

# 第3章 栈和队列

3.1 栈

3.2 栈的应用举例

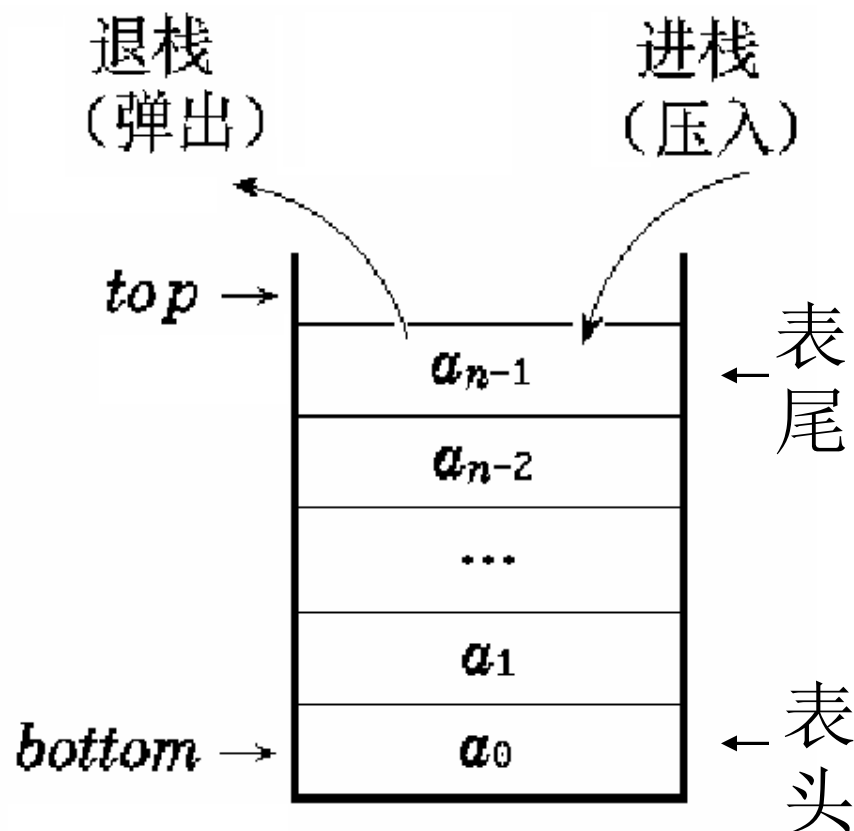
3.3\* 栈与递归的实现

3.4 队列

# 3.1 栈 ( Stack )

■ 1. 定义：限定只在表的一端(表尾)进行插入和删除操作的线性表

- 特点: **后进先出** (LIFO)
- **栈顶** (top):
- 允许插入和删除的一端
- **栈底** (bottom): 另一端



## 栈的抽象数据类型定义：

ADT Stack {

数据对象：  $D = \{a_i \mid a_i \in \text{ElemSet}, i=1, 2, \dots, n, n \geq 0\}$

数据关系：  $R1 = \{ \langle a_{i-1}, a_i \rangle \mid a_{i-1}, a_i \in D, i=2, \dots, n \}$

约定 $a_n$ 端为栈顶， $a_1$ 端为栈底

基本操作： 见下页

}ADT Stack



# 栈的基本操作

- ① InitStack(&s) 构造一个空栈s。
- ② StackEmpty(s) 若s为空栈，返回1，否则返回0。
- ③ Push(&s, x) 进栈。插入x为栈顶元素。
- ④ Pop(&s, x) 退栈。若s非空，删除栈顶元素，并用x返回其值。
- ⑤ GetTop(s) 返回栈顶元素。
- ⑥ ClearStack (&s) 将栈s清为空栈。
- ⑦ StackLength(s) 返回栈s的元素个数。
- ⑧ DestroyStack(&s) 销毁栈
- ⑨ StackTraverse(S,visit()) 遍历栈

# 3.1 栈

## ■ 2. 栈的表示和实现

- 1) 顺序栈—栈的顺序存储结构
- 2) 链栈—栈的链式存储结构
- 3) 静态分配整型指针

# 顺序栈—栈的顺序存储结构

■ 限定在表尾进行插入和删除操作的顺序表

■ 类型定义：

```
typedef struct {  
    •      SElemType  *base;  
    •      SElemType  *top;  
    •      int   stacksize;  
    •      } SqStack;
```

```
SqStack  s;
```

## ■ base

- 栈底指针，始终指向栈底；
- 当base == NULL时，表明栈结构不存在。

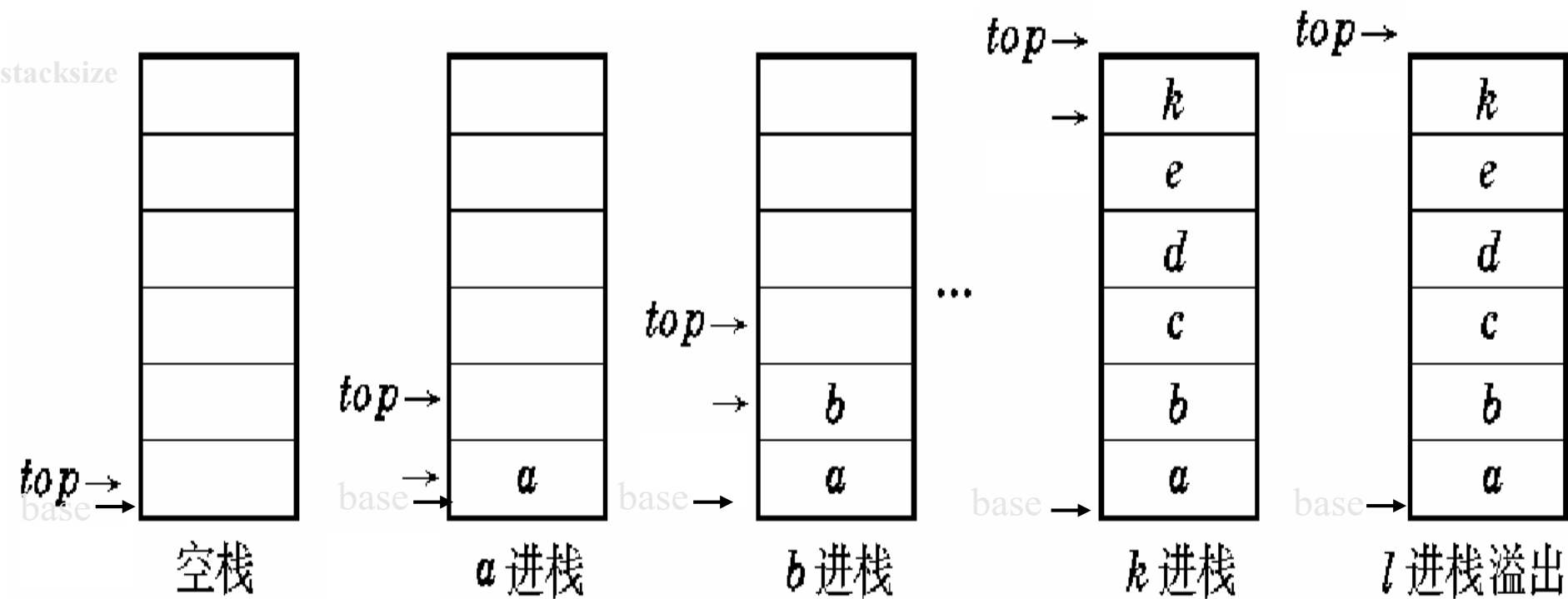
## ■ top

- 栈顶指针
  - a) top的初始值指向栈底，即top=base
  - b) 空栈：当top=base时为栈空的标记
  - c) 当栈非空时，top的位置：指向当前栈顶元素的下一个位置

