第8卷第1期 2007年2月
解放军理工大学学报(自然科学版)
Journal of PLA University of Science and Technology
Vol.8 No.1 Feb.2007

文章编号: 1009-3443(2007)01-0044-05

退火单亲遗传算法求解旅行商问题及MATLAB实现

吴值民[1], 吴凤丽[2], 邹[illegible]波[1], 李宏伟[1], 卢厚清[1]

(1.解放军理工大学 工程兵工程学院,江苏 南京 210007;2.解放军理工大学 气象学院,江苏 南京 211101)

摘 要: 为了提高遗传算法求解较大规模旅行商问题的能力,在单亲遗传算法中引入两代竞争模拟退火选择操作,与倒位算子和插入算子相结合,同时加入保优操作,使遗传搜索效率、收敛速度都得到大幅提高,所花费时间、收敛迭代次数、最后结果明显优于一般遗传算法和单亲遗传算法。给出了用MATLAB实现算法的一些重要步骤和函数,并进行了简要说明。在仿真实例中,用一般遗传、单亲、退火单亲遗传算法对75个城市的TSP问题进行了求解,退火单亲遗传算法对280、535个城市TSP问题进行了求解。结果表明,退火单亲遗传算法最终所得结果最好,但收敛所花时间约为一般遗传的2.5%,单亲遗传的20%,迭代次数为一般遗传的20%,单亲遗传的25%。

关键词: 旅行商问题;单亲遗传;模拟退火

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Solution to traveling salesman problems with simulated annealing partheno genetic algorithm in MATLAB

WU Zhi-min[1], *WU Feng-li*[2], *ZOU Yun-bo*[1], *LI Hong-wei*[1], *LU Hou-qing*[1]

(1. Engineering Institute of Corps of Engineers, PLA Univ. of Sci. & Tech., Nanjing 210007, China;
2. Institute of Meteorology, PLA Univ. of Sci. & Tech., Nanjing 211101, China)

Abstract: In order to improve the genetic algorithm (GA) ability to solve the traveling salesman problems (TSP), a kind of partheno genetic algorithms combined with simulated annealing (SA-PGA) was proposed, and an optimal maintaining operation was introduced. Compared with standard GA, SA-PGA can effectively enhance the searching efficiency and convergence velocity, thus reducing running time and the times of the iterative operation. Some important steps and functions of the algorithm presented were described with MATLAB language. Three illustrative examples were introduced. The TSP of 75 cities was solved by GA, PGA and SA-PGA with MATLAB Language. The result shows that the SA-PGA got the best traveling route and the running time is 2.5% that of GA and 20% that of PGA. The TSP of 280 and 535 cities were solved by SA-PGA and the results show that the SA-PGA got the best traveling route. This indicates the SA-PGA can solve large scale TSP fairly well.

Key words: TSP (traveling salesman problem); partheno genetic algorithm; simulated annealing

旅行商问题TSP[1~8]命名是:有n个城市,一旅行商从某一城市出发,对其他城市进行访问,各城市均需访问一次且仅访问一次后回到出发地,问题是如何找到一条最短路线。这是一个典型的优化组合问题,已被证明属于NP(nondeterministic polynomial)完全问题,目前较有希望的求解方法有反馈神经网络法、遗传算法和其他一些智能算法[1~8],来求解出近似最优解,但规模较大时,效果还是不理想。

遗传算法GA(genetic algorithm)[8~11]作为一种

收稿日期: 2006-05-21

作者简介: 吴值民(1977-),男,助理工程师;研究方向:优化理论与方法;E-mail:wwzzmm2000@hotmail.com.cn.

解决复杂问题的有效方法,是基于生物进化中自然选择、适者生存和物种遗传思想的搜索算法。单亲遗传算法PGA(partheno genetic algorithm)[2~6]是指遗传操作交叉和变异都是针对单独的一个个体进行操作的一种遗传算法。在文献[4]中已说明,PGA的基因换位算子以及其他一些算子隐含了序号编码的GA中两条染色体之间基因的交叉操作。因此,PGA能象GA一样确保种群朝好的方向进化。

