

# 統計計算の基礎

Y-teraya

2025 年 11 月 9 日

## 概要

本資料は、統計の基礎的な計算方法をまとめたものである。実験計画法を主として扱い、実務で直結する内容（Excel 関数など）を備忘録として記しておく。

題材として電気学と生命化学を扱っていることには、留意していただきたい。

## 目次

<b>第 I 部</b>	<b>数学の記法と用語</b>	<b>1</b>
1	国際単位系 International System of units	1
1.1	基本単位系 Basic units . . . . .	1
1.2	接頭辞 Prefix . . . . .	4
1.3	単位換算 Unit conversion . . . . .	4
1.4	ギリシャ文字 Greek alphabet . . . . .	5
<b>第 II 部</b>	<b>初歩的な計算</b>	<b>6</b>
2	指数 Exponent	6
2.1	累乗 Repeat multiplication . . . . .	6
2.2	0 乗とマイナス乗 . . . . .	6
2.3	累乗根 Radical root . . . . .	7
<b>第 III 部</b>	<b>統計のデータ</b>	<b>8</b>
3	代表値 Average	8
3.1	平均値 Mean . . . . .	8
3.2	中央値 Median . . . . .	9

目次	ii
3.3 最頻値 Mode . . . . .	9
3.4 最大値 Maximum・最小値 Minimum . . . . .	10
4 散布度 Dispersion	10
4.1 分散 Variance・標準偏差 Standard deviation . . . . .	10
4.2 範囲 Range . . . . .	11
 第 IV 部 データのイメージ	 12
5 スカラー Scalar とベクトル Vector	12
5.1 ベクトルの加減法 . . . . .	13
5.2 単位ベクトル . . . . .	13
5.3 ベクトルの成分表示 Component form . . . . .	13
 参考文献	 a
 索引	 b
 付録 A モル計算，濃度計算	 c

青文字をクリックすると，対応したページに遷移する。  
また本資料の著作権は，CC BY-NC-SA 4.0 を適応する。

## 第 I 部

# 数学の記法と用語

## 1 国際単位系 International System of units

科学 Science の世界では, 測定や計算に**国際単位系**<sup>\*1</sup>という国際的に統一された単位系を使用する. この単位系を用いて**数値と単位の組**でデータを示す. この組のことを**物理量** Physical quantity という. 7つの**基本単位**を組み合わせ**て組立単位**にすることで, さまざまな単位を作ることができる. 組立単位を知ることによって, 求めたい単位に変える**単位換算** Unit conversion を行うことができるようになる.

### 1.1 基本単位系 Basic units

基本単位は次の 7 つである.

表 1: 基本単位系

データの種類	英語	単位
時間	<i>time</i>	[s]
距離	<i>route</i>	[m]
電流	<i>I</i> ntensity of current	[A]
質量	<i>m</i> ass	[g]
絶対温度	<i>T</i> emperture	[K]
物質質量	<i>n</i> umber	[mol]
光度	Luminous <i>I</i> ntensity	[cd]

#### 【余談】〈基本単位系の定義<sup>[2]</sup>〉

基本単位系には, **一義性**<sup>a</sup>と**普遍性**<sup>b</sup>を持った基準が必要であり世界共通のものである. その**厳密な定義**を紹介する.

#### 1.1.1 時間の定義<sup>[3]</sup>

原子や分子には, 固有の振動数の光や電波を吸収し放射する性質がある. その性質を利用して, セシウム原子のマイクロ波の振動  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$  を, 9, 192, 631, 770 回数えたときを 1 秒と定義した. [Hz]<sup>c</sup>は**単位時間あたりの振動数**のことであり, [/s] と同じ意味である.

\*1 Si 単位系ともいう.