## ■ stacksize

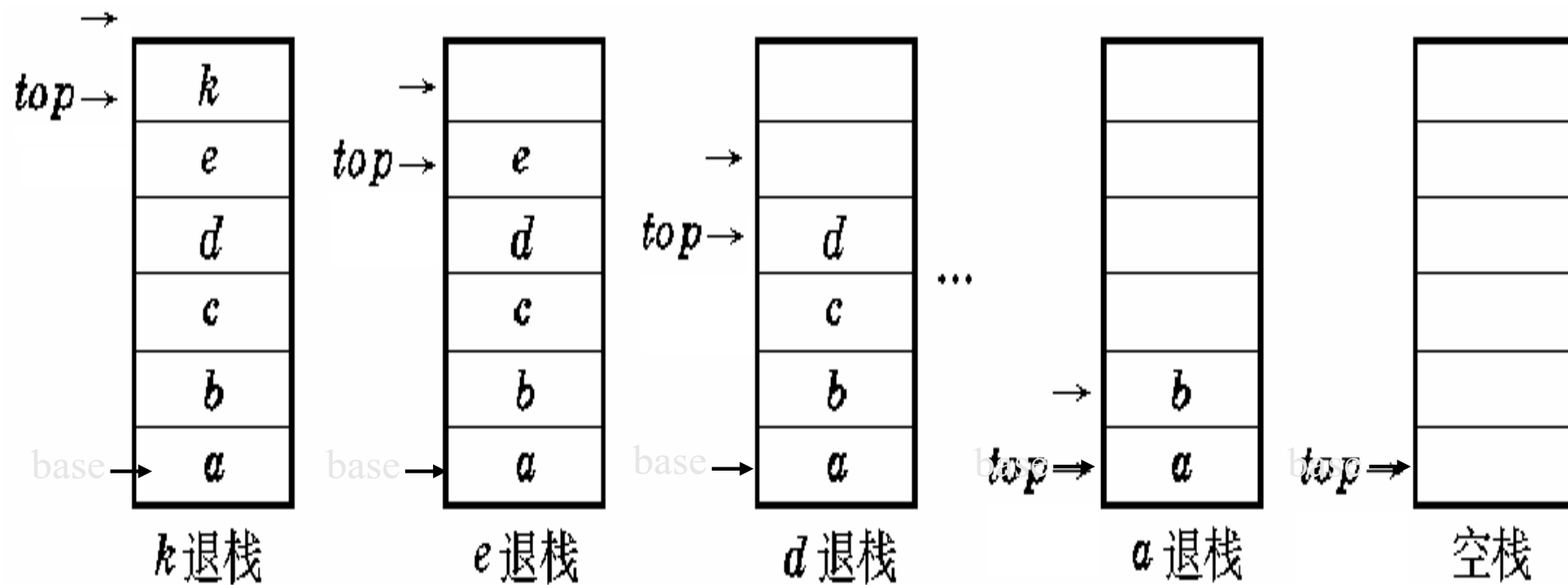
- 当前栈可使用的最大容量

# 进栈示例





# 退栈示例



## ■判栈空：

- `s.top == s.base`

## ■判栈满：

- `s.top - s.base >= s.stacksize`

## ■进栈：

- `*s.top++ = e; 或 *s.top = e; s.top++;`

## ■退栈：

- `e = *--s.top; 或 s.top--; e = *s.top;`

## ■上溢：

- 当栈满时再做进栈运算必定产生空间溢出

## ■下溢：

- 当栈空时,再做退栈运算也将产生溢出

# 基本操作

- 栈的初始化操作

Status InitStack(SqStack &S)

- 取栈顶元素

Status GetTop(SqStack S, SElemType &e)

- 进栈操作

Status Push(SqStack &S, SElemType e)

- 退栈操作

Status Pop(SqStack &S, SElemType &e)

# 栈的初始化操作

- Status InitStack (SqStack &S) {
- S.base = (SElemType \*) malloc  
    ( STACK\_INIT\_SIZE \* sizeof(SElemType));
- if (!S.base) return (OVERFLOW);
- S.top=S.base;
- S.stacksize = STACK\_INIT\_SIZE;
- return OK;
- }



# 取栈顶元素

- `Status GetTop(SqStack S, SElemType &e)`
- `{`
- `if (S.top == S.base) return ERROR;`
- `e = *(S.top-1);`
- `return OK;`
- `}`



# 进栈操作

- `Status Push(SqStack &S, SElemType e){`
- `if (S.top-S.base>=S.stacksize)`
- `{ S.base=(SElemType*)realloc(S.base,`  
          `(S.stacksize+STACKINCREMENT)*sizeof(SElemTyp`  
          `e));`
- `if (!S.base) return (OVERFLOW);`
- `S.top = S.base +S.stacksize;`
- `S.stacksize += STACKINCREMENT;`
- `}`
- `*S.top++ = e;// *S.top=e; S.top=S.top+1;`
- `return OK;`
- `}`



# 退栈操作

- `Status Pop(SqStack &S, SElemType &e)`
- `{`
- `if (S.top == S.base) return ERROR;`
- `e=*--S.top; // S.top--; e=*S.top;`
- `return OK;`
- `}`



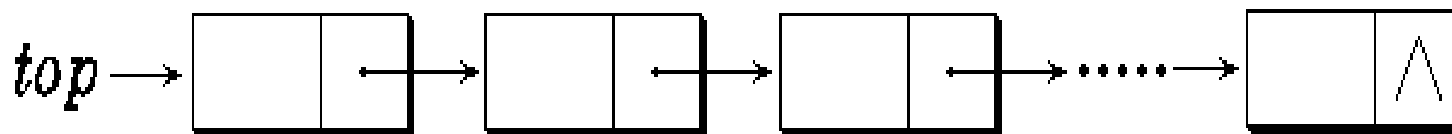
# 链栈——栈的链式存储结构

- 不带头结点的单链表，其插入和删除操作仅限制在表头位置上进行。
- 链表的头指针即栈顶指针。
- 类型定义：
  - `typedef struct SNode{`
  - `SElemType data;`
  - `struct SNode *next;`
  - `}SNode, *LinkStack;`
  - `LinkStack s;`





## ■ 链栈示意图



## ■ 栈空条件：

- $s == \text{NULL}$

## ■ 栈满条件：

- 无 / 无Free Memory可申请

# 进栈操作

- Status Push\_L (LinkStack &s, SElemType e)
- { p=(LinkStack)malloc(sizeof(SNode));
- if (!p) exit(Overflow);
- p->data = e; p->next = s; s=p;
- return OK;
- }

# 退栈操作

- Status Pop\_L (LinkStack &s, SElemType &e)
- { if (!s) return ERROR;
- e=s->data; p=s; s=s->next;
- free(p);
- return OK;
- }



# 静态数组

## ■ 类型定义

- `#define MAXSIZE 100`
- `typedef struct {`
- `SElemType base[MAXSIZE];`
- `int top;`
- `}SqStack;`
- `SqStack s;`

# 初始化

- `status InitStack(SqStack &s)`
- `{ s.top = 0;`
- `return OK;`
- `}`

# 进栈

- Status Push(SqStack &s,SElemType e)
- { if (s.top == MAXSIZE) return ERROR;
- s.base[s.top] = e; s.top++;
- return OK;
- }

# 退栈

- Status Pop(SqStack &s,SElemType &e)
- { if (s.top ==0) return ERROR;
- s.top--;
- e=s.base[s.top];
- return OK;
- }

# 取栈顶元素

- `Status GetTop(SqStack s, SElemType &e)`
- `{`
- `if (s.top == 0) return ERROR;`
- `e=s.base[s.top-1];`
- `return OK;`
- `}`



## 3.2 栈的应用

- 1. 数制转换
- 2. 行编辑程序
- 3. 表达式求值

# 1. 数制转换

- 十进制N和其它进制数d的转换是计算机实现计算的基本问题，基于下列原理：

- $$N = (n \text{ div } d) * d + n \text{ mod } d$$

- (其中:div为整除运算,mod为求余运算)

