



Materia : Estructura de Datos I

INF 220

"Tema 3. Matrices ESPARCIDAS (SPARCE)"

Docente: Ing. Ubaldo Pérez Ferreira

E-mail: ubaperez@gmail.com

Santa Cruz de la Sierra – Bolivia © 2021



Especificación Formal - Arreglos

F

Structure Array(Value,index)
Declare Create() \rightarrow Array
Retrive(Array, Index) \rightarrow Value
Store(Array, Index, Value) \rightarrow Array
Swap(Array, Index, Index) \rightarrow Array
Equal(index , index) \rightarrow Boolean

Funciones

$\forall A \in N \quad i, j \in \text{Index}, x \in \text{Value}$

A

Retrieve(Create,i)::= error
Retrieve(Store(A,i,x),j)::=
If Equal(i,j) Then x Else Retrieve(A,j)

Axiomas



```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?>
<card title="TV Interface">
  <channel="channel1.xml"> Bit Cerco Wireless Tune </a>
  <a href="ami.xml"> ami con o bal des 2003 </a>
  <a href="back.xml"> back </a>
</card>
</xml>
```

A la Definición Formal original de arreglo, se pueden adicionar los siguientes funciones y axiomas:

$$F \left\{ \begin{array}{l} \text{Swap}(\text{Array}, \text{Index}, \text{Index}) \rightarrow \text{Array} \\ \text{Xeqaul}(\text{Array}, \text{Index}, \text{Value}) \rightarrow \text{Boolean} \\ \text{MaxV}(\text{Array}, \text{Index}, \text{Index}) \rightarrow \text{Array} \\ \text{Equal}(\text{index}, \text{index}) \rightarrow \text{Boolean} \end{array} \right.$$

$$\forall A \in \text{Array} \quad i, j \in \text{Index} \quad x \in \text{Value}$$

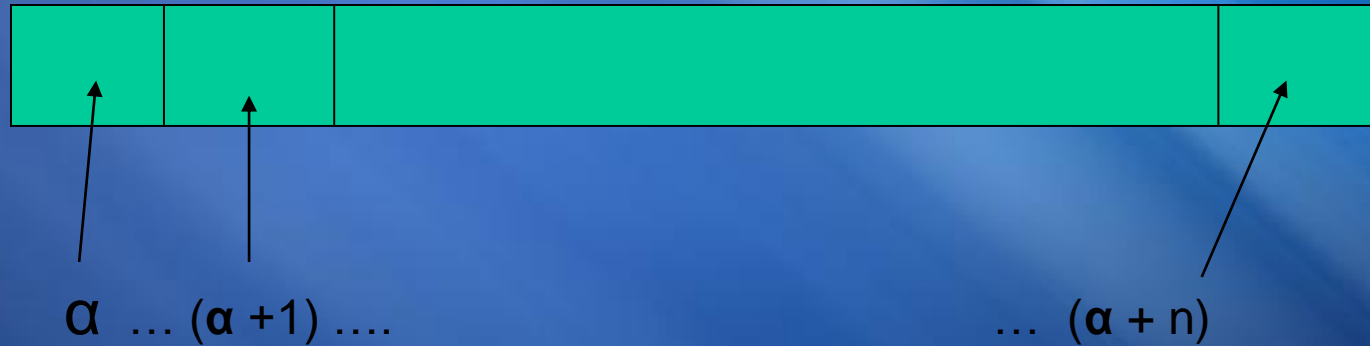
$$A \left\{ \begin{array}{l} \text{Retrieve}(\text{Create}, i) ::= \text{error} \\ \text{Retrieve}(\text{Store}(A, i, x), j) ::= \text{If Equal}(i, j) \text{ Then } x \text{ Else Retrieve}(A, j) \end{array} \right.$$



```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?>
<card title="TV Interface">
  <channel="channel1.xml"> Bit Cerco Wireless Tune </a>
  <a href="ami.xml"> ami con o bal des 2003 </a>
  <a href="back.xml"> back </a>
</card>
</xml>
```

