五一数学建模竞赛

承　诺　书

我们仔细阅读了五一数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与本队以外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的, 如果引用别人的成果或其它公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们愿意承担由此引起的一切后果。

我们授权五一数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

参赛题号（从 A/B/C 中选择一项填写）：A

参赛队号：T20832743709696

参赛组别（研究生、本科、专科、高中）：本科

所属学校（学校全称）：四川大学锦城学院

参赛队员：队员 1 姓名：刘茜阳

队员 2 姓名：李倩

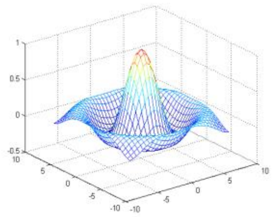
队员 3 姓名：王梓嘉琪

联系方式：Email：1451528638@qq.com　联系电话：17738305245

日期：2021 年 5 月 3 日

（除本页外不允许出现学校及个人信息）

五 一 数 学 建 模 竞 赛



题 目：疫苗生产问题研究

关键词：概率分布、线性规划、动态规划、最优解、拟合、可靠性

摘　要：

本文通过概率分布、线性规划、动态规划、最优解、拟合、可靠性等方法，算出了题目所给各类型疫苗在所有工位上的均值、方差、最值、概率分布等，建立了数据的统计分析图，分析了各类型疫苗的生产流水线。

对于问题一，导入题目所给时间数据，编写对应求值的算法代码嵌入 for 循环，求出每种疫苗在工位 CJ1~CJ4 上的均值、方差、最值。再通过 MATLAB 的绘图和拟合功能，得到各类疫苗在各工位上的概率分布。

对于问题二，利用线性规划、动态规划和最优解思想，将问题分解细化为多个解决方案，筛选得到最优生产顺序为 YM4-YM10-YM5-YM7-YM1-YM2-YM6-YM3-YM8-YM9，并算得生产总时间 180 分钟。

对于问题三，将问题二中的平均时间换成概率函数，使用拟合、构造出概率函数，同时利用正态分布函数进行排序，得出缩短时间的比例与最大概率之间的关系。

对于问题四，首先算出各工位使用 16 小时时，各类疫苗生产数量，再计算每种疫苗任务数量的方差和平均值。编写代码，用 MATLAB 绘图拟合出正态分布图，观察图中拟合曲线和数据的分布，得出加工顺序为 YM1-YM10-YM4-YM5-YM2-YM3-YM6-YM9-YM7-YM8。最后分析每种疫苗在各工位上完成的数量，计算出天数为 270 天。

对于问题五，经数据分析后得出数据框架，制定疫苗生产顺序，第 1 至 56 天，生产 119952 支 YM6、137200 支 YM7、80000 支 YM8。第 57 至 70 天，生产 29988 支 YM6、12740 支 YM7、12964 支 YM5。第 71 至 97 天，生产 107036 支 YM5、90000 支 YM10。第 98 至 100 天，生产 4320 支 YM2、4330 支 YM3。总销售额为 28869080 元。

1、 问题重述

疫苗生产需要经过 CJ1 工位、CJ2 工位、CJ3 工位以及 CJ4 工位等 4 个工艺流程。每个工艺流程一次性均能处理 100 剂疫苗，这 100 剂疫苗装进一个加工箱一起送进工位的设备进行处理。只有按照 CJ1-CJ2-CJ3-CJ4 的顺序在 4 个工位都进行了加工以后，才算完成生产。每个工位不能同时生产不同类型的疫苗，疫苗生产不允许插队,即进入第一个工位安排的每类疫苗的生产顺序一旦确定就要一直保持不变，而且前一种类型的疫苗离开某个工位后，后一种类型的疫苗才能进入这个工位。

每个工位生产不同类型的每箱疫苗所需的时间并不稳定,为生产出 YM1-YM10 等 10 种不同类型的疫苗。需要解决以下问题：

问题一：根据每个工位生产不同类型的每箱疫苗所需时间的 Excel 表格数据，对每箱疫苗在所有工位上的生产时间进行均值、方差、最值、概率分布等统计分析。

问题二：为在最短时间内交付疫苗，根据每个工位生产每箱疫苗平均时间，初始时刻为 00:00 的条件下，制定疫苗生产顺序，建立数学模型，计算生产总时间，并将结果填入所给表中。

问题三：为让交货总时间比问题 2 的总时间缩短 5%，建立数学模型，以最大的概率完成这个任务为目标，确定生产顺序，给出缩短的时间比例与最大概率之间的关系。

问题四：在每个工位每天生产的时间不能超过 16 小时，且同种类型疫苗生产全部完成之后才能生产另外类型的疫苗的条件下，建立数学模型，在可靠性为 90%的前提下安排生产方案，求完成 10 种类型疫苗不同规模的任务需要多少天。

问题五：在每个工位每天生产的时间不能超过 16 小时，每种类型的疫苗可以只完成一部分的条件下，计划在 100 天内选择部分数量的疫苗进行生产。以最大销售额为目标，建立数学模型，安排生产计划。

2、 问题假设

假设一：计算时间时，精确到秒，不考虑秒之后的数值。

假设二：不考虑工位之间的交替时间间隔、疫苗进入工位到开始生产的时间间隔等时间因素。

假设三：在生产过程中，无机器故障等突发状况出现。

假设四：同支疫苗按工位 CJ1~CJ4 顺序一次性完成生产。

3、 符号说明

序号	符号	说明
1	i	第 i 行数据
2	z	表名
3	t	时间
4	T	天数
5	N	每种疫苗任务数量
6	m	一天最终加工完成的数量

4、 问题分析

4.1 问题一的分析

问题一要求计算每箱疫苗在所有工位上生产时间的均值、方差、最值、概率分

布。因此需要将每箱疫苗生产加工的时间记录表中每行的数据进行求和，在 MATLAB 中导入时间数据，根据平均值、方差、最大值与最小值公式求出相应的值，再利用绘图工具获取概率分布图，建立数学模型。

4.2 问题二的分析

问题二要求在给定的条件下，制定最短时间的疫苗生产顺序，并计算生产总时间，填入题目所提供的表格中。因此需要对问题一求解获得的平均时间进行分析，在①类型的疫苗进入 CJ2 工位生产时，②类型的疫苗进入 CJ1 工位，遇到的可能有两种：

一是①类型疫苗 CJ2 工位刚进行完或者比②类型的疫苗 CJ1 工位先进行完，①类型疫苗可直接进入 CJ2 工位；

二是①类型疫苗 CJ2 工位还未进行完时，②类型疫苗 CJ1 工位已进行完，此时②类型疫苗需要等待一段时间才能进入 CJ2 工位。

根据上述分析，运用线性规划内容，用 lingo 软件估算所求时间，建立数学模型，求出生产总时间，再推出最短时间的疫苗生产顺序。

4.3 问题三的分析

问题三要求交货总时间比问题二的总时间缩短 5%，以最大的概率完成这个任务为目标，确定生产顺序，并给出缩短的时间比例与最大概率之间的关系。该问主要是将问题二中的平均时间换成了概率函数，分析其可以使用拟合、构造概率函数，同时也可以利用正态分布函数，进行排序操作，建立数学模型。

4.4 问题四的分析

问题四要求在每个工位每天生产时间不超过 16 小时，同种类型疫苗生产全部完成之后才能生产另外类型的疫苗，在可靠性为 90%的前提下安排生产方案，计算出完成任务需要花费多少天。根据题目附件提供的每种类型疫苗生产需要完成的任务数量，使用 MATLAB 的 APP 工具绘出正态分布图，选取拟合曲线的峰值作为依据，制定生产顺序。计算不同类型疫苗在不同工位上用时 16 小时，生产出的疫苗数量，利用 4 个工位上的最小值，计算完成各类型疫苗生产任务数量需要的时间。

4.5 问题五的分析

问题五要求在 100 天内，以最大销售额为目标，完成疫苗生产和安排生产计划，其中每种类型疫苗的生产任务可适当拆分，每个工位每天生产时间不超过 16 小时。根据每箱疫苗（内装 100 剂）在每个工位上加工的平均时间、不同类型疫苗的任务数量与对应疫苗的单价所得的销售额，按优先级排出不同类型疫苗的顺序。