- 例如  $(1348)_{10} = (2504)_8$ ，其运算过程如下：

- | n | n div 8 | n mod 8 |
|---|---------|---------|
|---|---------|---------|

- |      |     |   |
|------|-----|---|
| 1348 | 168 | 4 |
|------|-----|---|

- |     |    |   |
|-----|----|---|
| 168 | 21 | 0 |
|-----|----|---|

- |    |   |   |
|----|---|---|
| 21 | 2 | 5 |
|----|---|---|

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 |
|---|---|---|

低位

高位



## ■//算法3.1

- void Conversion(){
- InitStack(s);
- scanf("%d,%d",&N,&base);
- NI=N;
- while (NI){
- Push(s,NI%base);
- NI = NI/base;    }
- while (!(StackEmpty(s)){
- Pop(s,e);
- if (e>9) printf("%c",e+55);
- else printf("%c",e+48);    }
- printf("\n");
- }

## 2. 行编辑程序

### ■ 简单行编辑程序的功能：

- 接受用户从终端输入的程序或数据，并存入用户的数据区。

### ■ 做法：

- 设立一个输入缓存区，用以接受用户输入的一行字符，然后逐行存入用户数据区。允许用户输入时出差错。如：可用一个退格符“#”，删除前一个字符；可用一个退行符“@”，删除一行。

### ■ 实现：

- 设这个缓存区为一个栈结构，每当从终端接受一个字符后作如下判别：  
如果既不是退格符也不是退行符，则压栈；  
如果是一个退格符，则从栈顶删去一个字符；  
如果是一个退行符，则将字符栈清为空栈。

## ■ //LineEdit算法3.2

- void LineEdit( ){ InitStack(s);
- char ch=getchar( ),c;
- while(ch!=EOF){ //^F或文件尾
- while(ch!=EOF && ch!='\n'){//while 2
- switch(ch) {
- case '#' : Pop(s,c);break;
- case '@' : ClearStack(s); break;
- default : Push(s,ch);
- }//end switch
- ch=getchar( ); }//end while 2
- **//把从栈底到栈顶的栈内字符传送到调用过程的数据区;**
- ClearStack(s);
- if(ch!=EOF) ch=getchar( );
- }//end while
- DestroyStack(s);
- }

### 3. 表达式求值

#### ■ 算符优先法

- 假定运算符有：+、—、\*、/、（、）、#
- 运算的规则：  
 $A/B * C + D * E - A * C$  应理解为：  
 $((A/B) * C) + (D * E) - (A * C)$ 
  - 先乘除，后加减；
  - 从左算到右
  - 先括号内，后括号外。
- 算符的优先级：
  - \*/的优先级高于+-;
  - 相同算符先出现的优先级高；
  - 左括号：比括号内的算符的优先级低，比括号外的算符的优先级高
  - 右括号：比括号内的算符的优先级低，比括号外的算符的优先级高
  - #：表达式的结束符，优先级总是最低

## ■算符间的优先级关系：（表3.1）

| $\Theta_1 \backslash \Theta_2$ | + | - | * | / | ( | ) | # |
|--------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| +                              | > | > | < | < | < | > | > |
| -                              | > | > | < | < | < | > | > |
| *                              | > | > | > | > | < | > | > |
| /                              | > | > | > | > | < | > | > |
| (                              | < | < | < | < | < | = |   |
| )                              | > | > | > | > |   | > | > |
| #                              | < | < | < | < | < |   | = |

$\Theta_1 < \Theta_2$ :  $\Theta_1$ 的优先权低于  $\Theta_2$

$\Theta_1 > \Theta_2$ :  $\Theta_1$ 的优先权高于  $\Theta_2$

$\Theta_1 = \Theta_2$ :  $\Theta_1$ 的优先权等于  $\Theta_2$

## ■中缀表达式

- 运算符在操作数中间
- 需要括号改变优先级，例如： $4+6*(5+7)/8$

## ■后缀表达式（逆波兰式）

- 运算符在操作数后面
- 不需要括号,例如： $4\ 6\ 5\ 7\ +\ *\ 8\ /\ +$

## ■前缀表达式（波兰式）

- 运算符在操作数前面
- 不需要括号，例如： $\ +\ 4\ /\ *\ 6\ +\ 5\ 7\ 8$

## ■对于中缀表达式，为实现算符优先算法，需使用两个工作栈：

- OPND栈：存数据或运算结果
- OPTR栈：存运算符



# 算法思想

## ■ 1. 初态:

- 置OPND栈为空；“#”作为OPTR栈的栈底元素

## ■ 2. 依次读入表达式中的每个字符

- 1) 若是操作数，则进入OPND栈；
- 2) 若是运算符，则与OPTR栈的栈顶运算符进行优先权（级）的比较：
  - 若读入运算符的优先权高，则进入OPTR栈；
  - 若读入运算符的优先权低，则OPTR退栈1次（退出栈顶元素），OPND栈退栈2次，（先退出b，再退出a），计算结果再进入OPND栈；继续与optr栈顶元素比较
  - 若读入“）”，OPTR栈的栈顶元素若为“（”，则OPTR退出“（”；
  - 若读入“#”，OPTR栈栈顶元素也为“#”，则OPTR栈退出“#”，结束。

■例：3\* (7-2) 求解过程如下：

| 步骤 | OPTR栈 | OPND栈 | 输入字符               | 主要操作                   |
|----|-------|-------|--------------------|------------------------|
| 1  | #     |       | <u>3</u> * (7-2) # | PUSH (OPND, '3')       |
| 2  | #     | 3     | <u>*</u> (7-2) #   | PUSH (OPTR, '*' )      |
| 3  | #*    | 3     | <u>(</u> (7-2) #   | PUSH (OPTR, ' ( ' )    |
| 4  | #* (  | 3     | <u>7</u> -2) #     | PUSH (OPND, '7')       |
| 5  | #* (  | 3 7   | <u>-</u> 2) #      | PUSH (OPTR, '-')       |
| 6  | #* (- | 3 7   | <u>2</u> ) #       | PUSH (OPND, '2')       |
| 7  | #* (- | 3 7 2 | <u>)</u> #         | operate('7', '-', '2') |
| 8  | #*(   | 3 5   | )#                 | POP(OPTR)              |
| 9  | #*    | 3 5   | #                  | operate('3', '*', '5') |
| 10 | #     | 15    | #                  | RETURN(GETTOP(OPND))   |

SElemType EvaluateExpression() {

InitStack(OPTR); Push(OPTR,'#'); /\* #是表达式结束标志 \*/

InitStack(OPND); c=getchar(); GetTop(OPTR,x);

while(c!='#'||x!='#') {

if(In(c)) /\* 是7种运算符之一 \*/

switch(Precede(x,c)) {

case '<': Push(OPTR,c); /\* 栈顶元素优先权低 \*/

c=getchar(); break;

case '=': Pop(OPTR,x); /\* 脱括号并接收下一字符 \*/

c=getchar(); break;

case '>': Pop(OPTR,theta); /\* 退栈并将运算结果入栈 \*/

Pop(OPND,b); Pop(OPND,a);

Push(OPND,Operate(a,theta,b));

} else if(c>='0'&&c<='9') /\* c是操作数 \*/

{ /\* **将读入字符转换成整数d** \*/ Push(OPND,d); **c=getchar();** }

else /\* **c是非法字符, 非法输入处理** \*/

GetTop(OPTR,x); /\* while \*/ GetTop(OPND,x); return x; }

Eg.将中缀表达式 “ $1+((2+3)\times 4)-5$ ” 转换为后缀表达式之后求值：

| 扫描到的元素   | S2(栈底->栈顶)                              | S1 (栈底->栈顶)  | 说明                  |
|----------|---|--------------|---------------------|
| 1        | 1                                       | 空            | 数字，直接入栈             |
| +        | 1                                       | +            | S1为空，运算符直接入栈        |
| (        | 1                                       | + (          | 左括号，直接入栈            |
| (        | 1                                       | + ( (        | 同上                  |
| 2        | 1 2                                     | + ( (        | 数字                  |
| +        | 1 2                                     | + ( ( +      | S1栈顶为左括号，运算符直接入栈    |
| 3        | 1 2 3                                   | + ( ( +      | 数字                  |
| )        | 1 2 3 +                                 | + (          | 右括号，弹出运算符直至遇到左括号    |
| $\times$ | 1 2 3 +                                 | + ( $\times$ | S1栈顶为左括号，运算符直接入栈    |
| 4        | 1 2 3 + 4                               | + ( $\times$ | 数字                  |
| )        | 1 2 3 + 4 $\times$                      | +            | 右括号，弹出运算符直至遇到左括号    |
| -        | 1 2 3 + 4 $\times$ +                    | -            | -与+优先级相同，因此弹出+，再压入- |
| 5        | 1 2 3 + 4 $\times$ + 5                  | -            | 数字                  |
| 到达最右端    | 1 2 3 + 4 $\times$ + 5 - ( 输出结果，注意逆序输出) | 空            | S1中剩余的运算符           |

