实验 2 解线性方程组实验（1）

成绩	

专业班级 数学 174 学号 2017110104 姓名 杨力 报告日期 2019 年 4 月 29 日 .

实验类型：●验证性实验 〇综合性实验 〇设计性实验

实验目的：进一步熟练掌握用 Jacobi 迭代法和 Gauss-Seidel 法解线性方程组的算法，提高编程能力和解算线性方程组问题的实践技能。

实验内容：(1)取初值性 $\mathbf{x^{(0)}=(0,0,0,0)^T}$, 精度要求 $\varepsilon=10^{-6}$，用 Jacobi 迭代法解线性方程组

$$\begin{cases} 14x_1+4x_2+4x_3+4x_4 &= -4 \\ 4x_1+14x_2+4x_3+4x_4 &= 16 \\ 4x_1+4x_2+14x_3+4x_4 &= 36 \\ 4x_1+4x_2+4x_3+14x_4 &= 56 \end{cases}$$

(2)取初值性 $\mathbf{x^{(0)}=(0,0,0,0)^T}$, 精度要求 $\varepsilon=10^{-6}$，用 Gaoss-Seidel 迭代法解线性方程组

$$\begin{cases} 6x_1-2x_2-1x_3-1x_4 &= -16 \\ -2x_1+12x_2-1x_3-1x_4 &= 6 \\ -1x_1-1x_2+6x_3-2x_4 &= 8 \\ -1x_1-1x_2-1x_3+12x_4 &= 54 \end{cases}$$

实验原理：Jacobi 迭代算法，Gaoss-Seidel 迭代算法

实验说明：编写程序计算并输出中间结果；再要求分别用 Jacobi 迭代算法，Gaoss-Seidel 迭代算法手工解算线性方程组，并验证计算机程序迭代计算的前两/步近似解向量 $X^{(1)},X^{(2)}$与手工迭代计算的前两步近似解向量 $X^{(1)},X^{(2)}$是否一致/，并给出验证结论。必须提交 A4 规格的纸质手工书写手工计算的过程内容(只要求手写迭代计算的前两步 $X^{(1)},X^{(2)}$)和计算机程序计算输出的中间结果和最终结果。

实验步骤

1 要求上机实验前先编写出程序代码
2 编辑录入程序
3 调试程序并记录调试过程中出现的问题及修改程序的过程
4 经反复调试后，运行程序并验证程序运行是否正确。
5 记录运行时的输入和输出。

实验报告：根据实验情况和结果撰写并递交实验报告。

实验总结(学会了......；掌握了......；训练了......；发现了......；今后学习中......有待提高。)

程序代码

电子报告 word 文件命名规则：专业班级-学号后两位-实验 X-姓名.doc, 如信息 123 班学号为 201212030315 的郭海涛同学实验 2 报告 word 文件命名则应是：信息 123-15-实验 2-郭海涛.doc, 其中 .doc 是 Word 文件扩展名。**特别提醒：电子报告文件命名不规范的报告将不予接收。**

```
function x=majacobi(A,b,x0,ep,N)
n=length(b);
if nargin<5,N=500;end
if nargin<4,ep=1e-6;end
if nargin<3,x0=zeros(n,1);end
%用途：用Jacobi迭代法解线性方程组Ax=b
%格式：x=majacobi(A,b,x0,ep,N)  A为系数矩阵，b为右端向量，
%  x0为初始向量（默认零向量），ep为精度（默认1e-6），N为
%（默认500次），x返回近似解向量
x=zeros(n,1); k=0;
while k<N
    for i=1:n
        x(i)=(b(i)-A(i,[1:i-1,i+1:n])*x0([1:i-1,i+1:n]))/A(i,i);
    end
    if norm(x-x0,inf)<ep,break;end
    x0=x;k=k+1;
    if k==1
        disp(['k= ',num2str(k)])
        x
    end
    if k==2
        disp(['k= ',num2str(k)])
        x
    end
end

if k==N,Warning('已达到迭代次数上限');end

disp(['k= ',num2str(k)])
```

```
>> A=[14,4,4,4;4,14,4,4;4,4,14,4;4,4,4,14]
A =
    14     4     4     4
     4    14     4     4
     4     4    14     4
     4     4     4    14
>> b=[-4;16;36;56]
b =
    -4
    16
    36
    56
>> x=majacobi(A,b)
k= 1
```

