Investigación de Operaciones I

Tarea 1

Victor Gonzalez (2.773.029-9) Cesar Muñoz (2.973.053-0)

28 de septiembre de 2012

1. Fábrica de Encurtidos Pep & Nillo

1.1. Enunciado

La fábrica de encurtidos Pep & Nillo ofrece tres productos: encurtidos ácidos, dulces y encurtidos al eneldo. La empresa estima que necesita para su horizonte de planificación, que cubre los próximos 4 meses, una media de 400[kg/mes] de encurtidos, con, al menos, 105 kilos de encurtidos ácidos durante el primer mes, 400 kilos de encurtido dulce entre el segundo y tercer mes y 100 kilos de encurtidos al eneldo para cada uno de los ultimos dos meses.

Además, en cualquier mes la producción de cualquiera de los tres tipos de encurtido no puede bajar del 20 % de la producción total de encurtidos del mes. La empresa sabe lo siguiente:

- Los encurtidos dulces y los encurtidos al eneldo se producen unicamente a base de pepinillos.

- Los encurtidos ácidos además incluyen zanahorias, cebollitas y otras especies hortícolas que se encargan ya pasteurizadas a otra compañía que sólo entrega barriles de 40 kilos, cada barril con un costo de $35000.

- Un kilo de encurtido ácido se produce mezclando 300 gr de pepinillos y 700 gr de otros frutos.

- El costo de recolección, lavado y pasteurización de un kilo de pepinillo es de $1000.

Además, los costos de producción de cada tipo de encurtido son los siguientes:

	ácido	dulce	al eneldo
Costo [$/kilo]	300	400	700

1. Formule un modelo de programación lineal que le permita satisfacer la demanda a mínimo costo.

2. Encuentre una solución con LP Solve y adjunte el código en la entrega.

1.2. Solución

1.2.1. Modelo de programación lineal

Variables:

A_i: Cantidad de kilogramos de encurtidos ácidos en el mes i, donde $i = [1, 4]$

D_i: Cantidad de kilogramos de encurtidos dulces en el mes i, donde $i = [1, 4]$

E_i: Cantidad de kilogramos de encurtidos de eneldo en el mes i, donde $i = [1, 4]$

Función Objetivo:

$minz =$

$1000 * 0{,}3A_i + \frac{35000}{40} * 0{,}7 * A_i + 300A_i$ // costo de encurtidos ácidos

$400D_i + 1000D_i$ // costo de encurtidos dulces

$700E_i + 1000E_i$ // costo de encurtidos de eneldo

Sujeto A:

$A_1 \geq 105$ // "15 kg de ácidos el primer mes"

$D_2 + D_3 \geq 400$ // "400 kg de dulce entre el segundo y tercer mes"

$E_3 + E_4 \geq 100$ // "100 kg de eneldo entre los últimos 2 meses"

$\frac{A_i+D_i+E_i}{4} \geq 400$ // "se necesita una media mensual de $400[\frac{kg}{mes}]$"

$A_i, D_i, E_i \geq 0{,}2(A_i + D_i + E_i)$ // producción de un encurtido no menor al 20 % del total del mes

$A_i, D_i, E_i \geq 0$ // naturaleza de las variables

1.2.2. Solución con LP_Solve

Código en LP_Solve

```
min: 661.25 A1 + 661.25 A2 + 661.25 A3 + 661.25 A4 +
1400 D1 + 1400 D2 + 1400 D3 + 1400 D4 +
1700 E1 + 1700 E2 + 1700 E3 + 1700 E4;

A1 >= 105;
D2 + D3 >= 400;
E3 + E4 >= 100;
A1 + A2 + A3 + A4 + D1 + D2 + D3 + D4 + E1 + E2 + E3 + E4 >= 1600;

A1 >= 0.2 A1 + 0.2 D1 + 0.2 E1;
A2 >= 0.2 A2 + 0.2 D2 + 0.2 E2;
A3 >= 0.2 A3 + 0.2 D3 + 0.2 E3;
A4 >= 0.2 A4 + 0.2 D4 + 0.2 E4;

D1 >= 0.2 A1 + 0.2 D1 + 0.2 E1;
D2 >= 0.2 A2 + 0.2 D2 + 0.2 E2;
D3 >= 0.2 A3 + 0.2 D3 + 0.2 E3;
D4 >= 0.2 A4 + 0.2 D4 + 0.2 E4;

E1 >= 0.2 A1 + 0.2 D1 + 0.2 E1;
E2 >= 0.2 A2 + 0.2 D2 + 0.2 E2;
E3 >= 0.2 A3 + 0.2 D3 + 0.2 E3;
E4 >= 0.2 A4 + 0.2 D4 + 0.2 E4;
```

