

Leistungsmessung im Wechsel- und Drehstromnetz

Dipl. Ing. Reingruber Herbert / Mag. Nachtnebel Manfred

Stichworte zur Vorbereitung

Wechselstromgrößen, Drehstrom, **Zeigerdiagramme**, Kirchhoffsche Gesetze, Strom, Spannung, Impedanz, Leistung, Arbeit, Drehstrom-Asynchronmotor

Empfohlene Literatur

Skriptum Experimentalphysik II

Anmerkung: *In diesem Text wird bei elektrischen Größen unterschieden zwischen momentanen und Effektivwerten, sowie den zugeordneten komplexen Größen. Die Schreibweise der verwendeten Formelzeichen stammt aus der neueren einschlägigen Literatur: Für zeitabhängige Größen werden Kleinbuchstaben verwendet, Effektivwerte und Beträge komplexer Größen werden mit Großbuchstaben geschrieben, komplexe Größen mit unterstrichenen Großbuchstaben.*

Allgemeine Hinweise bezüglich Protokollabgabe:

Grundsätzlich soll das Protokoll per E-Mail (florian.lackner@tugraz.at) innerhalb von zwei Wochen (nach der Messung im Labor) digital abgegeben werden. Ob die Formatierung in \LaTeX / openOffice / MS-Word o.ä. erfolgt steht jeder Gruppe frei, sollte aber als (nicht schreibgeschütztem) PDF-File übermittelt werden. Hierbei sollte folgende Nomenklatur des Dateinamens eingehalten werden (mittels „Unterstrich“ getrennt):

1. Datum des Praktikumstages (Jahr/Monat/Tag)
2. Gruppennummer
3. Namen alphabetisch geordnet
4. Versuchs-Kürzel: LEIST
5. Nummer 01 für Erstabgabe und 02 für Endabgabe

Bsp: Gruppe 7A, A. Müller & S. Maier, Messung am 17. Okt. 2016, Erstabgabe

→ **20161017_7A_Maier_Mueller_LEIST_01**

Nach erfolgter Erstabgabe werden Ihnen Verbesserungsvorschläge per E-Mail zugesendet, welche in die Endabgabe eingearbeitet werden sollten. Grundsätzlich soll im Protokoll eine bis eineinhalb A4 Seite(n) für die Ausführungen der verwendeten Grundlagen vorgesehen werden. Es wird vor allem auf die Richtigkeit der **VIER Zeigerdiagramme** und der **Fehlerangaben passend zu den Werten** (bei jeder gemessenen und berechneten Größe) Wert gelegt. Die Zeigerdiagramme können z.B. im angegebenen Freeware-Programm geogebra (<https://www.geogebra.org/>) erstellt werden, ist aber nicht zwingend notwendig. Diese können auch mittels jeder anderen Software (MATLAB, python, etc.) oder händischer Zeichnung (mit anschließendem Scannen/Fotografieren) erstellt werden.

1 Elektrische Leistung

Im Wechselstromkreis sind im Allgemeinen Strom $i(t)$ und Spannung $u(t)$ phasenverschoben. Die im Stromkreis übertragene Leistung $p(t)$ ist zunächst nur momentan zu betrachten als das Produkt $p(t) = u(t) \cdot i(t)$. Es ergibt sich eine Leistungskurve, pulsierend mit doppelter Netzfrequenz (Abb. 1).

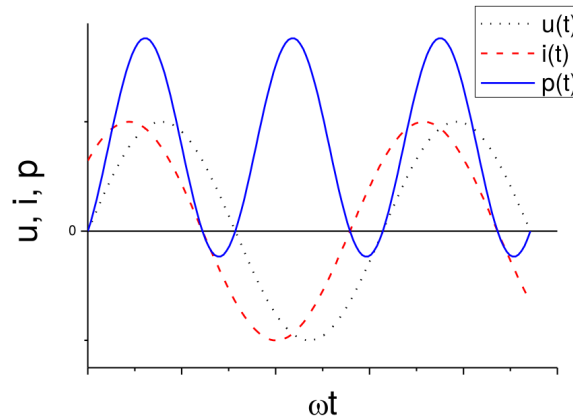


Abbildung 1: Zeitlicher Verlauf der elektrischen Leistung $p(t)$ für sinusförmigen Strom- und Spannungsverlauf $u(t)$, $i(t)$. Im dargestellten Fall ist der Verbraucher ohmsch-kapazitiv und man erkennt weiters, dass die Leistung zu bestimmten Zeiten negativ wird.

Es zeigt sich, dass das Produkt aus Strom und Spannung teils positiv, teils negativ ist. In den Zeiten mit positiver Leistungsfunktion wird Energie vom Erzeuger zum Verbraucher transportiert, bei negativer Leistungsfunktion kehrt sich die Transportrichtung um. Möglich ist dies, da kapazitive und induktive Verbraucher elektrische Energie sowohl speichern als auch wieder abgeben können.

Die Wirkleistung (auch: Verbraucherleistung) P ist der arithmetische Mittelwert der Leistungskurve, also die durchschnittlich vom Erzeuger zum Verbraucher transportierte Energie pro Zeiteinheit. In anderen Worten also jene elektrische Energie, die in eine andere Energieform umgewandelt wird. In einem Wechselstromkreis, in dem die Spannung u und der Strom i periodische Funktionen der Zeit mit Periodendauer T sind, ist die Wirkleistung als zeitlicher Mittelwert definiert durch

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt \quad (1)$$

Die Wirkleistung ist stets kleiner oder für rein ohmsche Verbraucher gleich dem Produkt der Effektivwerte U_{eff} und I_{eff} , der Scheinleistung S :

$$S = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = \frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T u^2(t)dt \int_0^T i^2(t)dt} \quad (2)$$

Die Scheinleistung S gibt Auskunft über die „Größe“ einer elektrischen Anlage. In die Scheinleistung von Motoren, Transformatoren, usw. geht über I der erforderliche Leiterquerschnitt und über U der nötige Isolationsaufwand ein.

Das Verhältnis von Wirk- zu Scheinleistung wird durch den Leistungsfaktor λ angegeben

$$\lambda = \frac{P}{S} \leq 1 \quad (3)$$

Die Blindleistung Q ist dann durch die Definition

$$Q = \pm S \sqrt{1 - \lambda^2} \quad (4)$$

bestimmt, wobei für die Blindleistung per Definition am induktiven Verbraucher das positive, am kapazitiven Verbraucher das negative Vorzeichen zu wählen ist:

$$Q_L = -Q_C \quad (5)$$

Mit dem Phasenwinkel ϕ zwischen Spannung und Strom ($\phi = \phi_U - \phi_I$) erhält man für rein sinusförmige Größen aus den obigen Definitionsgleichungen

$$S = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \quad (6a)$$

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \phi \quad (6b)$$

$$Q = \pm U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \phi = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (6c)$$

$$\lambda = \cos \phi \quad (6d)$$

Mit einer einfachen Messung von Strom und Spannung wie in der Schaltung in Abb. 2 kann die Wirkleistung nicht gemessen werden, da die Messgeräte den Phasenwinkel nicht bestimmen können. Eine Messung von U und I mit anschließender Multiplikation liefert S .

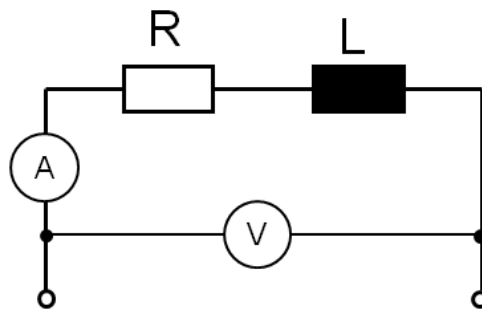


Abbildung 2: Bestimmung der Scheinleistung eines ohmsch-induktiven Verbrauchers mittels U-I-Methode

2 Darstellung elektrischer Wechselgrößen mittels komplexer Zahlen und Zeiger

Sowohl Spannung als auch Strom können formal komplexe Zahlen zugeordnet werden:

$$u(t) = \underline{U}(t) = U_0 e^{i(\omega t + \phi_U)} \quad (7a)$$

$$i(t) = \underline{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \phi_I)}. \quad (7b)$$

$u(t)$ und $i(t)$ stellen also zwei Zeiger der Länge U_0 , bzw. I_0 dar, die mit der Winkelgeschwindigkeit ω in der komplexen Zahlenebene rotieren.