1 TSP数学模型

TSP[1,6]模型的数学描述为:给定顶点集合$V=\{1,2,\cdots,n\}$,顶点间的距离集合为$C=\{c_{ij}|i,j\in V,1\leqslant i,j\leqslant n\}$,称为点到点之间的耗费。要求找出一个包含所有$n$个顶点的具有最小耗费和的环路,即是要找出一条最短Hamilton回路。数学模型如下:

$$\min\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}c_{ij}x_{ij}, \qquad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{N}x_{ij}=1,\ i,j=1,2,\cdots,N; \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{N}x_{ij}=1,\ i,j=1,2,\cdots,N; \qquad (3)$$

$$\sum_{i,j\in S}x_{ij}\leqslant|S|-1,\text{对所有}V\text{的真子集}S; \qquad (4)$$

$$x_{ij}\in\{0,1\},i=1,2,\cdots,N;j=1,2,\cdots,N。 \qquad (5)$$

2 单亲遗传算法

PGA算法取消了在两条染色体之间操作的交叉算子,代之的是以仅在一条染色体上操作的基因换位等遗传算子,从而简化了遗传操作过程,提高了搜索效率,并且不要求初始群体的多样性,不易出现早熟现象[2~4]。单亲遗传算法也与一般遗传算法操作步骤相同,它的收敛性取决于染色体表示方式、初始群体、适应度函数和遗传算子的设计。

2.1 基于城市序号的编码

旅行商问题中每一种遍历所有城市的方案对应于解空间的一个解X,解空间中的数据X是遗传算法的表现形式,从表现到基因型的映射称为编码。最初遗传算法是采用二进制编码方法,但在大量实际问题中,二进制编码操作不简便,不易进行变异交叉操作,易产生大量非可行解,所以针对特殊的问题,可以灵活采用不同的编码方法。本文在TSP求解中,采用基于城市序号的实数编码,将染色体定义为TSP的一条解路线中的城市号序列,在MATLAB中为一个没有重复数字的行向量来表示。设有n个城市的某个排列为x_1、x_2、…、x_n,则个体$\boldsymbol{X}$的染色体表示为$\boldsymbol{X}=(x_1 x_2\ \cdots\ x_n)$。

2.2 产生初始种群

种群(parent)中每一个体为n个城市一个排列,随机生成m个$1\sim n$的随机排列,得到m个个体的初始种群,m为种群数量。在MALAB中生成$1\sim n$的随机排列,可调用函数randperm(n),生成初始种群程序代码为

```
for i=1:m
    parent(i,:)=randperm(n);
end
```

2.3 适应度函数

适应度值是GA中最重要的数据,它是进化时优胜劣汰的依据,应用中总是根据问题的优化指标来定义。对于TSP问题,以个体对应路线总长作为个体的适应值,越小表明该个体越优。在MATLAB求解中先求出任意两个城市之间的距离,设为c_{ij},再计算出每个个体对应路线总长作为个体的适应值,存放于向量$\boldsymbol{S}$中,某个体$\boldsymbol{X}=(x_1 x_2\cdots x_n)$,则该个体的适应值为

$$f(\boldsymbol{X})=\sum_{i=1}^{n-1}c_{x_i x_{i+1}}+c_{x_n x_1}。 \qquad (6)$$

2.4 退火选择算子

文献[2]已证明:当某种选择方式能保证上一代群体中的所有适应度大于零的个体都有机会被选择到下一代时,单亲遗传算法在引入了最优保持操作后是全局收敛的。但锦标赛选择方式和父子竞争选择方式都不能保证上一代群体中的所有个体都有机会被选择到下一代,所以算法不一定是全局收敛的。在父子竞争中加入模拟退火[9]选择操作,即设置一个新个体替换父个体的概率。设父个体为$\boldsymbol{X}$,新个体为$\boldsymbol{X}'$,T为当前温度。则替换概率为

$$p=\begin{cases}1, & f(x')\leqslant f(x);\\ \exp\left(\dfrac{f(x)-f(x')}{T}\right), & f(x')>f(x)。\end{cases} \qquad (7)$$

在遗传迭代开始设置一个较大的初温$T(t_0)$,随

着迭代温度逐渐降低,降温方式有很多种,用式(8)方式进行降温。

$$T(t+1)=kT(t), \tag{8}$$

其中:k 为一个略小于1的正数。在迭代中温度逐渐降低,则当新个体比父个体差时,替换概率逐渐降低,在迭代后期,由于温度很低,当代个体比父代差时替换概率几乎为0。设最大迭代次数为N,最终低温为T_l,则k 为

$$k=(T_l/T_0)^{1/N}, \tag{9}$$

并在选择过程中引入最优保持操作,保存历代产生的最优个体,存放于向量SaveParent 中,在下一次迭代前,用保存的最优个体与当代最优个体进行比较,若SaveParent 优,则用SaveParent 替换群体中的最差个体。这样,既可以采用父子竞争来提高收敛速度,又能收敛于全局最优解。