## 1.1.2 距離の定義

真空中の光の速さ  $c$  を  $299,792,458$  [m/s] と定めることによって定義した。

## 1.1.3 電流の定義 [6]

かつては、真空中に  $1$  [m] 間隔で平行に置いた無限に長い  $2$  本の導体それぞれを流れ、これらの導体の長さ  $1$  [m] につき  $2 \times 10^{-7}$  [N] の力を及ぼし合う一定の電流を  $1$  [A] としていた。ただし、電流の単位を力として定義している。これは**電流は素粒子の流れ**であるという本質が分かっていなかったためである。そのため、2019 年に改定された。

新たに電気素量  $e^d$  を  $1.602,176,634 \times 10^{-19}$  [C] と定めることによって定義した。[C] は**単位時間あたりの電気量**のことであり、[A · s] と同じ意味である。

## 1.1.4 質量の定義 [9]

かつては、国際キログラム原器（白金とイリジウムの合金で出来た円柱）の質量を  $1$  [kg] としていた。ただし、経年劣化により一義性に欠けるため、電流と同様に 2019 年に改定された。

物体の静止質量を  $m$ 、光子の周波数を  $\nu$ 、プランク定数を  $h$  とすると、アインシュタインの相対性理論によれば式 (1.1) である。

$$E = mc^2 = h\nu \quad (1.1)$$

ここでプランク定数  $h$  を  $6.626,070,15 \times 10^{-34}$  [J · s] と定義することで、周波数  $\nu$  [Hz] の光子のエネルギー  $E$  と等価な質量が  $m$  [kg] である。

## 1.1.5 絶対温度の定義 [5]

かつては、氷と水、水蒸気が共存する温度  $0.01^\circ\text{C}$  の約  $273$  分の  $1$  を  $1$  [K] としていた。ただし、「水」という物質に依存しており、かつ三重点の実現可能性が低い**ため電流と同様に 2019 年に改定された。**

理想気体の場合、個々の分子は他の分子と衝突するとき以外は自由に動く。1 個の単原子の平均の運動エネルギーは、質量を  $m$ 、2 乗平均速度を  $\overline{v^2}$ 、ボルツマン定数  $k$ 、絶対温度  $T$  とすると式 (1.2a) である。

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT \quad (1.2a)$$

一方で、理想気体の分子  $nN_A$  個<sup>e</sup>を体積  $V$  の容器に入れた場合、その圧力  $p$  は、質量  $m$  と 2 乗平均速度  $\overline{v^2}$  とすると式 (1.2b) である。

$$p = \frac{1}{3} \frac{n N_A m \overline{v^2}}{V} \quad (1.2b)$$

式 (1.2a) と (1.2b) より, 式 (1.2c) の理想気体の状態方程式が得られる.

$$p(T)V = n N_A k T \quad (1.2c)$$

エネルギーは  $[J] = [kg \cdot m^2/s^2]$  で表される. ここでボルツマン定数  $k$  を  $1.380,649 \times 10^{-23} [J/K]$  と定義することで, 単位の大さを定めることと同じになる.

### 1.1.6 物質量の定義<sup>[8]</sup>

原子 1 粒同士を比較しても, 非常に小さいため明確に重さの違いは分からない. しかし, 何万, 何億の粒を集めて比較すると, 違いが分かるようになる. かつては, 炭素原子を基準として 12 [g] になるために必要な数である  $6.022 \times 10^{23}$  個 (アボカドロ数) を 1 [mol] としていた. ただし, 絶対温度の同じように今回は「炭素」依存での定義であり普遍性に欠ける. そのため, 電流と同様に 2019 年に改定された.

ここでアボガドロ定数  $N_A$  を  $6.022,140,76 \times 10^{23} [/mol]$  と定義することで, 単位の大さを定めた. 簡単にいけば, 原子や分子の粒を  $N_A$  個のことを 1 [mol] と置いた. この考えは, 12 個を 1 ダースと置くのと同じである.

### 1.1.7 光度の定義

特定の周波数  $540 \times 10^{12} [Hz]$  の緑色の光を出す特定の方向に, 放射強度  $K_{cd}$  が 683 [lm/W] である点光源の光度を, 1 [cd] と定義した.

<sup>a</sup> ただ 1 つに定まる性質のこと.

<sup>b</sup> 広く全ての場合に当てはめることができる性質のこと.

<sup>c</sup> ヘルツは, 回数を示す単位である.

<sup>d</sup> ファラデー定数 (電子 1 [mol] が持つ電気量の値のこと) を  $F$ , アボガドロ定数を  $N_A$  とすると,  $e = \frac{F}{N_A}$  でも求められる.

