Laboratorio mat023

Preinforme 1

Victor Gonzalez Rodriguez
victor.gonzalezro@alumnos.usm.cl
2773029-9

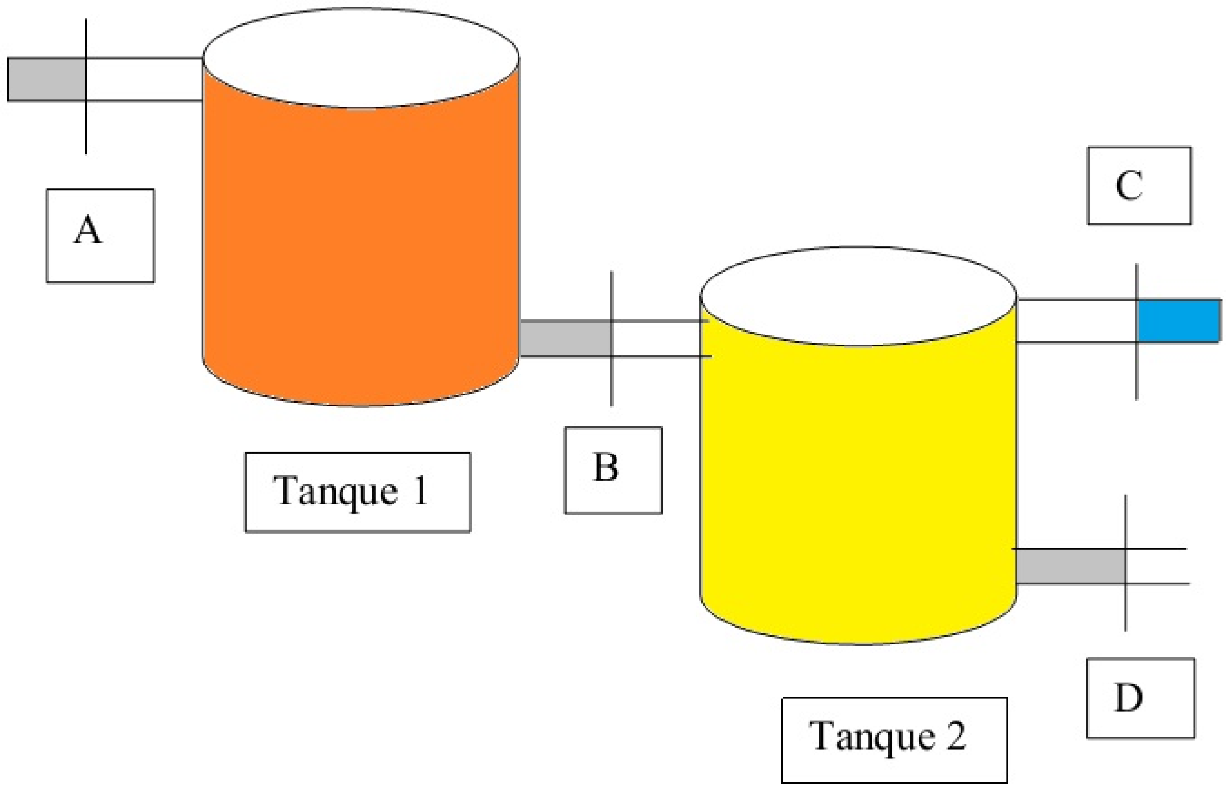
23 de abril de 2013

1. Problema

Existe un sistema de estanques en una planta de tratamiento de hormigón por donde fluyen mezclas de cemento y agua. Inicialmente en el estanque 1, contiene 100**k** litros de mezcla en la que se han disuelto 40 kilos de cemento. En el estanque 2, con 500 litros de capacidad, contiene 200 litros de mezcla con una concentración de 1/20 kilos de cemento por litro.