2.5　遗传算子

单亲遗传算法每次只是对单独的一个个体进行操作,当某种遗传算子每次对个体染色体改变较少时,算子的搜索能力较强。对于TSP 问题,基因倒位算子对染色体改变较少,适应值计算式中只改变2项。例如,将某个体中处于两城市A、B 之间的城市串C 至D 首尾倒置,则在适应值计算式中只有2 项改变,d_{AC}、d_{DB}变为d_{AD}和d_{CB};插入算子对适应值计算式只改变3 项。例如将连在A、C 之间的城市B 插入到D、E 之间,如图1 所示。则在适应值计算式中只将d_{AB}、d_{BC}、d_{DE}变为d_{AC}、d_{DB}、d_{BE},改变这3 项。

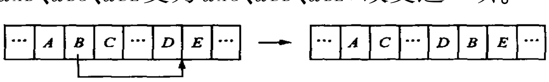


图1　插入变异

Fig.1　Insert mutation

同时对于较大规模的问题来说,当搜索空间大,遗传算子每次改变太少,则不易找到最优解,收敛速度较慢。对于TSP 问题,将倒位算子和插入算子与退火选择相结合,在每一代迭代中对每一个个体分别进行倒位退火和插入退火操作,这样既可获得较强的搜索能力,又能有较快的收敛速度。本文给出插入退火操作的程序代码,随机取基因位r_1、r_2,将r_1 位的基因值插入到r_2 之前。倒位退火操作与之相同。其中,floor() 函数是向小的方向取整的函数。

```
present=parent(i,:);    %对种群中第i 个个体进行操作
    r1=floor(rand(1)*n+1);    %随机得到一个基因位
    r2=floor(rand(1)*n+1);
    x=present(r1);        %将r1 中的基因值放在x 中
    if r1>r2
        present(r2+2:1:r1)=present(r2+1:1:r1-1);
        present(r2+1)=x;
    else
        present(r1:1:r2-1)=present(r1+1:1:r2);
        present(r2)=x;
    end
%插入操作完毕
    presentf=0; %计算新个体的适应值
    for j=1:n-1
        presentf=presentf+c(present(j),present(j+1));
    end
    presentf=presentf+d(present(n),present(1));
%新当代个体适应值计算完毕
    if presentf<f(i)  %设置退火置换概率
        p=1;
    else
        p=exp((f(i)-presentf)/T);
        r=rand(1);
        if r<=p  %按概率进行置换
            parent(i,:)=present;
            f(i)=presentf;
        end
    end
```

2.6　最优保持操作

单亲遗传算法在上述操作的基础上,引入了最优保持操作后是全局收敛的。所以在程序中将历代中产生的最优个体保存在向量Saveparent 中,其适应值存在Savef 中,在每代倒位退火、插入退火操作完成后,比较Savef 与当代最优个体(序号为k)进行比较,若当代最优个体较差,则用Saveparent 替换当代中的最差个体。在MATLAB 中程序代码如下:

```
[bestf,k]=min(f); %找出当代最优个体和所在的序号
```

```
if bestf>Savef
    [worstf, l]=max(f); %找出最差个体
    parent(l,:)=Saveparent; %最优保持
    f(l)=Savef;
else if bestf<Savef
    Saveparent=parent(k,:); %历代最优
    Savef=bestf;
end
```

2.7 求解TSP单亲遗传操作流程

在MATLAB中,可以很方便实现遗传算法,程序简要流程:

```
生成初始种群;
计算适应值;
设置初温;
while 是否满足终止条件
    降温操作;
    倒位退火操作;
    插入退火操作;
    保优操作;
end。
```

3 算　例

为便于比较,先选城市数目相对较小的TSP问题进行计算。用文献[10]附录中75个城市的TSP问题的实例,书中给出75个城市的坐标和参考最优值为549.18。本文先计算出任意两个城市的欧氏距离,把它作为这两城市间的距离,然后用不同的3种遗传算法进行求解,种群规模取$m=50$,最大迭代次数10万次,以迭代收敛(连续200代历代最优值相同)和最高迭代次数为算法终止条件,都加入相同的历代最优保优策略。