Arreglos - Vectores

- Esta ligado al direccionamiento de elementos en la memoria principal



```
</wml>
<card title="TV Interface">
  <channel="channel1.wml"> Big Cero Wireless Tune </a>
  <a href="uni.wml"> uni con o bal des: 2003 </a>
  <a href="back.wml"> back </a>
</card>
</wml>
```

Arreglos - Vectores

Axiomatización

Definición: "Conjunto consecutivo de elementos de memoria"

Definición: "Un conjunto de pares (índice, valor)"

- Existen dos problemas fundamentales:
 - Insertar
 - Eliminar



```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" standalone="no" ?>
<!-- This is a WML document. It contains a list of links to other WML documents. -->
<wml>
  <card title="TV Interface">
    <chtml>
      <a href="#channel1.wml">Bit Cero Wireless Tune</a>
      <a href="#uni.wml">uni con o bal des 2003</a>
      <a href="#back.wml">back</a>
    </chtml>
  </card>
</wml>
```


Arreglos - Vectores

No siempre los índices de los arreglos deben ser valores enteros, en algunos casos pueden tener otro tipo de datos.

(Lun, Mar, Mier,..., Dom)
(Ene, Feb,...,Dic)
(1990,1991,...,2008)

En resumen se tiene $S=(a_1, a_2, \dots, a_n)$

Entonces existe una variedad de operaciones a realizar

- i. Encontrar la longitud
- ii. Leer el arreglo de IZQ a DER o DER a IZQ
- iii. Recuperar el i-ésimo elemento $1 \leq i \leq n$
- iv. Almacenar un nuevo valor en la posición i-ésima $1 \leq i \leq n$



```
<!--
  This is the HTML code for the TV interface.
  It is a simple HTML page with a title,
  a link to the channel, and a link to
  the back button.
-->
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?>
<html>
  <head>
    <title>TV Interface</title>
  </head>
  <body>
    <a href="#">TV Interface</a>
    <a href="#">Back</a>
  </body>
</html>
```

Arreglos - Matrices

Una matriz es un objeto matemático, con la cual se puede representar muchos problemas del mundo real.

En el área de la Ciencias de la Computación, esta interesada en como poder representar las matrices, que operaciones se pueden realizar y cual seria la forma eficiente de realizar estas operaciones.

Filas m

Elemento de la matriz

Columnas n

Numero de elemento $m \times n$, cuando $m=n \rightarrow$ Matriz Cuadrada

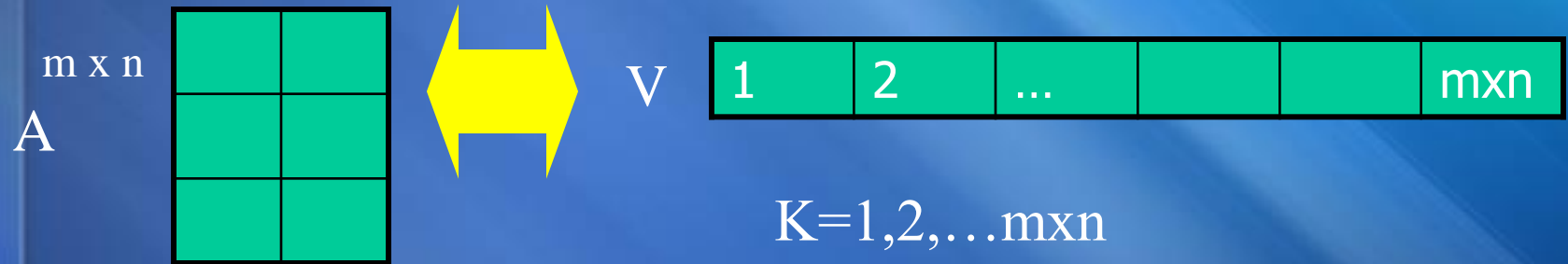
Cuando $m=1$ es un Vector



Representación de Matrices

Considerar la memoria como dirección de 1 a m

Se estudiara la representación de matrices en vectores



Para deducir en clases

Como encontrar el elemento k en V a partir de (i, j) ?