# 思考题

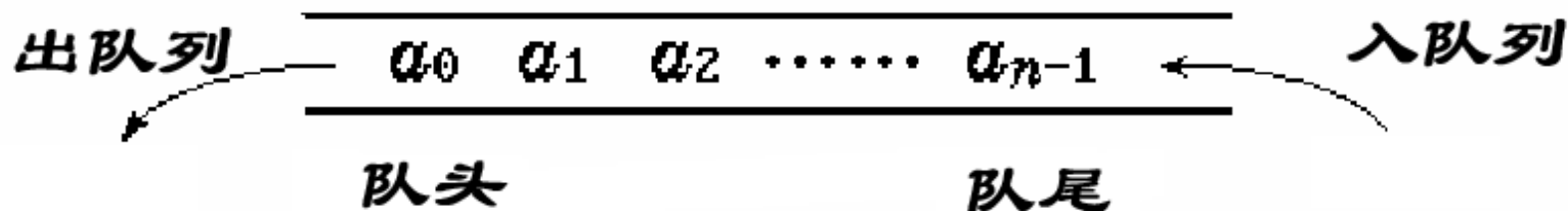
- 1. 如果依次输入A,B,C,D等字符，通过栈的调度，分别实现以下的输出序列：  
(1) BDCA;(1)CBDA.
- 2. 请设计一个栈，除了pop和push函数，还支持min函数，即可返回栈中的最小值。要求执行所有操作的时间复杂度必须是 $O(1)$ 。
- 3. 试基于已有的顺序表类或链表类，实现栈结构。
- 4. 设 $A=\{1,2,3,\dots,n\}$ 为入栈的顺序，B为A的任一个排列，试证明：若B能通过栈的调度得到，当且仅当对于任意 $1 \leq i < j < k \leq n$ , 该排列中都不存在如下模式：  
 $\{\dots,k,\dots,i,\dots,j,\dots\}$

## 3.4 队列

- 1. 定义
- 2. 链队列——队列的链式存储结构
- 3. 循环队列——队列的顺序存储结构

# 1. 定义

- 队列是限定在表的一端进行删除，在表的另一端进行插入操作的线性表。
- 允许删除的一端叫做队头(front)，允许插入的一端叫做队尾(rear)。
- 特性：FIFO(First In First Out)



队列的抽象数据类型定义：

ADT Queue {

数据对象：  $D = \{a_i \mid a_i \in \text{ElemSet}, i=1, 2, \dots, n, n \geq 0\}$

数据关系：  $RI = \{ \langle a_{i-1}, a_i \rangle \mid a_{i-1}, a_i \in D, i=2, \dots, n \}$

约定 $a_n$ 端为队尾尾， $a_1$ 端为队头

基本操作： 见下页

}ADT Queue





# 队列的基本操作

- ① InitQueue(&Q) 构造一个空队列Q。
- ② EmptyStack(Q) 若Q为空，返回1，否则返回0。
- ③ EnQueue(&Q,x) 进队,插入x为队尾元素。
- ④ DeQueue(&Q,x) 出队，若Q非空，删除Q的队头元素，并用x返回。
- ⑤ GetHead(Q,&x) 用x返回Q的队头元素。
- ⑥ DestroyQueue(&Q) 销毁队列Q
- ⑦ ClearQueue(&Q) 将队列Q清空
- ⑧ QueueLength(&Q) 返回Q的元素个数
- ⑨ QueueTraverse(Q,visit()) 遍历队列

# 队列的表示和实现

- 1) 链队列——队列的链式存储结构
- 2) 循环队列——队列的顺序存储结构

## 2. 链队列—队列的链式存储结构

■ 实质是带头结点的线性链表

■ 两个指针：

- 队头指针Q.front指向头结点
- 队尾指针Q.rear指向尾结点

■ 初始态：队空条件

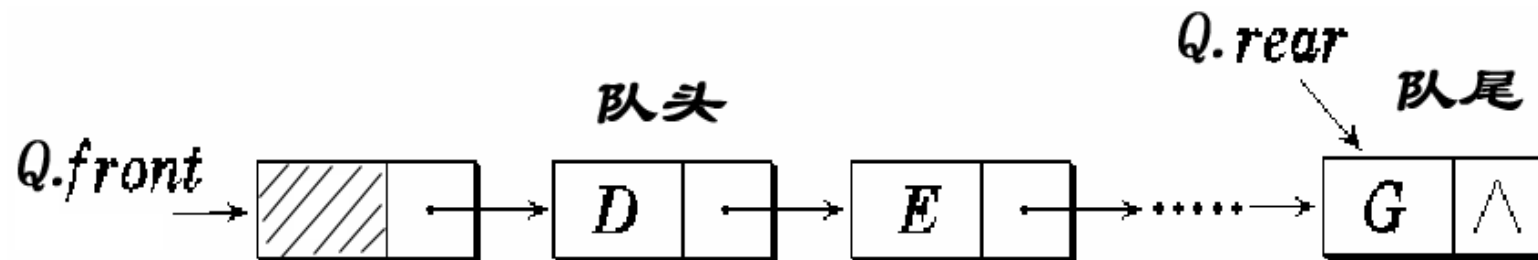
- 头指针和尾指针均指向头结点
- $Q.front = Q.rear$

# 1) 链队列的类型定义

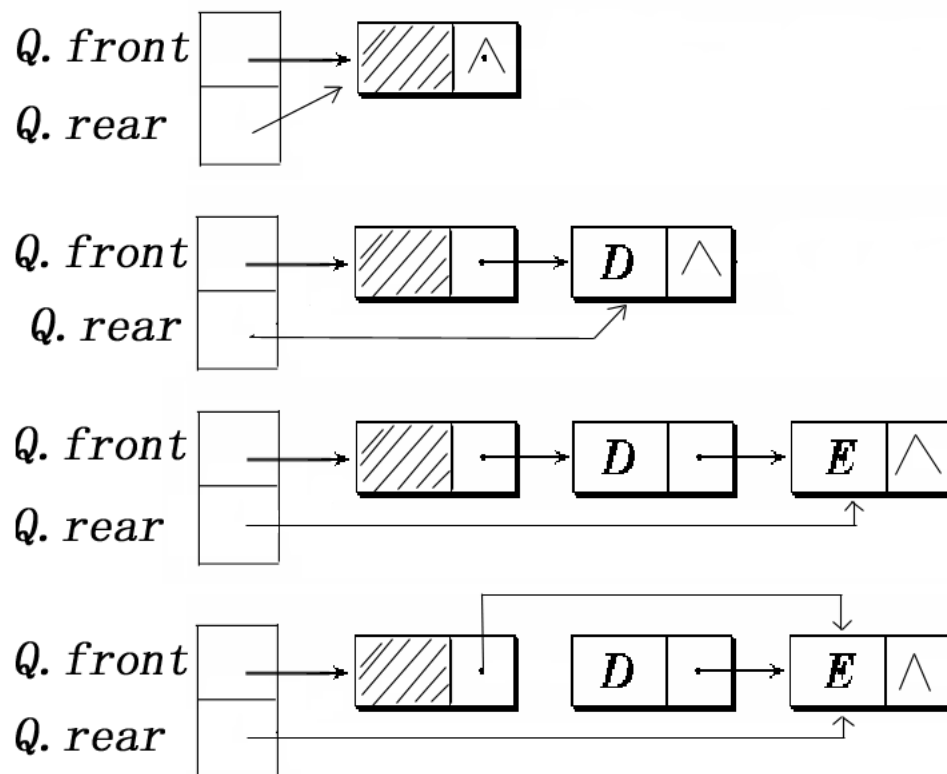
- `typedef struct QNode { //元素结点`
- `QElemType data;`
- `struct QNode *next;`
- `}QNode, *QueuePtr;`