En el instante $t = 0$ se abren simultáneamente las válvulas A, B, C y D para iniciar el flujo de mezclas. Por A entra mezcla con concentración de 1/25 kilos de cemento por litro a 25 litros por minuto. Por B pasa la mezcla del tanque 1 hacia el tanque 2 a 25 litros por minuto. Por C entra agua pura a **n** litros por minuto y por D sale mezcla a **m** litros por minuto.

Considere que las mezclas son perfectas y que no existe adherencia de cemento en las paredes de los estanques y en las tuberías de flujo



2. Solución

2.1. Variables del problema

Para los problemas que se entregan a continuación se deben usar las siguientes constantes:

k: penúltimo dígito no nulo de su rol = 9

m: su bloque horario = 2

n: día de la semana que tiene laboratorio = 2

Por lo tanto:

Flujo de entrada C: $2[\frac{lt}{min}]$

Flujo de salida D: $2[\frac{lt}{min}]$

Volumen estanque 1: $900[lt]$

2.2. Cantidad neta de cemento en el estanque 1

$C_1(t) :=$ Cantidad de cemento del estanque 1 en el instante t.

Teniendo en cuenta la situación que nos pone el problema, podemos identificar que existe una cierta cantidad de cemento que está entrando por A, y que está saliendo por B en un instante cualquiera. Es por esto que podemos definir un diferencial de la cantidad de cemento ilustrada de la siguiente manera:

$$\frac{dC_1}{dt} = \frac{cemento\ entrante}{tiempo} - \frac{cemento\ saliente}{tiempo} \ (1)$$

Sea A_f el flujo de entrada de la tubería A, A_c la concentración de la mezcla entrante por A, B_f el flujo de salida de la tubería B, y B_c la concentración de la mezcla saliente por B. Entonces, la ecuación en (1) quedaría como:

$$\frac{dC_1}{dt} = A_c[\tfrac{Kg}{lt}]A_f[\tfrac{lt}{min}] - B_c[\tfrac{Kg}{lt}]B_f[\tfrac{lt}{min}]$$

$$\frac{dC_1}{dt} = \frac{1}{25}[\tfrac{Kg}{lt}]25[\tfrac{lt}{min}] - \frac{C_1(t)}{900 + flujo\ neto * t}[\tfrac{Kg}{lt}]25[\tfrac{lt}{min}]$$

Aquí podemos notar, que el flujo neto que ingresa al estanque 1, es 0, ya que los $25[\frac{lt}{min}]$ que entran en A, se anulan con los $25[\frac{lt}{min}]$ que salen por B. Entonces

$$\frac{dC_1}{dt} = 1[\tfrac{Kg}{min}] - \frac{C_1(t)}{36}[\tfrac{Kg}{min}]$$

Nos hemos encontrado con una ecuación diferencial lineal de primer grado. Al resolver esta ecuación, obtenemos que:

$$C_1(t) = ke^{-\frac{t}{36}} + 36, \text{ donde } k \in \mathbb{R}$$

Y como sabemos que en $t = 0$ hay $40[Kg]$ de cemento, podemos encontrar k. Finalmente, la ecuación para la cantidad neta de cemento en el estanque 1 es:

$$C_1(t) = 4e^{-\frac{t}{36}} + 36$$

2.3. Instante t_1 en el que se llena el estanque 2

Esto puede ser facilmente calculado tomando el flujo que entra por B, por C y que sale por D. Por lo tanto, para saber como se va llendando el estanque, debemos calcular el flujo neto.

Por B está entrando $25[\frac{lt}{min}]$, por C está entrando $2[\frac{lt}{min}]$ y por D está saliendo $2[\frac{lt}{min}]$, por lo que el flujo neto, es simplemente $25[\frac{lt}{min}]$.

Dado que en $t_0 = 0$ hay $200[lt]$ en el estanque, la ecuación de volumen que nos permitirá encontrar t_1 es:

$$V(t) = 25t + 200$$

Entonces, cuando $V(t_1) = 500$:

$$V(t_1) = 500 = 25t_1 + 200$$

$$t_1 = \frac{300}{25} = 12$$

Por lo tanto, a los 12 minutos, el estanque 2 quedará completamente lleno.