Como encontrar (i, j) en A a partir de k ?



Representación de Matrices

Como encontrar (i , j) en A a partir de k?

$$i = \lfloor (k-1) / n \rfloor + 1$$

$$j = k - (i - 1) * n$$

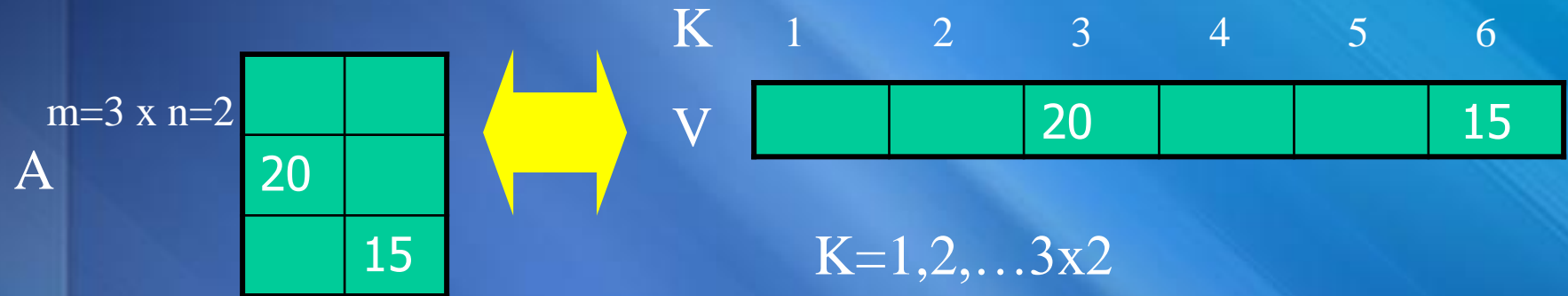
Como encontrar el elemento k en V a partir de (i , j)?

$$k = (i-1) * n + j$$



```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?>
<!-- This is a WML document -->
<wml>
  <card title="TV Interface">
    <par>
      <a href="#">TV Interface</a>
      <a href="#">TV Interface</a>
    </par>
  </card>
</wml>
```

Representación de Matrices



Como encontrar el elemento k en V a partir de $(i=2, j=1)$?

$$k = (i-1) * n + j \quad k = (2-1) * 2 + 1 \quad k = (2-1) * 2 + 1 \quad k = 3$$

Como encontrar (i, j) en A a partir de $k=6$?

$$i = \lfloor (k-1) / n \rfloor + 1 \quad i = \lfloor (6-1) / 2 \rfloor + 1 \quad i = 3$$

$$j = k - (i-1) * n \quad j = 6 - (3-1) * 2 \quad j = 2$$



```
<wml>
<card title="TV Interface">
  <channel="channel1.wml"> Bit Caric Wireless Tune </a>
  <a href="#" uri.wml"> omi con o bal des: 2003 </a>
  <a href="#" back.wml"> back </a>
</card>
</wml>
```

Matrices Esparcidas (SPARCE)

Existen 1,612 celdas con
valores = 0

No existe una definición precisa para determinar cuando una matriz es esparcida o no.