- `typedef struct{ //特殊结点`
- `QueuePtr front; //队头指针`
- `QueuePtr rear; //队尾指针`
- `}LinkQueue;`
- `LinkQueue Q;`
- `Q.front`——指向链头结点
- `Q.rear` ——指向链尾结点

## 2) 链队列示意图



### 队列运算指针变化状况



### 3) 基本操作与实现

#### ■ 初始化

- Status InitQueue (LinkQueue &Q)

#### ■ 销毁队列

- Status DestroyQueue (LinkQueue &Q)

#### ■ 入队

- Status EnQueue(LinkQueue &Q, QElemType e)

#### ■ 出队

- Status DeQueue(LinkQueue &Q, QElemType &e)

#### ■ 判队空

- Status QueueEmpty(LinkQueue Q)

#### ■ 取队头元素

- Status GetHead(LinkQueue Q, QElemType &e)

# 链队列初始化

- Status InitQueue (LinkQueue &Q){
- Q.front = Q.rear =  
      (QueuePtr)malloc(sizeof(QNode));
- if (!Q.front) exit(OVERFLOW);
- Q.front->next=NULL;
- return OK;
- }

# 链队列的入队（插入）

- Status EnQueue (LinkQueue &Q, QElemType e){
- p=(QueuePtr)malloc(sizeof(QNode));
- if (!p) exit(OVERFLOW);
- p->data = e;     p->next = NULL;
- Q.rear->next = p;
- Q.rear = p;
- return OK;
- }



# 链队列的出队（删除）

- `Status DeQueue (LinkQueue &Q, ElemType &e){`
- `if (Q.front==Q.rear) return ERROR;`
- `p=Q.front->next;`
- `e=p->data;`
- `Q.front->next=p->next;`
- `if (Q.rear == p) Q.rear=Q.front;`
- `free(p);`
- `return OK;`
- `}`

# 判断链队列是否为空

- `Status QueueEmpty(LinkQueue Q){`
- `if (Q.front==Q.rear) return TRUE;`
- `return FALSE;`
- `}`

# 取链队列的第一个元素结点

- `Status GetHead(LinkQueue Q, QElemType &e){`
- `if (QueueEmpty(Q)) return ERROR;`
- `e=Q.front->next->data;`
- `return OK;`
- `}`

# 链队列的销毁

- Status DestroyQueue (LinkQueue &Q){
- while (Q.front)
- { Q.rear=Q.front->next;
- free(Q.front);
- Q.front=Q.rear;
- }
- return OK;
- }

# 3. 循环队列—队列的顺序存储结构

## ■ 顺序队列：

- 用一组地址连续的存储单元依次存放从队列头到队列尾的元素

## ■ 需要设两个指针：

- `Q.front` 指向队列头；
- `Q.rear` 指向队列尾；

## ■ 初始状态：队空

## ■ 需要设定队列的最大容量

# 类型定义

## ■ 回顾顺序栈的定义：

- `typedef struct {`
- `SElemType *base; //栈底`
- `SElemType *top; //栈顶`
- `int stacksize;`
- `} SqStack;`

## ■ 思考：能否将上述定义中将\*base当作\*front，\*top当作\*rear来作为队列的类型定义呢？

# 类型定义

- 令front, rear为整型，指示队列头和尾的下标。
- 循环队列的类型定义如下：
  - #define MAXSIZE 100 //最大队列长度
  - typedef struct {
  - QElemType \*base;
  - int front;
  - int rear;
  - int queuesize;
  - }SqQueue;
  - SqQueue Q;

# 顺序队列的初始设定

## ■ 初始态:

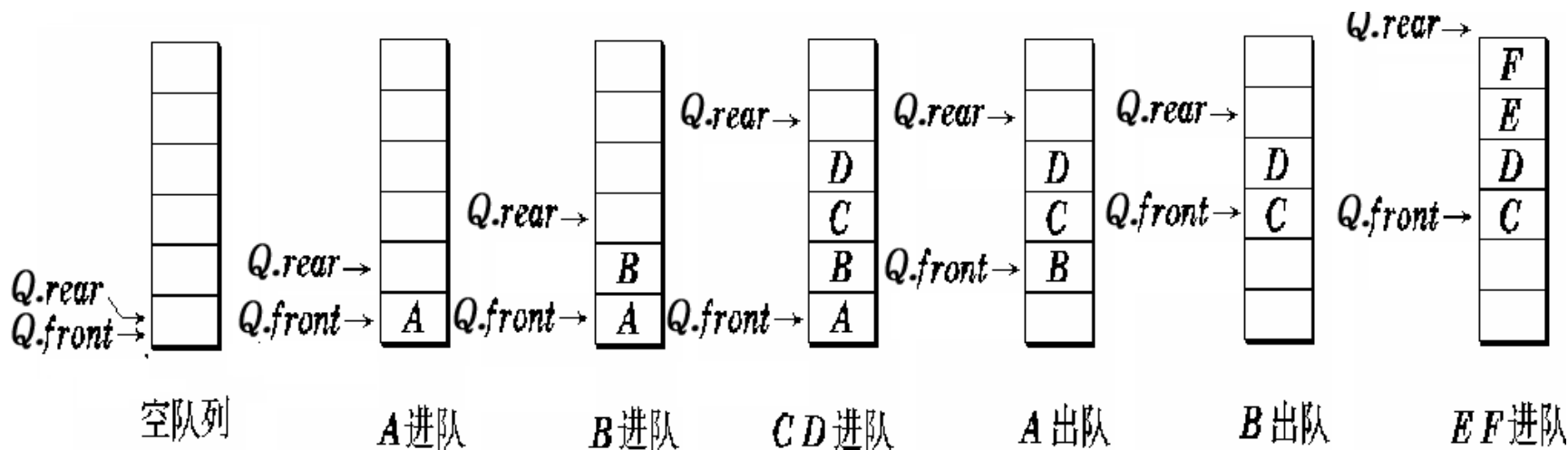
- $Q.front = Q.rear = 0$

## ■ 入队: 在队尾添加元素, 并且 $Q.rear$ 后移

- $Q.base[Q.rear++] = e;$

## ■ 出队: 在队头删除元素, 并且 $Q.front$ 后移

- $e = Q.base[Q.front++];$





# 队列的状态及指针的含义

## ■ 指针的含义：

- $Q.rear$ : 虚指，指向队尾元素的下一个位置
- $Q.front$ : 实指，指向队头元素的位置

## ■ 队列的状态

(1) 队满：当  $Q.rear \geq Q.queue\_size$  时

- 上溢：队满再进队将溢出出错；
- 上图为“假满”