5、 问题一模型的建立与求解

5.1 模型准备

5.1.1 导入数据

将附件 1 中的不同类型疫苗 YM1~YM10 在不同工位 CJ1~CJ4 上，每箱（内装 100 剂）疫苗生产加工的时间记录（分钟）数据导入 MATLAB 中，将数据转为列向量，命名为 z。将每行数据以数值矩阵为输出类型导入工作区，分别按照疫苗类型名以及对应的工位命名，例如，YM1—CJ1。

5.2 模型建立

均值公式：$\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}t_i$ （5-2-1）

方差公式：$\sigma^2=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2$ （5-2-2）

最值公式：$x_{min} = min\{x_i\}$，$x_{max} = max\{x_i\}$　　　　（5-2-3）

5.3 模型求解

根据计算公式， 在 MATLAB 实时编辑器中，写入求均值、方差、最值的程序代码，运行获得四列数据值，分别为平均值、方差、最大值和最小值，如图一。然后使用 MATLAB 中的 APP 工具 Distribution Fitter，按照要求将每行数据导入其中，进行自动数据拟合，得到概率分布（详见附录 1）。

MATLAB 程序如下：

```
for i=1:40     %把数据分为 40 行进行运算
    z1=str2num(z(i))    %将字符数组或字符串转换为数值数组
    zd(i,1)=max(z1(:))
    zx(i,1)=min(z1(:))
    jz(i,1)=mean(z1(:))
    fc(i,1)=var(z1(:))
end
zd(40,1);
```

类型	工位	均值	方差	最大值	最小值	总时
YM1	CJ1	13.2840	1.5940	16.5784	10.0557	68.1050
	CJ2	14.9621	1.0831	17.5855	13.0670	
	CJ3	19.8460	1.1875	22.9080	17.8616	
	CJ4	20.0129	1.8897	23.7890	16.5052	
YM2	CJ1	9.8709	0.8333	11.6821	6.9708	66.6490
	CJ2	19.9075	1.2529	22.2294	17.5137	
	CJ3	17.9282	0.9022	20.1778	15.5031	
	CJ4	18.9424	0.8905	21.4245	17.1641	
YM3	CJ1	20.0584	0.8448	21.8140	17.8140	66.1178
	CJ2	15.9726	0.6934	17.8089	13.9780	
	CJ3	14.9704	1.0400	17.7873	12.6710	
	CJ4	15.1164	0.8122	17.0034	12.8065	
YM4	CJ1	7.9887	0.9322	10.0389	5.8720	41.9896
	CJ2	9.9366	0.9534	12.5088	7.6405	
	CJ3	5.9359	0.0380	6.3889	5.3536	
	CJ4	18.1284	1.1277	20.7891	16.0432	
YM5	CJ1	8.7701	0.7451	10.3845	5.9270	46.7468
	CJ2	13.7220	1.1396	16.6052	11.7967	
	CJ3	13.0052	0.8313	15.0108	10.7985	
	CJ4	11.2495	1.2308	14.5267	9.2316	
YM6	CJ1	19.0741	1.3350	21.7526	16.4356	67.2009
	CJ2	20.0944	0.9735	21.9278	17.5005	
	CJ3	14.1485	0.8755	15.8136	12.0908	
	CJ4	13.8839	1.1517	16.9491	11.7249	
YM7	CJ1	11.1601	1.0263	13.2878	8.8435	58.7575
	CJ2	16.4961	0.9295	18.7304	14.6801	
	CJ3	12.0137	0.7862	14.4366	9.6528	
	CJ4	19.0876	0.6564	20.7553	16.7402	
YM8	CJ1	16.0201	1.1317	18.0783	13.5753	59.7934
	CJ2	8.8275	0.2614	10.1871	7.9676	
	CJ3	18.1144	1.0700	21.5699	16.3152	
	CJ4	16.8314	0.9128	18.7351	14.7471	
YM9	CJ1	15.0146	0.9738	17.4124	12.8237	43.0413
	CJ2	12.0351	1.1581	14.7485	10.0932	
	CJ3	7.0419	0.1337	7.9947	6.2319	
	CJ4	8.9497	0.1752	9.8984	8.1086	
YM10	CJ1	12.9524	0.2075	13.6186	11.4639	45.0650
	CJ2	7.0110	0.2822	8.5793	5.9503	
	CJ3	9.0492	0.2074	9.8172	7.9742	
	CJ4	16.0524	0.2634	17.4872	14.9504	

图一

6、　问题二模型的建立与求解

6.1 模型建立

对于所有类型疫苗加工流程，部分时间流程如表二所示：

表二

YM4	CJ1	CJ2	CJ3	CJ4			
	7.9887	9.9366	5.9359	18.1284			
	YM10	CJ1	CJ2	CJ3	CJ4		
		12.9524	7.0110	9.0492	16.0524		
		YM5	CJ1	CJ2	CJ3	CJ4	
			8.7701	13.7220	13.0052	11.2495	
			YM7	CJ1	CJ2	CJ3	CJ4
				11.1601	16.4961	12.0137	19.0876

从开始到加工完整个 YM4 为例，分为以下四个阶段：

一、CJ1 完成对 YM4 的工作流程后，去加工 YM10。此时所花时间为 t=t1=7.9887 分钟。

二、CJ1 在对 YM10 进行加工时，CJ2 可同时对于 YM4 进行加工，所花时间为 t2=12.9524 分钟，此时总共时间为 t=t1+t2=20.9411 分钟。从一开始经过 7.9887+9.9366=17.9253 分钟后，CJ3 可加工 YM4，经过 3.0158（20.9411-17.9253）分钟后，CJ1 可去加工 YM5。

三、在 CJ1 加工完 YM10 后，可去加工 YM5，同时 CJ2 可去加工 YM10（而在此 3.0158 分钟前 CJ3 就去加工 YM4 了）。当 CJ1 加工完 YM5 时，总时间为：t=20.9411+8.7701=29.7112 分钟。而在从一开始到 23.8612 分钟时，CJ4 开始加工 YM4。

四、从第 29.7112 分钟开始 CJ1 对 YM7 进行加工,CJ4 对于 YM4 已经加工了 5.85 分钟，还剩 12.2784 分钟。同时，CJ2 开始对 YM5 进行加工，CJ3 对 YM10 进行加工，再经过 11.1601 分钟，YM7、YM10 进入下一个工程，YM4 还剩 1.1183 分钟完成整个工序，YM5 还剩 1.8451 分钟进入下个工程。

6.2 模型求解

将问题一中求得的所有均值导入写好的 Lingo 程序代码中，运行得到最后加工完成所有任务的最短时间。

Lingo 程序如下：

```
model:
title 疫苗生产问题;
sets:
!yimiao=不同类型疫苗的集合,stage=各工位集合;
yimiao/YM1,YM2,YM3,YM4,YM5,YM6,YM7,YM8,YM9,YM10/;
stage/CJ1,CJ2,CJ3,CJ4/;
!a=疫苗加工所需的时间,x=加工开始的时间;
pxs(yimiao,stage):a,x;
!y(i,k)=1:k 排在 i 前,0;否则;
pxp(yimiao,yimiao)|&1  #lt#  &2:y;
endsets
data:
a=13.2840   9.8709   20.0584   7.9887   8.7701   19.0741   11.1601   16.0201
  15.0146   12.9524
14.9621   19.9075   15.9726   9.9366   13.7220   20.0944   16.4961   8.8275
12.0351   7.0110
19.8460   17.9282   14.9704   5.9359   13.0052   14.1485   12.0137   18.1144
```

```
  7.0419  9.0492
20.0129  18.9424  15.1164  18.1284  11.2495  13.8839  19.0876  16.8314
  8.9497  16.0524;
enddata
min=maxa; !maxa是加工最后结束的时间;
maxa>=@max(pxs(i,j)|j#eq#@size(stage):x(i,j)+a(i,j)); !完成前一段进入下一段;
@for(pxs(i,j)|j#lt#@size(stage):x(i,j)+a(i,j)<x(i,j+1)); !同一时间只能加工一种类型;
@for(stage(j):@for(pxp(i,k):x(i,j)+a(i,j)-x(k,j)<maxa*y(i,k));
@for(pxp(i,k):x(k,j)+a(k,j)-x(i,j)<maxa*(1-y(i,k)));););
@for(pxp(i,k):@bin(y(i,k)));
end
```