<sup>e</sup>  $N_A$  はアボガドロ定数であり, ボルツマン定数  $k$  と乗算することで気体定数  $R$  となる.

## 1.2 接頭辞 Prefix

接頭辞とは、基本単位系よりも**大きい・小さいことを表す指標**のことである。Si 接尾辞では  $\times 10^{\pm 30}$  まで定まっているが、よく使われる  $\times 10^{\pm 12}$  までを紹介する。

表 2: Si 接頭辞

(+) 接頭辞	英語	指数乗	(-) 接頭辞	英語	指数乗
T	Tera	$\times 10^{12}$	p	pico	$\times 10^{-12}$
G	Giga	$\times 10^9$	n	nano	$\times 10^{-9}$
M	Mega	$\times 10^6$	$\mu$	micro	$\times 10^{-6}$
k	kilo	$\times 10^3$	m	milli	$\times 10^{-3}$
h	hecto	$\times 10^2$	c	centi	$\times 10^{-2}$
da	deca	$\times 10^1$	d	deci	$\times 10^{-1}$

## 1.3 単位換算 Unit conversion

単位は、**定義に基づいて組み立てることで新しい単位ができる**。基本的には、**同じ意味を持つもの同士を分母と分子に置き、約分する**ことで求めたい単位へと変える。式 (1.3) は、「1 日は何秒か？」を求めたものである。恐らく、一度は計算したことがあるだろう。

$$1 [\text{day}] = 1 \cancel{[\text{day}]} \times \frac{24 \cancel{[\text{hr}]}}{1 \cancel{[\text{day}]}} \times \frac{60 \cancel{[\text{min}]}}{1 \cancel{[\text{hr}]}} \times \frac{60 [\text{sec}]}{1 \cancel{[\text{min}]}} = 86,400 [\text{sec}] \quad (1.3)$$

単位換算を行う上で押さえるポイントは、最初の単位と**求めたい単位に注目し定義としてどの物理量同士が等しいか**を考え約分する必要がある。今回の場合、1 [day] と 24 [hr] は定義より等しいので、分母と分子に置くことで理論上約分でき 1 と同じ意味となる。

次に、1.2 節の接頭辞を用いた単位換算を扱う。一例として、[mL] を [L] に変える場合を考える。

$$1,000 [\text{mL}] = 1,000 \times 10^{-3} [\text{L}] = 1 [\text{L}] \quad (1.4)$$

[mL] の m は、表 2 を参照すると指数乗は  $10^{-3}$  である。そのため、まず**接頭辞を指数乗に変える**。そのあと、指数乗を掛けることで単位を換算できる。

その他、戸惑いやすいが変換できるものを紹介する。

表 3: 単位変換

物理学		生命化学	
ニュートン	$1 [\text{N}] := 1 [\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2]$	体積と質量	$1 [\text{cc}] = 1 [\text{mL}] = 1 [\text{g}]$
角度	$1 [\text{deg}] := \frac{\pi}{180} [\text{rad}]$	体積と密度	$1 [\text{L}] := 1 [\text{dm}^3] = 0.001 [\text{m}^3]$
パスカル	$1 [\text{Pa}] := 1 [\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}^2]$	モル濃度	$1 [\text{M}] := 1 [\text{mol}/\text{L}]$
ジュール	$1 [\text{J}] := 1 [\text{N} \cdot \text{m}]$	水素イオン濃度	$\text{pH} := -\log[\text{H}^+]$
ワット	$1 [\text{W}] := 1 [\text{J}/\text{s}]$	温度	$1 [^\circ\text{C}] := 273.15 [\text{K}]$
クーロン	$1 [\text{C}] := 1 [\text{A} \cdot \text{s}]$		
ボルト	$1 [\text{V}] := 1 [\text{W}/\text{A}] = 1 [\text{J}/\text{C}]$		
ヘルツ	$1 [\text{Hz}] := 1 [/\text{s}]$		

詳しく調べたい場合は、[大日本図書 いろいろな単位](#)が分かりやすいので紹介しておく。その他は、付録にいくつか記載している。

- モル計算，濃度計算: [付録 A](#)