Matrices Esparcidas (SPARCE)

Una matriz esparcida requiere considerar una alternativa para su representación

Ejemplo $A^{m \times n}$ donde existe 50% de elementos con valor cero

Buscamos otra forma de almacenar los elementos $\neq 0$

Cada elemento $A(i, j) \neq 0$ es definido por la fila, columna y valor (i, j, valor)

Es necesario un arreglo $A^{t,3}$ donde t es el numero de elementos $\neq 0$ + una fila para almacenar el tamaño de la matriz y el numero de elementos $\neq 0$

$A^{m \times n}$

	x		
		x1	

$A^{t,3}$

m	n	t
i	j	x
i	j	x1

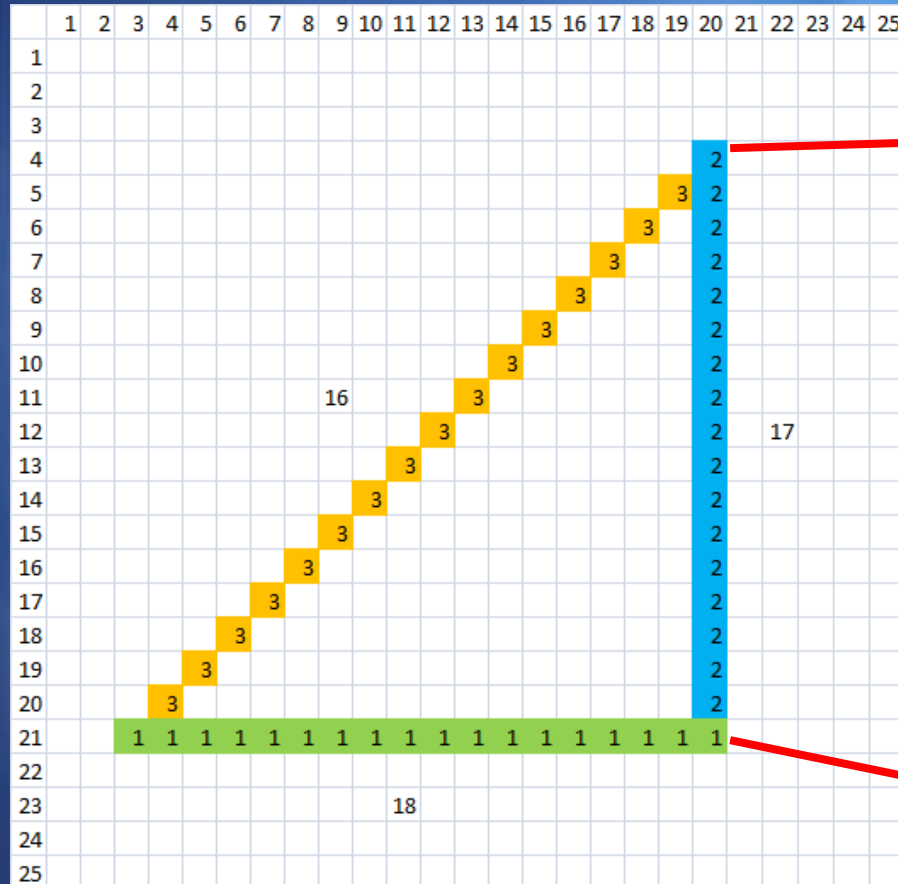
Las matrices esparcidas reducen el espacio pero hace que los algoritmos sean complejos.



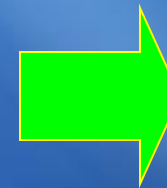
Matrices Esparcidas (SPARCE)

Ejemplo

25x 25
A
625 celdas



52 x 3
A'



156 celdas
75% de ahorro

	i	j	valor
1	25	25	51
2	4	20	2
3	5	19	3
4	5	20	2
5	6	18	3
6	6	20	2
7	7	17	3
8	7	20	2
9	8	16	3
10	8	20	2
...			
50	21	18	1
51	21	19	1
52	21	20	1

Las matrices esparcidas reducen el espacio pero hace que los algoritmos sean complejos.