Lingo运行结果如图二所示：

```
Feasible solution found.
Objective value:                              180.0547
Objective bound:                              132.9410
Infeasibilities:                              0.000000
Extended solver steps:                           35635
Total solver iterations:                       2008786
Elapsed runtime seconds:                       2070.63

Model Class:                                     MINLP

Total variables:                    86
Nonlinear variables:                56
Integer variables:                  45

Total constraints:                 392
Nonlinear constraints:             361

Total nonzeros:                   1512
Nonlinear nonzeros:                730
```

图二

根据排出的疫苗加工顺序，将加工时间换算成所需的时刻，因为题目要求初始时刻为00:00，所以顺位第一个类型的疫苗进入CJ1的时刻是00:00:00。后面顺位加工的疫苗在进入不同工位加工前，需考虑前一类疫苗在该工位是否生产完毕，若生产完毕，则该疫苗直接进入此工艺流程，否则需等待一段时间才可进入流程。依次推出所有类型疫苗进入CJ1和离开CJ4的时刻，结果如表一所示：

加工顺序（填疫苗编号）	进入CJ1时刻	离开CJ4时刻
YM4	00:00:00	00:41:59
YM10	00:07:59	00:58:02
YM5	00:20:56	01:09:17
YM7	00:32:06	01:32:32
YM1	00:43:32	01:56:15
YM2	01:00:01	02:15:11
YM6	01:14:59	02:29:04

YM3	01:34:54	02:47:06
YM8	01:54:59	03:06:56
YM9	01:11:01	03:25:40

表一

7、 问题三模型的建立与求解

8.1 模型准备

将问题二中的平均时间换成概率函数。

8.2 模型建立

正态分布函数：$f(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$

8.3 模型求解

使用拟合、构造概率函数和正态分布函数，进行加工排序。

8、 问题四模型的建立与求解

8.1 模型准备

根据附件 2 的表格，计算任务数量的方差和平均值，写出正态分布图的代码并运行。

8.2 模型建立

方差公式：$\sigma^2=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2$ （8-2-1）

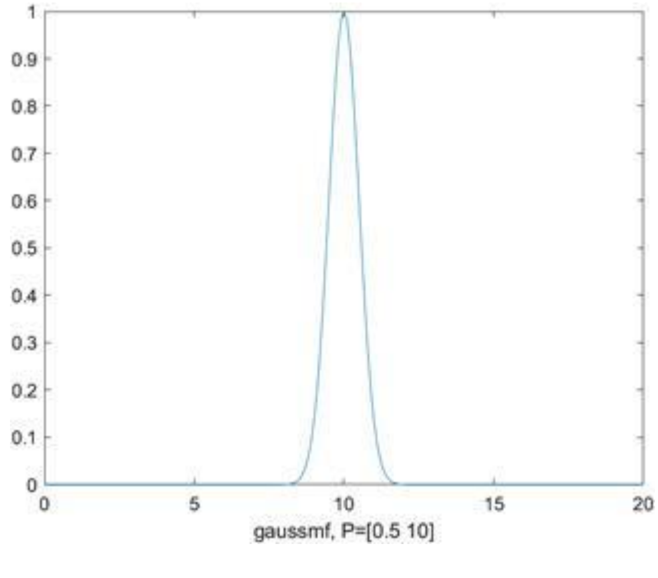
平均值公式：$\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}t_i$ （8-2-2）

8.3 模型求解

根据题目提供的各类型疫苗的任务数量，先计算出任务数量的方差和平均值，再用 MATLAB 软件使用代码（如下）绘画出正态分布图如图三：

MATLAB 代码：

```
x=0:0.1:20;
y=gaussmf(x,[0.5  10]);
plot(x,y)
```



xlabel('gaussmf, P=[0.5 10]')

图三

每个工位使用 16 小时时，每个类型疫苗所生产的数量如图（每箱 100 剂）：

	YM1	YM2	YM3	YM4	YM5	YM6	YM7	YM8	YM9	YM10
CJ1	72	97	47	120	109	50	86	60	64	74
CJ2	64	48	60	96	70	47	58	108	80	137
CJ3	48	53	64	161	73	68	80	52	136	106
CJ4	47	51	64	53	86	69	50	57	107	60

题目中的前提是在可靠性 90%，所以选取正态分布图中间部分开始进行计算，每个疫苗加工完成需要从 CJ1-CJ4，则最后加工完成的数量是每种疫苗在各个工位上生产的最少数量的总和。每种疫苗加工完成需要的天数（T）满足：

$$T = N \div m \qquad (8\text{-}3\text{-}1)$$

最终所用天数如下表：

YM1	YM10	YM4	YM5	YM2	YM3	YM6	YM9	YM7	YM8
21 天	42 天	101 天	121 天	131 天	147 天	184 天	195 天	243 天	269 天
第 22 天完成剩下的 13 个	第43天完成身下40个	第 102 天完成剩 下 14 个	无 剩下	第 132 天完成剩 下 20 个	第 148 天完成剩下 5 个	第 185 天完成剩下 9 个	第 196 天完成剩 下 28 个	第 244 天完成剩 下 24 个	第 270 天完成剩 下 20 个

经计算得出结果：所用的总天数为 270 天。

9、　问题五模型的建立与求解

9.1 模型准备

分别根据附件 2 的各类型疫苗单价和销售额以及问题一所求得的均值，建立数据框架，找出相应优先级，制定最优生产计划。

9.2 模型建立

根据所需数据，建立数据框架如下：

按单位制作（以每箱 100 支为一个单位）：

单位时间从长到短

单支价格从少到多

CJ2-YM5(13.7220)	CJ3-YM5(13.0052)	CJ4-YM5(11.2495)	CJ1-YM5(8.7701)
CJ4-YM1(20.0129)	CJ3-YM1(19.8460)	CJ2-YM1(14.9621)	CJ1-YM1(13.2840)
CJ4-YM4(18.1284)	CJ2-YM4(9.9366)	CJ1-YM4(7.9887)	CJ3-YM4(5.9359)
CJ2-YM6(20.0944)	CJ1-YM6(19.0741)	CJ3-YM6(14.1485)	CJ4-YM6(13.8839)
CJ1-YM9(15.0146)	CJ2-YM9(12.0351)	CJ4-YM9(8.9497)	CJ3-YM9(7.0419)
CJ4-YM10(16.0524)	CJ1-YM10(12.9524)	CJ3-YM10(9.0492)	CJ2-YM10(7.011)
CJ4-YM7(19.0876)	CJ2-YM7(16.4961)	CJ3-YM7(12.0137)	CJ1-YM7(11.1601)
CJ1-YM3(20.0584)	CJ2-YM3(15.9726)	CJ4-YM3(15.1164)	CJ3-YM3(14.9704)
CJ3-YM8(18.1144)	CJ4-YM8(16.8314)	CJ1-YM8(16.0201)	CJ2-YM8(8.8275)
CJ2-YM2(19.9075)	CJ4-YM2(18.9424)	CJ3-YM2(17.9282)	CJ1-YM2(9.8709)

以上述框架中顺位写出以下数据：

总销售额	总任务量
YM5（504 万）	YM5（12 万）
YM1（420 万）	YM1（10 万）
YM4（430 万）	YM4（10 万）
YM6（720 万）	YM6（16 万）
YM9（276 万）	YM9(6 万)
YM10（432 万）	YM10（9 万）
YM7（864 万）	YM7（18 万）
YM3（300 万）	YM3（6 万）
YM8（408 万）	YM8（8 万）
YM2（270 万）	YM2（5 万）

9.3 模型求解

分析数据框架，寻找最优解，思路如下：

先从生产疫苗 YM7 开始，可知因为 35.79+30.93+22.52+20.92>100（天），所以工位不能一个一个接着完成。而是采取一天执行多种疫苗的生产，交替完成的策略。有以下思路：