## 1.4 ギリシャ文字 Greek alphabet

よく数式の記号でギリシャ文字が用いられるので，知っているとな役に立つだろう。

表 4: ギリシャ文字

読み方		大文字	小文字	読み方		大文字	小文字
alpha	アルファ	A	$\alpha$	beta	ベータ	B	$\beta$
gamma	ガンマ	$\Gamma$	$\gamma$	delta	デルタ	$\Delta$	$\delta$
epsilon	イプシロン	E	$\varepsilon, \epsilon$	zeta	ゼータ	Z	$\zeta$
eta	イータ	H	$\eta$	theta	シータ	$\Theta$	$\theta, \vartheta$
iota	イオタ	I	$\iota$	kappa	カッパ	K	$\kappa$
lambda	ラムダ	$\Lambda$	$\lambda$	mu	ミュー	M	$\mu$
nu	ニュー	N	$\nu$	omicron	オミクロン	O	$o$
xi	クシー, グザイ	$\Xi$	$\xi$	pi	パイ	$\Pi$	$\pi, \varpi$
pho	ロー	P	$\rho, \varrho$	sigma	シグマ	$\Sigma$	$\sigma, \varsigma$
tau	タウ	T	$\tau$	upsilon	ウプシロン	$\Upsilon$	$\upsilon$
phi	ファイ	$\Phi$	$\phi, \varphi$	chi	カイ	X	$\chi$
psi	プサイ	$\Psi$	$\psi$	omega	オメガ	$\Omega$	$\omega$

## 第 II 部

# 初歩的な計算

## 2 指数 Exponent

### 2.1 累乗 Repeat multiplication

任意の<sup>\*2</sup> $a$  を  $n$  回掛けたものを  $a$  の  $n$  乗といい  $a^n$ <sup>\*3</sup> と書く.  $a$  を底 Base,  $n$  を指数 Exponent という. 特に, 指数が正の整数 ( $n > 0$ ) のとき累乗 Repeat multiplication といい, それ以外の場合は, べき乗 Power という.

指数法則 Exponential laws は, 定義より自明<sup>\*4</sup>である. 底を  $a$ , 指数を  $m, n$  としたとき, 式 (2.1) と (2.2) の 2 法則が成立する.

$$a^m \times a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{m \text{ 個}} \cdot \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個}} = a^{m+n} \quad (2.1)$$

これは単純.  $a$  を  $m$  回掛けたものと  $a$  を  $n$  回掛けたものを全て乗算したら,  $a$  を  $m+n$  回掛けたものと同じになる.

$$(a^m)^n = n \text{ 個} \left\{ \underbrace{\begin{array}{ccccccc} a & \times & a & \times & \cdots & \times & a \\ a & \times & a & \times & \cdots & \times & a \\ \vdots & & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ a & \times & a & \times & \cdots & \times & a \end{array}}_{m \text{ 個}} \right\} = a^{m \times n} \quad (2.2)$$

少し捉えにくいかもしれない. 式 (2.2) のように,  $a$  を  $m$  回掛けたものを縦に  $n$  個並べる. それは  $a$  を  $m \times n$  に並べた長方形となり,  $m \times n$  回乗算したのと同じだと分かる. このように, 視覚的に理解できるだろう.

式 (2.1) と (2.2) は特に暗記しなくても, 累乗がどういうものだったか? を考えれば簡単に分かる.

### 2.2 0 乗とマイナス乗

式 (2.1) が正しいと仮定すると, 0 乗とマイナス乗を定義できる. まず, 式 (2.1) を  $n = 0$  とすると式 (2.3a) である.

\*2 「すべての」, 「どんな」, 「どれを選んでも」と同じ意味である.

\*3 指数が複雑な場合,  $a \exp(n)$  と表記される場合もある.