3种遗传算法为:①基于"轮盘赌"选择、循环交叉(CX)和插入变异遗传算法(GA)进行求解,交叉概率取$p_c=0.6$、变异概率$p_m=0.1$;②"轮盘赌"选择、倒位插入遗传算子单亲遗传算法(PGA);③退火单亲遗传算法(SPGA)。各求解20次统计出达到收敛时各次最优值的平均结果、平均所花时间、平均迭代次数和20次中最好结果。再选用通用的TSPLIB(ftp://www.iwr.uni-hei-delberg/groups/comopt/software/TSPLIB95/tsp)中280和535个城市TSP问题,用SPGA求解,最大迭代次数为100万次,各计算5次,所有仿真计算结果,如表1所示。

表1　仿真计算结果

Tab.1　Result of simulation

方法	城市数	平均最优值	最好结果	平均所花时间	平均迭代次数
GA	75	669.03	641.97	1921.40	891
PGA	75	579.24	565.01	262.12	652
SPGA	75	556.62	546.96	46.48	179
SPGA	280	2694.70	2631.72	2960.70	7981
SPGA	535	2121.30	2109.78	4888.40	9267

从表1可以看出,一般遗传算法在求解较大规模的TSP问题上搜索能力差,收敛速度慢,最终优化结果差。在单亲遗传算法中,引入的换位、插入算子在每一次操作中对目标值改变较少,使算法的搜索能力增强,同时加入保优操作后收敛到最优解,所以单亲遗传能明显克服一般遗传的缺点。收敛时最优结果、所花时间和迭代次数等方面单亲遗传算法都优于一般遗传算法。

在单亲遗传算法中,改变选择方式,加入两代竞争模拟退火选择,使父代个体之间不需要竞争,这样父代有的个体都能参与到寻优遗传操作中,扩大了每一代的寻优能力,又几乎能完全保持种群的多样性。父子竞争选择,能保证遗传算法总体是向最优值进化。加入退火操作后,由模拟退火的特点可知,这样大大提高局部搜索能力,同时也具有较强的全局收敛性。在求解75个城市TSP问题中,收敛时所花时间、迭代次数是单亲遗传的1/4~1/5,但同时结果(路线长:546.9637)也是最优的,比文献[10]中给出的参考最优值(路线长:549.18)还要优。

将计算75个城市的每种算法中求出最好结果的优化过程记录下来,记录每历代最优值对应的路线长度变化情况,在MATLAB中绘出历代最优值随迭代次数变化情况,如图2所示。

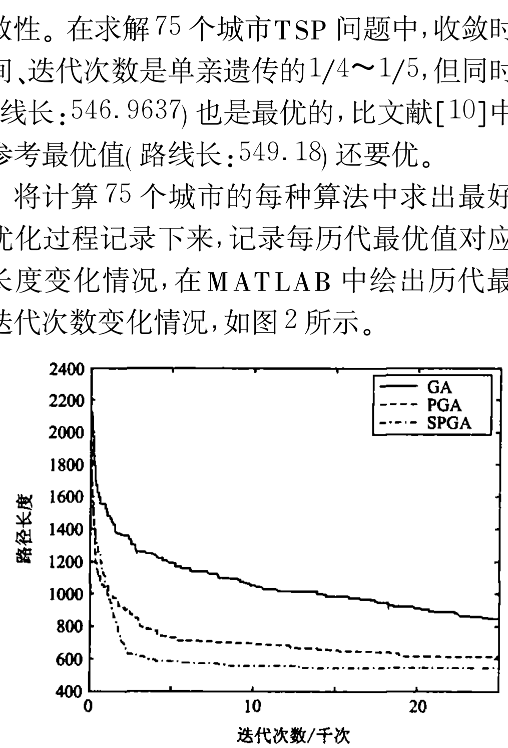
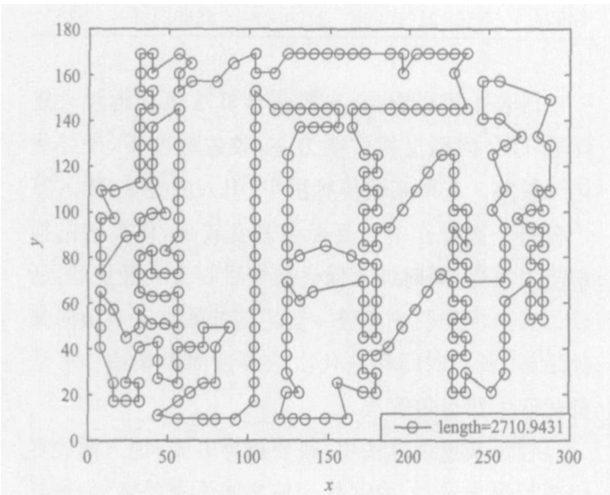