1、首先 YM7 与 YM6 生产交替完成，同时进行 YM8 的生产。

一天可完成的 YM7 最多有：(24×60)/(t1+t2+t3+t4)=2450 支（t1,t2,t3,t4 分别为 CJ1,CJ2,CJ4,CJ5 对于其加工 100 支的时间)。每天生产 2450 支 YM7，CJ1 需 272.3064 分钟，CJ2 需 402.5048 分钟，CJ3 需 293.1342 分钟，CJ4 需 465.7374 分钟。若每天不变的时间制作 YM7，则至少需 74 天。

一天可完成的 YM6 最多有 2142 支，若在每天固定的时间生产 YM6，则至少需要 75 天。而每天 YM7 与 YM6 交替进行，所以当 YM7 的 CJ1 完成其工序后，CJ1 可去完成对于 YM6 的工序，同时 CJ2 工位对 YM7 进行加工，其他工位以此类推。所以其时间并不会造成溢出。此时 CJ1 已做了 680.8736 分钟，CJ2 已做了 832.9268 分钟，CJ3 已做了 596.1950 分钟，CJ4 已做了 763.1305 分钟。

因为此时各工位所剩时间不多，所以为剩余时间选择单位价格较高、花费时间又较短、单位时间做的又多的 YM8。在做 YM7 与 YM6 的同时，还可以完成部分的 YM8。而 CJ2 最易超过 16 小时，所以以 CJ2 为依据，计算极限：

CJ2 还可工作的时间：16×60-832.9268=127.0732 分钟

一天最多可生产个 1439 个 YM8，而做完所有所需的 YM8 需 56 天。

2、从第 57 天开始，首先分为三种选择假设：

第一：YM5 参与到 YM7、YM6 同天制作中（想要获得所有的 504 万)；

第二：YM4 参与到 YM7、YM6 同天制作中（想要获得所有的 430 万)；

第三：若后续计算发现无法获得全部的 430 万，则选择 YM3。

若选择 YM3,28 天内就可获得所有的 300 万，此时才为第 57+28=85 天。与三种选择有关联的是当 YM7、YM6 生产基本完成时，另一个工位开始生产，与该工位同天生产的工位工作时间。

根据优先级选择 YM10：

因为生产所有的 YM10 所需时间至少为：9 万÷（一天制作量）=28.169 天，所以最晚从 71 天需开始着手生产 YM10。

70 天内：生产的 YM7 的数量为：171500 支，距目标还差 8500 支；

生产的 YM6 的数量为：149940 支，距目标还差 10060 支。

从第 71 天开始，生产 YM10：

每天可生产 YM10 疫苗 3195 支，29 天内可生产完任务要求的所有数量。

① 若选择第一种:

从第 57 天开始生产 YM5，到第 71 天：在 CJ2 的限制下，一天可生产 926 支。14 天时间内可生产 12964 支，距目标还剩 107036 支。

从 71 天开始生产 YM10 的同天生产 YM5（若剩下 29 天只生产这俩类疫苗）：完成 YM10 的生产任务数量，各工位一天所需时间分别为：CJ1 需 413.829 分钟，CJ2 需 224 分钟，CJ3 需 289.1219 分钟，CJ4 需 512.874 分钟。以 CJ4 为限制，还剩 447.126 分钟，可完成 3974 支，29 天可生产 115264 支，远超目标值。

所以可选择第一种。

② 若选择第二种:

从第 57 天开始生产 YM4，到第 71 天：在 CJ2 的限制下，一天可生产 1278 支。14 天时间内可生产 17892 支，距目标还剩 82108 支。

从 71 天开始生产 YM10 的同天生产 YM4（若剩下 29 天只生产这俩类疫苗）：完成 YM10 的生产任务数量，各工位一天所需时间分别为：CJ1 需 413.829 分钟，CJ2 需 224 分钟，CJ3 需 289.1219 分钟，CJ4 需 512.874 分钟。以 CJ4 为限制，还剩 447.126 分钟，可完成 2466 支，29 天可生产 71526 支，未完成目标值。

所以不选择第二种，还是选择第一种。

由选择一可知，从第 57 天开始，YM5 和 YM7、YM6 同天生产。到第 71 天开始暂停生产 YM7、YM6，开始生产 YM10 与 YM5。

YM5 在同 YM10 一同生产时，完成目标天数：107036÷3974=26.93 天,可知 27 天内可完成。

所以 71+27=98 天，第 98 天可开始新的阶段。停止生产 YM7 与 YM6，此时生产 YM7 已获取 8232000 元，生产 YM6 已获取了 6747300 元。

从第 98 天开始，生产 YM2 与 YM3，一天可生产 YM2 疫苗 2160 支、YM3 疫苗 2165 支，此时获取了共 449780 元。

综上所述：

从第 1 天到第 56 天结束，生产 YM6 119952 支、YM7 137200 支、YM8 80000 支。

从第 57 天到第 70 天结束，生产 YM6 29988 支、YM7 12740 支、YM5 12964 支。

从第 71 天到第 97 天结束，生产 YM5 107036 支、YM10 90000 支。

从第 98 天到第 100 天，生产 YM2 4320 支、YM3 4330 支。

总销售额为：28869080 元。

10、 模型的评价与推广

10.1 模型评价

该模型是线性规划和线性动态规划的整合模型，模型的求解，借助了 lingo 软件，lingo 软件的特点是程序执行速度较快，易于修改，是求解、分析规划类问题的最佳途径之一。缺点是考虑因素都是最理想化，在实际生活中无法避免。

10.2 模型的推广

可广泛用于各行业领域的生产计划中，例如，生产最大利益问题、运输问题的产销平衡、指派问题等。

11、 参考文献

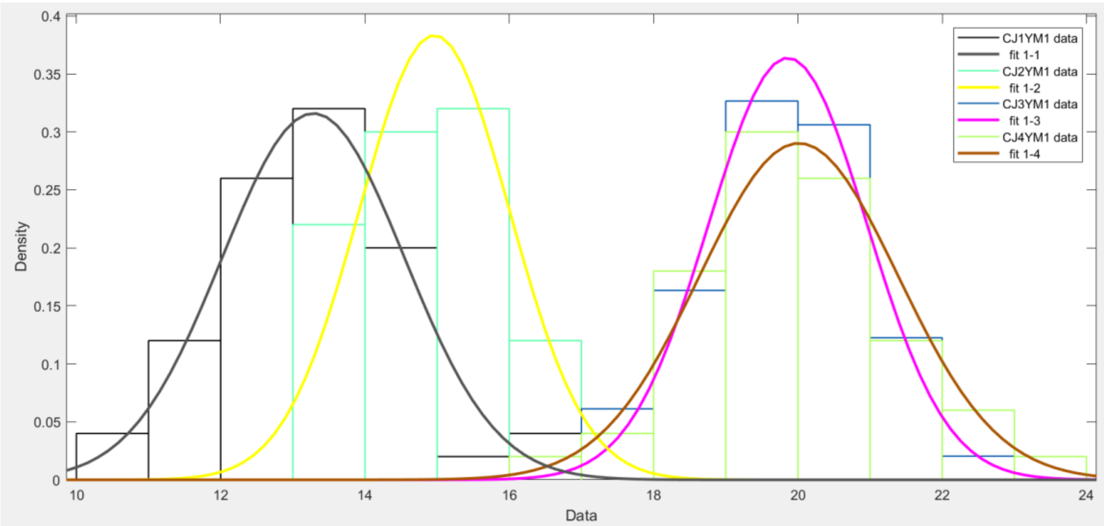
[1] 新浪爱问,Matlab 数学建模算法全收录.pdf，https://wenku.so.com/d/6eccffde8cd6ce491647c9a2443126f3?src=www_rec,2021