Matrices Esparsas (SPARCE)

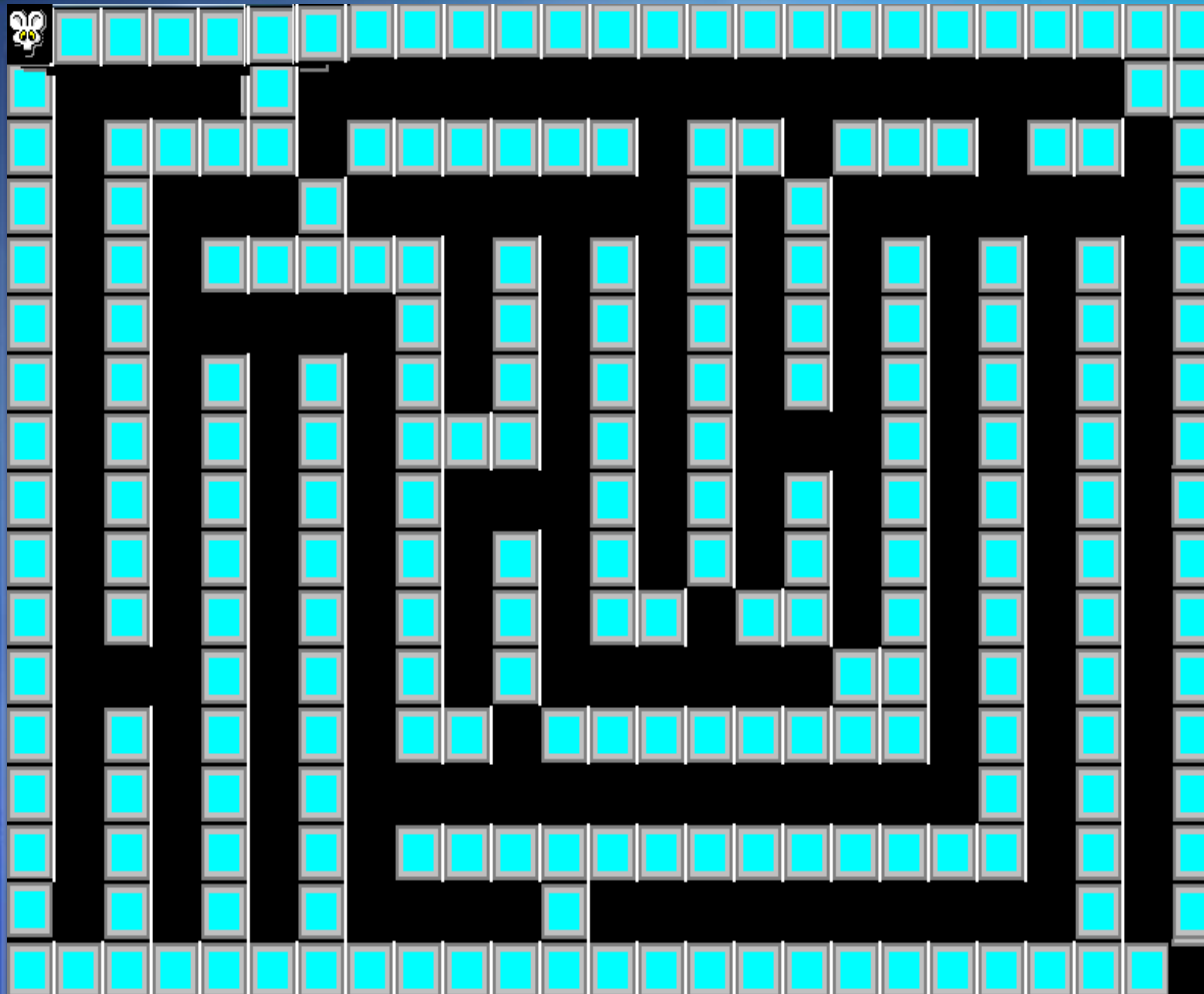
```
namespace cApp
{
    public class clsSpar
    {
        public const int MAXF = 100;
        public const int MAXC = 3;
        public const int MAX = MAXF * MAXC;

        private double[,] _Sparse;
        private int _T;
        private int _C;

        public clsSpar()
        {
            _Sparse = new double[MAX,MAXC]; // Matriz Sparcida
            _T = 0;                          // Cantidad de Filas Llenas
            _C = 0;                          // Cantidad de elementos diferentes de cero
        }
    }
}
```

```
public clsSpar Cargar(double[,] m)
{
    int f=m.GetLength(0); // Cantidad de filas de la Matriz Original
    int c=m.GetLength(1); // Cantidad de columna de la Matriz Original
    Push(f, c, 0);        // Se coloca los datos de la 1ra fila (0) de la Matriz Sparcida
    for (int i = 0; i < f; i++)
    {
        for (int j = 0; j < c; j++)
        {
            if (m[i, j] != 0) // solo se cargan los valores distintos de cero
                Push(i, j, m[i, j]);
        }
    }
    _Sparse[0, 2]=_C;
    return this;
}
```