图2　优化过程

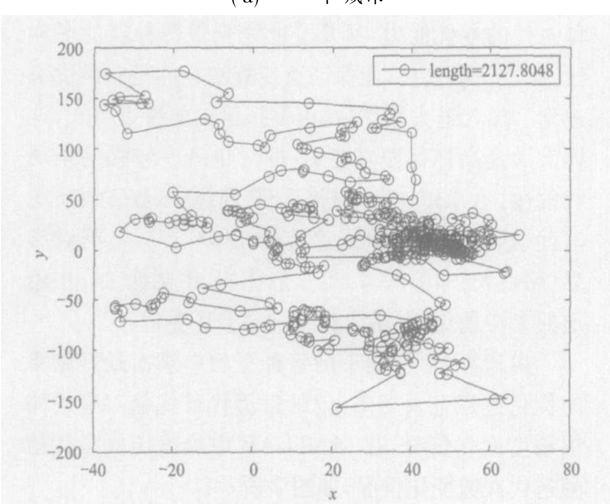
Fig.2　Process of optimization

从图2中看出,退火单亲遗传算法在求解较大规模的TSP问题中,相对于一般遗传算法、单亲遗传算法,搜索效率高,收敛速度快,最终结果最优。

在MATLAB中,将用SA-PGA求解出的280、535个城市最优旅行路线对应城市的横纵坐标分别存放于2个向量$\boldsymbol{X}_c$、$\boldsymbol{Y}_c$,绘出城市路线图,如图3所示。



(a) 280个城市



(b) 535个城市

图3 旅行路线图

Fig.3 Route map of cities

4 结 语

退火单亲遗传算法继承了单亲遗传算法的优点,克服一般遗传算法搜索能力差,收敛速度慢的缺点,采用两代竞争的方式,使搜索能力进一步加强,同时,退火选择方式能保证上一代群体中的所有个体都有机会被选择到下一代时,引入了最优保持操作后,能保证全局收敛性。通过对280、535个城市的TSP问题计算表明,退火单亲遗传算法具有对较大规模的TSP问题较强的求解能力。

参考文献:

[1] LIN W, DELGADOFIRAS Y G, GAUSE D C, et al. Hybrid newton-raphson genetic algorithm for the traveling salesman problem[J]. Cybernetics and Systems, 1995, 26(4): 387-412.

[2] 李茂军,童调生.单亲遗传算法及其全局收敛性分析[J].自动化学报,1999,25(1):68-72.

[3] 李茂军,童调生.单亲遗传算法的选择方式[J].系统工程与电子技术,2002,24(10):87-89.

[4] 李茂军,罗日成,罗隆福.单亲遗传算法及其应用研究[J].湖南大学学报,1998,25(6):56-59.

[5] 李茂军,罗日成,童调生.单亲遗传算法的遗传算子分析[J].系统工程与电子技术,2001,23(8):85-87.

[6] 王 斌,李元香,王 治.一各种求解TSP问题的单亲遗传算法[J].计算机科学,2003,30(5):73-75.

[7] LIANG Yanchun, GE Hongwei, ZHOU Chunguang. Solving traveling salesman problems by genetic algorithms[J]. Progress in Natural Science, 2003, 13(2): 135-141.

[8] 陈 斌,徐华中.一种改进遗传算法及其在TSP问题中的应用[J].计算机工程,2002,28(9):90-92.

[9] 于海斌,王浩波,徐心和.两代竞争遗传算法及其应用研究[J].信息与控制,2000,29(4):309-314.

[10] 王 凌.智能优化算法及其应用[M].北京:清华大学出版社,2001.

[11] 高 隽.智能信息处理方法导论[M].北京:机械工业出版社,2004.

(责任编辑:汤雪峰)