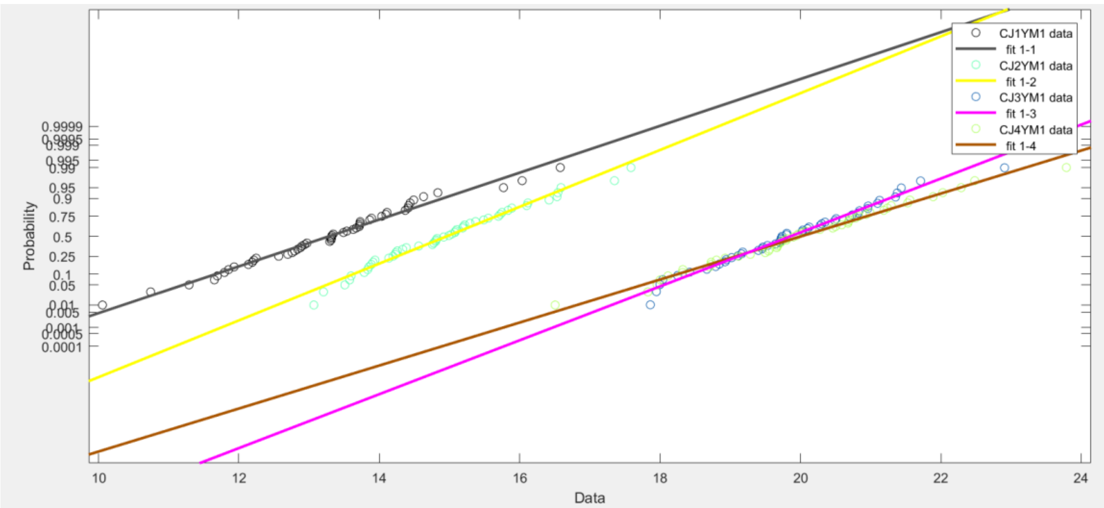
年 5 月 1 日。
[2]Nick.Q ， 如 何 利 用 MATLAB 对 数 据 统 计 分 析 ，https://blog.csdn.net/qq_39979317/article/details/105538226?utm_medium=distribute.pc_relevant.none-task-blog-baidujs_utm_term-0&spm=1001.2101.3001.4242，2021 年 5 月 1 日。
[3]jianwang16 ， Matlab 中 求 数 据 概 率 分 布 的 方 法 ，https://blog.csdn.net/u010058695/article/details/101219580，2021 年 5 月 1 日。
[4]ning1314love ， LINGO 软 件 使 用 方 法 ， https://www.docin.com/p-472743205.html，2021 年 5 月 1 日。
[5]planucrisk， 数学建模_面试最优化问题 ，https://www.docin.com/p-590883160.html，2021 年 5 月 2 日。

附录

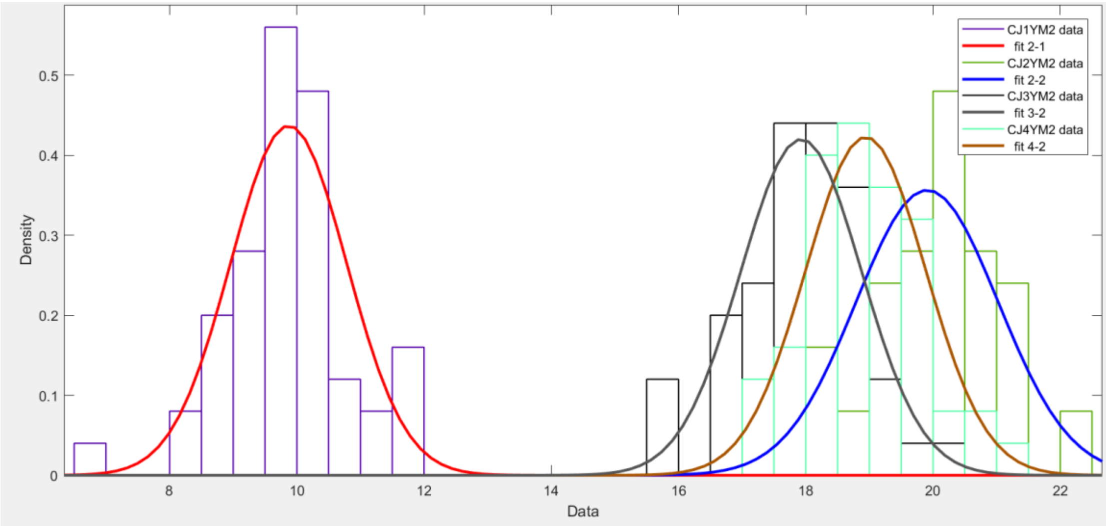
附录 1

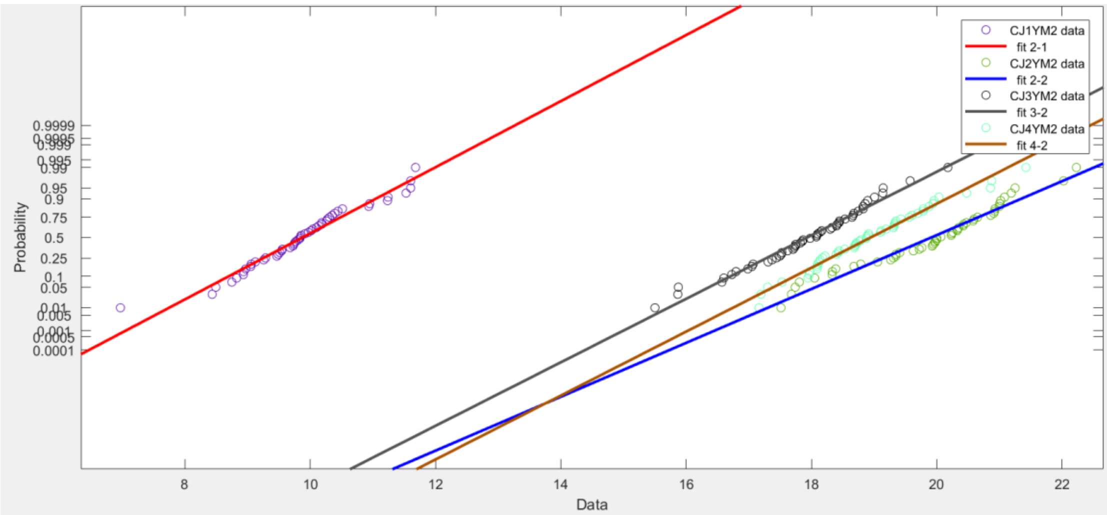
YM1 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：