Die (messbaren) Momentanwerte entsprechen dem Realteil dieser Zahlen, oder im geometrischen Sinne, der Projektion der Zeiger auf die reelle Achse.

Es ist überaus zweckmäßig, die Beträge der komplexen Größen nicht gleich den Amplituden zu setzen, sondern gleich den Effektivwerten. Der einzige Unterschied liegt in einem konstanten Faktor, und die vektorielle Addition dieser Größen ergibt wiederum einen Effektivwert, also eine direkt am Messgerät ablesbare Größe.

Mit Einführung der Größen

$$\underline{U} = U_{\text{eff}} e^{i(\omega t + \phi_U)} \quad (8a)$$

$$\underline{I} = I_{\text{eff}} e^{i(\omega t + \phi_I)}, \quad (8b)$$

und ihrer Konjugierten \underline{U}^* , \underline{I}^* kann die Leistung wie folgt ausgedrückt werden:

$$P = \text{Re}(\underline{U}\underline{I}^*) = \text{Re}(\underline{U}^*\underline{I}) \quad (9a)$$

$$S = \sqrt{\underline{U}\underline{U}^*\underline{I}\underline{I}^*} \quad (9b)$$

$$Q = \text{Im}(\underline{U}\underline{I}^*). \quad (9c)$$

Ähnlich wie Ströme, Spannungen oder Widerstände (ohmsche: R oder auch kapazitive; X_C bzw. Induktive: X_L) können so auch Leistungsgrößen in einem Zeigerdiagramm dargestellt werden (Abb. 3).

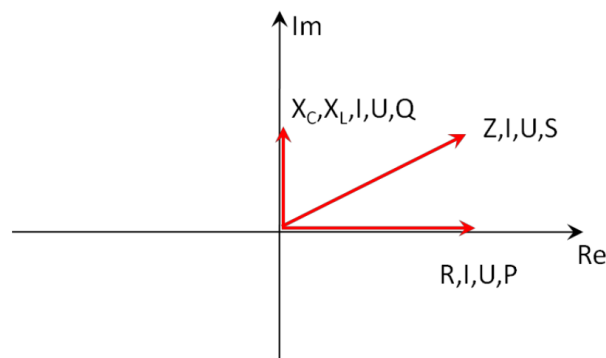


Abbildung 3: Geometrische Darstellung von elektrischen Größen in der komplexen Zahlenebene.

3 Leistungsmessung im Wechselstromkreis

3.1 Direkte Wirkleistungsmessung

Die praktischste Methode zur Leistungsmessung ist das direkte Messverfahren, wo die gemessene Leistung am Messgerät abgelesen werden kann. Dadurch vermeidet man additive Messunsicherheiten, die bei Verwendung mehrerer Messgeräte unvermeidlich sind. Die Messgeräte besitzen einen **Strompfad** und einen **Spannungspfad** und werden durch das folgende Schaltzeichen dargestellt.

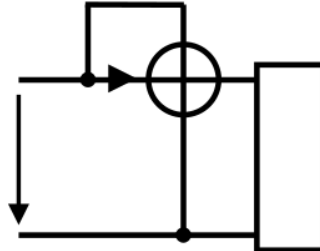


Abbildung 4: Schaltbild eines elektrodynamischen Leistungsmessgeräts mit einem Strom- und Spannungspfad.

Moderne Leistungsmessgeräte errechnen die Leistung entweder durch analoge oder elektronische Multiplikation, nachdem die gemessenen Spannungen und Ströme digitalisiert worden sind. Es erfolgt eine Multiplikation der Zeitfunktion, nicht der Effektivwerte.

Die direkte analoge Leistungsmessung erfolgt mit dem **elektrodynamischen Messwerk**. Abbildung 5 zeigt schematisch den Aufbau dieses Messwerkes. Die nun folgenden Betrachtungen gelten für Gleichstrom und können später auf Wechselstrom erweitert werden.

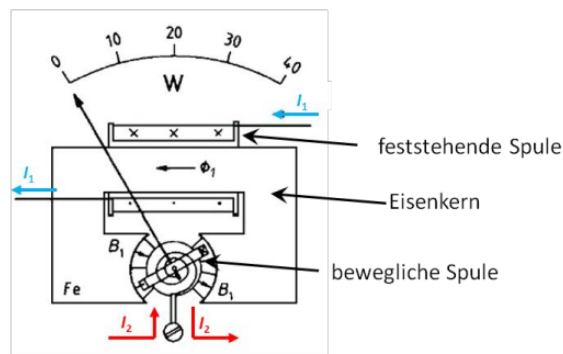


Abbildung 5: Schematische Darstellung des eisengeschlossenen Messwerks.

Der Verbraucherstrom I_1 durchfließt eine feststehende Spule und ruft einen magnetischen Fluss Φ_1 hervor. Die Verbraucherspannung treibt einen Strom I_2 , der über eine Rückstellfeder einer Drehspule zugeführt wird. Im von der Stromspule hervorgerufenen Feld B_1 , wird also nun eine Kraft auf die stromdurchflossene Drehspule ausgeübt. Die Auslenkung der Drehspule ist der Leistung proportional, wie in Folge skizziert werden soll.

Man unterscheidet zwei übliche Bauformen:

Beim **eisenlosen** Messwerk gibt es keinen Eisenkern, und die Drehspule rotiert im Inneren der Stromspule. Der magnetische Fluss Φ_1 hervorgerufen durch I_1 , wird fast ausschließlich durch Luft geführt, und ist somit streng proportional zu I_1 . Eisenlose Leistungsmesser sind Präzisionsmessgeräte,

empfindlich gegen Fremdfelder (Abschirmung erforderlich) und wegen fehlender Eisenverluste bis zu hohen Frequenzbereichen einsetzbar. Um den Einfluss äußerer Felder zu verringern, wird das Messwerk abgeschirmt (μ -Metall).

In der in Abb. 5 dargestellten **eisengeschlossenen** Bauweise fließt Φ_1 fast ausschließlich in einem Kern aus magnetisch weichem, geschichtetem Eisen. Die Drehspule liegt ebenfalls um einen Weicheisenkern, wodurch ein radial homogenes Feld hoher Flussdichte bewirkt wird. Somit besteht hier keine Empfindlichkeit gegen Fremdfelder. Der Eisenweg bewirkt hingegen, dass Strom und magnetischer Fluss nicht mehr streng proportional sind, was auf Kosten der Genauigkeit geht. Die frequenzabhängigen Eisenverluste schränken den Frequenzbereich, wo das eisengeschlossene Messgerät eingesetzt werden kann, stark ein (z.B. 49,5 bis 50,5 Hz).

Das die Drehspule auslenkende Drehmoment beträgt: $M_\alpha \propto B \cdot I_2$,

weitere gilt exakt für das eisenlose Gerät, näherungsweise für das eisengeschlossene: $B \propto I_2$.

Durch Einsetzen erhält man also: $M_\alpha \propto I_1 \cdot I_2$.

Das rücktreibende Moment auf die Drehspule ist proportional zum Auslenkwinkel: $M_r \propto \alpha$, somit gilt, da $I_2 \propto U$:

$$\alpha \propto U \cdot I = P \quad (10)$$

Erweitert man die hier angeführten Überlegungen, die für Gleichstrom gelten, auf zeitabhängige Wechselgrößen $u(t)$, $i(t)$, so findet man nach längerer Rechnung, dass das elektrodynamische Leistungsmessgerät im Wechselstromkreis die Wirkleistung anzeigt:

$$\alpha \propto U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \phi = P. \quad (11)$$

Wie beim Drehspulmessgerät sorgt die Trägheit des Messwerks dafür, dass eine Mittelung der Wechselgröße erfolgt.

