Investigación de Operaciones I

Tarea 3

Victor Gonzalez (2.773.029-9) Cesar Muñoz (2.973.053-0)

18 de noviembre de 2012

1. Maximizando el lucro

	Viña del Mar	Santiago	Iquique	Temuco	Oferta(miles productos)
Juanín	8	5	8	3	400
Tulio	4	6	2	8	1200
Bodoque	10	1	3	2	500
Policarpo	7	7	4	8	100
Huachimingo	3	4	6	4	750
Mario Hugo	9	9	6	5	800
Guaripolo	4	6	8	7	650
Demanda(millones de pesos)	4,4	4	5,2	4	

Una vez que se a realizado el metodo de la esquina noroeste, resulta el siguiente tableau:

	Viña del Mar	Santiago	Iquique	Temuco	Oferta(miles productos)
Juanín	8 400	5 /	8 /	3 /	400
Tulio	4 300	6 670	2 230	8 /	1200
Bodoque	10 /	1 /	3 500	2 /	500
Policarpo	7 /	7 /	4 100	8 /	100
Huachimingo	3 /	4 /	6 474	4 276	750
Mario Hugo	9 /	9 /	6 /	5 580	800
Guaripolo	4 /	6 /	8 /	7 /	650
Demanda(millones de pesos)	4,4	4	5,2	4	

Luego de aplicar el método de la esquina noroeste (transporte no óptimo), se puede decir que solo se usarán 6 proveedores (Juanín, Tulio, Bodoque, Policarpo, Huachimingo y Mario Hugo), por lo que queda afuera Guaripolo.

Ahora, aplicando el método de Vogel (para obtener una solución optimizada) el primer tableau resulta:

	Viña del Mar	Santiago	Iquique	Temuco	Oferta(miles productos)
Juanín	8 /	5 /	8 400	3 /	400
Tulio	4 /	6 /	2 /	8 500	1200
Bodoque	10 440	1 /	3 /	2 0	500
Policarpo	7 /	7 /	4 /	8 0	100
Huachimingo	3 /	4 /	6 /	4 0	750
Mario Hugo	9 /	9 445	6 /	5 0	800
Guaripolo	4 /	6 /	8 250	7 0	650
Demanda(millones de pesos)	4,4	4	5,2	4	

Veificando m+n-1, donde m es la cantidad de filas y n la cantidad de columnas, resulta: 7+4-1=10. Lo que confirma la cantidad de asignaciones que tiene el tableau, donde 5 de ellas son diferentes de 0 y las restantes son 0(para poder resolver el tableau completamente).

Luego, tenemos:

$u_1 + v_3 = 8$
$u_2 + v_4 = 8$
$u_3 + v_1 = 10$
$u_3 + v_4 = 2$
$u_4 + v_4 = 8$
$u_5 + v_4 = 4$
$u_6 + v_2 = 9$
$u_6 + v_4 = 5$
$u_7 + v_3 = 8$
$u_7 + v_4 = 7$

Sabiendo que $u_1 = 0$, vamos sacando los valores de todas las variables:

$u_2 = 1$
$u_3 = -5$
$u_4 = 1$
$u_5 = -3$
$u_6 = -2$
$u_7 = 0$
$v_1 = 15$
$v_2 = 11$
$v_3 = 8$
$v_4 = 7$

Ahora se calcula el valor de $e_{ij} = X - u_i - v_j$.

$e_{11} = 8 - 0 - 15 = -7$
$e_{12} = 5 - 0 - 11 = -6$
$e_{13} = 8 - 0 - 8 = 0$
$e_{14} = 3 - 0 - 7 = -4$
$e_{22} = 6 - 1 - 15 = -10$
$e_{23} = 2 - 1 - 8 = -7$
$e_{24} = 8 - 1 - 7 = 0$
$e_{33} = 3 + 5 - 8 = 0$
$e_{34} = 2 + 5 - 7 = 0$
$e_{44} = 8 - 1 - 7 = 0$
$e_{51} = 3 + 3 - 15 = -9$
$e_{52} = 4 + 3 - 11 = -4$
$e_{53} = 6 + 3 - 8 = 1$
$e_{54} = 4 + 3 - 7 = 0$
$e_{61} = 9 + 2 - 15 = -4$
$e_{62} = 9 + 2 - 11 = 0$
$e_{63} = 6 + 2 - 8 = 0$
$e_{64} = 5 + 2 - 7 = 0$
$e_{71} = 4 - 0 - 15 = -11$
$e_{72} = 6 - 0 - 11 = -5$
$e_{73} = 8 - 0 - 8 = 0$
$e_{74} = 7 - 0 - 7$