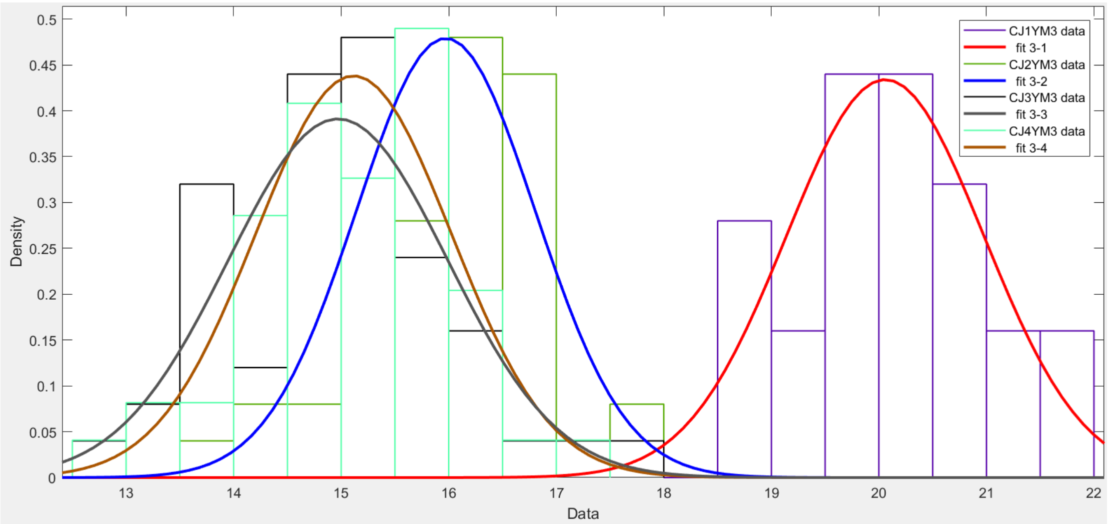


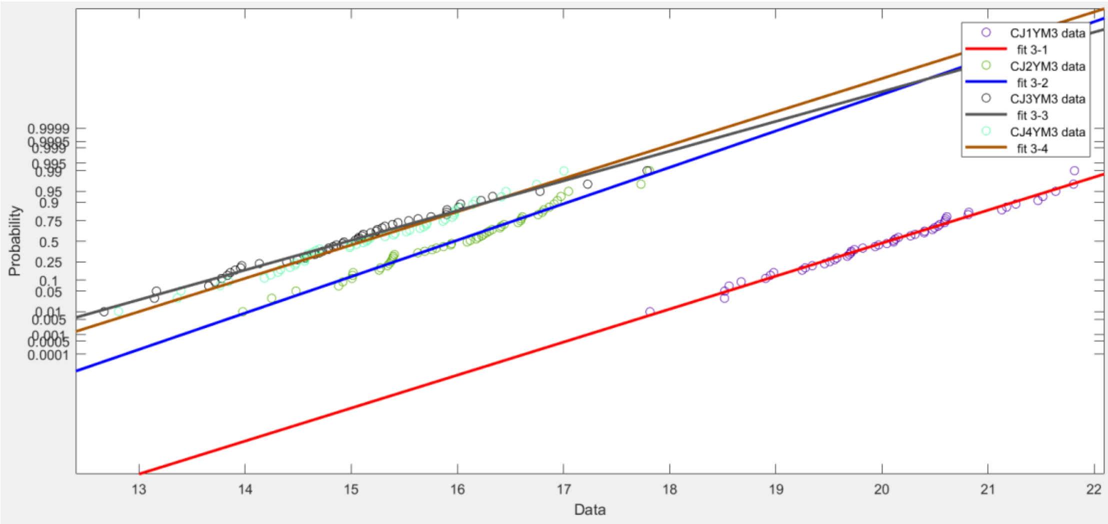
YM2 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：



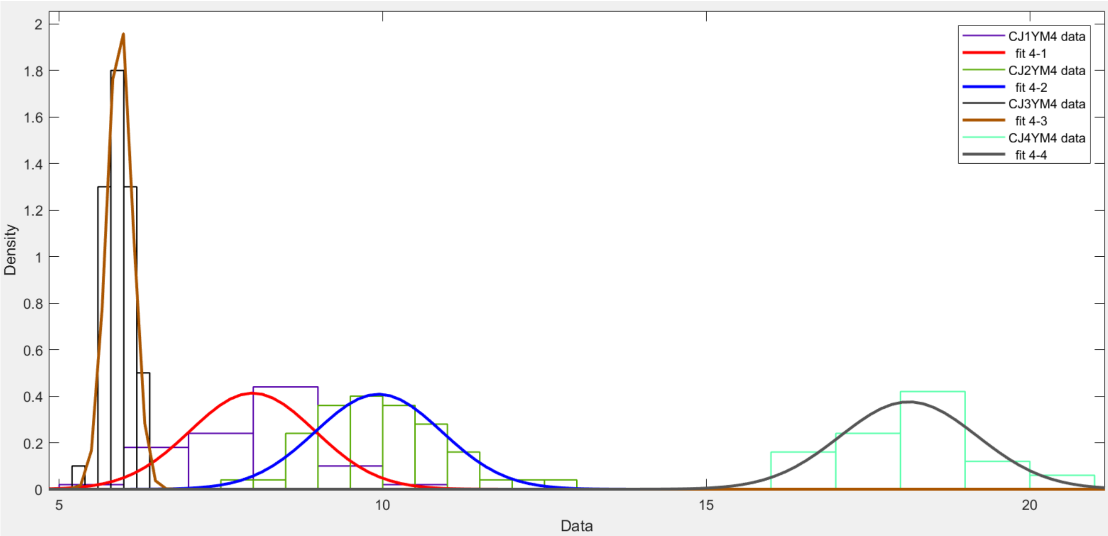


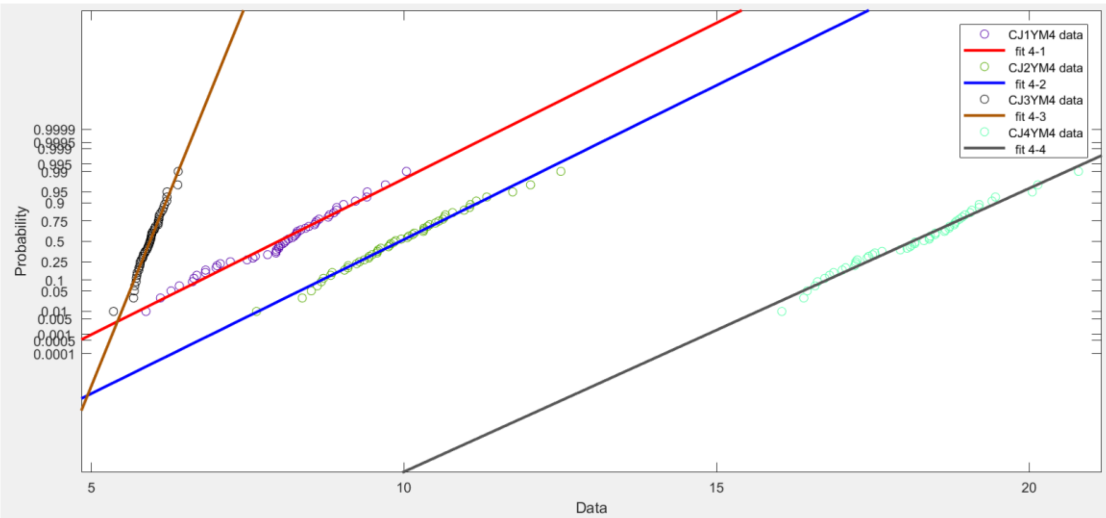
YM3 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：



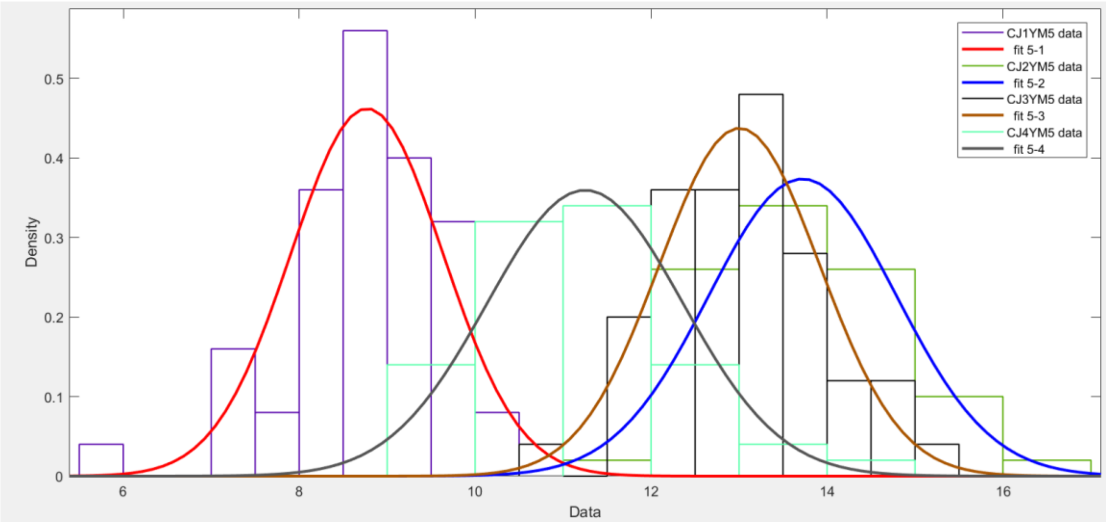


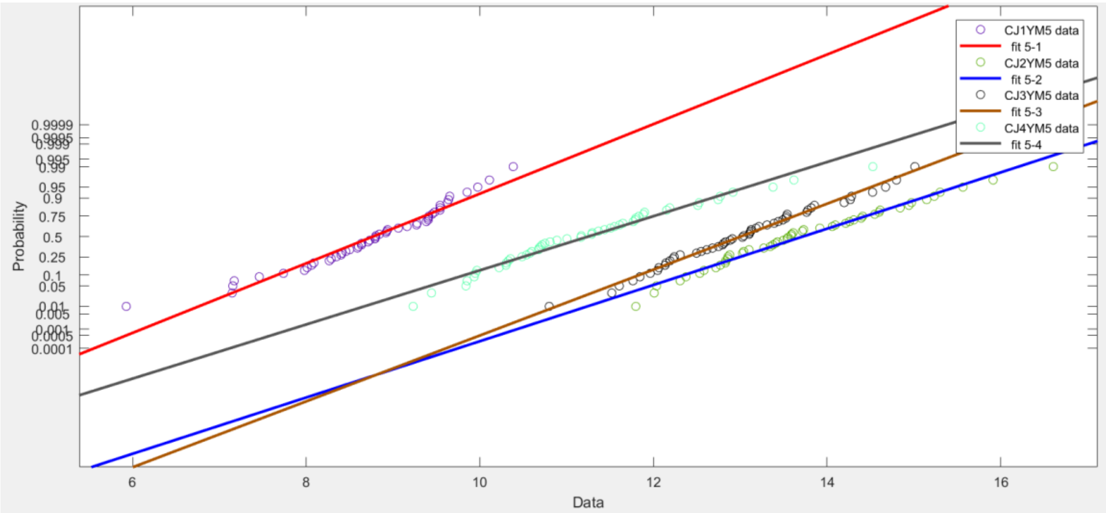
YM4 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：