4 Drehstrom

Ein **symmetrisches Dreiphasensystem**, meist kurz **Drehstromsystem** genannt, stellt ein System aus drei sinusförmigen Wechselspannungen oder –strömen gleicher Amplitude und Frequenz dar, die gegeneinander um 120° ($2\pi/3$) phasenverschoben sind (Abb. 6).

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \sqrt{2}U_{\text{eff}} \sin(\omega t) \\ u_2(t) &= \sqrt{2}U_{\text{eff}} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_3(t) &= \sqrt{2}U_{\text{eff}} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

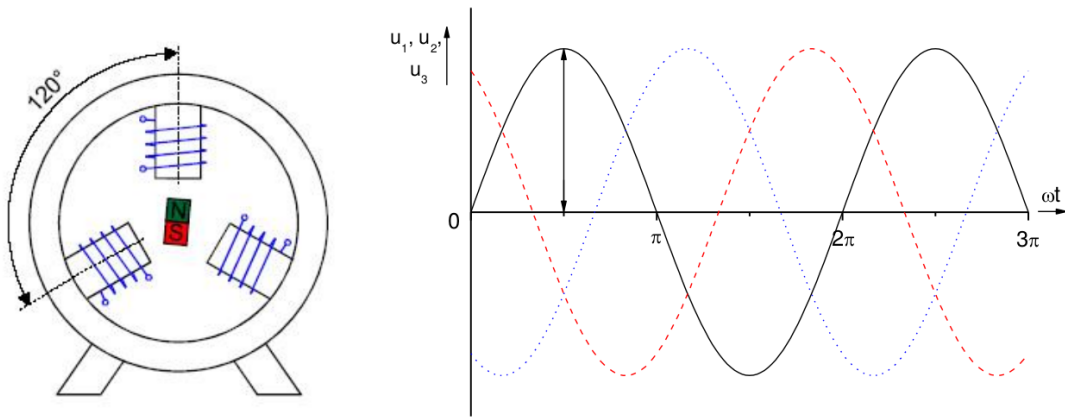


Abbildung 6: Zeitlicher Verlauf der Spannungen im Drehstromnetz. Der Stator des Drehstromgenerators besitzt um 120° versetzt angeordnete Spulen (Stränge), in denen bei Bewegung des Polrades Spannungen induziert werden, die gleich groß, aber zeitlich versetzt sind.

Seit der Entdeckung des Drehfeldes durch Nikola Tesla im Jahre 1882 und dem Bau entsprechender Generatoren einige Jahre später hat sich bis zu Beginn des vergangenen Jahrhunderts das Drehstromsystem gegen den Einphasenwechselstrom durchgesetzt – der Grund hierfür ist einerseits wirtschaftlicher Natur, da sowohl die Verteilung als auch die Erzeugung und Anwendung elektrischer Energie mit wesentlich geringerem Materialaufwand erfolgen kann. Ein elektrotechnischer Vorteil liegt in der leichten Herstellbarkeit magnetischer Drehfelder, wie sie für Elektromotoren gebraucht werden. Bereits bei energietechnisch kleinen Leistungen von einigen kW ist der Einsatz von Drehstrom sinnvoll. Sowohl der Drehstromerzeuger, als auch der Verbraucher setzen sich aus so genannten **Strängen** zusammen (Abb. 78), welche auf unterschiedliche Weise miteinander verkettet werden können. Von großer Bedeutung sind dabei die **Sternschaltung** und die **Dreieckschaltung**.

4.1 Sternschaltung

Jener Schaltungspunkt am Erzeuger/Verbraucher, wo die drei Stränge u, v und w zusammengeschaltet werden, heißt **Sternpunkt**. Die Verbindung beider Sternpunkte erfolgt durch den **Neutralleiter** N. Die äußeren Verbindungsleiter zwischen Generator und Verbraucher heißen **Außenleiter** (**Leiter**, ugs. „**Phase**“) L1, L2, L3 – auf diese Weise entsteht das bekannte Vierleiter-Drehstromnetz zur Energieverteilung (siehe Abb. 7). Die Ströme, die durch die zuführenden Außenleiter fließen, heißen **Leiterströme**.

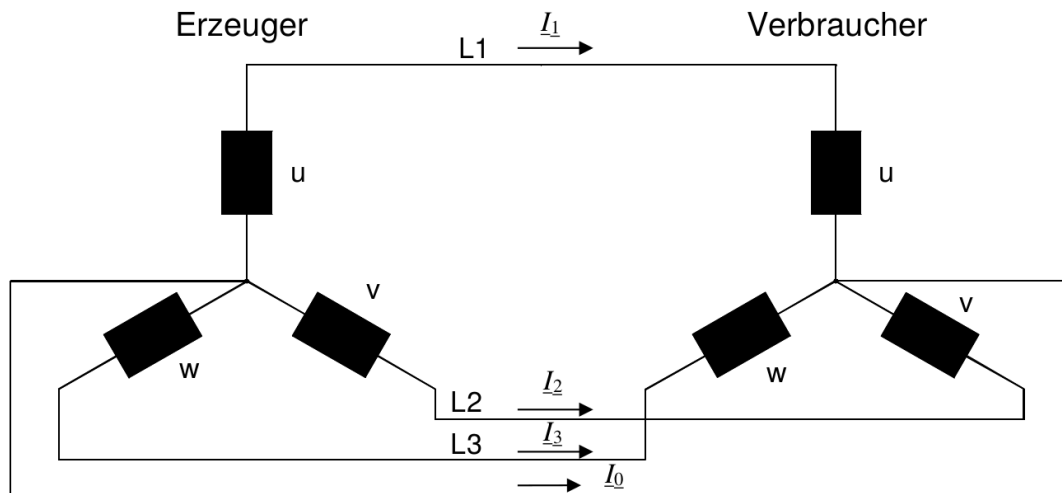


Abbildung 7: Sternschaltung von Generator und Verbraucher

4.2 Dreieckschaltung

Hier sind die Stränge im Dreieck geschaltet, und Generator und Verbraucher sind nur über die Außenleiter verbunden. Dieses Dreileiter-Drehstromnetz dient zur Fernübertragung elektrischer Energie bei Höchstspannungen (220 / 380 kV in Österreich, bis zu 750 kV wird verwendet). Der Vorteil der Verwendung dieser Spannungen ist die Energieübertragung mit geringen Strömen und somit eine entscheidende Verringerung der Übertragungsverluste (d.h. Spannungsabfälle in den Leitern). Es ist zu erkennen, dass nur drei Leiter zur Energieübertragung nötig sind (Abb. 8). Der Übergang

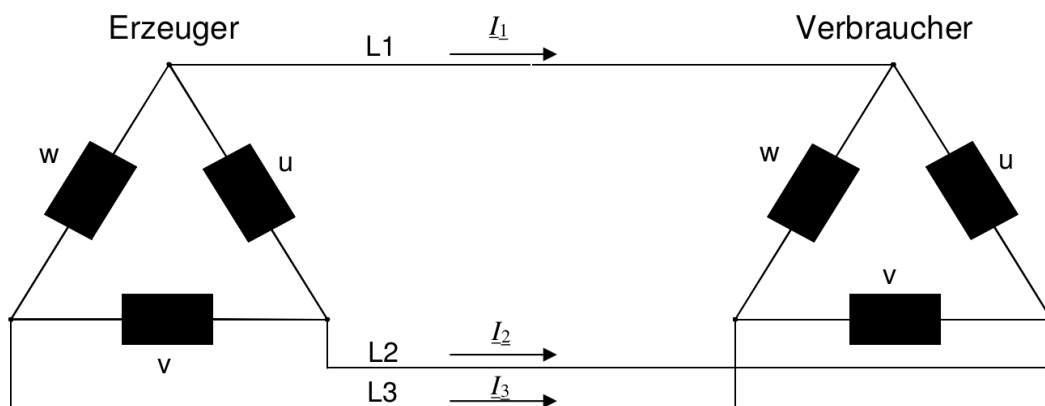


Abbildung 8: Dreieckschaltung von Generator und Verbraucher

von der Dreieck- zur Sternschaltung im Energieversorgungsnetz erfolgt durch Dreiphasentransformatoren, deren primäre Wicklungsstränge im Dreieck, die sekundären hingegen im Stern geschaltet sind, wobei der Neutralleiter vom Sternpunkt abzweigt wird, und so den Endverbraucher erreicht.