\*4 一般に法則として紹介されていることが多いので, 本資料では法則として扱う. また一般に法則とは, 経験則から導かれた証明できない事象のことを指す.



$$a^m \times a^0 = a^{m+0} = a^m \quad (2.3a)$$

$a^m$  に  $a^0$  を乗算しても**変化しない**. その数は, **1** なので式 (2.3b) と定義される.

$$a^0 := 1 \quad (2.3b)$$

式 (2.3b) が正しいと仮定し, 式 (2.1) を  $n = -m$  とすると式 (2.4a) である.

$$a^m \times a^{-m} = a^{m-m} = a^0 = 1 \quad (2.4a)$$

$a^m$  に  $a^0$  を乗算すると **1** になる. その数は, **逆数**<sup>\*5</sup> なので式 (2.4b) と定義される.

$$a^{-m} := \frac{1}{a^m} \quad (2.4b)$$

## 2.3 累乗根 Radical root

$n$  乗すると任意の数  $a$  になる数のことを累乗根 Radical root といい  $\sqrt[n]{a}$  と書く.  $n$  乗を強調して,  **$n$  乗根**ともいう. また,  $n = 2$  のとき, **平方根** Square root といい  $\sqrt{a}$  と書き, ルートの左肩の 2 は省略できる. ただし, ルートで表記するのは見ずらくなるので指数で表現したい. 指数方程式を解くことで累乗根を指数で定義できる.  $a$  を**底**,  $n$  を**指数**と式 (2.5a) である.

$$\sqrt[n]{a} = a^x \quad (2.5a)$$

辺々<sup>\*6</sup>  $n$  乗すると, 式 (2.5b) である.

$$(\sqrt[n]{a})^n = (a^x)^n \quad (2.5b)$$

左辺はルートが外れ, 指数で表現される. また, 分かりやすいように 1 乗として書くと式 (2.5c) である.

$$a^1 = a^{nx} \quad (2.5c)$$

底が同じ方程式<sup>\*7</sup>は, 指数も同じである<sup>\*8</sup>. 指数だけ取り出して等式にすると, 式 (2.5d) である.

$$1 = nx \quad (2.5d)$$

$x$  について解き,  $n$  乗根を指数で表すと式 (2.5e) で定義される.

$$\sqrt[n]{a} := a^{\frac{1}{n}} \quad (2.5e)$$

<sup>\*5</sup> 任意の数に**乗算すると 1 になる数**のこと.

<sup>\*6</sup> 両辺と同じ意味. 左辺 (左側の式) と右辺 (右側の式) の両方の式という意味である.

<sup>\*7</sup> 等号で結ばれた式のこと.

<sup>\*8</sup> これが指数方程式の基本的な考え方である.

## 第 III 部

# 統計のデータ

## 3 代表値 Average

データ全体を分布中心のデータ 1 つで表したものを代表値という。主に 3 つの値のことを指し、平均値 Mean, 中央値 Median, 最頻値 Mode である。ただし、これらの値がデータの代表ではない可能性もあるため、扱うときには必ずデータの代表として機能しているのか確認する必要がある [10, 11]。

### 3.1 平均値 Mean

主に算術平均のことを指す。全データを合計し、データの数で割ることで求められる。平均値を  $\bar{x}$ <sup>\*9</sup>, データ数を  $n$ , 各データを  $x_k$  とすると、式 (3.1) と定義する<sup>\*10</sup>。

$$\bar{x} := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad (3.1)$$

#### 【平均値 概要】

メリット [4] 全てのデータを考慮できる。

デメリット 外れ値に弱い。

エクセル =AVERAGE(Cell<sub>1</sub>: Cell<sub>2</sub>)

#### 【余談】〈平均にもいろんな種類がある！ [1]〉

上記では、算術平均（相加平均）を取り扱った。一般に平均と言われればこの算術平均だと思えばよい。ただ、他にも場合によっては使える平均があるので紹介する。

##### 3.1.1 幾何平均（相乗平均）

算術平均は足し算における平均であったが、これは掛け算における平均である。平均値を  $G$ , データ数を  $n$ , 各データを  $x_k$  とすると、式 (3.2) である<sup>a</sup>。

$$G := \left( \prod_{k=1}^n x_k \right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_n} \quad (3.2)$$

<sup>\*9</sup>  $\mu$  と置くこともある。

<sup>\*10</sup>  $\sum$  の計算は、基本的に  $1 \leq k \leq n$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) の範囲内での総和を示す記号である。 $\sum$  の下に書いてある数字から、上に書いてある数字までをカウントアップして足したものである。