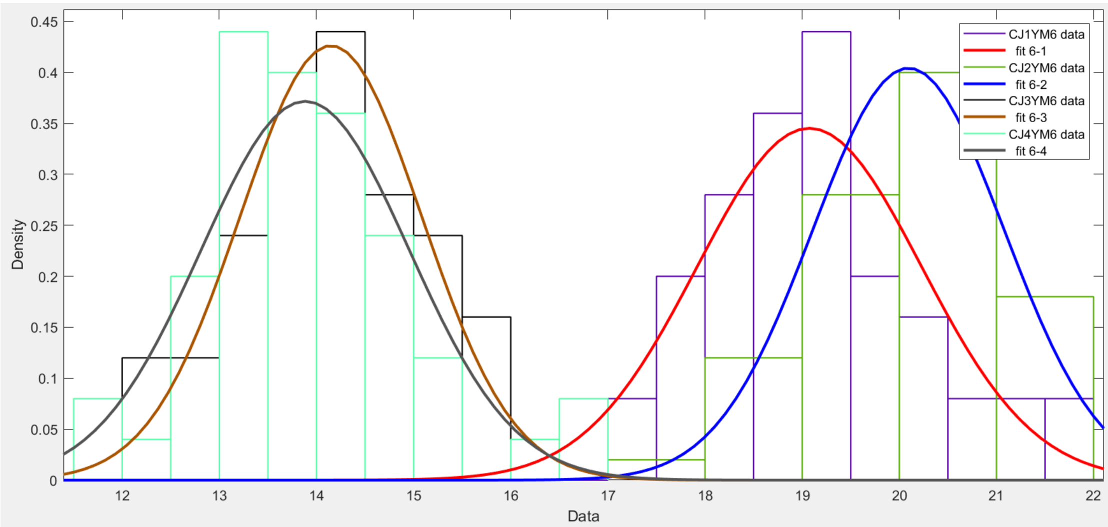


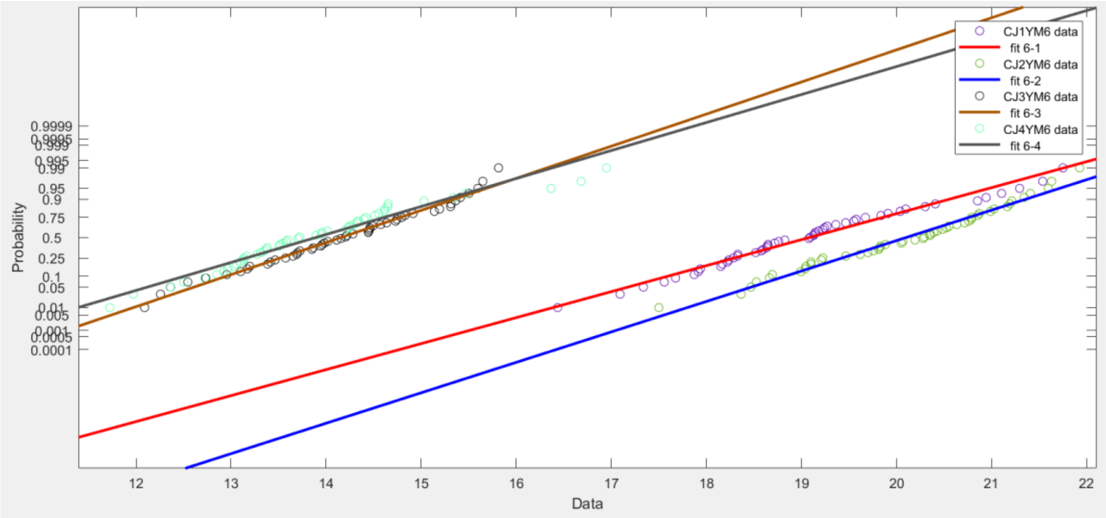
YM5 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：



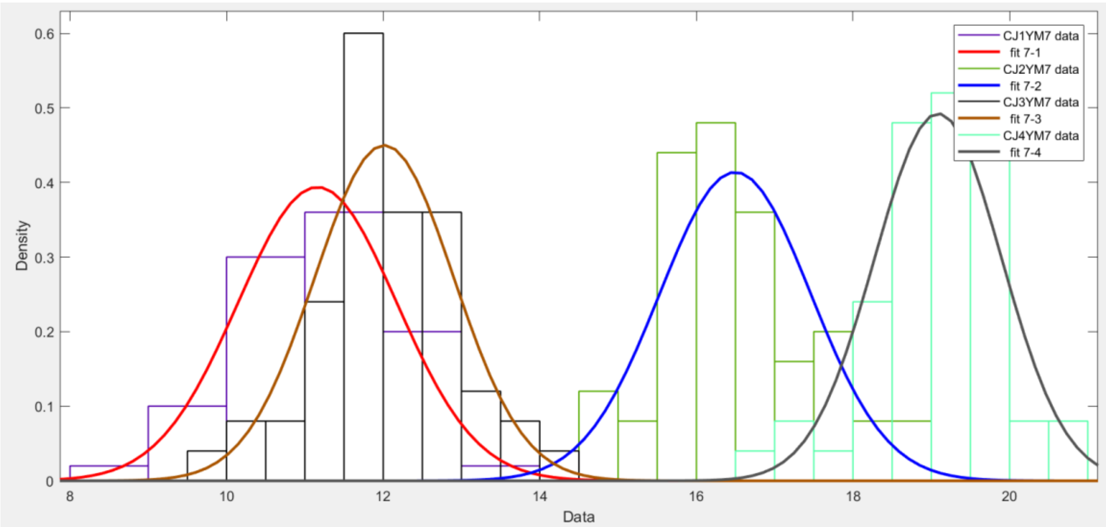


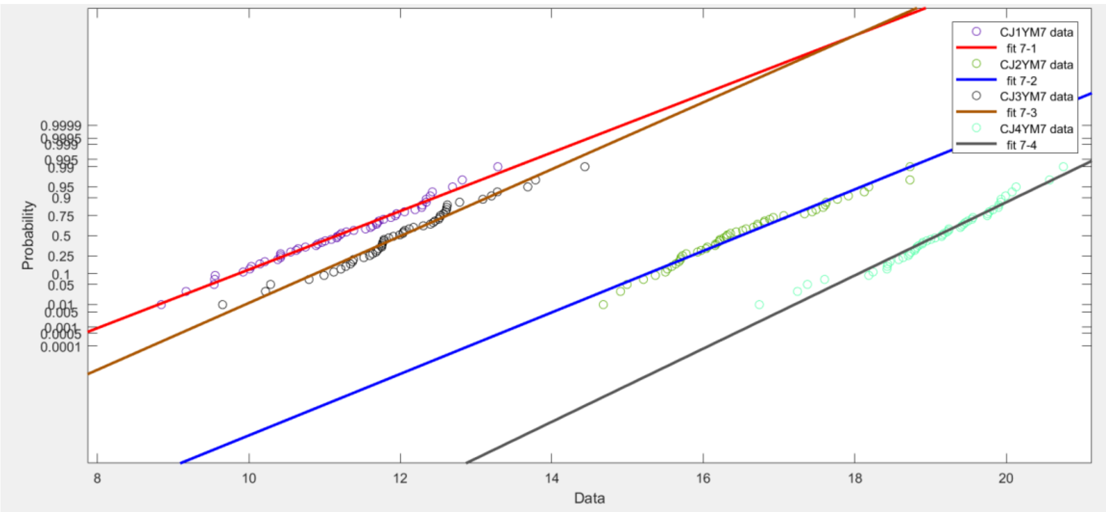
YM6 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：



