第２３回

(1)　120 通り
(2)　252 通り
(3)　56 通り
(4)　315 個

異なる n 個のものの中から異なる r 個を取る組合せの総数 ${}_nC_r$

$${}_nC_r=\frac{{}_nP_r}{r!}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$$

解説

(1)　男子の委員 2 人の選び方は ${}_4C_2$ 通り，
女子の委員 3 人の選び方は ${}_6C_3$ 通りであるから

$${}_4C_2\times{}_6C_3=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=6\times20$$
$$=120\text{(通り)}$$

(2)　男子の代表 3 人の選び方は ${}_9C_3$ 通り，女子の代表 1 人の選び方は ${}_3C_1$ 通りであるから

$${}_9C_3\times{}_3C_1=\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}\times3=84\times3$$
$$=252\text{(通り)}$$

(3)　特定の 2 人が委員の中に含まれるから，その 2 人を除いた 8 人から，残りの委員 3 人を選べばよいから

$${}_8C_3=\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=56\text{(通り)}$$

(4)　6 本の平行線から 2 本の平行線を選ぶ方法は ${}_6C_2$ 通り
7 本の平行線から 2 本の平行線を選ぶ方法は ${}_7C_2$ 通り
よって，求める平行四辺形の個数は

$${}_6C_2\times{}_7C_2=\frac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\frac{7\cdot6}{2\cdot1}=15\times21$$
$$=315\text{(個)}$$

第２４回

(1)　225 通り
(2)　28 通り
(3)　120 通り
(4)　280 個

異なる n 個のものの中から異なる r 個を取る組合せの総数 ${}_nC_r$

$${}_nC_r=\frac{{}_nP_r}{r!}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$$

解説

(1)　男子の委員 4 人の選び方は ${}_5C_4$ 通り，
女子の委員 2 人の選び方は ${}_{10}C_2$ 通りであるから

$${}_5C_4\times{}_{10}C_2=5\times\frac{10\cdot9}{2\cdot1}=5\times45$$
$$=225\text{(通り)}$$

(2)　男子の代表 2 人の選び方は ${}_8C_2$ 通り，女子の代表 2 人の選び方は ${}_2C_2$ 通りであるから

$${}_8C_2\times{}_2C_2=\frac{8\cdot7}{2\cdot1}\times1=28\text{(通り)}$$

(3)　A を先に選んでおき，A と B を除いた 10 人から，残りの委員 3 人を選べばよいから

$${}_{10}C_3=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120\text{(通り)}$$

(4)　5 本の平行線から 2 本の平行線を選ぶ方法は ${}_5C_2$ 通り
8 本の平行線から 2 本の平行線を選ぶ方法は ${}_8C_2$ 通り
よって，求める平行四辺形の個数は

$${}_5C_2\times{}_8C_2=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}\times\frac{8\cdot7}{2\cdot1}=10\times28$$
$$=280\text{(個)}$$

第２５回

(1)　120 通り
(2)　252 通り
(3)　126 通り
(4)　2520 通り

組分けをするときは分けるものと組が区別できるかどうかを明確にする。
区別をなくす　　2 組同数 ÷2!　3 組同数 ÷3!

解説

(1)　10 人から 3 人を選ぶと残りは 7 人の組に決まる。
よって　　${}_{10}C_3=\dfrac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$(通り)

(2)　10 人から 5 人を選んで A に分けると，
残り 5 人は B に決まる。
よって　　${}_{10}C_5=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=252$(通り)

(3)　5 人ずつ分けた 1 つの組分けに対して A，B の順に並べる方法は 2! 通りある。
よって，(2) の分け方で A，B の区別をなくすと

$$\frac{252}{2!}=126\text{(通り)}$$

(4)　10 人から 5 人を選ぶ方法は　${}_{10}C_5$ 通り
残りの 5 人から 3 人を選ぶ方法は　${}_5C_3$ 通り
残り 2 人を最後の 1 組とする。
よって

$${}_{10}C_5\times{}_5C_3={}_{10}C_5\times{}_5C_2$$
$$=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\frac{5\cdot4}{2\cdot1}$$
$$=252\times10=2520\text{(通り)}$$

第２６回

(1)　126 通り
(2)　1680 通り
(3)　280 通り
(4)　1260 通り

組分けをするときは分けるものと組が区別できるかどうかを明確にする。
区別をなくす　　2 組同数 ÷2!　3 組同数 ÷3!

解説

(1)　9 人から 4 人を選ぶと残りは 5 人の組に決まる。
よって　　${}_9C_4=\dfrac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=126$(通り)

(2)　9 人から 3 人を選んで A に分け，残り 6 人から 3 人を選んで B に分けると，残り 3 人は C に決まる。
よって　${}_9C_3\times{}_6C_3=\dfrac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}$
$=84\times20=1680$(通り)

(3)　3 人ずつ分けた 1 つの組分けに対して A，B，C の順に並べる方法は 3! 通りある。
よって，(2) の分け方で A，B，C の区別をなくすと　　$\dfrac{1680}{3!}=280$(通り)

(4)　9 人から 4 人を選ぶ方法は　${}_9C_4$ 通り
残りの 5 人から 3 人を選ぶ方法は　${}_5C_3$ 通り
残り 2 人を最後の 1 組とする。
よって

$${}_9C_4\times{}_5C_3={}_9C_4\times{}_5C_2$$
$$=\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\frac{5\cdot4}{2\cdot1}$$
$$=126\times10=1260\text{(通り)}$$