Zur Berechnung von Strömen, Spannungsabfällen und Leistungen im Drehstromnetz, vor allem im Falle unsymmetrischer Belastung, empfiehlt sich die **Verwendung der komplexen Zahlen**. Dies erlaubt weiter die Veranschaulichung der Lastfälle in einem **Zeigerdiagramm**. Die Ermittlung der Stromverteilung und zeichnerische Darstellung des Stromsystems verlangt die Festlegung eines Spannungssystems, welche in der einschlägigen Literatur flexibel gestaltet und dem jeweiligen Berechnungsfall angepasst wird.

4.3 Das Spannungssystem

Der Begriff Spannung bezeichnet in einem Drehstromsystem stets die Spannung U , die zwischen zwei Außenleitern abgegriffen werden kann. Weitere Bezeichnungen dafür sind **verkettete Spannung** oder **Dreiecksspannung**¹. Die **Sternspannung** liegt zwischen Außenleiter und Neutralleiter an und beträgt: $U_P = \frac{U}{\sqrt{3}}$.

Im Haushalt ist an einer normalen Steckdose stets einer der drei Außenleiter und der Neutralleiter angeschlossen. Man misst dort die Sternspannung 230 V. Zwischen zwei Außenleitern misst man eine Spannung von ca. 400 V $\approx 230 \cdot \sqrt{3}$ V.

Mit Hilfe der komplexen Zahlen kann nun jeder elektrischen Größe ein Zeiger zugeordnet werden, dessen Länge aus praktischen Gründen dem Effektivwert der Größe entspricht. Die Zuordnung der Winkel erfolgt in Bezug auf eine willkürlich wählbare reelle Achse. Wie oben gezeigt (Abb. 6), sind die verketteten Spannungen gegeneinander um 120° verschoben (Gl. 12). Die verketteten Spannungen

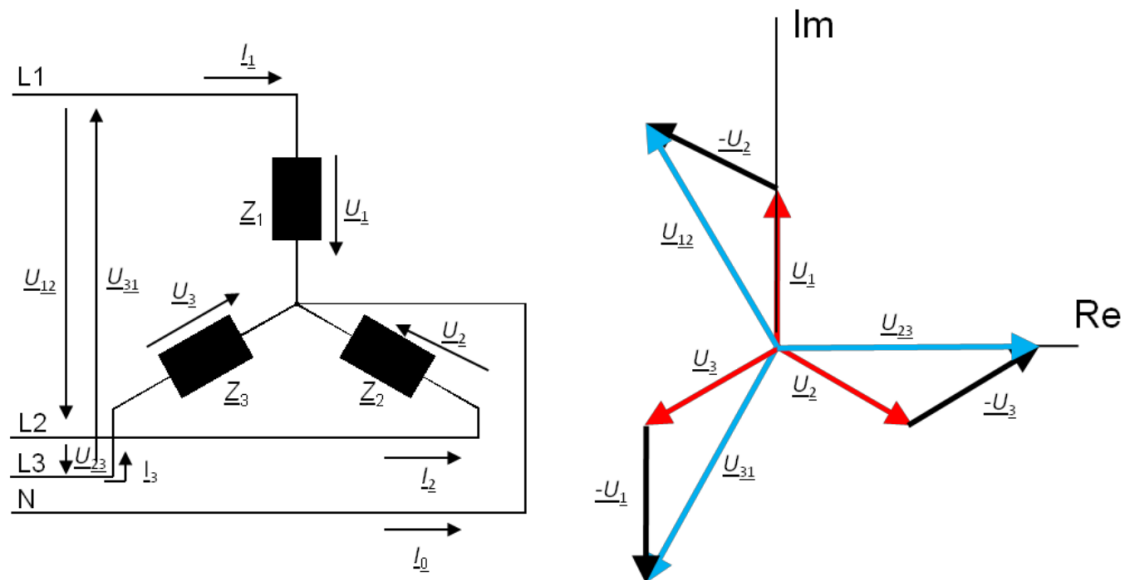


Abbildung 9: Darstellung von verketteten und Sternspannungen für einen symmetrischen Verbraucher ($Z_1 = Z_2 = Z_3$) mit Neutralleiter mit zugehörigem Zeigerdiagramm.

sind als die Summe zweier Sternspannungen darstellbar, wie mittels Maschenregel leicht überprüft werden kann. Diese besitzen die gleiche Phasenverschiebung, jedoch unterschiedliche Phasenlagen.

In Abb. 9 werden nun die Spannungszeiger für Stern und Dreiecksspannungen folgendermaßen festgelegt. Noch einmal sei erwähnt, dass dies nur eine von vielen möglichen Darstellungsformen ist, die reelle Achse ist willkürlich wählbar:

¹Die Bezeichnung Dreiecksspannung hat nichts zu tun mit der Verkettung der Stränge – auch an einer Sternschaltung kann eine Dreiecksspannung anliegen, eben die Spannung zwischen zwei Außenleitern. Am einzelnen Strang der Sternschaltung liegt dann allerdings eine kleinere Spannung an – eben die Sternspannung.

$$\underline{U}_1 = \frac{U}{\sqrt{3}} \exp(i90^\circ) \quad (13a)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{U}{\sqrt{3}} \exp(i330^\circ) \quad (13b)$$

$$\underline{U}_3 = \frac{U}{\sqrt{3}} \exp(i210^\circ) \quad (13c)$$

$$\underline{U}_{12} = U \exp(i120^\circ) \quad (14a)$$

$$\underline{U}_{23} = U \exp(i0^\circ) \quad (14b)$$

$$\underline{U}_{31} = U \exp(i240^\circ) \quad (14c)$$

Bei $U_{12} = U_{23} = U_{31} = U = 400 \text{ V}$ wird $U_1 = U_2 = U_3 = U/\sqrt{3} \approx 230 \text{ V}$. - man erkennt die vertrauten Werte für das hiesige Stromversorgungsnetz wieder.

4.4 Ströme

Die Summe aller Ströme (sowohl die geometrische Summe $\sum_i^3 I_i$, als auch die Summe der Momentanwerte) in den Netzleitern eines beliebigen Leitungssystems muss gleich Null sein, da bei intakter Isolierung jeder Strom der zu einem Elektrogerät fließt, auch wieder zurückkommen muss. Diese Tatsache wird in der elektrischen Schutztechnik beim Fehlerstrom – Schutzschalter (FI) ausgenutzt, der bei Feststellung eines Erdstromes die geschützte Anlage vom Netz nimmt. Es können mittlerweile Fehlerströme von $\Delta I \leq 10 \text{ mA}$ verlässlich abgeschaltet werden.

Abb. 10 zeigt zusammenfassend die Zeigerdiagramme der Ströme und Spannungen, die in einer Sternschaltung (nach Abb. 9) und einer Dreieckschaltung (nach Abb. 13) auftreten. Es ist zu erkennen, dass kein Phasenunterschied zwischen den Strangspannungen und –strömen vorliegt, also liegt ohmsche Last vor. Die Stromzeiger besitzen gleiche Länge, also sind die Widerstände in den Strängen gleich groß – man spricht von **symmetrischer Last**.

