第２７回

(1)　15 個
(2)　2520 通り
(3)　105 通り
(4)　1260 通り

> n 個のもののうち，p 個は同じもの，q 個は別の同じもの，r 個はまた別の同じもの，…のとき，これら n 個のもの全部を並べて作った順列の総数は
> $\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$　ただし　$p+q+r+\cdots\cdots=n$
> 別解　同じものの位置を決める
> 同じものを p 個おく場所を選び，別の同じものを q 個おく場所を選び，また別のものを r 個おく場所を選び，……
> ${}_nC_p\times{}_{n-p}C_q\times{}_{n-p-q}C_r\times\cdots$

解説

(1)　6 個の数字のうち，1 が 2 個，2 が 4 個あるから　$\dfrac{6!}{2!4!}=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}=15$ (個)

(2)　10 個の文字のうち，x が 5 個，y が 3 個，z が 2 個あるから
$$\frac{10!}{5!3!2!}=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1}=2520\text{ (通り)}$$

(3)　7 個の玉のうち，赤玉が 4 個，白玉が 2 個あるから　$\dfrac{7!}{4!2!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{2\cdot1}=105$ (通り)

(4)　7 個の文字のうち，c が 2 個，r が 2 個あるから　$\dfrac{7!}{2!2!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3}{2\cdot1}=1260$ (通り)

別解

(1)　1 を 2 個おく場所を選ぶ方法は　${}_6C_2$ 通り
残った場所に 2 をおけばよい。
よって　${}_6C_2=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}=15$ (個)

(2)　x を 5 個おく場所を選ぶ方法は　${}_{10}C_5$ 通り
残りの 5 個の場所から y を 3 個おく場所を選ぶ方法は　${}_5C_3$ 通り
残った場所に z をおけばよい。
よって
$${}_{10}C_5\times{}_5C_3={}_{10}C_5\times{}_5C_2=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=2520\text{ (通り)}$$

(3)　赤玉を 4 個おく場所を選ぶ方法は　${}_7C_4$ 通り
残りの 3 個の場所から白玉を 2 個おく場所を選ぶ方法は　${}_3C_2$ 通り
残った場所に青玉をおけばよい。
よって
$${}_7C_4\times{}_3C_2={}_7C_3\times{}_3C_1=\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}\times3=105\text{ (通り)}$$

(4)　c が 2 個，r が 2 個，o，e，t が 1 個ずつある。
c を 2 個おく場所を選ぶ方法は　${}_7C_2$ 通り
残りの 5 個の場所から r を 2 個おく場所を選ぶ方法は　${}_5C_2$ 通り
残った場所に o，e，t を並べていけばよい。
よって
$${}_7C_2\times{}_5C_2\times{}_3P_3=\frac{7\cdot6}{2\cdot1}\times\frac{5\cdot4}{2\cdot1}\times3\cdot2\cdot1=1260\text{ (通り)}$$

第２８回

(1)　70 個
(2)　4200 通り
(3)　1260 通り
(4)　3360 通り

> n 個のもののうち，p 個は同じもの，q 個は別の同じもの，r 個はまた別の同じもの，…のとき，これら n 個のもの全部を並べて作った順列の総数は
> $\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$　ただし　$p+q+r+\cdots\cdots=n$
> 別解　同じものの位置を決める
> 同じものを p 個おく場所を選び，別の同じものを q 個おく場所を選び，また別のものを r 個おく場所を選び，……
> ${}_nC_p\times{}_{n-p}C_q\times{}_{n-p-q}C_r\times\cdots$

解説

(1)　8 個の数字のうち，3 が 4 個，4 が 4 個あるから　$\dfrac{8!}{4!4!}=\dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=70$ (個)

(2)　10 個の文字のうち，p が 4 個，q が 3 個，r が 3 個あるから
$$\frac{10!}{4!3!3!}=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1}=4200\text{ (通り)}$$

(3)　9 枚のカードのうち，赤色のカードが 2 枚，黄色のカードが 3 枚，緑色のカードが 4 枚あるから
$$\frac{9!}{2!3!4!}=\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5}{2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1}=1260\text{ (通り)}$$

(4)　8 個の文字のうち，o が 3 個，n が 2 個あるから
$$\frac{8!}{3!2!}=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4}{2\cdot1}=3360\text{ (通り)}$$

別解

(1)　3 を 4 個おく場所を選ぶ方法は　${}_8C_4$ 通り
残った場所に 4 をおけばよい。
よって　${}_8C_4=\dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=70$ (個)

(2)　p を 4 個おく場所を選ぶ方法は　${}_{10}C_4$ 通り
残りの 6 個の場所から q を 3 個おく場所を選ぶ方法は　${}_6C_3$ 通り
残った場所に r をおけばよい。
よって　${}_{10}C_4\times{}_6C_3=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=4200$ (通り)

(3)　並べる 9 枚の場所から赤色のカードを 2 枚おく場所を選ぶ方法は　${}_9C_2$ 通り
残りの 7 枚の場所から黄色のカードを 3 枚おく場所を選ぶ方法は　${}_7C_3$ 通り
残った場所に緑色のカードをおけばよい。
よって
$${}_9C_2\times{}_7C_3=\frac{9\cdot8}{2\cdot1}\times\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=1260\text{ (通り)}$$

(4)　o が 3 個，n が 2 個，m，t，e が 1 個ずつある。
o を 3 個おく場所を選ぶ方法は　${}_8C_3$ 通り
残りの 5 個の場所から n を 2 個おく場所を選ぶ方法は　${}_5C_2$ 通り
残った場所に m，t，e を並べていけばよい。
よって
$${}_8C_3\times{}_5C_2\times{}_3P_3=\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}\times\frac{5\cdot4}{2\cdot1}\times3\cdot2\cdot1=3360\text{ (通り)}$$