Como resulto que en e_{53}fue igual a 1 (debiendo dar todos los resultados de $e_{ij} \leq 0$ para obtener la solución óptima, ya que se esta máximizando la ganacia), se debe agregar un factor

α para alcanzar la sólución óptima. Es por ello que resulta el siguiente tableau:

	Viña del Mar	Santiago	Iquique	Temuco	Oferta(miles productos)
Juanín	8 /	5 /	8 400	3 /	400
Tulio	4 /	6 /	2 /	8 500	1200
Bodoque	10 440	1 /	3 /	2 0	500
Policarpo	7 /	7 /	4 /	8 0	100
Huachimingo	3 /	4 /	6 α	4 $0-\alpha$	750
Mario Hugo	9 /	9 445	6 /	5 0	800
Guaripolo	4 /	6 /	8 $250-\alpha$	7 $0+\alpha$	650
Demanda(millones de pesos)	4,4	4	5,2	4	

$0 - alpha \leq 0$ ó $250 - alpha \leq 0$. Luego, $\alpha = 0$.

	Viña del Mar	Santiago	Iquique	Temuco	Oferta(miles productos)
Juanín	8 /	5 /	8 400	3 /	400
Tulio	4 /	6 /	2 /	8 500	1200
Bodoque	10 440	1 /	3 /	2 0	500
Policarpo	7 /	7 /	4 /	8 0	100
Huachimingo	3 /	4 /	6 0	4 /	750
Mario Hugo	9 /	9 445	6 /	5 0	800
Guaripolo	4 /	6 /	8 250	7 0	650
Demanda(millones de pesos)	4,4	4	5,2	4	

Luego, tenemos:

$u_1 + v_3 = 8$
$u_2 + v_4 = 8$
$u_3 + v_1 = 10$
$u_3 + v_4 = 2$
$u_4 + v_4 = 8$
$u_5 + v_3 = 6$
$u_6 + v_2 = 9$
$u_6 + v_4 = 5$
$u_7 + v_3 = 8$
$u_7 + v_4 = 7$

Sabiendo que $u_1 = 0$, vamos sacando los valores de todas las variables:

$u_2 = 1$
$u_3 = -5$

$u_4 = 1$
$u_5 = -2$
$u_6 = -2$
$u_7 = 0$
$v_1 = 15$
$v_2 = 11$
$v_3 = 8$
$v_4 = 7$

Ahora se calcula el valor de $e_{ij} = X - u_i - v_j$.

$e_{11} = 8 - 0 - 15 = -7$
$e_{12} = 5 - 0 - 11 = -6$
$e_{13} = 8 - 0 - 8 = 0$
$e_{14} = 3 - 0 - 7 = -4$
$e_{22} = 6 - 1 - 15 = -10$
$e_{23} = 2 - 1 - 8 = -7$
$e_{24} = 8 - 1 - 7 = 0$
$e_{33} = 3 + 5 - 8 = 0$
$e_{34} = 2 + 5 - 7 = 0$
$e_{44} = 8 - 1 - 7 = 0$
$e_{51} = 3 + 2 - 15 = -10$
$e_{52} = 4 + 2 - 11 = -5$
$e_{53} = 6 + 2 - 8 = 0$
$e_{54} = 4 + 2 - 7 = -1$
$e_{61} = 9 + 2 - 15 = -4$
$e_{62} = 9 + 2 - 11 = 0$
$e_{63} = 6 + 2 - 8 = 0$
$e_{64} = 5 + 2 - 7 = 0$
$e_{71} = 4 - 0 - 15 = -11$
$e_{72} = 6 - 0 - 11 = -5$
$e_{73} = 8 - 0 - 8 = 0$
$e_{74} = 7 - 0 - 7$

En base al método Vogel, podemos decir que solo se utilizarán 5 proveedores, los cuales son: Juanín, Tulio, Bodoque, Mario Hugo y Guaripolo. Quedando afuera: Huachimingo y Policarpo. Ganancia= 4400 + 4005 + 3200 + 2000 + 4000 = 17605*1000

Parte 2.
Ahora, se quitan los 2 proveedores que no se usarán y se agrega una columna para poder dejar la oferta en 0.