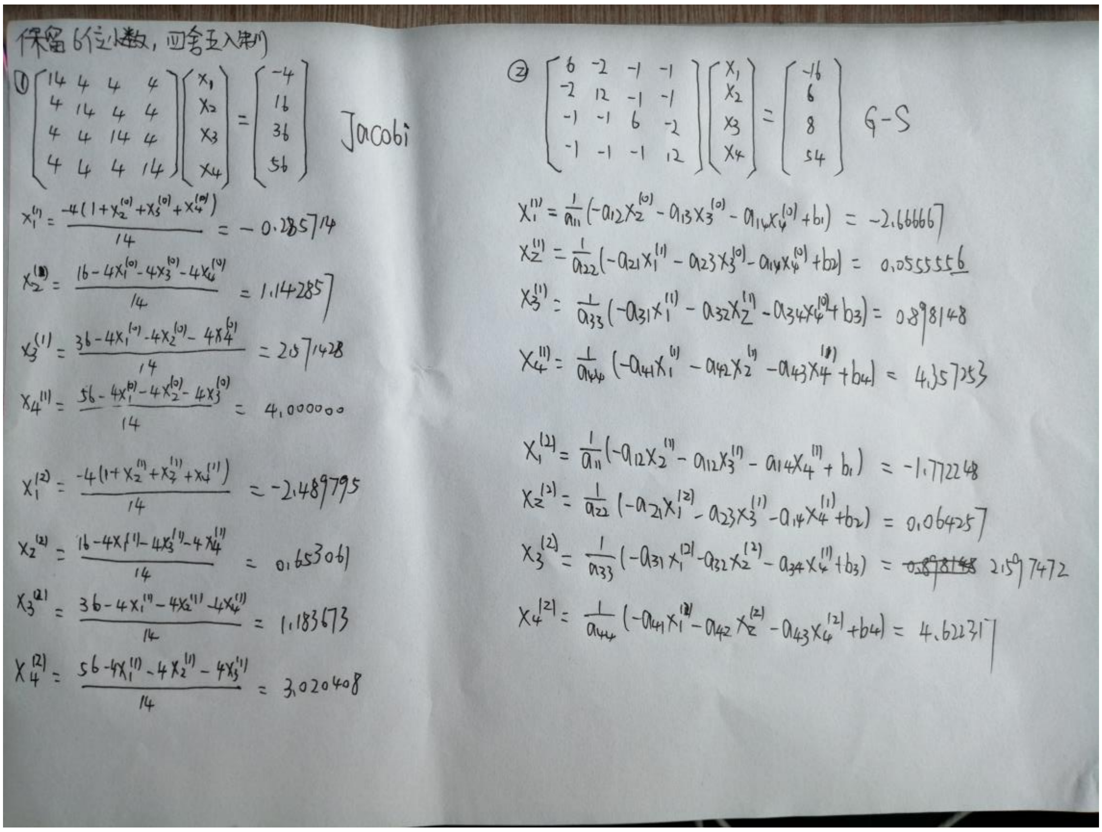
```
x =
    -0.2857
     1.1429
     2.5714
     4.0000
k= 2
x =
    -2.4898
    -0.6531
     1.1837
     3.0204
k= 94
x =
    -2.0000
     0.0000
     2.0000
     4.0000
```

```
%maseidel.m
function x=maseidel(A,b,x0,ep,N)
%用途：用Gauss-Seidel迭代法解线性方程组Ax=b
%格式：x=maseidel(A,b,x0,ep,N)  A为系数矩阵，b为右端向量，
%  x0为初始向量（默认零向量），ep为精度（默认1e-6），N为
%（默认500次），x返回近似解向量
n=length(b);
if nargin<5,N=500;end
if nargin<4,ep=1e-6;end
if nargin<3,x0=zeros(n,1);end
x=zeros(n,1); k=0;
while k<N
    for i=1:n
        if i==1
            x(1)=(b(1)-A(1,2:n)*x0(2:n))/A(1,1);
        else if i==n
                x(n)=(b(n)-A(n,1:n-1)*x(1:n-1))/A(n,n);
            else
                x(i)=(b(i)-A(i,1:i-1)*x(1:i-1)-A(i,i+1:n)*x0(i+1:n))/A(i,i);
            end
        end
    end
    if norm(x-x0,inf)<ep, break; end
    x0=x;k=k+1;
        if k==1
        disp(['k= ',num2str(k)])
```

```
            x
        end
        if k==2
            disp(['k= ',num2str(k)])
            x
        end
end
if k==N,Warning('已达到迭代次数上限');end
disp(['k= ',num2str(k)])
```

```
>> A=[6,-2,-1,-1;-2,12,-1,-1;-1,-1,6,-2;-1,-1,-1,12]
A =
     6    -2    -1    -1
    -2    12    -1    -1
    -1    -1     6    -2
    -1    -1    -1    12
>> b=[-16;6;8;54]
b =
   -16
     6
     8
    54
>> x=maseidel(A,b)
k= 1
x =
   -2.6667
    0.0556
    0.8981
    4.3573
k= 2
x =
   -1.7722
    0.6426
    2.5975
    4.6223
k= 11
x =
   -1.0782
    0.9553
    2.8897
    4.7306
```

