

1. Enunciado

Para los problemas que se entregan a continuación, se deben usar las siguientes constantes:

α : penúltimo dígito no nulo de su rol. En mi caso: 9.

β : su bloque horario. En mi caso: 2.

Usando **Transformada de Laplace**, resolver el sistema de ecuaciones diferenciales de coeficientes constantes.

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x + \beta y$$

$$\frac{dy}{dt} = -\beta x + \alpha y$$

Donde $x(0) = \beta$, $y(0) = \alpha$

2. Planteo

Primero, reemplazamos los alfa y beta por los valores respectivos, quedandonos el siguiente sistema:

$$\frac{dx}{dt} = 9x + 2y \tag{1}$$

$$\frac{dy}{dt} = -2x + 9y \tag{2}$$

Donde $x(0) = 2$, $y(0) = 9$

Luego, nos encontramos frente a un sistema de ecuaciones diferenciales, al cual se le debe encontrar soluciones empleando *Transformaciones de Laplace*.

El curso a seguir para resolver esto, sigue la misma mecánica que se utiliza para resolver sistemas de ecuaciones normales, pero con algunos pasos extras, ya que la idea es dejar resuelta una incógnita conveniente, para luego encontrar la otra (tal cual como en un sistema normal).

El curso a seguir para resolver una ecuación diferencial utilizando *Transformaciones de Laplace*, es el siguiente:

1. Calculamos la transformada de Laplace de una ecuación, para obtener la *ecuación subsidiaria*.
2. Luego, despejamos la transformada de Laplace de esta ecuación subsidiaria.
3. Buscamos la función inversa de la transformada que encontramos. Esta inversa de Laplace, es la solución de la ecuación diferencial.

3. Desarrollo

Primero alineamos todos los valores de las ecuaciones (1) y (2) hacia la izquierda, y luego aplicamos la transformada de Laplace en ambas ecuaciones:

$$\frac{dx}{dt} - 9x - 2y = 0 \quad (3)$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x - 9y = 0 \quad (4)$$

$$sX - x(0) - 9X - 2Y = 0 \quad (5)$$

$$sY - y(0) + 2X - 9Y = 0 \quad (6)$$

Ya que $x(0) = 2$ y $y(0) = 9$, las reemplazamos en (5) y (6). Luego, factorizamos y acomodamos:

$$(s - 9)X - 2Y = 2 \quad (7)$$

$$2X + (s - 9)Y = 9 \quad (8)$$

Multiplicamos a (7) por $(s - 9)$ y a (8) por 2:

$$(s - 9)^2 X - 2(s - 9)Y = 2(s - 9) \quad (9)$$

$$4X + 2(s - 9)Y = 18 \quad (10)$$

Si sumamos a (9) y (10), obtenemos la siguiente ecuación:

$$((s - 9)^2 + 4)X = 2s \quad (11)$$

Simplificando y despejando:

$$X = \frac{2s}{s^2 - 18s + 85} \quad (12)$$

4. Resultados Finales

5. Comentarios y Conclusiones

6. Comandos Utilizados