	Viña del Mar	Santiago	Iquique	Temuco	Dummy	Oferta(miles pro
Juanín	8 /	5 /	8 400	3 /	0 700 /	400
Tulio	4 /	6 /	2 /	8 500	0 60	1200
Bodoque	10 440	1 /	3 /	2 0	0 60	500
Mario Hugo	9 /	9 445	6 /	5 0	0 355	800
Guaripolo	4 /	6 /	8 250	7 0	0 400	650
Demanda(millones de pesos)	4,4	4	5,2	4	0	

Luego, tenemos:

$u_1 + v_3 = 8$
$u_2 + v_4 = 8$
$u_2 + v_5 = 0$
$u_3 + v_1 = 10$
$u_3 + v_5 = 0$
$u_4 + v_2 = 9$
$u_4 + v_5 = 0$
$u_5 + v_3 = 8$
$u_5 + v_5 = 0$

Sabiendo que $u_1 = 0$, vamos sacando los valores de todas las variables:

$u_2 = 0$
$u_3 = 0$
$u_4 = 0$
$u_5 = 0$
$v_1 = 10$
$v_2 = 9$
$v_3 = 8$
$v_4 = 8$

$v_5 = 0$

Ahora se calcula el valor de $e_{ij} = X - u_i - v_j$.

$e_{11} = 8 - 0 - 10 = -2$
$e_{12} = 5 - 0 - 9 = -4$
$e_{13} = 8 - 0 - 8 = 0$
$e_{14} = 3 - 0 - 8 = -5$
$e_{15} = 0 - 0 - 0 = 0$
$e_{22} = 6 - 0 - 9 = -3$
$e_{23} = 2 - 0 - 8 = -6$
$e_{24} = 8 - 0 - 8 = 0$
$e_{25} = 0 - 0 - 0 = 0$
$e_{33} = 3 - 0 - 8 = -5$
$e_{34} = 2 - 0 - -8 = -6$
$e_{35} = 0 - 0 - 0 = 0$
$e_{44} = 5 - 0 - 8 = -3$
$e_{45} = 0 - 0 - 0 = 0$
$e_{55} = 0 - 0 - 0 = 0$

Esto nos indica que es la solución óptima, ya que todos los valores de e_{ij} son ≤ 0.

1.1. ¿Cuál es la mínima cantidad de proveedores requerida para cumplir con las ganancias pedido y quiénes serían?

1.1.1. Solución no óptima

1.1.2. Solución optimizada

1.2. Solución con todos los vendedores

2. NutraFat Alimentos

2.1. Condiciones de tiempo

2.1.1. ¿Cual es el recorrido óptimo que debe hacer el chofer?

Para resolver este problema, se hizo un matriz con todas los tiempos entre los destinos, pero dada la complejidad por la cantidad de conexiones, se recurrió al uso de *lp_solve*.