手工计算2次迭代数值解：



保留6位小数，四舍五入制）

① $\begin{bmatrix} 14 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 14 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 14 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 16 \\ 36 \\ 56 \end{bmatrix}$ Jacobi

$x_1^{(1)} = \frac{-4(1+x_2^{(0)}+x_3^{(0)}+x_4^{(0)})}{14} = -0.285714$

$x_2^{(1)} = \frac{16-4x_1^{(0)}-4x_3^{(0)}-4x_4^{(0)}}{14} = 1.142857$

$x_3^{(1)} = \frac{36-4x_1^{(0)}-4x_2^{(0)}-4x_4^{(0)}}{14} = 2.571428$

$x_4^{(1)} = \frac{56-4x_1^{(0)}-4x_2^{(0)}-4x_3^{(0)}}{14} = 4.000000$

$x_1^{(2)} = \frac{-4(1+x_2^{(1)}+x_3^{(1)}+x_4^{(1)})}{14} = -2.489795$

$x_2^{(2)} = \frac{16-4x_1^{(1)}-4x_3^{(1)}-4x_4^{(1)}}{14} = 0.653061$

$x_3^{(2)} = \frac{36-4x_1^{(1)}-4x_2^{(1)}-4x_4^{(1)}}{14} = 1.183673$

$x_4^{(2)} = \frac{56-4x_1^{(1)}-4x_2^{(1)}-4x_3^{(1)}}{14} = 3.020408$

② $\begin{bmatrix} 6 & -2 & -1 & -1 \\ -2 & 12 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 6 & -2 \\ -1 & -1 & -1 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 \\ 6 \\ 8 \\ 54 \end{bmatrix}$ G-S

$x_1^{(1)} = \frac{1}{a_{11}}(-a_{12}x_2^{(0)} - a_{13}x_3^{(0)} - a_{14}x_4^{(0)} + b_1) = -2.666667$

$x_2^{(1)} = \frac{1}{a_{22}}(-a_{21}x_1^{(1)} - a_{23}x_3^{(0)} - a_{14}x_4^{(0)} + b_2) = 0.0555556$

$x_3^{(1)} = \frac{1}{a_{33}}(-a_{31}x_1^{(1)} - a_{32}x_2^{(1)} - a_{34}x_4^{(0)} + b_3) = 0.898148$

$x_4^{(1)} = \frac{1}{a_{44}}(-a_{41}x_1^{(1)} - a_{42}x_2^{(1)} - a_{43}x_4^{(1)} + b_4) = 4.357253$

$x_1^{(2)} = \frac{1}{a_{11}}(-a_{12}x_2^{(1)} - a_{12}x_3^{(1)} - a_{14}x_4^{(1)} + b_1) = -1.772248$

$x_2^{(2)} = \frac{1}{a_{22}}(-a_{21}x_1^{(2)} - a_{23}x_3^{(1)} - a_{14}x_4^{(1)} + b_2) = 0.064257$

$x_3^{(2)} = \frac{1}{a_{33}}(-a_{31}x_1^{(2)} - a_{32}x_2^{(2)} - a_{34}x_4^{(1)} + b_3) = \cancel{0.898148}\ 2.597472$

$x_4^{(2)} = \frac{1}{a_{44}}(-a_{41}x_1^{(2)} - a_{42}x_2^{(2)} - a_{43}x_4^{(2)} + b_4) = 4.622317$

结论：手工计算与matlab程序所得结果一致。

实验总结： 通过本次实验，我学会了利用matlab软件实现了针对n元一次方程组的Jacobi迭代法、Gauss-Seidel迭代法求数值解的程序，并得到了正确结果。掌握了两种迭代法的理论知识及matlab程序编写的部分技巧，如：合理使用nargin、nargout来设置默认值，数学理论公式与程序间的转换等。训练了matlab程序编辑能力，发现在程序编辑中出现边界情况、特殊情况不能合理分清的问题，在今后学习中对算法的数学理论知识基础方面即matlab程序语言设计两方面有待提高。