向量

2024年9月24日 星期二 16:03

一个向量中成分的个数就是该向量的维数.

numpy 默认生成行向量. 且 numpy 中的转置对一维数组无效.

```
A = np.array [[1, 2, 3, 4]]    → 二维数组.
A.T → 输出 [[1]               → 成功转置
            [2]
            [3]
            [4]]
```

向量的数量乘法.

$$c\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\\vdots\\u_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}cu_1\\cu_2\\\vdots\\cu_n\end{bmatrix}$$

维数不变.

几何意义: 向量沿所在直线方向拉伸数倍.

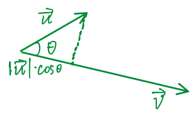
向量间的乘法.

(1) 内积: ① 向量维数相等. ② 结果是个标量. ③ np.dot() 传入一维行向量

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\\vdots\\u_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\v_2\\\vdots\\v_n\end{bmatrix}=u_1v_1+u_2v_2+\dots+u_nv_n$$

$$=|\vec{u}||\vec{v}|\cdot\cos\theta$$

* 几何意义: $\vec{u}$ 在 $\vec{v}$ 方向上的投影长度乘 $\vec{v}$ 的模长. .



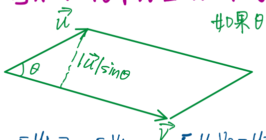
(2) 外积:

二维. $\vec{u}\times\vec{v}=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}v_1\\v_2\end{bmatrix}=u_1v_2-u_2v_1$

$$=|\vec{u}||\vec{v}|\cdot\sin\theta$$

几何意义: 两个张量张成的平行四边形的面积.

如果 $\theta>180°$, 结果为负.



三维. $\vec{u}\times\vec{v}=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}v_1\\v_2\\v_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_2v_3-u_3v_2\\u_3v_1-u_1v_3\\u_1v_2-u_2v_1\end{bmatrix}$

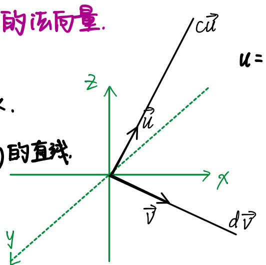
几何意义: $\vec{u}$ 和 $\vec{v}$ 张成平面的法向量.

向量的线性组合: 数乘 + 加法.

(1) $c\vec{u}$ 的所有线性组合构成的图像.

c 可取 0

↓ 三维空间中一条穿过 (0, 0, 0) 的直线.



$u=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{bmatrix}$

(2) $c\vec{u}+d\vec{v}$ 的所有线性组合构成的图像.

当向量 $\vec{u}$ 和 $\vec{v}$ 不在一条直线上时. → 三维空间中一个通过 (0, 0, 0) 的二维平面.

当向量 $\vec{u}$ 和 $\vec{v}$ 在同一条直线上时. → . . . . (0, 0, 0) 的一条直线.

(3) $c\vec{u}+d\vec{v}+e\vec{w}$ 的所有线性组合构成的图像.

当向量 $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ 不在一个平面上时, → 整个三维空间.

当向量 $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ 在一个平面上时, → 退化成 (2)

当向量 $\vec{u}$. $\vec{v}$. $\vec{w}$ 在一条直线上时, → 退化成 (1)