En primera instancia se programó el siguiente código:

```
/* Función objetivo: minimizar tiempos */
min: 999999 x11 + 999999 x22 + 999999 x33 + 999999 x44 + 999999 x55 + 999999 x66
 + 999999 x77 + 999999 x88 + 999999 x99 + 999999 x14 + 999999 x41 + 999999 x18 +
999999 x81 + 999999 x19 + 999999 x91 + 999999 x25 + 999999 x52 + 999999 x26 +
999999 x62 + 999999 x28 + 999999 x82 + 999999 x36 + 999999 x63 + 999999 x37 +
999999 x73 + 999999 x39 + 999999 x93 + 999999 x46 + 999999 x64 + 999999 x48 +
999999 x84 + 999999 x59 + 999999 x95 + 999999 x67 + 999999 x76 + 999999 x68 +
999999 x86 + 10 x12 + 10 x21 + 24 x13 + 24 x31 + 30 x15 + 30 x51 + 15 x16 +
15 x61 + 12 x17 + 12 x71 + 35 x23 + 35 x32 + 17 x24 + 17 x42 + 27 x34 + 27 x43
+ 25 x35 + 25 x53 + 20 x38 + 20 x83 + 12 x45 + 12 x54 + 18 x47 + 18 x74 + 15 x49
+ 15 x94 + 20 x56 + 20 x65 + 24 x57 + 24 x75 + 40 x58 + 40 x85 + 21 x69 + 21 x96
+ 5 x78 + 21 x79 + 15 x87 + 23 x89 + 15 x97 + 7 x98 + 20 x29 + 20 x92
+ 8 x27 + 8 x72;

/* Método hungaro */
/* Máximo una asignación por fila */
x11 + x12 + x13 + x14 + x15 + x16 + x17 + x18 + x19 = 1;
x21 + x22 + x23 + x24 + x25 + x26 + x27 + x28 + x29 = 1;
x31 + x32 + x33 + x34 + x35 + x36 + x37 + x38 + x39 = 1;
x41 + x42 + x43 + x44 + x45 + x46 + x47 + x48 + x49 = 1;
x51 + x52 + x53 + x54 + x55 + x56 + x57 + x58 + x59 = 1;
x61 + x62 + x63 + x64 + x65 + x66 + x67 + x68 + x69 = 1;
x71 + x72 + x73 + x74 + x75 + x76 + x77 + x78 + x79 = 1;
x81 + x82 + x83 + x84 + x85 + x86 + x87 + x88 + x89 = 1;
x91 + x92 + x93 + x94 + x95 + x96 + x97 + x98 + x99 = 1;

/* Máximo una asignación por columna */
x11 + x21 + x31 + x41 + x51 + x61 + x71 + x81 + x91 = 1;
x12 + x22 + x32 + x42 + x52 + x62 + x72 + x82 + x92 = 1;
x13 + x23 + x33 + x43 + x53 + x63 + x73 + x83 + x93 = 1;
x14 + x24 + x34 + x44 + x54 + x64 + x74 + x84 + x94 = 1;
x15 + x25 + x35 + x45 + x55 + x65 + x75 + x85 + x95 = 1;
x16 + x26 + x36 + x46 + x56 + x66 + x76 + x86 + x96 = 1;
x17 + x27 + x37 + x47 + x57 + x67 + x77 + x87 + x97 = 1;
x18 + x28 + x38 + x48 + x58 + x68 + x78 + x88 + x98 = 1;
x19 + x29 + x39 + x49 + x59 + x69 + x79 + x89 + x99 = 1;
```

{1,2,3,4,5,6,7,8,9} = {HQ, AL, DAN, JP, USM, NIC, PUCV, YON, NIL}

x12 representa el camino entre HQ y AL.

Nota: *no es necesario indicar la naturaleza de las variables dada las restricciones del problema.*

El resultado de esto nos indica que la ruta a seguir por el repartidor es: $HQ \rightarrow NIC \rightarrow HQ$ y $AL \rightarrow PUCV \rightarrow AL$ y $DAN \rightarrow USM \rightarrow JP \rightarrow NIL \rightarrow YON \rightarrow DAN$. Con un tiempo total del viaje de 125 minutos.

Podemos identificar inmediatamente que hay un loop entre lo que es HQ y NIC, y ademas entre AL y PUCV, por lo que agregaremos nuevas restricciones, para quebrar esos loops. En primera instancia se prueba una ramificación del problema, tal que: `x16 = 0;` y se modifica la F.O. a $... + 999999x_{16} + ...$ Por otro lado se prueba también con la alternativa de: `x61 = 0;` y se modifica la F.O. a $... + 999999x_{61} + ...$ Y de manera análoga se realiza para x_{27} y x_{72}.

Cada una de esas ramificaciones generará nuevos loops, pero resumiremos la información obtenida, solo para que se entienda el caso general.

Al romper el camino entre $HQ \rightarrow NIC$, el tiempo de viaje queda en 131. Al romper entre $NIC \rightarrow HQ$, el tiempo de viaje queda en 127. Al romper entre $AL \rightarrow PUCV$, el tiempo de viaje queda en 133. Y finalmente al romper entre $PUCV \rightarrow AL$, el tiempo de viaje queda en 131.

Claramente nuestra opción óptima se obtendrá al seguir la ramificación cuando se rompe $NIC \rightarrow HQ$. Por lo cual se sigue buscando el óptimo por esa rama. Lamentablemente, esto se vuelve a repetir un par de veces más al seguir generando resultados, pero el resultado final se obtiene al romper $NIC \rightarrow HQ$, $JP \rightarrow USM$, $AL \rightarrow PUCV$ y $YON \rightarrow DAN$ (en ese orden), el cual entrega un tiempo óptimo de viaje de 136 minutos mediante la siguiente ruta:

$$HQ \rightarrow NIC \rightarrow NIL \rightarrow YON \rightarrow DAN \rightarrow USM \rightarrow JP \rightarrow PUCV \rightarrow AL \rightarrow HQ$$

2.1.2. ¿Tiene otras posibilidades de rutas?