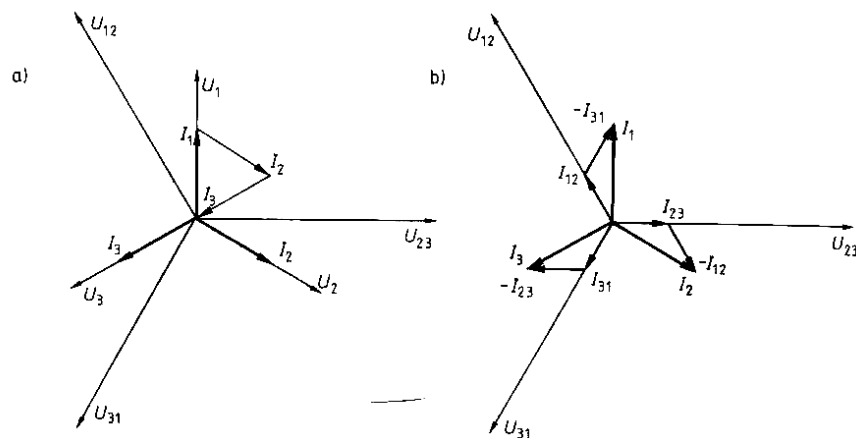


Abbildung 10: Vergleich der Zeigerbilder für a) Sternschaltung, b) Dreieckschaltung dreier gleicher ohmscher Widerstände

4.5 Gleichmäßige (symmetrische) Belastung

Wird etwa ein Dreiphasen-Asynchronmotor, der identische Wicklungsstränge besitzt, oder ein Elektroofen mit gleich großen Heizwiderständen an ein Drehstromnetz angeschlossen, so liegt gleichmäßige Belastung des Netzes vor ($Z_1 = Z_2 = Z_3$, bzw. $Z_{12} = Z_{23} = Z_{31}$). Bei Sternschaltung (Abb. 9) liegt an jedem Wicklungsstrang die Sternspannung $U_{\text{Str}} = U/\sqrt{3}$, die Strangströme I_{Str} sind gleich den Leiterströmen und sie sind jeweils gleich groß:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I$$

Sie schließen mit U_{Str} jeweils den gleichen Phasenwinkel ϕ ein (Abb. 11).

In jedem Wicklungsstrang wird die Wirkleistung $P_{\text{Str}} = U_{\text{Str}} I_{\text{Str}} \cos \phi_{\text{Str}}$ umgesetzt. Die Gesamtleistung ist dreimal so groß und somit wird

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \phi. \quad (15)$$

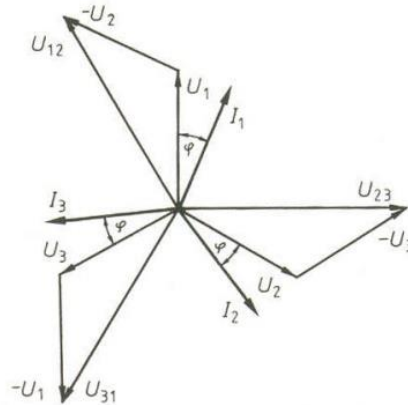


Abbildung 11: Zeigerdiagramm für Ströme und Spannungen bei symmetrischer Sternschaltung dreier Induktivitäten

Bei der Dreieckschaltung (Abb. 13) liegt an jedem Verbraucherstrang die verkettete Spannung $U_{\text{Str}} = U$. Die Strangströme I_{Str} schließen mit diesen Spannungen wieder jeweils gleiche Phasenwinkel $\phi_{\text{Str}} = \phi$ ein (Abb. 12).

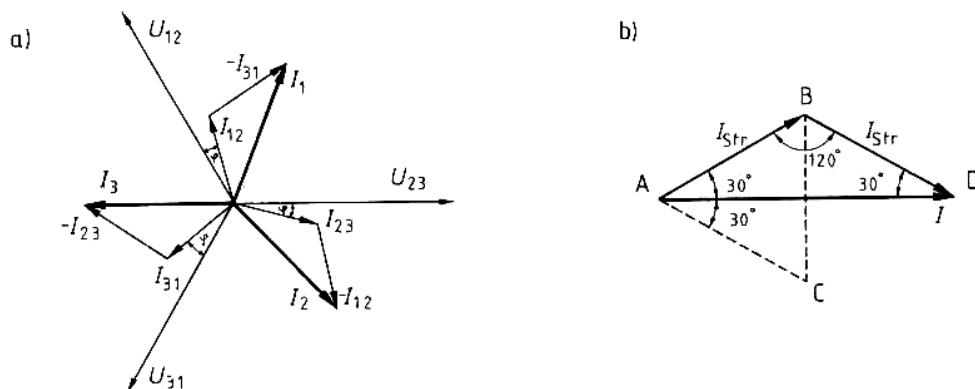


Abbildung 12: Zeigerdiagramm für symmetrische Dreieckschaltung von Induktivitäten (a). Darstellung der Winkelverhältnisse bei Verkettung der Ströme

Es gibt eine Verkettung zwischen den Leiterströmen und den Strangströmen, die im Zeigerdiagramm (Abb. 12a) dargestellt ist.

Da die Verkettung zweier Strangströme zu einem gemeinsamen Leiterstrom geometrisch ein gleichschenkeliges Dreieck mit einem Winkel von 120° ergibt (Abb. 12b), wird der Leiterstrom

$$I = 2 \cdot I_{\text{Str}} \cdot \cos(30^\circ) = \sqrt{3} \cdot I_{\text{Str}}.$$

Auch hier wird in jedem Strang eine Leistung $P_{\text{Str}} = U_{\text{Str}} I_{\text{Str}} \cos \phi_{\text{Str}}$ verbraucht. Die gesamte Leistungsaufnahme aller drei Stränge ergibt sich nach Einsetzen von verketteter Spannung und Leiterstrom zu

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \phi \quad (16)$$

Die Leistungsgleichung gilt also gleichermaßen für die symmetrisch belastete Stern- als auch für die Dreieckschaltung, die Kenntnis der Schaltungsart ist nicht nötig.

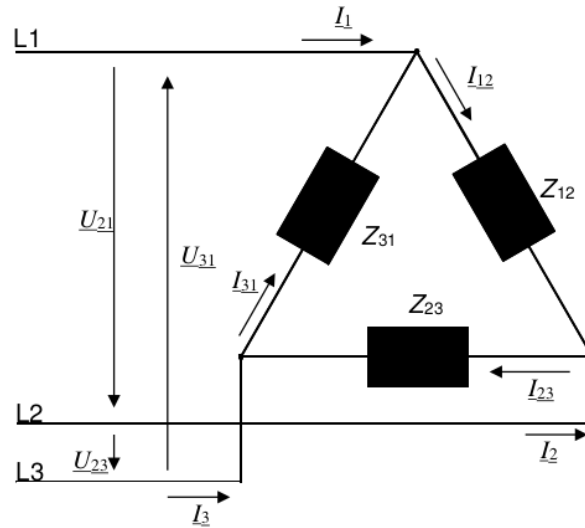


Abbildung 13: Dreieckschaltung eines Verbrauchers im Dreiphasennetz mit den entsprechenden Strömen und Spannungen

Bei näherer Überlegung sieht man, dass die gesamte Leistung eines Verbrauchers in Sternschaltung um einen Faktor 3 geringer ist, als wenn die gleichen Impedanzen im Dreieck geschaltet werden. Da die Strangspannung bei Dreieckschaltung um einen Faktor $\sqrt{3}$ wächst, steigen auch der Strangstrom und somit der Leiterstrom um das $\sqrt{3}$ -fache an.

Beim Anfahren leistungsstarker Asynchronmotoren wird der so genannte Stern-Dreieck-Anlauf verwendet, wo die Wicklungen beim Start im Stern geschaltet sind, um den Anlaufstrom niedrig zu halten. Hat der Motor eine bestimmte Drehzahl erreicht, so wird auf den leistungsstärkeren Dreieckmodus umgeschaltet – das somit erzielbare Drehmoment des Motors steigt um das Dreifache.

4.6 Ungleichmäßige (unsymmetrische) Belastung

In diesem allgemeinen Fall ist zumindest in einem Strang die Impedanz von den beiden anderen verschieden. Hier kann die gesamte Drehstromleistung nur noch als Summe der einzelnen Strangleistungen angegeben werden. Die Zeiger der Leiterströme bilden hier keine gleichseitigen Dreiecke mehr, da die Beträge und Phasenwinkel in den einzelnen Strängen unterschiedlich sind. Die rechnerische Behandlung dieser Belastung ist oft recht umfangreich, schneller zum Ziel gelangt man, hinreichende Genauigkeit vorausgesetzt, **mit der Verwendung von Zeigerdiagrammen.**

Auf die allgemeine Dreieckschaltung wird hier nicht näher eingegangen, die Darstellung beschränkt sich auf Bemerkungen zur unsymmetrischen Sternschaltung, die sowohl mit, als auch ohne Neutralleiter ausgeführt sein kann.

