

# 用层次分析模型购置电脑

## 摘 要

摘要：每个 CS 专业的同学都需要购置自己的电脑，为使得小水同学购买到自己最满意的电脑，我们使用层次分析模型（AHP）帮助小水同学做出了最优选择。

针对该问题，我们查阅资料，初步判断性能、价格、外观、实用性四个指标对最终结果的影响较大，考虑到各指标对最终结果的影响不同，我们建立了**层次分析模型**以确定评分体系，首先通过两两对比分析得出了 M-C、C-P 成对对比矩阵，经检验，所有矩阵均通过了一致性检验，然后通过 MATLAB 用**特征值法**计算得出各类型号电脑在不同指标下所占的权重，最后我们综合所有数据得到一张最终得分图，确定了最优选择应为**联想型号**的电脑。

**关键词：层次分析模型、一致性检验、特征值法求权重**

## 一、问题重述

CS 专业的小水同学想要购置一台电脑，现在请你综合考虑各种因素，为小水同学选择最合适的电脑。

## 二、问题分析

现在要为 CS 专业的小水购置电脑，由于题目中没有数据的支持，我们首先查阅资料，了解到小水是 CS 专业的学生，针对计算机专业的学生群体，我们在知网上查阅资料列出四种评价指标，性能、价格、外观、实用性，根据查阅的资料，我们将目标机型分为三类，MacBook Pro、华为、联想<sup>[1]</sup>。

其次考虑到影响因素较多且不同因素对最终结果的影响程度不同，我们建立了评价体系，选择使用层次分析法来进行决策。

## 三、模型假设

- 1) 假设最终决策仅由性能、价格、外观、实用性四种指标决定，对决策影响较小的其它指标忽略不计；
- 2) 假设小水的考虑机型仅为 MacBoos Pro、华为、联想三种；

## 四、符号说明

关键符号	符号说明
$CI$	一致性指标
$RI$	平均随机一致性指标
$CR$	一致性比例

## 五、模型的建立与求解

### 5.1 层次分析模型的建立

将决策问题分解为三个层次，最上层为目标层 M，即为小水选择最合适的电脑；最下层为方案层 P，即购买 MacBook Pro P1 还是传统机型 P2，中间层为准则层 C，即四个影响因素：性能 C1、价格 C2、外观 C3、实用性 C4；具体如下图所示：

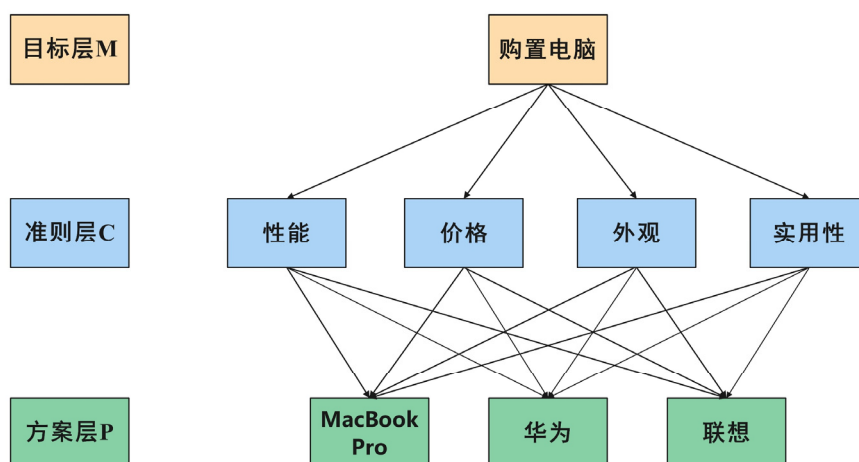


图 5.1.1：层次分析法示意图

5.2 层次分析模型的求解

➤ 构造成对比较矩阵 M-C

首先构造成对比较矩阵 M-C，将准则层中三个元素 C1，C2，C3，C4 两两比较，得到成对比较矩阵：

表 5.1.1：成对比较矩阵 M-C

	C1	C2	C3	C4
C1	1	1/2	4	3
C2	2	1	7	5
C3	1/4	1/7	1	1/2
C4	1/3	1/5	2	1

求解 M-C 的特征值，易解得  $\lambda_{\max} = 4.0215$ ，权重向量如下：

$$\omega_i = (0.2884, 0.5323, 0.0675, 0.1118)^T \quad (5.2.1)$$

一致性指标  $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$ ，根据  $CR = \frac{CI}{RI}$  (RI 如下表)，计算得  $CR = 0.0080 < 0.1$ ，通过了一致性检验。

表 5.1.2：平均随机一致性指标 RI 表

n	1	1	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41	1.46	1.49

➤ 构造判断矩阵 C1-P、C2-P、C3-P

依次构造成对比较矩阵 C1-P、C2-P、C3-P，结果如下：

表 5.1.3：成对比较矩阵 C-P

性能	P1	P2	P3	价格	P1	P2	P3
P1	1	2	5	P1	1	1/3	1/8
P2	1/2	1	2	P2	3	1	1/3
P3	1/5	1/2	1	P3	8	3	1

外观	P1	P2	P3	实用性	P1	P2	P3
P1	1	3	4	P1	1	1	1/4
P2	1/3	1	1	P2	1	1	1/4
P3	1/4	1	1	P3	4	4	1

