

第 19 回

- (1) 21
- (2) 8
- (3) 84
- (4) 1
- (5) 1
- (6) 495
- (7) 55
- (8) 780

異なる n 個のものの中から異なる r 個を取る
組合せの総数 ${}_nC_r$

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}$$

特に ${}_nC_n = 1$

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad \text{なお } {}_nC_0 = 1 \text{ と定める}$$

$${}_nC_r = {}_nC_{n-r} \quad \text{ただし } 0 \leq r \leq n$$

解説

$$(1) {}_7C_2 = \frac{7\cdot 6}{2\cdot 1} = 21$$

$$(2) {}_8C_1 = 8$$

$$(3) {}_9C_3 = \frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2\cdot 1} = 84$$

$$(4) {}_6C_6 = 1$$

$$(5) {}_4C_0 = 1$$

$$(6) {}_{12}C_8 = {}_{12}C_{12-8} = {}_{12}C_4 = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 495$$

$$(7) {}_{11}C_9 = {}_{11}C_{11-9} = {}_{11}C_2 = \frac{11\cdot 10}{2\cdot 1} = 55$$

$$(8) {}_{40}C_{38} = {}_{40}C_{40-38} = {}_{40}C_2 = \frac{40\cdot 39}{2\cdot 1} = 780$$

第 20 回

- (1) 10
- (2) 4
- (3) 20
- (4) 1
- (5) 1
- (6) 1365
- (7) 78
- (8) 4950

異なる n 個のものの中から異なる r 個を取る
組合せの総数 ${}_nC_r$

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}$$

特に ${}_nC_n = 1$

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad \text{なお } {}_nC_0 = 1 \text{ と定める}$$

$${}_nC_r = {}_nC_{n-r} \quad \text{ただし } 0 \leq r \leq n$$

解説

$$(1) {}_5C_2 = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1} = 10$$

$$(2) {}_4C_1 = 4$$

$$(3) {}_6C_3 = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} = 20$$

$$(4) {}_7C_7 = 1$$

$$(5) {}_3C_0 = 1$$

$$(6) {}_{15}C_{11} = {}_{15}C_{15-11} = {}_{15}C_4 = \frac{15\cdot 14\cdot 13\cdot 12}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 1365$$

$$(7) {}_{13}C_{11} = {}_{13}C_{13-11} = {}_{13}C_2 = \frac{13\cdot 12}{2\cdot 1} = 78$$

$$(8) {}_{100}C_{98} = {}_{100}C_{100-98} = {}_{100}C_2 = \frac{100\cdot 99}{2\cdot 1} = 4950$$

第 21 回

- (1) 45 通り
- (2) 220 通り
- (3) 10 本
- (4) 35 個

異なる n 個のものの中から異なる r 個を取る
組合せの総数 ${}_nC_r$

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}$$

特に ${}_nC_n = 1$

解説

$$(1) {}_{10}C_2 = \frac{10\cdot 9}{2\cdot 1} = 45 \text{ (通り)}$$

$$(2) {}_{12}C_3 = \frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1} = 220 \text{ (通り)}$$

(3) 円周上の 5 個の点からどの 2 点を取っても直線が 1 本作られる。

よって、求める本数は

$${}_5C_2 = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1} = 10 \text{ (本)}$$

(4) どの 3 本の直線も 1 点で交わらないから、三角形は 3 本の直線でただ 1 つ定まる。

よって、求める個数は

$${}_7C_3 = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1} = 35 \text{ (個)}$$

第 22 回

- (1) 120 通り
- (2) 126 通り
- (3) 56 個
- (4) 15 試合

異なる n 個のものの中から異なる r 個を取る
組合せの総数 ${}_nC_r$

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}$$

特に ${}_nC_n = 1$

解説

$$(1) {}_{10}C_3 = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} = 120 \text{ (通り)}$$

$$(2) {}_9C_4 = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 126 \text{ (通り)}$$

(3) 8 個の頂点からどの 3 点を取っても三角形が 1 つ作られる。

よって、求める個数は

$${}_8C_3 = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1} = 56 \text{ (個)}$$

(4) 6 チームから 2 チームを選ぶと 1 試合できる。

よって、求める試合数は

$${}_6C_2 = \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} = 15 \text{ (試合)}$$