主に、成長率や増加率など**比率や割合で変化する数の平均**を算出したいときに用いる。

### 3.1.2 調和平均

調和平均は、一度逆数にしたデータの算術平均のことである。平均値を  $H$ 、データ数を  $n$ 、各データを  $x_k$  とすると、式 (3.3) である。

$$H^{-1} := \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} \right) = \frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}}{n} \quad (3.3)$$

主に、平均速度や並列接続時の抵抗、直列接続時のコンデンサなど**比率で表わされる数の平均**を算出したいときに用いる。

<sup>a</sup>  $\prod$  の計算は  $\sum$  の足し算を**掛け算に変えたものである**、基本的に  $1 \leq k \leq n$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) の範囲内での**総積**を示す記号である。 $\prod$  の下に書いてある数字から、上に書いてある数字までを**カウントアップして掛けたもの**である。

## 3.2 中央値 Median

データを**大きさの順に並べた際の、真ん中の値**を指す。例えば、データの集合  $A$  を式 (3.4) と設定する。

$$A = \{x_k | 1 \leq k \leq 5\} \quad (3.4)$$

数列  $x_k$  が昇べきの順に並んでいるとすると、集合  $A$  の中央値は  $x_3$  である。

### 【中央値 概要】

メリット <sup>[4]</sup> 外れ値に強い。

デメリット 全てのデータを十分に考慮に入れることができない。

エクセル =MEDIAN(Cell<sub>1</sub>: Cell<sub>2</sub>)

## 3.3 最頻値 Mode

データの集合内で、同じデータが存在する場合がある。その同じデータが最も出現する値を指す。例えば、集合  $A$ 、式 (3.4) に式 (3.5) と設定する。

$$x_2 = x_3 \quad (3.5)$$

このとき、集合  $A$  の最頻値は  $x_2, x_3$  である。

## 【最頻値 概要】

メリット <sup>[4]</sup> 外れ値に強い.

デメリット 1つに決まらないことがある. また, サンプルサイズが少ないと使えない.

エクセル =MODE.SNGL(Cell<sub>1</sub>: Cell<sub>2</sub>)

## 3.4 最大値 Maximum・最小値 Minimum

データの集合内で, 一番大きい値を最大値, 小さい値を最小値という. 例えば, 集合  $A$ , 式 (3.4) を基にして考える. このとき, 最大値は  $x_5$ , 最小値は  $x_1$  である.

## 【最大値・最小値 概要】

エクセル (最大値) =MAX(Cell<sub>1</sub>: Cell<sub>2</sub>)

エクセル (最小値) =MIN(Cell<sub>1</sub>: Cell<sub>2</sub>)

## 4 散布度 Dispersion

## 4.1 分散 Variance・標準偏差 Standard deviation

各データと平均との差の平均である. 一般にデータのバラつきを表す. 分散を  $s^2$ <sup>\*11</sup>, データ数を  $n$ , 各データを  $x_k$  とすると, 式 (4.1) である.

$$s^2 := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad (4.1)$$

標準偏差はこの2乗を外したもののことである. すなわち, 分散  $s^2$  をルート  $\sqrt{\quad}$  に入れたものである. そのため, 標準偏差を  $s$ <sup>\*12</sup> とすると式 (4.2) である.

$$s := \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2} \quad (4.2)$$

【余談】〈なぜ2乗した誤差を考えるのか? <sup>[7]</sup>〉

平均との差であれば, 絶対値を用いれば良いと考えられる. 絶対値で計算する平均偏差と呼ばれるものを紹介する. 平均偏差は式 (4.3) で求められる.

\*11  $\sigma^2$  と置くこともある.