Unsymmetrische Sternschaltung mit Neutralleiter

Hier sind die Effektivwerte der Strangspannungen $U_{\text{Str},i}$ wieder jeweils $U/\sqrt{3}$, die Spannungen sind um jeweils 120° gegeneinander verschoben. Die Beträge der Strangströme $I_{\text{Str},i}$ sind unterschiedlich groß. (Abb. 14).

$$I_{\text{Str}} = \frac{U_{\text{Str}}}{Z_{\text{Str}}}, \text{ und } I_{\text{Str}} = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z_{\text{Str}}}$$

Aus der Kirchhoffschen Knotenregel folgt, dass im Neutraleiter ein Strom $I_N = -(I_1 + I_2 + I_3)$ fließt. Die gesamte Scheinleistung errechnet man aus der Summe der einzelnen Stränge.

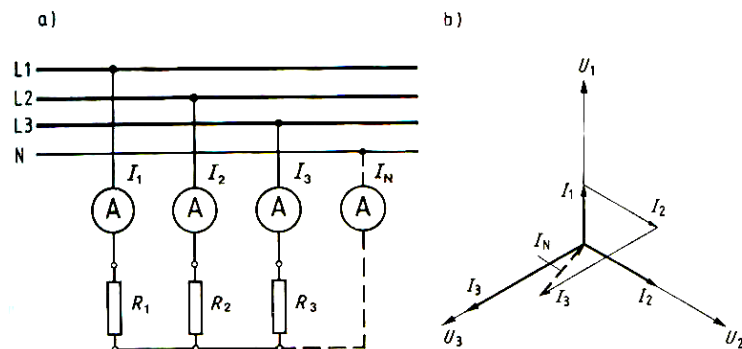


Abbildung 14: Schaltbild und Zeigerdiagramm zur unsymmetrischen Sternschaltung mit Neutraleiter, welcher für diese Last stromdurchflossen ist.

Unsymmetrische Sternschaltung ohne Neutraleiter

In einem Drehstrom-Dreileiternetz oder einer Unterbrechung zwischen Sternpunkt und N-Leiter besitzt der Sternpunkt „fliegendes Potential“. An den Lastimpedanzen bilden sich Spannungsabfälle, die bei unsymmetrischer Belastung eine Sternpunktverschiebung verursachen. Diese Verlagerungsspannung kann mit einem hochohmigen Voltmeter gemessen werden, das zwischen Sternpunkt und Neutraleiter geschaltet wird (Abb. 15).

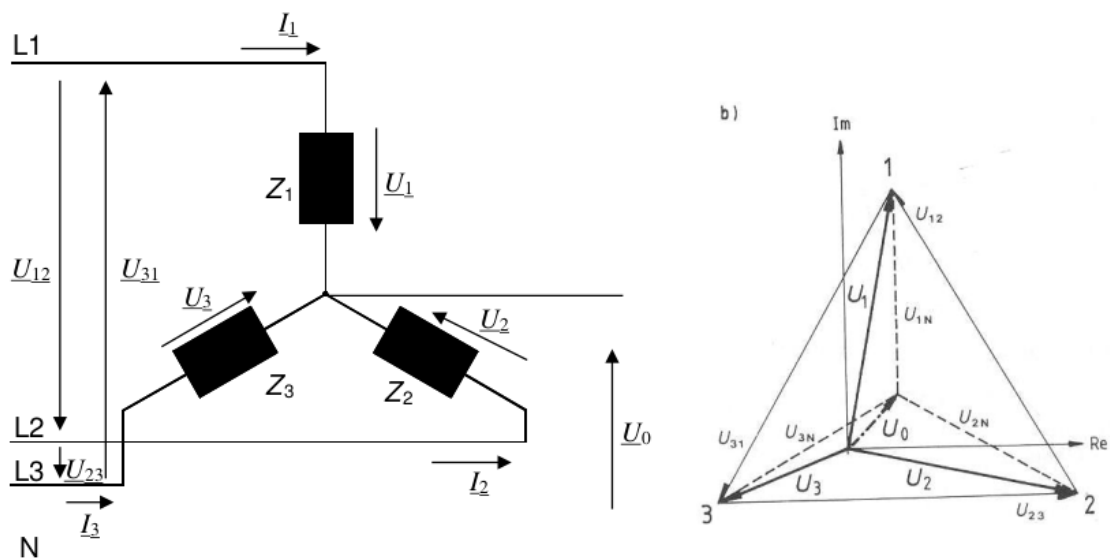


Abbildung 15: Schaltbild und Zeigerdiagramm zur unsymmetrischen Sternschaltung ohne Neutraleiter. Der Sternpunkt besitzt „fliegendes Potential“.

Die **Verschiebungs-** (Verlagerungs-) **spannung** kann (ohne Herleitung) aus

$$U_0 = -\frac{U_1 \cdot Y_1 + U_2 \cdot Y_2 + U_3 \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \quad (17)$$

berechnet werden, wobei Y den **komplexen Leitwert** bezeichnet. Gl. 17 wird auch als Fehlspannungssatz bezeichnet, der unter anderem in der elektrischen Anlagentechnik bei Erdschlussberechnungen wichtig ist.

5 Messung der elektrischen Leistung im Dreiphasennetz

5.1 Wirkleistung

Für das symmetrisch belastete Drehstromnetz genügt es, mit lediglich einem Leistungsmessgerät die Wirkleistung zu messen, da alle Leiterströme, Strangspannungen und Phasenwinkel gleich sind. Der Messwert braucht dann einfach mit 3 multipliziert zu werden. Dies bewirkt insofern jedoch einen systematischen Messfehler, als kein realer Verbraucher tatsächlich symmetrisch ist, und die Strangleistungen somit leicht unterschiedlich sein werden.

Im unsymmetrischen Netz muss hingegen im **Allgemeinen mit drei Leistungsmessgeräten gearbeitet werden**. Es besteht jedoch in einigen Fällen die Möglichkeit, die Verbraucherleistung **mit nur zwei Leistungsmessgeräten zu ermitteln**. Die dafür notwendige **Aronschaltung** ist in Abb. 16 dargestellt.

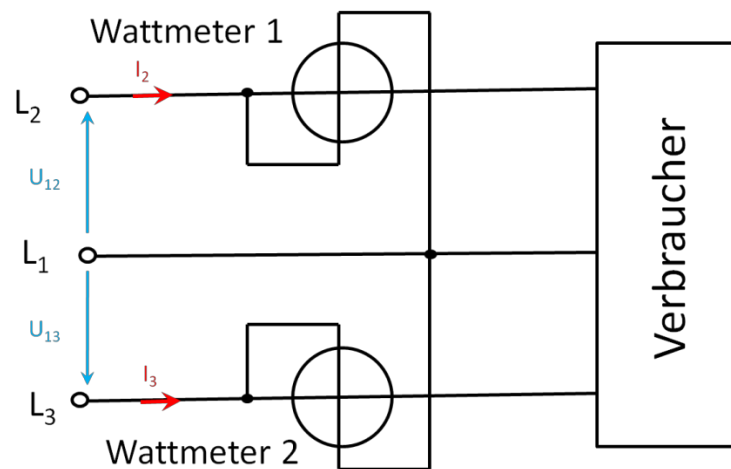


Abbildung 16: Aronschaltung zur Messung der Gesamtleistung mit nur 2 Leistungsmessgeräten für unsymmetrische Verbraucher

Es gilt mit Gl. 9:

$$P = \operatorname{Re} (\underline{U}_{\text{Str},1} \cdot \underline{I}_{\text{Str},1}^* + \underline{U}_{\text{Str},2} \cdot \underline{I}_{\text{Str},2}^* + \underline{U}_{\text{Str},3} \cdot \underline{I}_{\text{Str},3}^*) \text{ und} \quad (18)$$

$$\sum_i \underline{I}_i = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 \stackrel{!}{=} 0$$