Aplicación Practica



La idea es repetir varias veces el experimento, hasta que la rata recorra el camino sin haber pasado por algún camino falso.

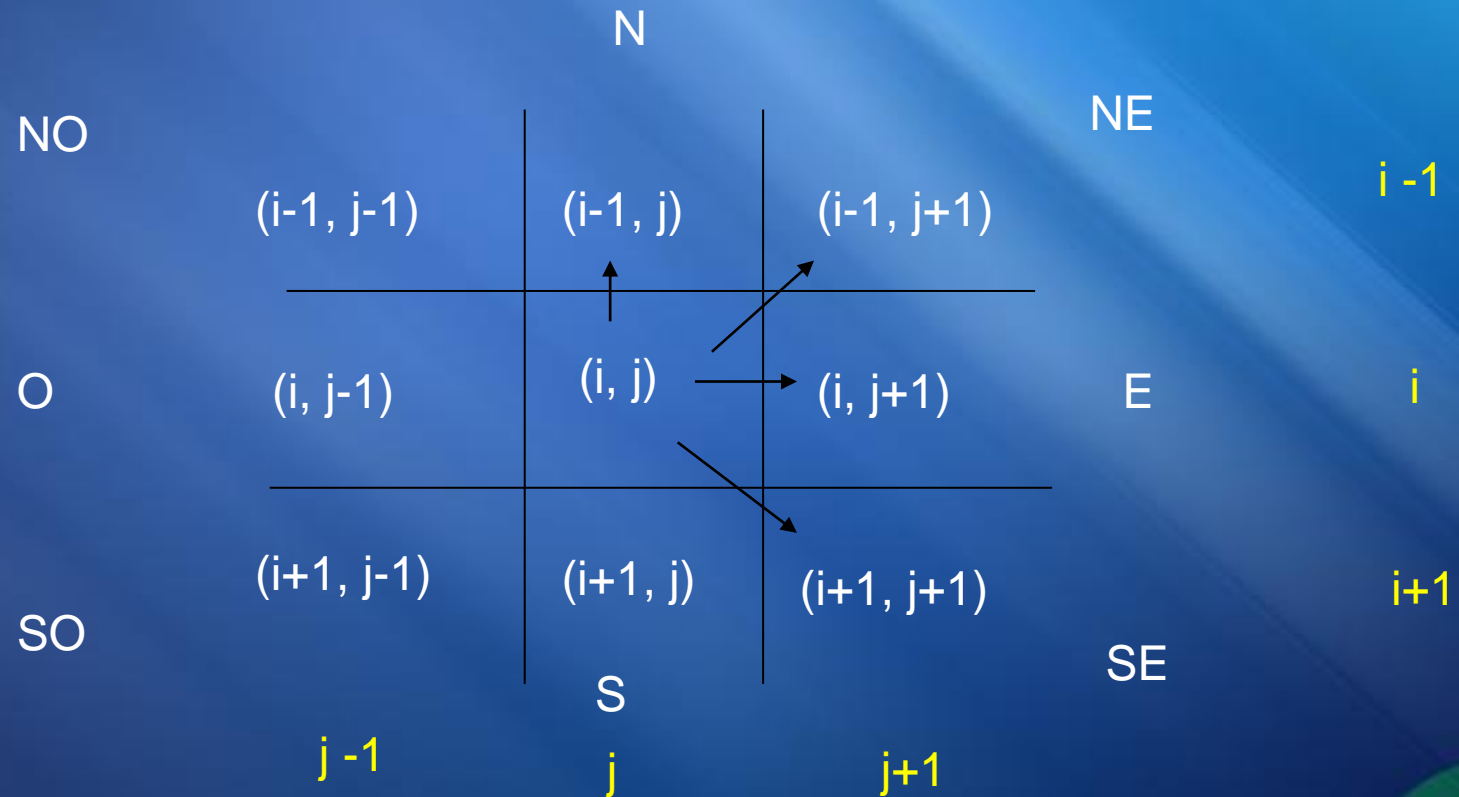
Las paredes serán representados con 1 y los caminos con 0 en una matriz $M^{m \times n}$. El ratón estará siempre en una posición (i,j) en M .