\*12  $\sigma$  と置くこともある.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |x_k - \bar{x}| \quad (4.3)$$

ただし、これは数学的に扱いにくい。次に 3 点挙げる。

1. 絶対値は函数として微分可能でなく扱いづらい。
2. 場合分けが必要になることがある。
3.  $\bar{x} \neq \arg \min_{\bar{x}} \sum_{k=1}^n |x_k - \bar{x}|$  である。

特に 3 つ目が問題であるが、説明は参考文献の記事に譲る。

## 4.2 範囲 Range

単に最大値と最小値の差である。例えば、集合  $A$ ，式 (3.4) を基にして考える。このとき、範囲は  $x_5 - x_1$  である。

## 第Ⅳ部

# データのイメージ

## 5 スカラー Scalar とベクトル Vector

スカラーは **1 つの数** であり、ベクトルは **2 つ以上の数を束ねたもの** である。スカラーはそのまま、ベクトルは太字  $\mathbf{x}$  または 2 重文字  $\mathbf{x}$  (文字に余計な線を 1 つ入れるだけ) で表現する<sup>\*13</sup>。よく、スカラーは大きさだけ持つ量で、ベクトルは大きさと向きも持つ量と理解している人も多い。  
それは何故か？

$$A = 2 \quad (5.1)$$

図 1: スカラー量

$$\mathbf{B} = (2 \quad 1 \quad 3) \quad (5.2)$$

図 2: ベクトル量

スカラーのイメージは、**1 次元** である。すなわち、 $x$  軸だけの数直線を考えると単なる**大きさ**にすぎない。次にベクトルのイメージは、**2 次元** や **3 次元** である。 $x$  軸だけでは、大きさしか表せなかったのに対し、数を束にすることで **2 つ目以降の数によって方向が決まる**。

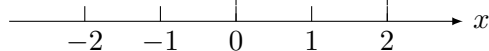


図 3: スカラーのイメージ

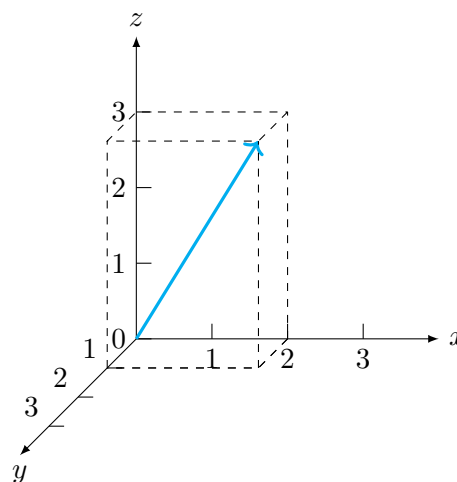


図 4: ベクトルのイメージ

簡単に説明すると、スカラーは **1 つの数** であり、ベクトルは**数と数の組**<sup>\*14</sup> である。ベクトルは方向を表すことから、基本的に**矢印**で表現することが多い。そのとき大きさは、矢印の**長さ**で表す。

<sup>\*13</sup> 高校までは文字の上に矢印  $\vec{x}$  を描いてベクトルを表現した。ただし、**見づらくなりやすい**という欠点があるため、大学以降ではあまり使われない。

<sup>\*14</sup> 厳密には、**線形空間の元** である。線形空間の元として考えると、多項式もベクトル、関数もベクトル、微分方程式の解もベクトルとして捉えられる。これらのように、この世界にはベクトルでありふれている！

## 5.1 ベクトルの加減法

スカラーはそのまま加減乗除できるが、ベクトルはそう上手くいかない。ベクトルの乗法には**内積**と**外積**の2種類あり、除法はできない。分かりやすい加減法から説明する。

言葉で説明すると、矢印の終点ともう一方の矢印の始点を合わせ、1つの折れ線矢印と見なして始点と終点を線で結ぶ。減法の場合は、矢印を逆にしてから足す。矢印が逆のベクトルを**逆ベクトル**という。

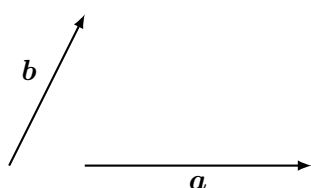
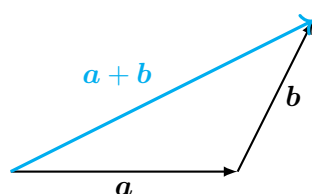
図 5:  $a$  と  $b$ 

図 6: 三角形を作る方法

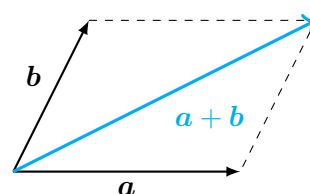


図 7: 平行四辺形を作る方法

## 5.2 単位ベクトル

ユークリッド空間（実数を  $n$  個並べた全体の集合）において、3つの直交座標をそれぞれ  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸とする。そのなかで**大きさを「1」に仕立てた**ベクトルを単位ベクトル<sup>\*15</sup>という。