(2) 队空：  $Q.rear == Q.front$

- 下溢：队空时再出队需作队空处理。

# 循环队列

## ■ 如何解决队列“假满”问题？

- 将数组当成一个首尾相接的表处理。
- 取模运算

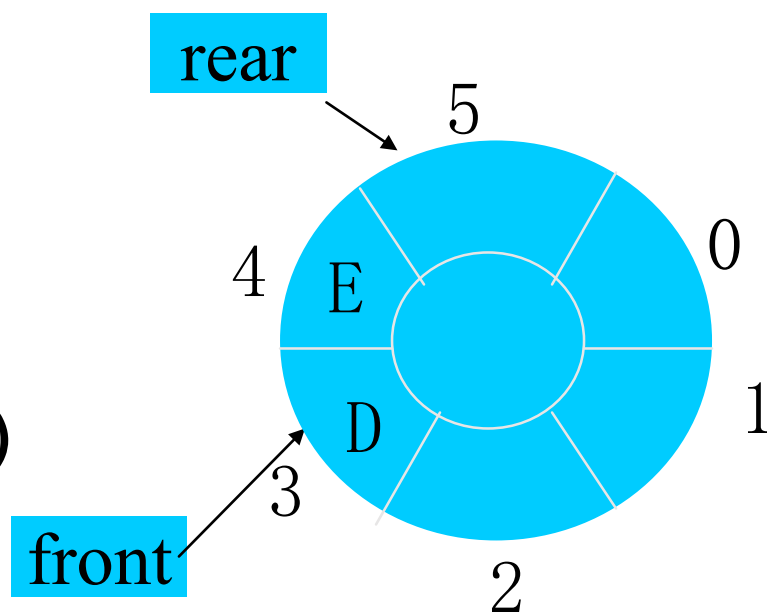
## ■ 初始： $Q.front = Q.rear = 0$

## ■ 入队：

- $Q.base[Q.rear] = e;$
- $Q.rear = (Q.rear + 1) \pmod N$

## ■ 出队：

- $e = Q.base[Q.front];$
- $Q.front = (Q.front + 1) \pmod N$



# 举例

- (1) 初始:  $Q.front = Q.rear = 0$
- (2) J1, J2, J3, J4, J5 入队, J1, J2, J3 出队

- $front = 3, rear = 5$

- (3) 从图2, 继续入队 J6, J7, J8 后

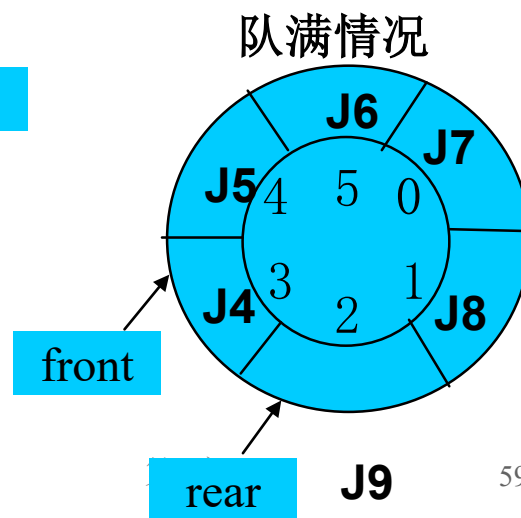
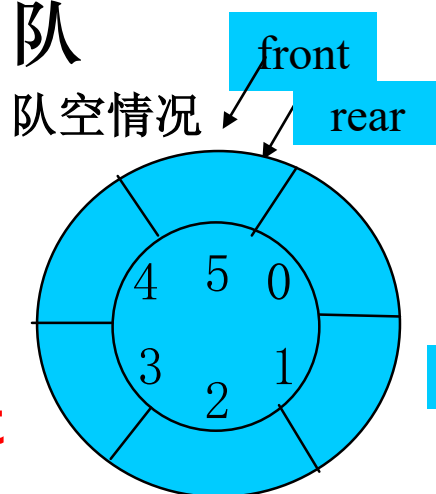
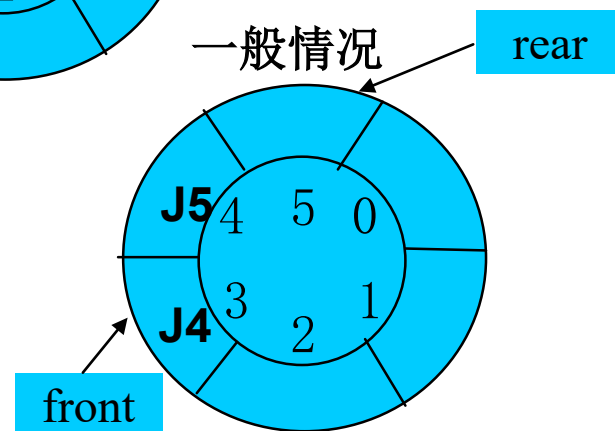
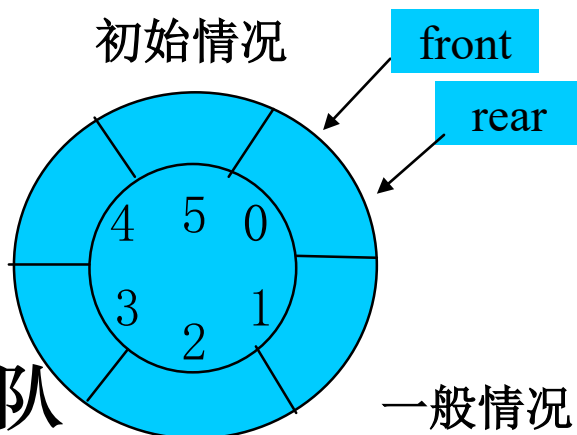
- $front = 3, rear = 2,$
- 再放入 J9 后,  $front == rear$

- (4) 从图2, 连续将 J4, J5 出队

- $front = rear = 5$

## ■ 如何区分队空和队满?

- $front == rear?$
- $(rear + 1) \text{ 模 } N == front$



# 循环队列 (Circular Queue)

- 存储队列的数组被当作首尾相接的表处理。
- 队头、队尾指针加1时从maxsize -1直接进到0，可用语言的取模(余数)运算实现。
- 队头指针进1:  $Q.front = (Q.front + 1) \% MAXSIZE$
- 队尾指针进1:  $Q.rear = (Q.rear + 1) \% MAXSIZE$ ;
- 队列初始化:  $Q.front = Q.rear = 0$ ;
- 队空条件:  $Q.front == Q.rear$ ;
- 队满条件:  $(Q.rear + 1) \% MAXSIZE == Q.front$
- 队列长度:  $(Q.rear - Q.front + MAXSIZE) \% MAXSIZE$

# 说明

- 不能用动态分配的一维数组来实现循环队列，初始化时必须设定一个最大队列长度。
- 循环队列中要有一个元素空间浪费掉
  - 约定：队列头指针在队列尾指针的下一位置上为“满”的标志
- 解决  $Q.front=Q.rear$  不能判别队列“空”还是“满”的其他办法：
  - 使用一个计数器记录队列中元素的总数（即队列长度）
  - 或者，
  - 设一个标志变量以区别队列是空或满

# 基本操作

## ■ 初始化

- `Status InitQueue (SqQueue &Q)`

## ■ 求队列的长度

- `int QueueLength(SqQueue Q)`

## ■ 入队

- `Status EnQueue (SqQueue &Q, QElemType e)`

## ■ 出队

- `Status DeQueue(SqQueue &Q, QElemType &e)`

## ■ 判队空

- `Status QueueEmpty(SqQueue Q)`

## ■ 取队头元素

- `Status GetHead(SqQueue Q, QElemType &e)`

# 初始化

- Status InitQueue (SqQueue &Q){
- Q.base=(QElemTye\*)malloc(MAXQSIZE\*s  
sizeof(QElemType));
- if (!Q.base) exit(OVERFLOW);
- Q.front=Q.rear=0;
- return OK;
- }