La entrada necesariamente es $(1,1)$ y la salida en (n, m)



Problema a resolver

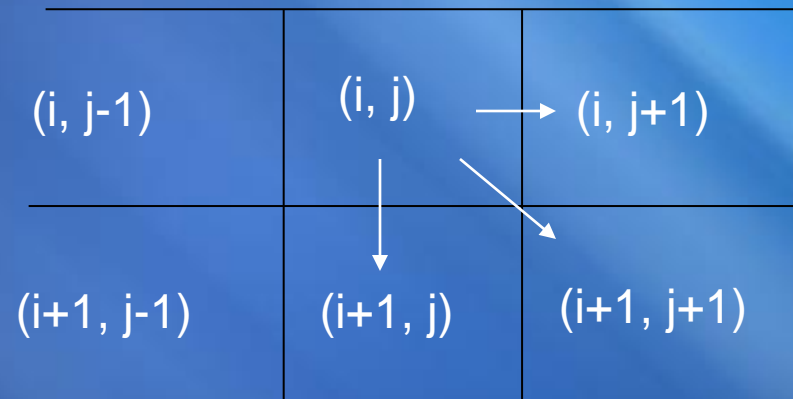
Cuales son los posibles movimientos del ratón estando en una posición (i, j) ?



Si todas las posiciones adyacentes tienen valor 0 entonces el ratón se puede mover a 8 posibles direcciones siguiendo las manecillas del reloj



Que pasa si el ratón esta en $(1,5)$, cuantos movimientos tiene?



Se debe considerar cuando:

$i=1$ o $i=n$

$J=1$ o $j=m$



```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?>
<wml>
  <card title="TV Interface">
    <channel="channel1.wml"> Bit Cerco Wireless Tunes </a>
    <a href="uni.wml"> uni con o bal desu 2003 </a>
    <a href="back.wml"> back </a>
  </card>
</wml>
```

Matrices Esparcidas (SPARCE)

Ejercicios en clase

$$\text{a) } \begin{matrix} n \times m \\ C \end{matrix} = \begin{matrix} n \times m \\ A \end{matrix} + \begin{matrix} n \times m \\ B \end{matrix} \quad (\text{normal})$$

$$\text{b) } \begin{matrix} n \times m \\ C \end{matrix} = \begin{matrix} n \times m \\ A \end{matrix} + \begin{matrix} n \times m \\ B \end{matrix} \quad (\text{esparcidas})$$

Trabajo Practico

Implementar en el lenguaje C# (utilizando matrices esparcidas)

- a) $A = B \times C$
- b) Listar los elementos de la diagonal principal
- c) Revisar los algoritmos e implementar (HOROWITZ)
 - a) Traspase (pag 54)
 - b) Fast_Traspase (pag 56)