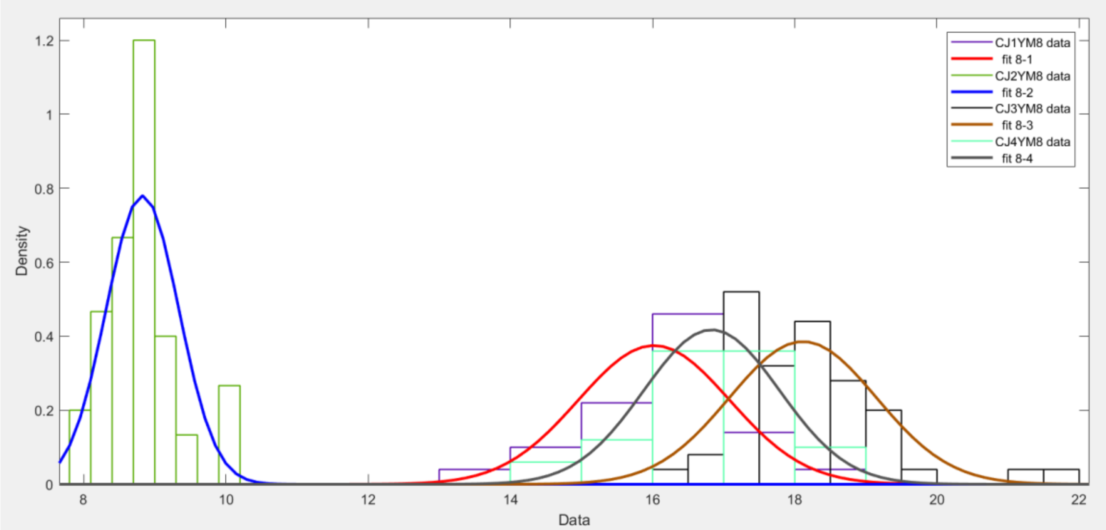


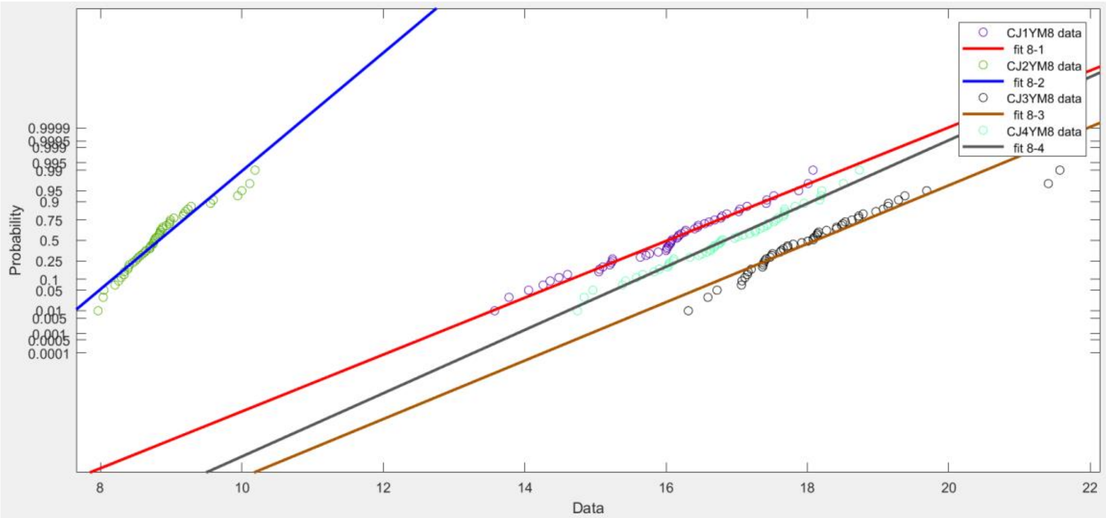
YM7 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：



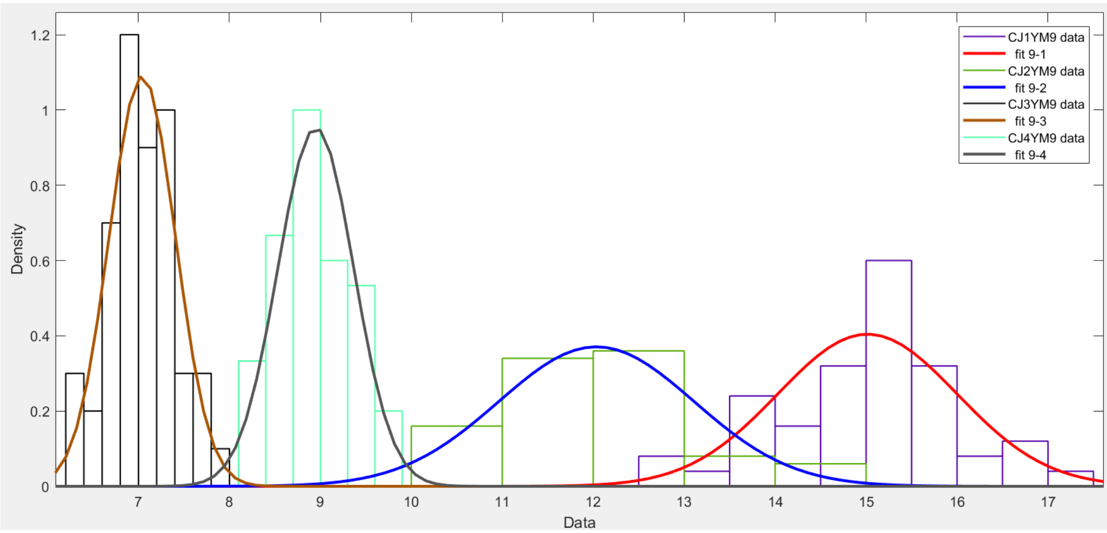


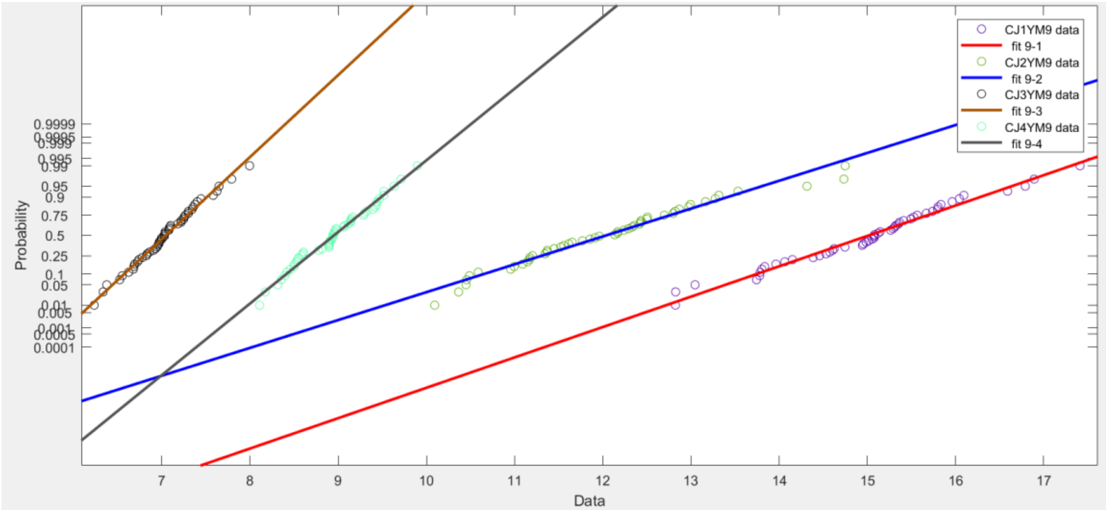
YM8 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：





YM9 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：





YM10 在 CJ1~CJ2 工位上的概率分布如下图：