# 求队列长度

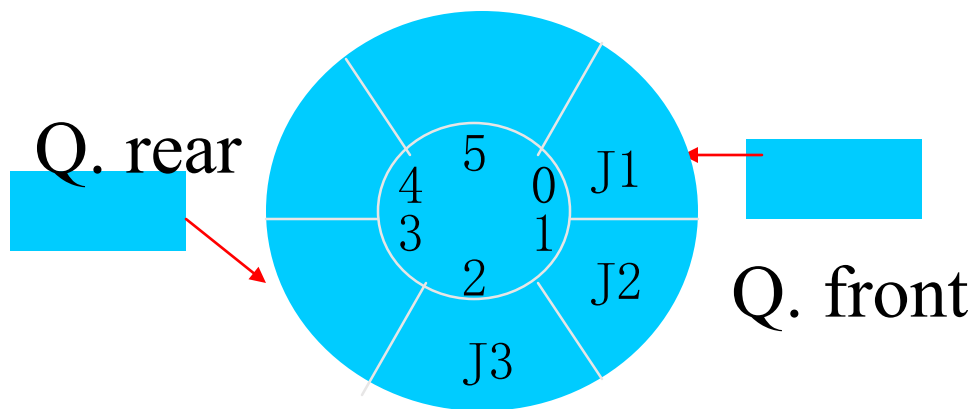
- `int QueueLength(SqQueue Q){`
- `return (Q.rear - Q.front + MAXQSIZE) %`  
`MAXQSIZE;`
- `}`



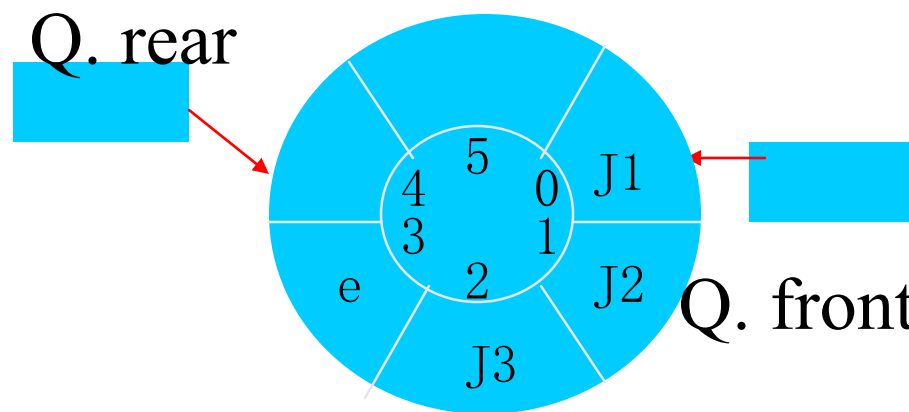
# 入队

- Status EnQueue (SqQueue &Q, QElemType e){
- if ((Q.rear+1) % MAXQSIZE == Q.front)
- return ERROR;
- Q.base[Q.rear]=e;
- Q.rear = (Q.rear+1)%MAXQSIZE;
- return OK;
- }

入队操作：将元素  $e$  插入队尾



元素  $e$  入队前

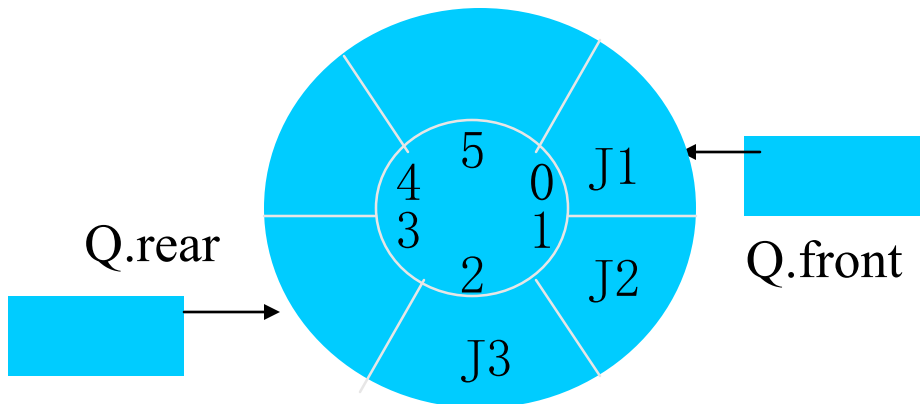


元素  $e$  入队后

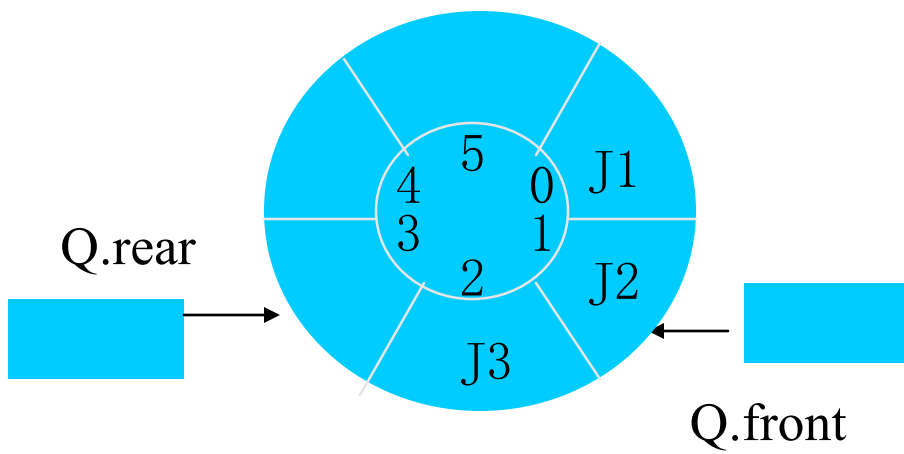
# 出队

- `Status DeQueue(SqQueue &Q, QElemType &e){`
- `if (Q.rear==Q.front) return ERROR;`
- `e=Q.base[Q.front];`
- `Q.front=(Q.front+1)%MAXQSIZE;`
- `return OK;`
- `}`

出队操作：删除队头元素



出队操作前



出队操作后

# 判队空

- Status QueueEmpty(SqQueue Q){
- if (Q.front==Q.rear) return TRUE;
- return FALSE;
- }

# 取队头元素

- `Status GetHead(SqQueue Q, QElemType &e){`
- `if QueueEmpty(Q) return ERROR;`
- `e=Q.base[Q.front];`
- `return OK;`
- `}`

# 非循环队列

- 类型定义：与循环队列完全一样
- 关键：修改队尾/队头指针
  - $Q.rear = Q.rear + 1;$
  - $Q.front = Q.front + 1;$
- 在判断时，有 $\%MAXQSIZE$ 为循环队列，否则为非循环队列
- 队空条件：  $Q.front == Q.rear$
- 队满条件：  $Q.rear \geq MAXQSIZE$
- 注意“假上溢”的处理
- 长度：  $Q.rear - Q.front$

## 4. 队列的应用举例

- 1) 解决计算机主机与外设不匹配的问题，如解决高速CPU与低速打印设备之间速度不匹配问题；
- 2) 解决由于多用户引起的资源竞争问题；
- 3) 离散事件的模拟----模拟实际应用中的各种排队现象；
- 4) 用于处理程序中具有先进先出特征的过程。

在操作系统课程中会讲到



# 银行服务事件模拟

## ■ 银行排队问题模拟

- 程序由**事件驱动**，事件包括顾客到达事件和离开事件；所有事件按照时间顺序存放在一个有序列表中；
- 初始状态：事件表中含有一个事件，即第一个顾客到达事件，时间为0。
- 到达事件的处理：随机产生该顾客的**服务时间**以及下一个顾客的**到达时间**，将该顾客加入队列长度最小的队列中等待处理，若该顾客是队头元素，则产生一个离开事件加入到事件列表中，将下一个顾客的到达事件插入到事件有序列表中。

# 银行服务事件模拟

- 离开事件的处理：计算客户逗留时间，从队列中删除该客户，产生下一个队头元素的离开事件。
- 因此需要用到2种数据结构：
1. 事件列表(有序表):主要操作是插入和删除；
  2. 队列:队列中的主要信息是客户到达时刻和办理事务的时间



# 数据结构

- typedef struct{
- int OccurTime;//事件发生时刻
- int NType; //0:到达，其他是窗口号，离开
- }Event,ElemType; //放入有序链表中
- typedef LinkList EventList;//事件列表
- typedef struct{
- int ArriveTime; //下一个顾客的到达时刻
- int Duration; //事务处理时间
- int no;//客户编号
- }QElemType; //客户信息，进入队列
- EventList ev; Event en; //事件列表和事件
- queue<QElemType> q[5]; //4个客户队列
- QElemType customer; //客户记录
- int TotalTime, CustomerNum; //累计逗留时间
- int intertime, durtime, CloseTime;

