

数据库第四次作业

2352018 刘彦

7.1 假设我们将模式 $R = (A, B, C, D, E)$ 分解为

(A, B, C)

(A, D, E)

如果如下函数依赖集 F 成立，请证明该分解是无损分解：

$A \rightarrow BC$

$CD \rightarrow E$

$B \rightarrow D$

$E \rightarrow A$

若该分解为无损分解，则 $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1$ 或 $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2$ 在 F^+ 中成立。

$$R_1 = (A, B, C), R_2 = (A, D, E)$$

$$R_1 \cap R_2 = \{A\}$$

从给定的函数依赖集 F 来看：

$$A \rightarrow BC \Rightarrow A^+ = \{A, B, C\}$$

$$B \rightarrow D \Rightarrow A^+ = \{A, B, C, D\}$$

$$CD \rightarrow E \Rightarrow A^+ = \{A, B, C, D, E\}$$

所以 $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1$ 或 $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2$ 在 F^+ 中成立。

7.6 请对于关系模式 $R = (A, B, C, D, E)$ 计算如下函数依赖集 F 的闭包。

$A \rightarrow BC$

$CD \rightarrow E$

$B \rightarrow D$

$E \rightarrow A$

请列出 R 的候选码。

$$A \rightarrow BC \Rightarrow A^+ = \{A, B, C\}$$

$$B \rightarrow D \Rightarrow A^+ = \{A, B, C, D\}$$

$$CD \rightarrow E \Rightarrow A^+ = \{A, B, C, D, E\}$$

所以 A 是超码，，且无法进一步分解，所以 A 是候选码。

$$E \rightarrow A \Rightarrow E^+ = \{A, E\}$$

$$A \rightarrow BC \Rightarrow E^+ = \{A, B, C, E\}$$

$$B \rightarrow D \Rightarrow E^+ = \{A, B, C, D, E\}$$

所以 E 是超码，且无法进一步分解，所以 E 是候选码。

$$B \rightarrow D \Rightarrow B^+ = \{B, D\}$$

$$C^+ = \{C\}$$

$$D^+ = \{D\}$$

B, C, D 均不是候选码。

$$CD \rightarrow E \Rightarrow (CD)^+ = \{C, D, E\}$$

$$E \rightarrow A \Rightarrow (CD)^+ = \{A, C, D, E\}$$

$$A \rightarrow BC \Rightarrow (CD)^+ = \{A, B, C, D, E\}$$

所以 CD 是超码， C, D 单独不能决定所有属性，因此 CD 是候选码。

$$B \rightarrow D \Rightarrow (BC)^+ = \{B, C, D\}$$

$$CD \rightarrow E \Rightarrow (BC)^+ = \{B, C, D, E\}$$

$$E \rightarrow A \Rightarrow (BC)^+ = \{A, B, C, D, E\}$$

所以 BC 是超码， B, C 单独不能决定所有属性，因此 BC 是候选码。

综上所述， R 的候选码为 A, E, BC, CD 。

7.30 请考虑关系模式 (A, B, C, D, E, G) 上的如下函数依赖集 F :

$$A \rightarrow BCD$$

$$BC \rightarrow DE$$

$$B \rightarrow D$$

$$D \rightarrow A$$

- 请计算 B^+ 。
- 请（使用阿姆斯特朗公理）证明 AG 是超码。
- 请计算这个函数依赖集 F 的一个正则覆盖；请给出你推导的每一步并进行解释。
- 请根据正则覆盖给出给定模式的 3NF 分解。
- 请使用函数依赖的原始集合 F 对给定模式进行 BCNF 分解。

a.

$$B \rightarrow D \Rightarrow B^+ = \{B, D\}$$

$$D \rightarrow A \Rightarrow B^+ = \{A, B, D\}$$

$$A \rightarrow BCD \Rightarrow B^+ = \{A, B, C, D\}$$

$$BC \rightarrow DE \Rightarrow B^+ = \{A, B, C, D, E\}$$

b.

$$AG \rightarrow A, AG \rightarrow G$$

$$AG \rightarrow A, A \rightarrow BCD \Rightarrow AG \rightarrow BCD \text{ (伪传递规则)}$$

$$AG \rightarrow BCD \Rightarrow AG \rightarrow BC, AG \rightarrow D \text{ (分解规则)}$$

$$AG \rightarrow BC, BC \rightarrow DE \Rightarrow AG \rightarrow DE \text{ (伪传递规则)}$$

$$AG \rightarrow A, AG \rightarrow G, AG \rightarrow BC, AG \rightarrow DE \Rightarrow AG \rightarrow ABCDEG \text{ (合并规则)}$$

所以, $AG \rightarrow (A, B, C, D, E, G)$, AG 是超码。

c.