最大特征值、一致性指标及权重向量如下表所示：

表 5.1.4：判断矩阵 C-P 的权重、最大特征值及一致性比例

P	C1	P	C2	P	C3	P	C4
p1	0.5954	p1	0.0819	p1	0.6337	p1	0.1667
p2	0.2764	p2	0.2363	p2	0.1919	p2	0.1667
p3	0.1283	p3	0.6817	p3	0.1744	p3	0.6667
$\lambda_{\max}$	3.0055	$\lambda_{\max}$	3.0015	$\lambda_{\max}$	3.0092	$\lambda_{\max}$	3
CR	0.0053	CR	0.0015	CR	0.0088	CR	0

从表 5.1.4 可以看出，所有矩阵都通过了一致性检验，综合以上数据，结合 Excel

我们可以整合计算得到以下表格：

表 5.1.5：最终评价表格

	权重指标	MacBook Pro	华为	联想
性能	0.2884	0.5954	0.2764	0.1283
价格	0.5323	0.0819	0.2363	0.6817
外观	0.0675	0.6337	0.1919	0.1744
实用性	0.1118	0.1667	0.1667	0.6667
最终得分	—	0.2767	0.2371	0.4862

### 5.3 层次分析模型的结果分析

为了更加直观的对比各个型号电脑的得分，我们做出下图，可以明显发现，联想型号的电脑是小水的最优选择。

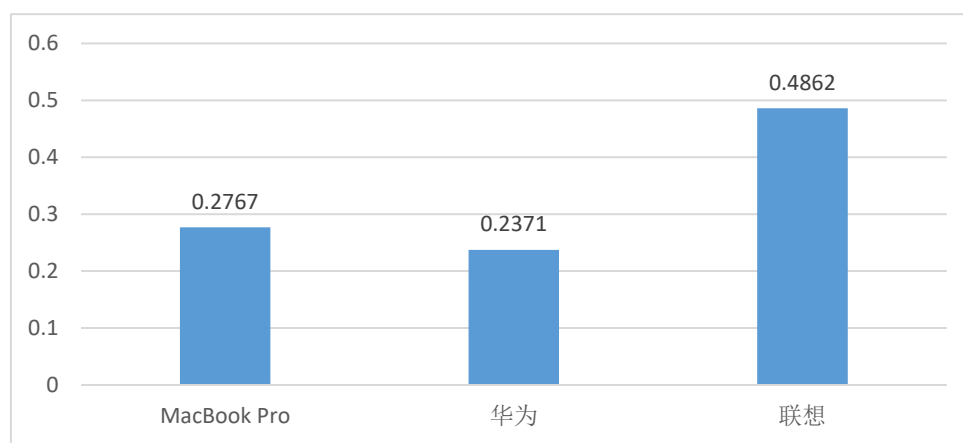


图 5.1.1：各型号电脑得分对比图

## 六、模型的评价与推广

### 6.1 优缺点分析

优点：使用了层次分析模型综合考虑了性能、价格、外观、实用性四大指标，综合计算得出了最终数据，结果有较高的可靠性。

缺点：由于成对对比矩阵的填写有一定的主观性，而结果依靠成对对比矩阵，所以结果带有一定的主观性。

### 6.2 模型的改进与推广

改进：可以综合考虑更多指标，进一步完善成对对比矩阵，以得到更精确的结果。

推广：层次分析模型还可以解决其它评价类问题。

## 七、参考文献

[1]张文辉. 层次分析法在购置电脑决策中的应用[J]. 中国商界, 2010(11):273.

## 附 录

### 一、程序源代码

求解最终数据的 Matlab 源代码
<pre>%% 层次分析作业  disp('请输入判断矩阵 A: '); A = input('A='); fprintf('\n'); if ok     disp('A 是正互反矩阵');     fprintf('\n'); else     disp('A 不是正互反矩阵');     fprintf('\n'); end  % 特征值法求权重 n = length(A); [V,D] = eig(A); eig_max = max(D(:)); disp('最大特征值为: '); disp(eig_max); disp('最大特征值对应的权重向量为: '); disp(V(:,c)); [r,c] = find(D == eig_max,1); disp('特征值求权重的结果为: '); disp(V(:,c)./sum(V(:,c))); RI=[0 0.0001 0.52 0.89 1.12 1.26 1.36 1.41 1.46 1.49 1.52 1.54 1.56 1.58 1.59]; CI = (eig_max-n)./(n-1); CR = CI/RI(1,n); disp('一致性比例 CR: '); disp(CR);  if CR&lt;0.10     disp('CR&lt;0.10, 判断矩阵 A 的一致性可以接受'); else     disp('CR &gt;= 0.10, 判断矩阵 A 需要修改'); end</pre>

## 二、支撑材料内容组成

文件夹	文件名	主要功能/用途
数据	层次分析法示意图.eddx	层次分析示意图的绘制
	层次分析示意图.jpg	层次分析示意图
	成对比较矩阵.txt	用于求得各型号电脑在不同指标中所占权重
	最终得分.xlsx	用 Excel 表格计算最终得分
源代码	ccfxzy.m	求解成对对比矩阵的最大特征值、