事件驱动代码

- void Bank\_Simulation(int CloseTime){
- OpenForDay();//设定第一个客户到达事件
- while (!ListEmpty(ev)){//事件表不空
- DelFirst(GetHead(ev),p);
- en=GetCurElem(p);//删除第一个事件
- if (en.NType==0)//处理到达事件
- CustomerArrived();
- else //处理离开事件
- CustomerDeparture();
- }
- //计算并输出平均逗留时间
- cout<<"The average time is
- "<<(double)TotalTime/CustomerNum;
- }

## ■ // 初始设置，产生第一个到达事件

- void OpenForDay(){
- TotalTime=0;CustomerNum=0;
- InitList(ev);
- en.OccurTime =0;en.NType=0;
- OrderInsert(ev,en,cmp);
- }

## ■ 第0时刻到达第一个客户，插入事件列表

# 客户到达事件处理

- void CustomerArrived(){
- ++CustomerNum;
- intertime=rand()%5+1;//1~5
- durtime=rand()%30+1;//1~30
- int t=en.OccurTime+intertime;
- if (t<CloseTime)
- OrderInsert(ev,{t,0},cmp);
- int i=Minimum();//最小队列
- q[i].push({en.OccurTime,durtime,Customer
- Num});
- if (q[i].size()==1)/\*队头元素，得到一个离开事件\*/
- OrderInsert(ev,{en.OccurTime
- +durtime,i},cmp);
- }

## 客户离开事件处理

- void CustomerDeparture(){
- int i=en.NType;
- customer=q[i].front();//取队头元素
- q[i].pop();//出队
- TotalTime +=en.OccurTime-
- customer.ArriveTime;//一个客户任务完成
- if (!q[i].empty()){
- customer=q[i].front();
- }
- OrderInsert(ev,{en.OccurTime+customer
- .Duration,i},cmp);
- }
- }

## ■ 运行结果:

- ①  $t = 0$ 分钟时, 第1个Customer Arrived 进入第 1 个队列
- ②  $t = 2$ 分钟时, 第2个Customer Arrived 进入第 2 个队列
- ③  $t = 7$ 分钟时, 第3个Customer Arrived 进入第 3 个队列
- ④  $t = 12$ 分钟时, 第3个客户Departure 第3个队列, 用时 5
- ⑤  $t = 12$ 分钟时, 第4个Customer Arrived 进入第 3 个队列
- ⑥  $t = 13$ 分钟时, 第2个客户Departure 第2个队列, 用时 11
- ⑦  $t = 16$ 分钟时, 第5个Customer Arrived 进入第 2 个队列
- ⑧  $t = 18$ 分钟时, 第1个客户Departure 第1个队列, 用时 18
- ⑨ .....
- ⑩  $t = 93$ 分钟时, 第20个客户Departure 第3个队列, 用时 38
- ⑪  $t = 94$ 分钟时, 第21个客户Departure 第4个队列, 用时 38
- ⑫ The average time is 22.2857



# 练习题

- 1. 设循环队列用数组  $A[0..m-1]$  表示，队首、队尾指针分别是  $front$  和  $rear$ ，判定队满的条件？
- 2. 循环队列用数组  $A[0..m-1]$  存放其元素值，已知其头尾指针分别是  $front$  和  $rear$ ，则当前队列的元素个数是？
- 3. 循环队列存储在数组  $A[0..m]$  中，则入队时的操作？
- 4. 若用一个大小为 6 的数组来实现循环队列，且当前  $rear$  和  $front$  的值分别为 0 和 3，当从队列中删除一个元素，再加入两个元素后， $rear$  和  $front$  的值分别为多少？
- 5. 用链接方式存储的队列，在进行删除运算时头、尾指针可能都要修改？

6. 阅读代码，说出以下代码的功能。（栈和队列的元素类型均为int）

```
void sf2(Queue &Q){  
    stack S;  
    int d;  
    initstack(S);  
    while(! QueueEmpty(Q)){  
        DeQueue(Q,d);  
        Push(S,d);  
    }  
    while(!StackEmpty(S))    {  
        Pop(S,d);  
        EnQueue(Q,d);  
    }  
}
```

## 7. 小测验



# 扩展题

1. 双端队列deque是对队列的扩展，该结构允许在队列的两端分别进行插入和删除操作。接口如下（见下页）。请实现如下所定义的双向队列结构（可考虑从已有结构中派生）；分析这些接口的时间复杂度各为多少？

```
template<typename T> class Deque{  
public:  
    T& front();//读取首元素  
    T& rear();//读取末元素  
    void insertFront(T const& e);/*e插入至队列前  
端*/  
    void insertRear(T const& e);/*e插入至队列末  
端*/  
    T removeFront();//删除队列首元素  
    T removeRear();//删除队列末元素  
};
```

# 小结

- 1. 掌握栈和队列这两种抽象数据类型的特点，并能在相应的应用问题中正确选用它们。
- 2. 熟练掌握顺序栈和链栈的类型定义及基本操作实现。
- 3. 熟练掌握循环队列和链队列的类型定义及基本操作实现。
- 4. \*\* 理解递归算法执行过程中栈的状态变化过程。

## ■ 栈

- 操作受限的线性表，只在栈顶进行插入(push)和删除(pop)
- 先进后出的特点
- 链栈是不带头结点的单链表，插入和删除都在头指针处进行
- 顺序栈中top指针的用法
- 栈的应用: 函数调用、括号匹配、数制转换、表达式求值等
- 能够判断正确的出栈序列
- 能够将中缀表达式转换成后缀表达式，会计算后缀表达式

## ■ 队列

- 操作受限的线性表，只在队尾插入(enqueue)，队头删除(dequeue)。
- 先进先出的特点
- 链队列是包含头指针和尾指针的单链表
- 队列的顺序存储结构是循环队列
  - 头尾指针的实指和虚指，指针加一要取模，队列长度的计算，队满的判定，队空的判定。
- 队列的应用：解决共享资源的分配，离散事件的模拟
- 双栈当队



附：栈的c++定义举例

```
template<class ElemType>
```

```
class seqStack{ //顺序栈类的定义
```

```
private:
```

```
    ElemType *elem;
```

```
    int top;      int maxSize;
```

```
public:
```

```
    seqStack(int initSize=100){
```

```
        elem=new ElemType[initSize];
```

```
        maxSize=initSize; top=-1; }
```

```
    ~seqStack(){ delete [] elem; }
```

```
    void push(const ElemType &x);
```

```
    ElemType pop();
```

```
    ElemType top() const;
```

```
    bool isEmpty() const{ return top==-1; }
```

```
};
```

## 附：C++STL（标准模板库）中的栈和队列

**容器适配器**：借助于其他容器存储数据的容器。栈和队列都是容器适配器。

定义一个栈(或队列)对象，要指明栈中元素的类型以及借助于哪个容器，因此栈的类模板有两个模板参数，分别表示栈元素类型和所借助的容器类型。栈可以借助的容器有：vector, list, deque。栈的类模板的第2个参数缺省值是deque,说明底层容器是deque。

容器适配器无**迭代器**。

```
#include <stack>
```

```
stack<int, vector<int> > s1;//用vector保存数据的整数栈
```

```
stack<int, list<int> > s2;//用list保存数据的整数栈
```

```
stack<int> s3;//用deque保存数据的整数栈
```

# STL中栈和队列的标准函数

■ #include <queue>

| 函数    | 功能    |
|-------|-------|
| push  | 入队,   |
| pop   | 出队    |
| front | 取队头元素 |
| back  | 取队尾元素 |
| empty | 判队空   |
| size  | 队列长度  |

■ #include <stack>

| 函数    | 功能    |
|-------|-------|
| push  | 入栈,   |
| pop   | 出栈    |
| top   | 取栈顶元素 |
| empty | 判栈空   |