

분할 불가능 배낭 문제

김동원

<https://www.geeksforgeeks.org/fractional-knapsack-problem> (쪼갤수 있는 배낭문제)

- 물건들은 각자 무게(kg), 가치를 가진다.
- 물건은 1kg 단위로 쪼갤수 있다.
- 배낭이 담을수 있는 무게(kg)가 주어질때 최대 가치는?

<https://www.acmicpc.net/problem/12865> (평범한 배낭)


- 물건들은 각자 무게(**kg**), 가치를 가진다.
- 물건은 **1kg** 단위로 쪼갤수 없다!
- 배낭이 담을수 있는 무게(**kg**)가 주어질때 최대 가치는?

탐욕 선택 속성 (greedy choice property)을 생각해보면...

- 어떻게 배낭의 무게만큼 최대 가치를 뽑아낼것인가?
- 이전 문제처럼 가성비가 좋은 물건부터 넣으면?

최적 부분 구조(optimal substructure)를 만족하지 않는다.

- $\{60, 10\} = A, \{100, 20\} = B, \{120, 30\} = C$

- $(A' = 6, B' = 5, C' = 4)$ 

- MAX_WEIGHT: 50 $\rightarrow B + C$

- MAX_WEIGHT: 30 $\rightarrow A + B$

어떻게 하면 이 문제를 작은 문제들로 쪼갤수 있을까?

- 채울수 있는 무게 (**max:5: 1, 2, 3, 4, 5**)
- 넣어볼수있는 물건 (**max:[1, 2, 3]: [1], [1, 2], [1, 2, 3]**)

물건들도 부분문제로 나눠보자 {value, weight}

- {6, 1} = A, {10, 2} = B, {12, 3} = C, MAX_WEIGHT = 5

| weight stuff | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------|---|---|----|----|----|----|
| 없음 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| A | 0 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| A, B | 0 | 6 | 10 | 16 | 16 | 16 |
| A, B, C | 0 | 6 | 10 | 16 | 18 | 22 |

물건들도 부분문제로 나눠보자

- $\{6, 1\} = A$, $\{10, 2\} = B$, $\{12, 3\} = C$, $\text{MAX_WEIGHT} = 5$

| weight stuff | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------|---|---|----|----|----|----|
| 없음 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| A | 0 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| A, B | 0 | 6 | 10 | 16 | 16 | 16 |
| A, B, C | 0 | 6 | 10 | 16 | 18 | 22 |

Coding...

완전탐색으로 모든 경우를 모두 고려해서 푸는것도 가능하다.

- $\{60, 10\} = A, \{100, 20\} = B, \{120, 30\} = C$

- $\{\}, \{A\}, \{B\}, \{C\}, \{A, B\}, \{A, C\}, \{B, C\}, \{A, B, C\}$

- $nC0 + nC1 + nC2 + \dots + nCn = 2^n$

참고 자료

- <https://colinch4.github.io/2021-06-11/DP/>