

## 教員紹介：石上嘉康



### 私の研究概要

計算機科学や情報通信技術向上を意識し、有限離散構造の数理科学的研究をしています。

計算機で扱える情報（デジタルデータ）は基本的に有限かつ離散です。離散とは連続と対比する考え方であり、例えば整数は無限な離散集合です。（しかし離散の問題の本質に連続性が潜んでいることもよくあります）。基礎的な情報のモデルとして、有限で離散な情報構造を研究しています。特に、確率を主な重要な道具として研究しています。

### 有限離散な情報構造の例

有限離散な情報構造の代表例の一つとしては、（グラフ理論でいう）グラフがあります。紛らわしいのですが、関数のグラフと言った場合のグラフとは別の意味であり、ある有限集合（ $V$  と仮に呼ぶ）と“辺”の集合（ $E$  と仮に呼ぶ）の組  $(V, E)$  をグラフと呼びます。“辺”とは、 $V$  の 2 つの元からなる集合です。 $V$  を飲み薬の集合、一緒に飲んでも安全な薬のペア（2 個）の集合を  $E$  とすると、 $(V, E)$  がグラフになります。（ある二つの薬を同時に飲むとおなかの中で化学反応を起こしたりして危険なことがあります。）このように、さまざまなデータが、グラフとして表現できます。計算機内に格納するデータ形式としては、もっとも重要なもののひとつです



なぜ確率が重要か。

確率現象はそれ自体が非常に面白い研究対象ですが、私は確率現象そのものよりも、その応用に惹かれています。

何かある良い性質をもつ離散構造をひとつ構成したいというときに、具体的な手順でつくってやればよいわけです。計算機上にのせて高速に処理できるものであれば最も良い。しかし、一般にはそういった具体的手順を見つけることは難しい。そんなときに、確率をつかってデタラメにつくってやると、実はうまくいくということがあります。(日常でも、いろいろ思い悩んでも結論がでなかったけれど、一か八かやってみたらうまくいったなんてこと、ありますよね。) そんなとき、デタラメにやってもどの程度うまくいくのかを理論的に保証したり考察したりする必要があります。

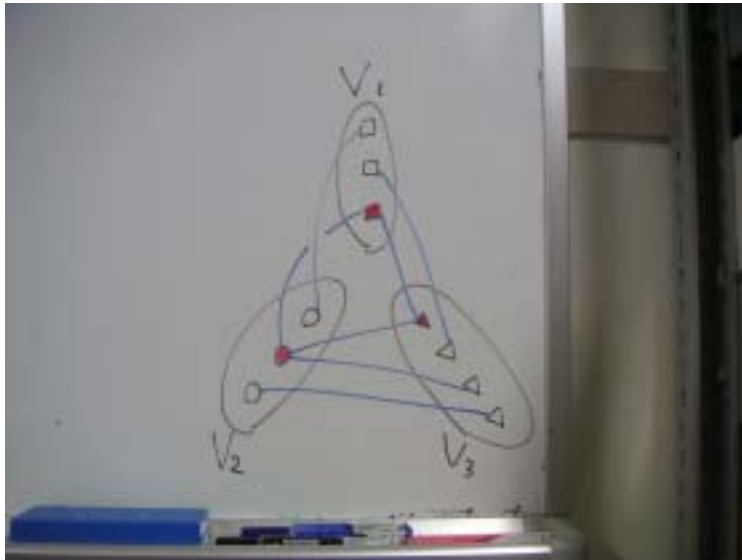
また、全てのいろんな入力に対して、常に正解を早く出すアルゴリズムを開発しようと思ってもうまくいかないとき、実は、ごく少数のいやらしい入力例が邪魔をしていることがよくあります。そこで、ちょっと誤差があってもよいとか、たまには計算機だって運悪く失敗することがあってもよし、とすると、急にできることが多くなります。(人間だって、確率的に問題解決に当たっているはずです。)

あともうひとつ。これはちょっと説明しづらいのですが、巨大な任意の離散構造は、それ自体、ランダムな構造に近似できるという不思議な性質が知られてきました。この性質を使うと、問題が単純化され、いろいろな場合を考えなくてすむようになるので、非常に楽になります。

### 研究テーマ(もっと具体的に)

具体的には、私が興味を持っている研究例として、つぎがあげられます。

(グラフに部分グラフを見つける。) 先ほど、 $V$  を飲み薬の集合、 $E$  を “一緒に飲んでも安全(な事が確認されている)” 薬のペアの集合としたとき、 $(V, E)$  がグラフになるといいました。 $V_1, V_2, V_3$  を、心臓の薬、胃の薬、血圧を抑える薬の集合とします。あらためて  $V$  を  $V_1, V_2, V_3$  の和集合とする。そして、やはり “一緒に飲んでも安全” な薬のペアの集合を  $E$  とします。やはり  $(V, E)$  はグラフになります。あなたが医者で、心臓と胃と血圧の3つに問題を抱えている患者に、計3個の薬を渡したいとします。しかし、飲み合わせの悪い薬を渡して、患者に危険が生じたら、たいへんなことになります。じょうずに “安全な” 3個の薬をみつける手順が必要になってきます。薬の数が膨大になると、効率的なアルゴリズムが必要になってきます。(写真の赤の3つの薬は、同時に飲んでも安全。)



近年、この手の問題は非常に重要であることが認識されてきており、グラフの分野で主要な問題というだけでなく、そこから離れて、整数列や格子点のパターンマッチングの問題、行列の積の高速アルゴリズムの向上と限界の問題、箱の中を漂う液体の中から同じ位置を周期的に回遊する分子を見つける（もはや離散でも有限でもない）問題、計算機で確率的に情報を高速検査できる性質の特徴づけ、など。いろいろな分野と深く密接な関連（あるいは本質的に同じ）をもつということがわかってきました。

#### 研究対象の易しさの利用と難しさの利用

離散構造の基本的性質のうち、何が（一見難しそうだが）本質的に易しくて何が本質的に難しいものなのか、その難しさや単純さの本質はどこにあるのかがわかるということは、計算機上で情報を扱う上で社会にとって重要なことです。難しそうだと思われていたことが易しく理解されたとき、その成果の工学的可能性は一般の人にとってわかりやすいでしょう。（たとえばそれによってアルゴリズムが簡略化できます。ピタゴラスの定理( $a^2+b^2=c^2$ )を知っていれば、直角三角形の（直角をまたぐ）2辺を測れば、斜辺を測る手間を省けるのと同じことです。）一方で、難しいということを理解することも重要なことです。その性質を逆利用することができます。例えば、情報セキュリティなどでは、整数の因数分解やグラフの同型性判定など、問題の難しさを逆に利用しています。それらの難しさが、他人に暗号を解読されてしまわない安全性を保証してくれます。そのためには、それらの問題についてのトップレベルの理解度や技術力が、常に国家または公共の所有物になっている必要があります。（テロ集団や閉鎖的仮想敵国に技術力で負けていて、それらが秘密利用されると大変な混乱がおきます。）ちょうど紙幣が国立印刷局の高い印刷技術力に依存しているのと似ているかもしれません。だから、透かし、ホログラム、マイクロ文字、など（安価なカラーコピー機では不可能な）最新印刷技術を採用しているわけです。

#### 本研究室で学ぶことに興味のあるすべての皆さんへ

このページは不特定多数を対象としていることと、スペース制限から、わかりにくかったかもしれません。より詳しく研究内容・運営方針や雰囲気を知りたい方は、見学に来て下さい。本研究室では学外からの大学院入学生も引き受けています。