また、 $x$  軸と平行な単位ベクトルを  $i$ 、 $y$  軸と平行な単位ベクトルを  $j$ 、 $z$  軸と平行な単位ベクトルを  $k$  とする。

## 5.3 ベクトルの成分表示 Component form

単位ベクトルと係数倍を用いて、一般にベクトルを式 (5.3) のような式で表せる。

$$\mathbf{a} = A\mathbf{i} + B\mathbf{j} + C\mathbf{k} \quad (5.3)$$

また、係数を座標のように表して、

$$\mathbf{a} = (A \ B \ C) \quad (5.4)$$

とも表せる。

<sup>\*15</sup> 単位\*\*は基本的に、\*\*の大きさを「1」に仕立てたもののことである。

## 参考文献

- [1] 技術でブランドを支える ケムファク. 知っておきたい様々な平均値. <https://chem-fac.com/average>.
- [2] 産総研 計量標準総合センター. 国際単位系 (si) . <https://unit.aist.go.jp/nmij/library/si-units>.
- [3] 科学技術振興機構 香取創造時空間プロジェクト. 世界を変える 1 秒の誕生. <https://www.jst.go.jp/erato/katori/feature>.
- [4] 高校数学の美しい物語. 平均値, 中央値, 最頻値の求め方といくつかの例. <https://manabitimes.jp/math/985>.
- [5] 中野 享 山田 善郎. 熱力学温度の単位「ケルビン」の定義改定. [https://unit.aist.go.jp/nmij/public/report/si-brochure/pdf/5\\_SI\\_%E3%82%B1%E3%83%AB%E3%83%93%E3%83%B3.pdf](https://unit.aist.go.jp/nmij/public/report/si-brochure/pdf/5_SI_%E3%82%B1%E3%83%AB%E3%83%93%E3%83%B3.pdf).
- [6] 森北出版. 「アンペア」の定義のこれまでといま. <https://note.com/morikita/n/n0d9537d45ce1>.
- [7] 数学の景色. データの分散・標準偏差の定義・具体例・性質まとめ. <https://mathlandscape.com/variance>.
- [8] 倉本直樹. 物質量の単位「モル」の基礎解説とアボガドロ定数にもとづく新たな定義を導いた計測技術. [https://unit.aist.go.jp/nmij/public/report/si-brochure/pdf/6\\_SI\\_%E3%83%A2%E3%83%AB.pdf](https://unit.aist.go.jp/nmij/public/report/si-brochure/pdf/6_SI_%E3%83%A2%E3%83%AB.pdf).
- [9] 藤井賢一. プランク定数にもとづくキログラムの新しい定義. [https://www.jstage.jst.go.jp/article/jaesjb/61/10/61\\_716/\\_pdf/-char/en](https://www.jstage.jst.go.jp/article/jaesjb/61/10/61_716/_pdf/-char/en).
- [10] 内田誠一. 2-1-2. データの分布と代表値. <https://mi.u-tokyo.ac.jp/consortium/pdf/2-1-2.pdf>.
- [11] 内田誠一. 2-1-3. 代表値の性質の違い. <https://mi.u-tokyo.ac.jp/consortium/pdf/2-1-3.pdf>.



## 索引

Average, [8](#)

Dispersion, [10](#)

Maximum, [10](#)

Mean, [8](#)

Median, [8](#), [9](#)

Minimum, [10](#)

Mode, [8](#), [9](#)

Range, [11](#)

Standard deviation, [10](#)

Variance, [10](#)

中央値, [8](#), [9](#)

代表値, [8](#)

分散, [10](#)

外れ値, [8](#)–[10](#)

平均値, [8](#), [9](#)

散布度, [10](#)

最大値, [10](#), [11](#)

最小値, [10](#), [11](#)

最頻値, [8](#), [9](#)

標準偏差, [10](#)

算術平均, [8](#)

範囲, [11](#)

## 付録 A モル計算，濃度計算