分解右边为单属性:

$$F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, A \rightarrow D, BC \rightarrow D, BC \rightarrow E, B \rightarrow D, D \rightarrow A\}$$

去除冗余函数依赖:

① $A \rightarrow D$

$$A \rightarrow B, A \rightarrow C \Rightarrow A^+ = \{A, B, C\}$$

$$B \rightarrow D \Rightarrow A^+ = \{A, B, C, D\}$$

去除 $A \rightarrow D$ 后 A^+ 也包含 D , 所以 $A \rightarrow D$ 冗余。

② $BC \rightarrow D$

$$B \rightarrow D \Rightarrow (BC)^+ = \{B, C, D\}$$

$$D \rightarrow A \Rightarrow (BC)^+ = \{A, B, C, D\}$$

去除 $BC \rightarrow D$ 后 $(BC)^+$ 也包含 D , 所以 $BC \rightarrow D$ 冗余。

检查左边冗余属性:

对于 $BC \rightarrow E$:

$$C^+ = \{C\}$$

$$B \rightarrow D \Rightarrow B^+ = \{B, D\}$$

$$D \rightarrow A \Rightarrow B^+ = \{A, B, D\}$$

$$A \rightarrow BCD \Rightarrow B^+ = \{A, B, C, D\}$$

$$BC \rightarrow DE \Rightarrow B^+ = \{A, B, C, D, E\}$$

不包含 E ，所以 B, C 都不冗余。

合并左侧相同的依赖：

$$A \rightarrow B, A \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow BC$$

最终正则覆盖：

$$F_c = \{A \rightarrow BC, BC \rightarrow E, B \rightarrow D, D \rightarrow A\}$$

d.

对每个函数依赖创建关系模式：

$$U_1 = \{A, B, C\}, F_1 = \{A \rightarrow BC\}$$

$$U_2 = \{B, C, E\}, F_2 = \{BC \rightarrow E\}$$

$$U_3 = \{B, D\}, F_3 = \{B \rightarrow D\}$$

$$U_4 = \{A, D\}, F_4 = \{D \rightarrow A\}$$

经检查，发现 AG 是候选码，但是未被包含，所以添加 $R_5\langle U_5, F_5 \rangle$,

$$U_5 = \{A, G\}, F_5 = \emptyset$$

最终 3NF 分解：

$$\rho = \{R_1\langle U_1, F_1 \rangle, R_2\langle U_2, F_2 \rangle, R_3\langle U_3, F_3 \rangle, R_4\langle U_4, F_4 \rangle, R_5\langle U_5, F_5 \rangle\}$$

$$\Leftrightarrow \rho = \{(A, B, C), (B, C, E), (B, D), (A, D), (A, G)\}$$

e.

初始关系 $R = (A, B, C, D, E, G)$ ，检查违反 BCNF 的函数依赖。

$B \rightarrow D$ 中 B 不是候选码，对 R 进行分解：

$$R_1 = (B, D)$$

$$R_2 = (A, B, C, E, G)$$

$BC \rightarrow DE$ 在 R_2 上投影为 $BC \rightarrow E$ ，其中 BC 不是 R_2 的候选码，对 R_2 进行分解：

$$R_{21} = (B, C, E)$$

$$R_{22} = (A, B, C, G)$$

$A \rightarrow BCD$ 在 R_2 上投影为 $A \rightarrow BC$ ，其中 A 不是 R_{22} 的候选码，对 R_{22} 进行分解：

$$R_{221} = (A, B, C)$$

$$R_{221} = (A, G)$$

最终 BCNF 分解:

$$\rho = \{(A, B, C), (B, C, E), (B, D), (A, G)\}$$