Für die unsymmetrische Sternschaltung **ohne Neutralleiter** gilt nun (siehe Abb. 15):

$$\underline{I}_{\text{Str},i} = \underline{I}_i$$

$$\underline{U}_{\text{Str},i} = \underline{U}_{ij} - \underline{U}_{\text{Str},j} \quad \text{bzw.} \quad \underline{U}_{ij} = \underline{U}_i - \underline{U}_j.$$

Drückt man nun einen der Ströme in der Gesamtleistungsgleichung durch die beiden anderen aus, z.B. $\underline{I}_1 = -(\underline{I}_2 + \underline{I}_3)$, so erhält man:

$$P = \operatorname{Re} ((-\underline{U}_1 + \underline{U}_2) \cdot \underline{I}_2^* + (-\underline{U}_1 + \underline{U}_3) \cdot \underline{I}_3^*) = \operatorname{Re} (-\underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{31} \cdot \underline{I}_3^*) \quad (19)$$

$$P = -U_{12} \cdot I_2 \cdot \cos \phi_{12} + U_{31} \cdot I_3 \cdot \cos \phi_{31} = P_1 + P_2$$

Die Summe der beiden bei der Aronschaltung gemessenen Leistungen ergibt somit die gesamte Verbraucherleistung. Das negative Vorzeichen im ersten Term deutet an, dass bei der Messung darauf geachtet werden muss, wie die Strom- und Spannungspfade in der Messschaltung gesteckt werden, um eine positive Anzeige zu erhalten. Abb. 16 zeigt den Aufbau der Aronschaltung gemäß Herleitung nach Gl. 19.

5.2 Blindleistungsmessung bei Drehstrom

Ist die Blindleistungsaufnahme eines Verbrauchers zu groß ($\cos \phi < 0,9$), so versucht man diese zu **kompensieren**. Dies ist möglich, da während der Blindleistungsaufnahme von Induktivitäten kapazitive Verbraucher Blindleistung abgeben und umgekehrt. Es kann somit also durch Verwendung von Kondensatoren die Blindleistungsaufnahme von induktiven Verbrauchern kompensiert werden, man spricht von **Phasenkompensation**. Zur Dimensionierung der Kompensation führt man eine Blindleistungsmessung durch (Abb. 18).

Dies ist vor allem relevant in Industrieanlagen, wo Drehstromantriebe mit sehr hohen Leistungen verwendet werden (Gebläse, Lüfter, Walzen,...). Obwohl die Blindleistung keinem „echten“ Energieumsatz entspricht, sozusagen zwischen Quelle und Verbraucher hin- und her fließt, muss das Elektrizitätsversorgungsunternehmen (EVU) **diese Energie dennoch bereitstellen**, was natürlich die Anforderungen an die elektrischen Erzeugungs- und Verteilungseinrichtungen erhöht. Deshalb wird für solche Großabnehmer von den EVU die Blindleistung in Rechnung gestellt, bzw. Kompensation der Anlagen vorgeschrieben.

Im Allgemeinen wird die Phasenkompensation nicht genau auf $\cos \phi = 1$ durchgeführt, da beim Abschalten des Motors zwischen der Induktivität der Wicklung und der Kompensationskapazität eine resonanzartige Erscheinung zu einer Spannungserhöhung am Stator führt, welche die Isolation des Motors gefährdet. Die Kompensation erfolgt auf Werte von: $0,94 \leq \cos \phi \leq 0,98$.

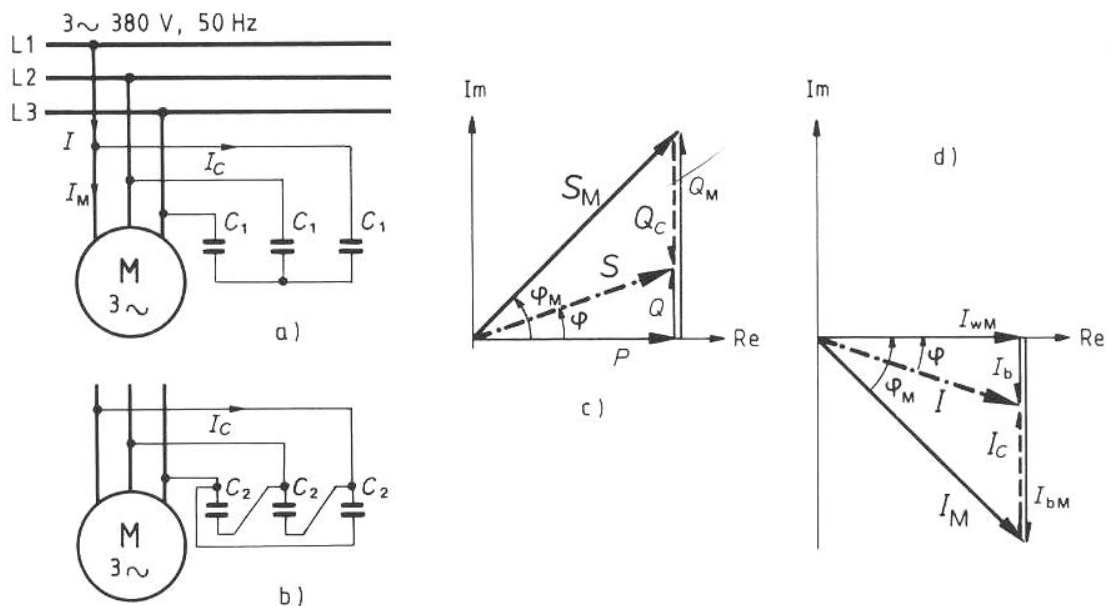


Abbildung 17: Schaltbilder und Zeigerdiagramme zur Phasenkompensation von Drehstrommotoren. Die Kondensatoren werden entweder im Stern (a) oder Dreieck (b) geschaltet. (c) zeigt das Zeigerdiagramm für die Leistungen, (d) für die Ströme mit und ohne Kompensation.

Eigentlich zeigen Leistungsmessgeräte die Wirkleistung an. Zur Blindleistungsmessung greift man nun nicht zu einem unterschiedlichen Messverfahren, es wird lediglich die Schaltung zur Wirkleistungsmessung etwas verändert. Wie bereits angeführt, zeigt das Leistungsmessgerät ein Produkt $\text{Re}(\underline{U} \cdot \underline{I}^*)$ an, mit anderen Worten, die Korrelation von Strom und Spannung. Im Fall eines induktiven Verbrauchers eilt die Spannung dem Strom um 90° voraus. Will man also am Wirkleistungsmessgerät eine Anzeige der Blindleistung bekommen, **muss eine Korrelation des Stromes mit einer um 90° gedrehten Spannung stattfinden**.

In Kap. 3 wurde gezeigt, dass der Zeigerausschlag des Leistungsmessgeräts vom Produkt der Ströme durch die Messspulen und dem Phasenwinkel abhängt: $\alpha \propto I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \phi$. Eine Phasenverschiebung

eines Stromes um 90° ergibt:

$$\alpha \propto I_1 \cdot I_2 \cdot \cos(90^\circ - \phi) = I_1 \cdot I_2 \cdot \sin \phi \quad (20)$$

Somit kann das Gerät Blindleistung messen. Die „Verdrehung“ einer Spannung wird dadurch bewerkstelligt, dass man anstelle der Spannung, die am Verbraucher anliegt, eine wählt, die um 90° zu dieser verschoben ist. Im Zeigerdiagramm nach Abb. 9 ist zu erkennen, dass es zu jeder Sternspannung eine verkettete Spannung gibt, deren Zeiger im rechten Winkel zueinander liegen. Abb. 18 zeigt eine Schaltung zur Blindleistungsmessung am einphasigen Verbraucher, wo der Verbraucherstrom mit der verketteten Spannung U_{23} korreliert wird, deren Zeiger normal zu U_1 steht. Da U_{23} größer als U_1 ist, **muss das Ergebnis mit einem Faktor $\sqrt{3}$ korrigiert werden**. Im Drehstromnetz