Resultado de LP_Solve

```
Value of objective function: 1.71176e+06

Actual values of the variables:
A1                              105
A2                              440
A3                              300
A4                                0
D1                               35
D2                              300
D3                              100
D4                                0
E1                               35
E2                              185
E3                              100
E4                                0
```

2. Tostaduría Algún Maní

Una fábrica produce tres tipos de fruto seco: maní almendra y pistacho. Cada uno se vende en paquetes de 1 kilo. Cada fruto pasa a través de tres procesos: limpieza, pelado y tostado. La fábrica dispone de 20 personas para tostar, 30 para limpiar y 10 para pelar. Los requerimientos para producir un kilo de fruto y su utilidad es la siguiente:

Requerimientos	Maní	Almendra	Pistacho
Limpiar [pers/kilo]	1	2	1
Pelado [pers/kilo]	1	3	2
Tostado [pers/kilo]	1	2	5
Utilidad [$/kilo]	5000	9500	15000

Definiendo las variables de decisión x_1 ,x_2 y x_3 , que representan la cantida de kilos de maní, almendra y pistacho a producir respectivamente, se ha formulado el siguiente modelo de programación lineal y el tableau final:

máx $z = 5000x_1 + 9500x_2 + 15000x_3$
St.
$x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 20$ (Tostar)
$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 30$ (Limpiar)
$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 10$ (Pelar)
$x_i \geq 0$

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
Base c_j	5000	9500	15000	0	0	0	b_j
	0	1/3	1	1/3	0	-1/3	10/3
	0	-4/3	0	1/3	1	-4/3	70/3
	1	11/3	0	-2/3	0	5/3	10/3
z_j							
$c_j - z_j$							

A partir de lo anterior, responda cada una de las preguntas de forma independiente, es decir, si en alguna modificó el tableau, no considere dicho cambio en la próxima pregunta.

1. Complete el tableau final para obtener la solución óptima e interprete el valor de cada una de las variables que ahí aparecen. Indique si existe o no solución alternativa. Justifique.

2. Se cree que si el precio del kilo de almendra llega a 12000, es conveniente producirla. Está ud. de acuerdo? Justifique. ¿Cuál debiera ser el precio mínimo de las almendras?

3. Debido a una acumulación de maní en las bodegas, se ha iniciado una campaña de venta basándose en un precio muy bajo para el público. ¿Cuál debiera ser este precio si la idea es mantener el nivel de producción?

4. Si producto de una nueva tecnología incorporada al proceso, se necesita que cada kilo de fruto seco esté almacenado en una bodega con temperatura y humedad regulada según la siguiente tabla:

Requerimiento	Maní	Almendra	Pistacho	Disponibilidad [hr]
Almacenamiento [Hr/kilo]	2	5	8	35

¿Qué ocurre con la solución óptima encontrada? ¿Se mantiene? ¿Cambia? Argumente.

2.0.3. Soluciones

1. Tableau Final

		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
Base	c_j	5000	9500	15000	0	0	0	b_j
x_3	15000	0	1/3	1	1/3	0	-1/3	10/3
S_2	0	0	-4/3	0	1/3	1	-4/3	70/3
x_1	5000	1	11/3	0	-2/3	0	5/3	10/3
	z_j	3000	23333.33	15000	1666.66	0	3333.33	66666.66
	$c_j - z_j$	0	-13833.33	0	-1666.66	0	-3333.33	

Debido a que sólo es 0 el precio sombra de x_1, x_3 y S_2, no existen soluciones alternativas.

b_j: cantidad de kilos a producir.
Solución óptima: máxima cantidad de dinero a ganar.
$c_j - z_j$: reducción de ganancias.

2. x_2 puede variar entre $-\infty$ y 13333,33 y no varía la solución óptima.

- El precio puede ser \$12000, ya que: $12000 - 1666 * 2 - 2 * 0 - 2 * 3333 = 2002$
- El precio mínimo de las almendras debiese ser: $x = 1666*2+2*0+2*3333$, osea $x = 9998$

3. $3954{,}54 \leq x_1 \leq 7500$
El menor precio es \$3954,54 $\approx$ 13955, considerando mantener el nivel de producción.

4. La solución obtenida luego de agregar esta restricción se mantiene. Esto debido a que la restricción no modifica la región factible o al menos no excluye el punto extremo óptimo actual.