 1,4) \text{ W} \quad P = (140 \pm 4) \text{ W}$$

Analog für die asymmetrische Sternschaltung mit Bruch (Tab. 12, Abb. 10).

$$P_1 = (46,0 \pm 1,1) \text{ W} \quad P_2 = (51,9 \pm 1,1) \text{ W} \quad P_3 = (47,6 \pm 2,0) \text{ W} \quad P = (146 \pm 5) \text{ W}$$

Die Gesamtleistungen der allgemeinen Sternschaltung Abb. 7 (Glg. 6.6, Glg. 11) wurden berechnet und das Zeigerdiagramm Abb. 12 wurde erstellt.

$$P = (760,0 \pm 7,6) \text{ W} \quad Q = (220,0 \pm 2,2) \text{ Var} \quad S = (791 \pm 8) \text{ VA}$$

## Literatur

- [1] TU Graz TeachCenter. *"Fortgeschrittenenpraktikum Technische Physik 1 (WS)". Kurs: PHYM40UF.* (besucht am 21WS 20.01.2022). URL: <https://tc.tugraz.at/main/course/view.php?id=3855>.

## Anhang

Die Auswertung fand mithilfe von Python mit Numpy & Matplotlib statt. Die Zeigerdiagramme können mit dem Wrapper für `matplotlib.pyplot.quiver` im folgenden Snippet effizient erstellt werden. Die Unterstriche der komplexen Größen wurden aufgrund von Software-Kompatibilitätsproblemen nachträglich im Bild hinzugefügt.

```
from cmath import *
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def quiv(ax, start, d, **kwargs):
    end = start + d
    ax.quiver(phase(start), abs(start), phase(end)-phase(start),
              abs(end)-abs(start),
              angles='xy', scale_units='xy', scale=1, **kwargs)

fig, ax = plt.subplots(figsize=(6.4, 4.8), subplot_kw={'polar': True})

quiv(ax, 0, rect(400/np.sqrt(3), 0), label='$U_1$', color='C0')
quiv(ax, 0, rect(400/np.sqrt(3), -2*np.pi/3), label='$U_2$', color='C1')
quiv(ax, 0, rect(400/np.sqrt(3), -4*np.pi/3), label='$U_3$', color='C2')

ax.set_xticks(np.radians(np.linspace(0, 360, 12, endpoint=False)))
ax.set_xlabel('$\\arg U$')
ax.set_ylim(0, 250)
ax.set_yticks(np.linspace(0, 250, 6))
ax.set_rlabel_position(45)
ax.set_ylabel('$|U|/V$', rotation=0)
ax.yaxis.set_label_coords(0.90, 0.91)

plt.title('Zeigerdiagramm_Demo')
plt.legend(loc='center_left')
plt.tight_layout()
plt.savefig('anhang_demo.png', dpi=300)
```