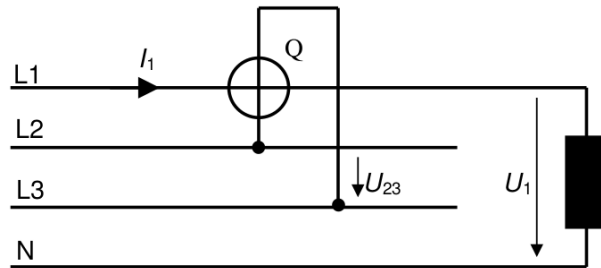


Abbildung 18: Blindleistungsmessung am einphasigen Verbraucher im Drehstromnetz

kann die gleiche Methode angewandt werden, für symmetrische Verbraucher ist wieder eine Zwei-Amperemeterschaltung möglich, bei unsymmetrischen Verbrauchern braucht man drei Messgeräte. Neben geeigneten Schaltungen zur Messung der Blindleistung gibt es auch Instrumente, die Blindleistung direkt anzeigen, wobei durch eine Kunstschaltung im Instrument der Strom durch die Spannungsspule um 90° gegen den ursprünglichen Phasenwinkel verschoben wird (Hummel-Schaltung). Dies ist etwa notwendig im Zweileiternetz, wo es keine Spannungen gibt, die um 90° gegeneinander verschoben sind.

Fragen zur Vorbereitung:

- Generell sollte der Stoff aus Experimentalphysik 2 – Kapitel Wechselstrom gewusst werden!
- Was ist der Unterschied zwischen Wirk-, Blind-, und Scheinleistung?
- Wie funktioniert ein elektrodynamisches Leistungsmessgeräts?
- Wie erfolgt die Spannungserzeugung mittels Drehstromgeneratoren? Wie kommt ein Drehfeld zustande und wozu wird es benötigt?
- Was sind die Unterschiede und Einsatzzwecke von Stern- und Dreiecksschaltung?

6 Durchführung der Übung

6.1 Sicherheit

= das Vorrangigste, worüber man Bescheid wissen muss, bevor man an die Arbeit mit Strom geht.

Bei konzentrierter und überlegter Handlung sollte es selbstverständlich nicht zur Berührung stromführender Teile kommen (und die wenigsten Berührungen würden gleich zum lebensbedrohlichen Stromunfall führen). Man muss sich allerdings dessen bewusst sein, dass es bei Arbeit im Labor durchaus sein kann, dass stromführende Teile nur schlecht gegen direkte Berührung geschützt sind (was eigentlich nie der Fall sein sollte!) – etwa durch versehentlich nicht/halb angesteckte Strippen, schlechte Isolation von Leitungen (brüchig oder ‚weggeheizt‘), amateurhaft gefertigte Geräte,...

Zunächst sei erneut angemerkt, dass zwischen den Außenleitern L1, L2, L3 jeweils 400 V_{eff} anliegen, und bei Berührung Lebensgefahr besteht!

Größte Vorsicht ist geboten, umschalten und umstecken an der Schaltung ist nur im spannungsfreien Zustand gestattet!

Während des experimentellen Betriebes müssen stets zwei Personen im Labor anwesend sein!

Selbstgebaute Geräte / Bauteilträger nicht während des Betriebes bewegen, da diese unter Umständen an der Unterseite nicht isoliert sind!

Verhalten bei Stromunfall (lt. Verein Arbeitssicherheit) - Erste Hilfe

Bergen des Verunfallten aus dem Niederspannungsbereich (bis 1000 Volt):

Zuerst Selbstschutz beachten!

1. Wenn möglich Stromkreis unterbrechen (Stecker ziehen, FI – Schalter / Sicherung betätigen)
2. für isolierenden Standort sorgen
3. Unfallopfer an trockenen Kleidern aus dem Gefahrenbereich ziehen
 - Notfalldiagnose stellen und entsprechende lebensrettende Sofortmaßnahmen durchführen: Beatmung, Herzdruckmassage
 - bei Verbrennungen: an den Kontaktstellen oder an der vom Flammbogen getroffenen Haut können breitflächige Brandwunden oder Verkohlungen auftreten. Bei ausgedehnten Verbrennungen besteht die Gefahr eines Verbrennungsschocks und eines Nierenversagens. Als Soforthilfe kommt der raschen und intensiven Kühlung der Haut und der tiefer liegenden Weichteile große Bedeutung zu. Die Kühlung sollte je nach Umfang der Verbrennung mindestens 20 bis 45 Minuten andauern. Achtung: Rasche und intensive Abkühlung der Brandstellen entscheidet oft über das weitere Schicksal des Verunfallten. Nötigenfalls während des Transportes die Brandstellen durch Auflegen von nassen, kalten Tüchern weiter kühlen. Erst nach abgeschlossener Kühlung Anlegen eines sauberen Deckverbandes (Infektionsgefahr). Verboten: Blasen öffnen, Anwenden von Hausmitteln (Brandsalben, Alkohol, Fett, Mehl), Wunddesinfektion.
 - Schockbekämpfung: durch Zuspruch, Beruhigen, Schutz vor Auskühlen

Grundsatz: Jeder Elektroverunfallte muss in ärztliche Untersuchung, auch wenn keine äußeren Verletzungen feststellbar sind!

6.2 Verwendung der Messgeräte

Da die Belastbarkeiten der Strom- und Spannungspfade im Messgerät begrenzt sind, ist stets zu beachten, dass (z.B. bei reiner Kapazität) ein hoher Strom durch das Leistungsmessgerät fließen kann, ohne dass eine Wirkleistung angezeigt wird. Vor jeder Messung ist zu überprüfen, ob ein Blindstrom fließen könnte, der die Messgeräte beschädigen könnte. Wie bereits erwähnt, sollte man achten, das Leistungsmessgerät vorzeichenrichtig in die Schaltung einzubauen, da man damit geräteschonend auf negative Zeigerausschläge verzichtet, und sich einen Umbau der Schaltung erspart, vor allem wenn diese etwas komplizierter ist. Die analogen Leistungsmessgeräte zeigen nicht direkt die Leistung in Watt an, sondern der Endausschlag der Geräte entspricht dem Produkt aus dem gewählten Strom- und Spannungspfad. Die Klasse der analogen Messgeräte gibt deren Fehler unter Referenzbedingungen (z.B. Gerät senkrecht liegend) wieder. Dieser gibt die Messtoleranz als prozentuellen Wert des Messbereichsendwerts an und ist konstant über den gesamten Messbereich.

Notieren Sie stets die Messbereiche, in denen Sie arbeiten, dies ist für die Fehlerbetrachtung von Bedeutung.

Klasse der Analog-Amperemeter:	1,5
Klasse der Analog-Wattmeter/-Voltmeter:	0,5
Fehlergrenzen des Chauvin Arnoux Wattmeter:	1% auf abgelesenen Wert
Fehlergrenzen des digitalen Wattmeters:	1% für Ströme und Spannungen 2% für Leistungen
Unsicherheit der Digitalmultimeter:	0,8% + 3 dgt. für Wechselspannungen ≤ 200 V 1,2 % + 3 dgt. für Wechselspannungen > 200 V 1% + 3 dgt. für Wechselströme ≤ 20 mA 1,8% + 3 dgt. für Wechselströme ≤ 2 A 3% + 3 dgt. für Wechselströme > 2 A 0,5% + 3 dgt. für Widerstände $< 200 \Omega$

6.3 Schaltungsaufbau

Da die Schaltungen recht umfangreich werden können, empfehle ich unverbindlich, dass man sowohl bezüglich der Platzaufteilung von Messgeräten und Verbrauchern umsichtig planen möge, als auch das gesamte Farbspektrum der zur Verfügung stehenden Messdrähte ausnutzt, indem man z.B. **jeden Stromweg**, der mit einem bestimmten Außenleiter korrespondiert, **einheitlich in einer Farbe** fertigt.

Des Weiteren kann es der Übersicht dienlich sein, sämtliche Spannungsmessungen erst zuallerletzt zu stecken, nachdem der vollständige Stromkreis (inkl. Strommessung) bereits aufgebaut wurde.