La posibilidad de ruta que tenía este problema, era al encontrarse con las ramificaciónes de $AL \rightarrow PUCV$ y $PUCV \rightarrow AL$, ya que al romper estas rutas, ambas daban un recorrido de 135 minutos, pero al ramificar la ruta sin el camino $AL \rightarrow PUCV$, se encontró el óptimo (luego de quebrar tambien $DAN \rightarrow YON$). Y por la otra rama, cuando se rompe $PUCV \rightarrow AL$, se generaron 4 ramas más al romper $JP \rightarrow NIL$, $NIL \rightarrow NIC$, $NIC \rightarrow USM$ y $USM \rightarrow JP$, cada una de las cuales generaba una solución no óptima con un tiempo de recorrido de 137 minutos.

Por lo tanto, no existen rutas alternativas óptimas.

2.1.3. ¿Grafo de recorrido?

A partir de lo obtenido, el grafo óptimo del recorrido del repartidor de NutraFat, es:

$$HQ \rightarrow NIC \rightarrow NIL \rightarrow YON \rightarrow DAN \rightarrow USM \rightarrow JP \rightarrow PUCV \rightarrow AL \rightarrow HQ$$

2.2. Condiciones de costo

2.2.1. ¿Cual es la ruta más económica para el chofer?

Para resolver este problema, se utilizó el siguiente código:

```
/* Función objetivo: minimizar costos*/
min: 999999 x11 + 999999 x22 + 999999 x33 + 999999 x44 + 999999 x55 + 999999 x66
+ 999999 x14 + 999999 x41 + 999999 x25 + 999999 x52 + 999999 x26 + 999999 x62 +
999999 x36 + 999999 x63 + 999999 x46 + 999999 x64 + 12 x12 + 12 x21 + 16 x13 +
16 x31 + 25 x15 + 25 x51 + 10 x16 + 10 x61 +  23 x23 + 23 x32 + 19 x24 + 19 x42
+ 27 x34 + 27 x43 + 22 x35 + 22 x53 + 20 x45 + 20 x54 + 14 x56 + 14 x65;

/* Método hungaro */
/* Máximo una asignación por fila */
x11 + x12 + x13 + x14 + x15 + x16 = 1;
x21 + x22 + x23 + x24 + x25 + x26 = 1;
x31 + x32 + x33 + x34 + x35 + x36 = 1;
x41 + x42 + x43 + x44 + x45 + x46 = 1;
x51 + x52 + x53 + x54 + x55 + x56 = 1;
x61 + x62 + x63 + x64 + x65 + x66 = 1;

/* Máximo una asignación por columna */
x11 + x21 + x31 + x41 + x51 + x61 = 1;
x12 + x22 + x32 + x42 + x52 + x62 = 1;
x13 + x23 + x33 + x43 + x53 + x63 = 1;
x14 + x24 + x34 + x44 + x54 + x64 = 1;
x15 + x25 + x35 + x45 + x55 + x65 = 1;
x16 + x26 + x36 + x46 + x56 + x66 = 1;
```

Al hacer funcionar este código, recibimos por resultado la siguiente ruta: $HQ \rightarrow DAN \rightarrow HQ$, $AL \rightarrow JP \rightarrow AL$ y $USM \rightarrow NIC \rightarrow USM$.

Claramente estamos frente a muchos loops, y al hacer las ramificaciones correspondientes para resolver este problema, se generan 6 ramas en primera instancia, de las cuales solo 4 son óptimas, con un costo para el repartidor de 100 (las otras son de 102).

Estas 4 ramas, generan soluciones nuevamente con loops, los cuales deben ser quebrados nuevamente, por lo que se generan en total 8 nuevas ramas, de las cuales solo 6 son óptimas con una solución de costo de 102. Aquí se generan muchas rutas alternativas, pero para hacer esto más rápido, pondremos el caso cuando rompemos la ruta entre $HQ \rightarrow DAN$ y $AL \rightarrow JP$ (en ese orden).

Para encontrar la solución, tuvimos que ingresar en el código las siguientes modificaciones: en las restricciones se agregó `x13 = 0;`, y `x24 = 0;`. En la función objetivo, se modificó ... + $999999x_{13} + 999999x_{24} + ...$.

Con estos cambios, se pudo obtener **un** camino óptimo (de los tantos), el cual es:

$$HQ \rightarrow NIC \rightarrow USM \rightarrow JP \rightarrow AL \rightarrow DAN \rightarrow HQ$$